KOEFISIEN TRANSMISI DAN REFLEKSI PADA EFEK TEROBOSAN PENGHALANG POTENSIAL MENGGUNAKAN PERSAMAAN SCHRODINGER DUA DIMENSI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidika Fisika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh:

Nelly Candra Agustin
NIM 160210102067

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN FISIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2020

PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah SWT., skripsi ini saya persembahkan untuk :

1. Ayah saya tercinta ayah Misman dan Ibu yang sangat saya sayangi ibu Supatmi yang senantiasa memberikan kasih sayang, semangat, motivasi, dukungan dan doa yang tiada jeda serta senantiasa berusaha memenuhi segala kebutuhan finansial demi kelancaran studi;
2. Guru-guruku dari taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi yang telah memberikan bekal perihal pengetahuan dan sikap yang nantinya akan dipergunakan saat menjalani kehidupan di masyarakat;
3. Almamater tercinta Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

Sesungguhnya Allah tidak akan mengubah keadaan suatu kaum sebelum mereka mengubah keadaan mereka sendiri.[1]

[1]) Departemen Agama Republik Indonesia. 2016. Al-Qur'an dan Terjemahnya Special for Woman. Bandung: PT Sigma Examedia Arkanleema

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Nelly Candra Agustin

NIM : 160210102067

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul "Koefisien Transmisi Dan Refleksi Pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Menggunakan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada substansi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 28 Januari 2020

Yang menyatakan,

Nelly Candra Agustin

NIM 160210102067

SKRIPSI

KOEFISIEN TRANSMISI DAN REFLEKSI PADA EFEK TEROBOSAN PENGHALANG POTENSIAL MENGGUNAKAN PERSAMAAN SCHRODINGER DUA DIMENSI

Oleh:

Nelly Candra Agustin
NIM 160210102067

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama	:	Drs. Bambang Supriadi, M.Sc
Dosen Pembimbing Anggota	:	Dr. Yushardi, S.Si., M.Si

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Koefisien Transmisi Dan Refleksi Pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Menggunakan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi" karya Nelly Candra Agustin telah diuji dan disahkan pada :

Hari, Tanggal : Selasa, 28 Januari 2020

Tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember**.**

Tim Penguji

Ketua,	Sekretaris,
<u>Drs. Bambang Supriadi, M.Sc</u>	**<u>Dr. Yushardi, S.Si, M.Si</u>**
NIP: 19680710 199302 1 001	**NIP. 19650420 199512 1 001**
Anggota I,	Anggota II,
<u>Dr. Drs. Sri Handono Budi P., M.Si</u>	**<u>Drs. Trapsilo Prihandono, M.Si</u>**
NIP. 19580318 198503 1 004	**NIP. 19620401 198702 1 001**

Mengesahkan
Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember,

<u>Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D</u>
NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Koefisien Transmisi Dan Refleksi Pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Menggunakan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi. Nelly Candra Agustin; 160210102067; 2020; 33 Halaman; Program Studi Pendidikan Fisika Jurusan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada awal abad ke dua puluh mulai berkembang ilmu Fisika Modern yang saat ini dikenal dengan Teori Mekanika Kuantum. Teori Mekanika Kuantum dapat menjelaskan berbagai kejadian atau fenomena yang terjadi pada partikel berukuran atomik. Salah satu persamaan yang fundamental pada era Fisika Modern yaitu Persamaan Schrodinger. Persamaan Schrodinger merupakan persamaan differensial orde dua, dimana solusi dari persamaan ini dikenal dengan fungsi gelombang. Permasalahan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan Persamaan Schrodinger salah satunya yaitu Efek Terobosan atau Tunneling Effect.

Tunneling Effect merupakan keadaan dimana partikel yang memiliki energi E dapat menerobos potensial penghalang V yang energinya lebih besar dari energi partikelnya (E < V). Partikel yang digunakan dalam penelitian ini yaitu elektron, karena perangkat elektronik akan bekerja sebagaimana fungsinya apabila dialiri oleh arus listrik berupa elektron. Dalam fenomena tunneling dikenal dua istilah yaitu Koefisien Transmisi dan Koefisien Refleksi. Koefisien Transmisi adalah kemungkinan yang dimiliki partikel untuk menerobos potensial penghalang, sedangkan koefisien refleksi merupakan kemungkinan yang dimiliki partikel untuk dipantulkan oleh potensial penghalang.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui nilai koefisien transmisi yang dimiliki elektron ketika menerobos potensial penghalang dengan menggunakan persamaan schrodinger dua dimensi, dan untuk mengetahui nilai koefisien refleksi yang dimiliki elektron ketika menerobos potensial penghalang dengan menggunakan persamaan schrodinger dua dimensi. Levi (2003) dalam bukunya menggunakan potensial tunggal satu dimensi dengan karakteristik bahan yaitu

tinggi potensial penghalang $V_0 = 1\ eV$, lebar potensial penghalang $L = 0.5\ nm$, dan energi elektron yang digunakan yaitu $E = 0.9\ eV$. Dalam bukunya didapatkan bahwa nilai koefisien tertinggi yang dimiliki oleh elektron yaitu 0.8853 ketika energi elektron maksimum yaitu $E = 0.9\ eV$. Sedangkan dalam penelitian ini, elektron yang menerobos potensial penghalang memiliki koefisien trasmisi tertinggi ketika energi elektron $E = 0.9\ eV$ dengan koefisien transmisi sebesar 0.6484 , sedangkan untuk koefisien refleksi terbesar yang dimiliki elektron yaitu ketika energi elektron minimum $E = 0.01\ eV$ dengan koefisien refleksi sebesar 0.9879. Pada potensial penghalang tunggal dengan keadaan energi partikel lebih besar daripada energi potensial penghalangnya $(E \leq V)$ tidak terjadi resonansi. Hal ini mungkin disebabkan kurang berpengaruhnya secara eksponensial dari fungsi gelombang pantul ketika terjadi perubahan potensial di $x = L$.

PRAKATA

Puji syukur kepada Allah SWT atas segala limpahan berkah, rahmat serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Koefisien Transmisi Dan Refleksi Pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Dengan Menggunakan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terimakasih kepada:

1. Prof. Drs. Dafik, MSc, Ph.D., selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember yang telah memberikan fasilitas sehingga skripsi ini dapat selesai;
2. Prof. Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes, selaku Ketua jurusan Pendidikan MIPA yang telah memberikan ijin untuk melakukan sidang skripsi;
3. Drs. Alex Harijanto, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan fasilitas dan motivasi sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
4. Drs. Bambang Supriadi, M.Sc, selaku Dosen Pembimbing Utama yang telah membimbing penulis dalam segala aspek sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
5. Dr. Yushardi, S.Si., M.Si, selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah banyak meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam membantu penulisan skripsi ini;
6. Dr. Drs. Sri Handono Budi P., M.Si, selaku Dosen Penguji Utama yang telah meluangkan waktu untuk memberikan kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini;
7. Drs. Trapsilo Prihandono, M.Si, selaku Dosen Penguji Anggota yang telah membimbing serta memberikan kritik dan saran yang membangun demi kesempurnaan skripsi ini;

8. Rico, Ridha, Febri, Ayu, Destya, Alm. Andi yang selalu memberikan do’a, semangat serta dukungan yang tiada henti;
9. Keluarga besar Pendidikan Fisika angkatan 2016 yang selalu memberikan do’a serta motivasi;
10. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu yang telah memberikan bantuan dan dukungan dalam penyelesaian skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kebaikan dan kesempurnaan skripsi ini, penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat. Aamiin.

Jember, Januari 2020

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu fisika yang berkembang sampai akhir abad ke sembilan belas dikenal sebagai Fisika Klasik dan mempunyai cabang utama yaitu mekanika klasik Newtonian dan teori medan elektromagnetik Maxwellian (Purwanto,2016:1). Pada akhir abad ke Sembilan belas teori fisika klasik tidak dapat menjelaskan perilaku dan karakteristik benda yang bersifat mikroskopik, serta benda yang bergerak dengan kecepatan mendekati kecepatan cahaya. Oleh sebab itu, pada awal abad ke dua puluh mulailah dikembangkan ilmu fisika modern yang dapat menjelaskan berbagai fenomena yang terjadi pada partikel ukuran atomik yang saat ini kita kenal dengan mekanika kuantum.

Teori mekanika kuantum dapat digunakan untuk menjelaskan keterkaitan antara gelombang dan partikel. Teori mekanika kuantum menunjukkan bahwa dalam lingkup yang lebih kecil (mikroskopik), partikel juga mematuhi aturan-aturan yang berlaku layaknya gelombang. Percobaan-percobaan fisika telah banyak dilakukan untuk membuktikan bahwa partikel juga berperilaku seperti gelombang (*dualisme* gelombang-partikel), diantaranya adalah efek Fotolistrik dan efek Compton. Dualisme gelombang partikel dapat dijelaskan menggunakan persamaan differensial orde dua yang dikenal sebagai persamaan schrodinger.

Persamaan schrodinger pertama kali ditemukan oleh Erwin Schrodinger pada tahun 1926, persamaan ini mendeskripsikan gelombang partikel yang berada dalam dimensi atomik dan memenuhi prinsip serta hukum fisika. Persamaan schrodinger harus taat pada beberapa aturan yaitu tidak boleh melanggar hukum kekekalan energi, harus taat hipotesis deBroglie dan solusi pemecahannya berupa sebuah fungsi gelombang serta harus berkelakuan baik. Berkelakuan baik disini memiliki arti fungsi gelombang yang telah diperoleh harus bersifat kontinu, bernilai tunggal serta bersifat linier (Krane. 1992:172).

Salah satu permasalahan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan persamaan schrodinger yaitu efek terobosan (*Tunneling Effect*). Efek terobosan atau penerowongan merupakan fenomena ketika sebuah penghalang potensial V, diterobos oleh partikel bebas yang memiliki energi sebesar E dan energinya lebih kecil dari potensial penghalang tersebut $(E < V)$. Kemampuan partikel untuk menerobos potensial penghalang tersebut dikarenakan sifat dualisme gelombang-partikel, dalam hal ini partikel bergerak sebagai gelombang didalam potensial energi sehingga ketika elektron melewati penghalang, partikel tersebut dapat menerobos meskipun energi partikel lebih kecil (Prastowo, 2018). Potensial penghalang yang dilalui oleh partikel bebas tersebut berupa *gap energy* (Huda, 2018). Salah satu penerapan dari efek terobosan ini yaitu dalam pembuatan perangkat semikonduktor seperti sel *photovoltaic,* Transistor, Diode dan *Integrated Circuit* (IC).

Partikel yang digunakan dalam penelitian ini adalah elektron, hal ini dikarenakan perangkat semikonduktor atau perangkat elektronik lainnya akan bekerja sebagaimana fungsinya apabila dialiri oleh arus listrik berupa elektron. Elektron merupakan partikel subatom yang bermuatan negatif dan pada umumnya dituliskan dengan lambang e^{-}. Muatan sebuah elektron sama dengan $-1{,}6\ x\ 10^{-19}$ C dan memiliki massa sebesar $9{,}109\ x\ 10^{-31} k$g (Mulyanti, 2015: 7-9).

Dalam konsep fisika semikonduktor, *bandgap* atau potensial penghalang merupakan aspek penting dalam pemilihan material, karena sangat mempengaruhi sifat optik maupun sifat listrik dari suatu material yang akan digunakan untuk membuat perangkat elektronik (Li, 2011). *Bandgap* biasanya mengacu pada perbedaan antara puncak pita valensi dan alas dari pita konduksi, karena lebar *gap* diantara kedua pita inilah yang menentukan bisa tidaknya elektron melompat dari pita valensi ke pita konduksi. Setiap bahan semikonduktor memiliki karakteristik *bandgap* yang berbeda-beda. Karakteristik tersebut terletak pada tinggi dan lebar potensial penghalang.

Koefisien transmisi merupakan probabilitas (kemungkinan) partikel untuk dapat menerobos potensial penghalang yang memiliki energi lebih besar daripada energi partikel. Selain koefisien transmisi, masih terdapat istilah lain yaitu koefisien refleksi. Koefisien refleksi merupakan probabilitas (kemungkinan) partikel untuk dipantulkan oleh potensial penghalang. Pada metode schrodinger koefisien transmisi bisa ditentukan dengan menggunakan syarat batas potensial. Metode ini menunjukkan besar probabilitas elektron untuk dapat menerobos potensial penghalang dinyatakan dengan perbandingan antara konstanta normalisasi fungsi gelombang yang telah menerobos potensial penghalang dengan konstanta normalisasi fungsi gelombang datang (Zettili, 2009:227).

Goswami (2012) dalam penelitiannya menggunakan potensial tunggal dan didapatkan bahwa probabilitas transmisi tetap konstan untuk bahan dengan lebar dan tinggi penghalang konstan dengan nilai energi tertentu E. Levi (2003:143) dalam bukunya menggunakan potensial tunggal 1 dimensi dengan tinggi potensial $V_0 = 1\ eV$, lebar potensial $L = 0.5\ nm$, dan energi elektron $E = 0.9\ eV$ mendapatkan probabilitas transmisi sebesar 0.8853. Adapun keunggulan dari penelitian yang akan dikembangkan dibandingkan dengan penelitian Levi yaitu penelitian ini menggunakan persamaan schrodinger dua dimensi. Berdasarkan uraian latar belakang diatas, maka penelitian yang akan dilakukan berjudul Koefisien Transmisi dan Refleksi Pada Efek Terobosan Penghalang Potensial Dengan Menggunakan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang sudah diungkapkan diatas, dapat dirumuskan permasalahan yaitu:

a. Bagaimana nilai koefisien transmisi yang dimiliki oleh elektron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang tunggal dengan persamaan schrodinger dua dimensi?

b. Bagaimana nilai koefisien refleksi yang dimiliki oleh elektron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang tunggal dengan persamaan schrodinger dua dimensi?

1.3 Tujuan Penelitian

Dari permasalahan diatas, adapun tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Untuk mengetahui nilai koefisien transmisi yang dimiliki oleh elektron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang dengan persamaan schrodinger dua dimensi
b. Untuk mengetahui nilai koefisien refleksi yang dimiliki oleh elektron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang dengan persamaan schrodinger dua dimensi

1.4 Batasan Masalah

Agar penulis dalam penelitian ini terfokus dan dapat menjawab permasalahan yang telah dipaparkan diatas maka batasan-batasan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Persamaan Schrödinger yang digunakan adalah persamaan Schrödinger tidak bergantung waktu dalam bentuk dua dimensi
b. Fungsi gelombang memenuhi syarat normalisasi
c. Fungsi gelombang yang digunakan adalah fungsi gelombang partikel bebas
d. Lebar potensial penghalang pada sumbu x dan y adalah sama $(x_2 - x_1) = (y_2 - y_1) = 0.5\ nm$ (Levi, 2003:143)
e. Tinggi potensial penghalang pada sumbu x dan y adalah sama $(V_x = V_y = 1\ eV)$ (Levi, 2003:143)
f. Energi elektron yang bergerak ke sumbu x dan y adalah sama $\left(E_x = E_y = 0 - 4.5\ eV\right)$ (Levi, 2003:143)
g. Tidak terdapat gangguan dari luar.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini, antara lain:

a. Bagi lembaga, dapat digunakan sebagai referensi dalam kegiatan belajar mengajar di perkuliahan mengenai pengaruh energi elektron pada fungsi gelombang.
b. Bagi peneliti, digunakan untuk menambah wawasan dan pengalaman, dan digunakan sebagai sumber informasi dalam mempelajari efek terobosan.
c. Bagi pembaca, dapat digunakan sebagai referensi dalam mempelajari pengembangan teori tentang pengaruh energi elektron pada fungsi gelombang dalam perkuliahan.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Dualisme Gelombang

Louis de Broglie menganalogikan fenomena dualisme cahaya sama dengan dualisme gelombang-partikel, yaitu partikel seperti elektron juga memiliki sifat seperti gelombang. Pada tahun 1924 de Broglie mengkaji teori dualisme dengan menganalisis persamaan yang telah dirumuskan oleh Einstein tentang foton, yaitu $E = hf$. Menurut De-Broglie, partikel yang memiliki momentum p dan dilihat sebagai gelombang, akan memiliki panjang gelombang λ yang kemudian dapat dinyatakan dengan persamaan:

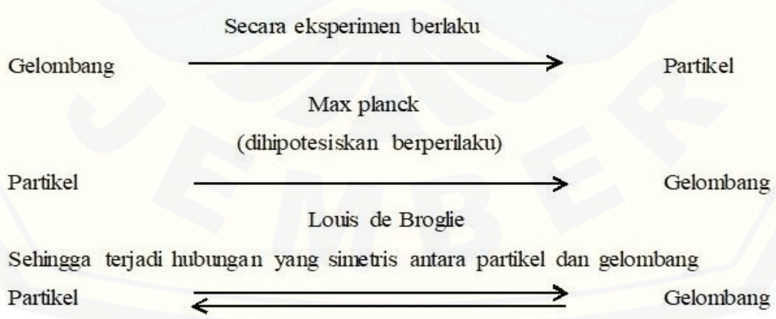
$$\lambda = \frac{h}{p} \tag{2.1}$$

Besar momentum dari sebuah partikel bermassa m yang memiliki kecepatan v adalah $p = mv$, sehingga persamaan (2.1) dapat diubah menjadi

$$\lambda = \frac{h}{mv} \tag{2.2}$$

λ merupakan panjang gelombang de Broglie, dan v merupakan kecepatan gelombang de Broglie (Beiser, 2003:91).

Hubungan antara partikel dan gelombang dapat dinyatakan sebagai berikut:



Gambar 2.1 hubungan antara partikel dan gelombang

Yang berarti bahwa, gelombang dapat bersifat sebagai partikel dan sebaliknya partikel dapat pula bersifat sebagai gelombang (Purwanto, 2016:20-21).

2.2 Persamaan Schrodinger

Pada tahun 1926 seorang ilmuwan ternama bernama Erwin Schrodinger mengenalkan persamaan differensial orde dua yang kemudian kita kenal dengan Persamaan Schrodinger, dimana persamaan ini digunakan untuk mendapatkan fungsi gelombang ψ bagi suatu sistem yang sangat kecil. Persamaan Schrodinger ini dibedakan menjadi 2, yaitu Persamaan Schrodinger tak tunak (bergantung waktu) dan Persamaan Schrodinger tunak (tidak bergantung waktu). Persamaan Schrodinger adalah Persamaan differensial orde 2 dalam variabel ψ yang harus taat pada (a) hukum kekekalan energi, (b) Hipotesa De Broglie dan (c) Berperilaku baik (berhingga, tunggal dan sifat kontinuitas); (Krane, 1992: 172). Ketiga syarat tersebut, sebagai berikut:

a. Taat Hukum Kekekalan Energi

Hukum Kekekalan Energi menyatakan bahwa besar energi total suatu partikel merupakan jumlah energi kinetik ditambah dengan energi potensial. Hukum kekekalan energi dapat dijelaskan dengan baik pada fisika klasik, sehingga sebagai teori baru seperti Persamaan Schrodinger harus memenuhi hukum kekekalan energi tersebut. Dalam bahasan kali ini menggunakan kerangka tidak relativistik yang mana energi kinetik partikel dari benda bebas bermassa m dapat dituliskan sebagai berikut:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} \tag{2.3}$$

Maka besar energi total suatu partikel secara matematis dapat dituliskan dengan persamaan berikut:

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(x) \tag{2.4}$$

Pada persamaan diatas ruas kiri E merupakan energi total dari suatu partikel sedangkan pada ruas kanan untuk suku pertama menyatakan energi kinetik dengan p adalah momentum partikel dan m adalah massa dari partikel, sedangkan suku kedua menyatakan energi potensial. Kemudian kedua ruas dapat dikalikan dengan fungsi gelombang ψ, sehingga persamaan (2.4) diatas dapat dituliskan kembali seperti berikut ini:

$$E\psi = \frac{p^2}{2m}\psi + V(x)\psi \tag{2.5}$$

b. Memenuhi Postulat de Broglie

Bentuk persamaan differensial apapun harus taat pada hipotesa de Broglie. Solusi secara matematis untuk sebuah partikel yang memiliki momentum p haruslah berbentuk fungsi gelombang dengan panjang gelombang de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$. Maka untuk mendapatkan nilai p yaitu

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi}\frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k \tag{2.6}$$

c. Berperilaku baik (berhingga, benilai tunggal dan memenuhi syarat kontinuitas)

Persamaan Schrodinger harus berperilaku baik dalam pengertian matematika, yang berarti bahwa Persamaan Schrodinger harus memberikan suatu informasi mengenai kemungkinan untuk menemukan partikel. Fungsi Persamaan Schrodinger haruslah berhingga, bernilai tunggal serta memenuhi syarat kontinuitas. Berhingga artinya bahwa persamaan tersebut haruslah menghasilkan nilai atau terukur dan bukan tak terhingga. Bernilai tunggal berarti bahwa tidak boleh ada 2 kemungkinan untuk menemukan partikel dalam satu titik yang sama, dan memenuhi syarat kontinuitas, misalkan saja probabilitas dalam menemukan partikel berubah secara tidak kontinu, hal ini berarti bahwa partikel secara tiba-tiba menghilang pada titik tertentu dan muncul kembali pada titik lainnya (Krane, 1992: 172). Berdasarkan persamaan (2.4) dan (2.6), maka energi kinetik dari gelombang partikel bebas de broglie dapat dituliskan sebagai berikut:

Dengan $K = \frac{p^2}{2m}$, maka persamaan (2.4) dapat ditulis ulang seperti berikut:

$$\frac{p^2}{2m} = (E - V) \tag{2.7}$$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V = E \tag{2.8}$$

Maka dari persamaan (2.8) diatas bisa kita dapatkan:

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2}\,(E - V) \tag{2.9}$$

Persamaan Schrodinger dapat diperoleh dengan mengambil turunan kedua suatu fungsi gelombang dari partikel bebas. Misalkan diasumsikan bahwa fungsi gelombang dari partikel bebas dideskripsikan oleh fungsi berikut:

$$\psi(x,t) = Ae^{i(kx-wt)} \tag{2.10}$$

Jika persamaan diatas dilakukan dua kali penurunan $\psi(x,t)$ terhadap x, maka akan diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial\psi(x,t)}{\partial x} = ik\,Ae^{i(kx-wt)} \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} = -k^2\,Ae^{i(kx-wt)} \tag{2.12}$$

$$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} = -k^2\psi(x,t) \tag{2.13}$$

Nilai k adalah konstan, sehingga nilai k^2 dari persamaan (2.9) dapat disubstitusikan pada persamaan (2.13), sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{2m}{\hbar^2}\,(E - V)\psi(x,t) \tag{2.14}$$

(Siregar, 2018)

2.2.1 Persamaan Schrodinger Bergantung Waktu

Persamaan Schrodinger bergantung waktu dapat dicari berdasarkan fisika matematika yaitu menggunakan operator. Suatu variabel yang dapat diamati atau diukur direpesentasikan oleh Operator linier, salah satunya yaitu Energi. Operator energi dideskripsikan oleh persamaan berikut:

$$E\psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi \tag{2.15}$$

Maka persamaan (2.5) dapat kita tuliskan:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \left(-\frac{p^2}{2m} + V\right)\psi(x) \tag{2.16}$$

Karena kita meninjau kasus potensial yang bergantung posisi dan waktu, maka $x, t \neq 0$, sehingga fungsi ψ dapat dituliskan $\psi(x,t)$. Berdasarkan persamaan (2.8), (2.9) dan (2.13) maka persamaan (2.16) dapat dituliskan dalam bentuk persamaan berikut:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\ \psi(x,t) + V\psi(x,t) \tag{2.17}$$

Persamaan (2.17) merupakan persamaan schrodinger bergantung waktu (tak tunak) dalam kasus satu dimensi. Untuk persamaan schrodinger bergantung waktu (tak tunak) dalam kasus tiga dimensi diberikan oleh persamaan berikut:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right) + V\psi \tag{2.18}$$

(Beiser: 2003: 168)

2.2.2 Persamaan Schrodinger Tidak Bergantung Waktu

Dalam banyak kondisi energi potensial pada Persamaan Schrodinger tidak bergantung pada waktu, melainkan hanya bergantung pada posisi sehingga energi potensial hanya berubah pada kedudukan partikelnya saja. Dalam hal ini berarti bahwa peninjauan hanya terfokus pada keberadaaan elektron dalam interval waktu tertentu dan bukan tertuju pada keberadaan elektron dari waktu ke waktu. Apabila kita hanya meninjau kasus potensial yang bergantung posisi dan tidak bergantung waktu maka $t = 0$, sehingga fungsi ψ bisa kita tuliskan menjadi $\psi(x)$. Maka persamaan (2.14) dapat kita tulis kembali dalam bentuk persamaan berikut:

$$\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} = -\frac{2m}{\hbar^2}\ (E - V)\psi(x) \tag{2.19}$$

Atau

$$E\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(x)}{\partial x^2} + V\psi(x) \tag{2.20}$$

(Liboff, 2003: 187)

Persamaan diatas kita kenal dengan persamaan schrodinger tidak bergantung waktu (tunak) dalam kasus satu dimensi. Persamaan schrodinger tidak bergantung waktu (tunak) dalam kasus tiga dimensi yaitu:

$$E\psi(x,y,z) = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi(x,y,z) + V(x,y,z) \tag{2.21}$$

(gasiorowics, 1996: 169)

Solusi persamaan Schrodinger diatas dapat berupa fungsi gelombang eksponensial maupun trigonometri. Salah satu bentuk fungsi gelombang persamaan schrodinger tak bergantung waktu yang sering digunakan yaitu:

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \tag{2.22}$$

(Supriadi, 2019)

2.3 Fungsi Gelombang

Fungsi gelombang merupakan solusi dari pemecahan Persamaan Schrodinger baik Persamaan Schrodinger bergantung waktu maupun tidak bergantung waktu. Pada pokok bahasan kali ini hanya terfokus pada fungsi gelombang tidak bergantung waktu yang disimbolkan dengan $\psi\,(x)$. Max Born menyatakan bahwa fungsi gelombang $\psi(x,t)$ disetiap posisi x pada saat t tidak berarti apa-apa, tetapi memberikan informasi fisis bahwa partikel tersebut mempunyai gerak tak terbatas dan harga mutlak kuadrat dari fungsi gelombang menyatakan rapat peluang (rapat probabilitas) yang dapat diamati besarnya.

$$P(x,t) = |\psi(x,t)|^2 = \psi(x,t) \times \psi^*(x,t) \tag{2.23}$$

Sehingga peluang atau probabilitas menemukan elektron dapat dituliskan dengan persamaan:

$$P(x,t)\,dV = |\psi(x,t)|^2\,dV \tag{2.24}$$

Atau

$$P(x,t)\,dV = \psi^*(x,t)\psi(x,t)\,dV \tag{2.25}$$

Persamaan diatas merupakan probabilitas untuk mendapatkan partikel yang dideskripsikan oleh $\psi(x,t)$ dalam ruang dV disekitar posisi x pada saat t. Maka besar kemungkinan untuk menemukan partikel pada seluruh ruang dV adalah 1, atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\int P(x,t)\,dV = \int |\psi(x,t)|^2 dV = 1 \tag{2.26}$$

Dengan melakukan pengintegrasian ke seluruh ruang V, fungsi gelombang yang memenuhi persamaan (2.26) dikenal dengan fungsi gelombang ternormalisasi (Purwanto, 2016:53).

2.4 Partikel Bebas (Dua Dimensi)

Partikel bebas merupakan partikel yang bergerak tanpa dipengaruhi adanya interaksi karena massa maupun muatan. Pada bahasan kali ini maka partikel bebas dalam dua dimensi bergantung pada fungsi x dan y. Jika potensialnya merupakan fungsi dari x dan y, maka ψ harus pula bergantung pada x dan y dan turunan terhadap x dan y. Dengan demikian kita memerlukan persamaan schrodinger yang berlaku dalam ruang 2 dimensi. Karena itu, dalam dua dimensi kita memperoleh

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi(x,y)}{\partial y^2}\right)+V(x,y)\psi(x,y)=E\psi(x,y) \tag{2.27}$$

Atau persamaan diatas dapat kita tuliskan:

$$\left(\frac{\partial^2\psi(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi(x,y)}{\partial y^2}\right)+\left(k_x^2+k_y^2\right)\psi=0 \tag{2.28}$$

Dengan $k_x^2+k_y^2$ adalah konstanta gelombang pada masing-masing sumbu x, y yang dapat dinyatakan oleh:

$$k_x=\sqrt{\frac{2mE_x}{\hbar}} \tag{2.29}$$

$$k_y=\sqrt{\frac{2mE_y}{\hbar}} \tag{2.30}$$

Dari persamaan (2.28) diatas, dapat kita pecah menjadi 2 persamaan (separasi variabel) sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2\psi_x}{\partial x^2}+k_x^2\psi_x=0 \tag{2.31}$$

$$\frac{\partial^2\psi_y}{\partial y^2}+k_y^2\psi_y=0 \tag{2.32}$$

Persamaan (2.31) dan (2.32) diatas merupakan persamaan differensial orde dua, sehingga solusi dari dua persamaan diatas adalah:

$$\psi_x(x)=Ae^{\pm ik_xX} \tag{2.33}$$

$$\psi_y(y)=Be^{\pm ik_yY} \tag{2.34}$$

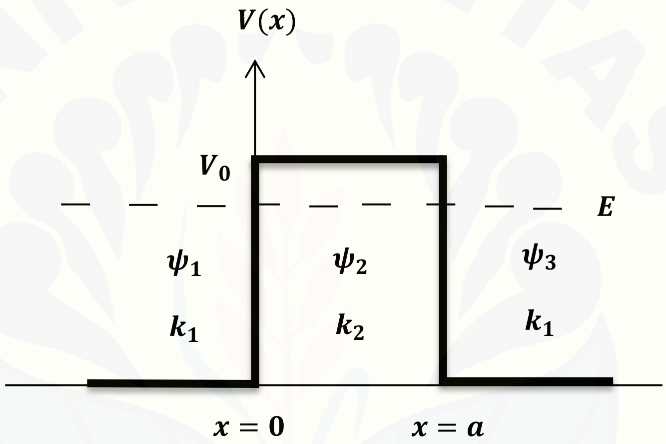
Maka solusi total dari persamaan schrodinger tak bergantung waktu dari partikel bebas tersebut sebagai berikut:

$$\psi(x,y) = \left(Ae^{\pm ik_xX}\right)\left(Be^{\pm ik_yY}\right)$$
$$= Ce^{\pm i(k_xX+k_yY)} \quad (2.35)$$

(Sugiyono: 2016: 350)

2.5 Efek Terobosan

Efek terobosan merupakan fenomena ketika sebuah partikel bebas (elektron) yang memiliki energi sebesar E menerobos penghalang potensial V yang memiliki energi lebih besar daripada energi partikel tersebut ($E < V$). Potensial penghalang yang diterobos oleh elektron diilustrasikan oleh gambar (2.2) dibawah ini:



Gambar 2.2 Model potensial penghalang 1D ketika $E < V$

Pada gambar diatas lebar potensial penghalang adalah a, dengan tinggi potensial penghalang V_0. Energi total elektron yaitu sebesar E yang nilainya lebih kecil dari tinggi potensial penghalang V_0. ψ menyatakan fungsi gelombang partikel dengan bilangan gelombang k yang memiliki energi sebesar E. Efek terobosan terjadi ketika partikel datang dari daerah $x < 0$ dengan fungsi gelombang ψ_1, dan memiliki momentum $\sqrt{2mE}$ dengan bilangan gelombang $k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$ menerobos potensial penghalang $V > E$. Ketika partikel memasuki daerah $0 \leq x \leq a$ momentumnya mengalami penurunan hingga mencapai $\sqrt{2m(V-E)}$ dengan bilangan gelombang $k_2 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(V-E)}$ karena dihambat oleh penghalang. Setelah partikel berhasil menerobos ke daerah $x < a$, momentum dan bilangan gelombangnya kembali seperti semula. Sehingga solusi untuk fungsi gelombang pada setiap daerah dapat dinyatakan dengan:

$$\psi_1 = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \tag{2.36}$$

$$\psi_2 = Ce^{k_2x} + De^{-k_2x} \tag{2.37}$$

$$\psi_3 = Fe^{ik_1x} + Ge^{-ik_1x} \tag{2.38}$$

Dengan $k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$ dan $k_2 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(V-E)}$

Karena tidak ada gelombang yang bergerak dari kanan ke kiri pada daerah III maka nilai $Ge^{-ik_1x} = 0$ sehingga ψ_3 dapat kita tuliskan sebagai berikut:

$$\psi_3 = Fe^{ik_1x} \tag{2.39}$$

Dengan $k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$

$A, B, C, D\ dan\ F$ merupakan konstanta normalisasi dari fungsi gelombang. Untuk daerah I,dan III yang memiliki $V(x) = 0$, fungsi gelombangnya bersifat imajiner. Sedangkan pada daerah II yang memiliki $V(x) = V$, fungsi gelombangnya bersifat real.

Dalam efek terobosan dikenal dua istilah yaitu koefisien transmisi dan koefisien refleksi. Koefisien transmisi didefinisikan sebagai perbandingan rapat arus yang ditransmisikan terhadap rapat arus yang datang. F merupakan konstanta normalisasi dari fungsi gelombang yang ditransmisikan, sedangkan A merupakan konstanta normalisasi dari fungsi gelombang yang datang. Secara matematis koefisien transmisi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{F^*}{A^*}\frac{F}{A} \tag{2.40}$$

Koefisien refleksi didefinisikan sebagai perbandingan rapat arus yang dipantulkan terhadap rapat arus yang datang. B merupakan konstanta normalisasi fungsi gelombang yang dipantulkan, sedangkan A merupakan konstanta normalisasi dari fungsi gelombang yang datang. Secara matematis koefisien refleksi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \frac{B^*}{A^*}\frac{B}{A} \tag{2.41}$$

(Sani dan kadri, 2017: 161).

2.6 Metode Schrodinger

Untuk mendapatkan nilai koefisien transmisi dan refleksi, terdapat beberapa cara salah satunya yaitu menggunakan persamaan schrodinger. Berdasarkan gambar 2.2, persamaan Schrodinger 1 dimensi bebas waktu untuk daerah 1,2 dan 3 yaitu:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V) = 0 \tag{2.42}$$

Pada daerah I atau $x < 0$ didapatkan $V = 0$, sehingga persamaan schrodinger dapat dituliskan seperti berikut:

$$\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2} = -k_1^2\psi_1 \tag{2.43}$$

Dengan $k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$

Sehingga memiliki solusi $\psi_1 = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x}$

Pada daerah II atau $0 \le x \le a$ didapatkan bahwa $V = V_0$, sehingga persamaan schrodinger dapat dituliskan seperti berikut:

$$\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2} = -k_2^2\psi_2 \tag{2.44}$$

Dengan $k_2 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(V - E)}$

Sehingga memiliki solusi $\psi_2 = Ce^{k_2x} + De^{-k_2x}$

Pada daerah III atau $x > a$ didapatkan $V = 0$, sehingga persamaan schrodinger dapat dituliskan seperti berikut:

$$V_{x>a} = 0$$

$$\frac{\partial^2\psi_3}{\partial x^2} = -\frac{2m}{\hbar^2}\psi_3 \tag{2.45}$$

$$\frac{\partial^2\psi_3}{\partial x^2} = -k_3^2\psi_3 \tag{2.46}$$

Dengan $k_3 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$

Karena k_3 sama dengan k_1 maka fungsi gelombang untuk daerah III dapat dituliskan seperti berikut:

$$\frac{\partial^2\psi_3}{\partial x^2} = -k_1^2\psi_3 \tag{2.47}$$

Sehingga memiliki solusi $\psi_3 = Fe^{ik_1x}$

Sehingga solusi fungsi gelombang pada tiap daerah dituliskan dengan

$$\psi_1 = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \tag{2.48}$$

$$\psi_2 = Ce^{k_2x} + De^{-k_2x} \tag{2.49}$$

$$\psi_3 = Fe^{ik_1x} \tag{2.50}$$

Dengan $k_1 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE}$ dan $k_2 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(V-E)}$

Langkah pertama yang dilakukan yaitu dengan menerapkan syarat kontinuitas pada batas awal $x = 0$ untuk $\psi_1 = \psi_2$ maupun $\frac{\partial\psi_1}{\partial x} = \frac{\partial\psi_2}{\partial x}$ sehingga didapatkan:

$$A = \frac{(ik_1 + k_2)C + (ik_1 - k_2)D}{2ik_1} \tag{2.51}$$

$$B = \frac{(ik_1 - k_2)C + (ik_1 + k_2)D}{2ik_1} \tag{2.52}$$

(Levi,2003: 140)

Langkah kedua yaitu dengan menerapkan syarat kontinuitas dengan batas $x = a$ untuk $\psi_2 = \psi_3$ dan $\frac{\partial\psi_2}{\partial x} = \frac{\partial\psi_3}{\partial x}$ sehingga didapatkan

$$C = \frac{(k_2 + ik_1)Fe^{k_1a}}{2k_2e^{k_2a}} \tag{2.53}$$

$$D = \frac{(k_2 - ik_1)Fe^{k_1a}}{2k_2e^{-k_2a}} \tag{2.54}$$

(Levi,2003: 142)

Berdasarkan persamaan $(2.51), (2.53)$ dan (2.54) didapatkan koefisien transmisi untuk potensial penghalang tunggal yaitu :

$$T = \left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1 k_2}\right)^2 \sinh^2(k_2 a)\right]^{-1} \tag{2.55}$$

(Zettili,2009: 228)

Berdasarkan persamaan $(2.51), (2.52), (2.53)$ dan (2.54) didapatkan koefisien refleksi untuk potensial penghalang tunggal yaitu :

$$R = \frac{1}{4} T \left(\frac{k_1^2 + k_2^2}{k_1 k_2}\right)^2 \sinh^2(k_2 a) \tag{2.56}$$

(Zettili,2009: 228)

Berdasarkan persamaan (2.55) dan (2.56) dapat diketahui bahwa hubungan antara koefisien Transmisi dan Refleksi yaitu $T + R = 1$. Hal ini berarti bahwa kekekalan jumlah partikel terpenuhi (Purwanto, 2016: 78).

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis, Tempat, dan Waktu Penelitian

Penelitian ini termasuk dalam jenis penelitian non eksperimen. Penelitian dilakukan dengan mengembangkan teori-teori yang telah ada sebelumnya. Penelitian dilaksanakan di Laboratorium Fisika Lanjut, Program Studi Pendidikan Fisika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember pada semester gasal tahun ajaran 2019/2020.

3.2 Definisi Operasional Variabel

Definisi operasional variabel ditunjukkan agar tidak terjadi kesalahan dalam mengartikan istilah-istilah dalam penelitian yang digunakan. Variabel-variabel yang akan diteliti pada penelitian ini yaitu:

a. Persamaan Schrodinger Tidak Bergantung Waktu

   Persamaan schrodinger merupakan persamaan differensial parsial orde dua. Persamaan schrodinger yang digunakan pada penelitian ini yaitu persamaan schrodinger 2 dimensi tidak bergantung waktu. Hal ini dikarenakan penelitian saya berhubungan langsung dengan energi, yang mana energi merupakan suatu besaran yang hanya bergantung pada fungsi posisi.

b. Fungsi Gelombang Partikel Bebas

   Fungsi gelombang merupakan solusi dari persamaan schrodinger. Fungsi gelombang yang digunakan dalam peneltian ini yaitu fungsi gelombang partikel bebas.

c. Koefisien Transmisi

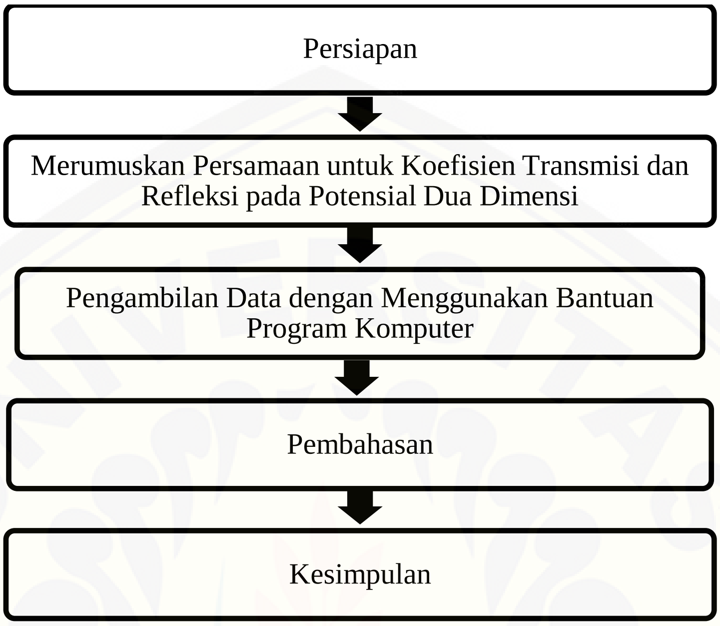
   Koefisien Transmisi merupakan kemungkinan yang dimiliki oleh partikel untuk menerobos potensial penghalang.

d. Koefisien Refleksi

   Koefisien Refleksi merupakan kemungkinan yang dimiliki oleh partikel untuk terpantulkan oleh potensial penghalang.

3.3 Langkah Penelitian

Langkah-langkah penelitian ditunjukkan oleh tabel 3.1 dibawah ini:



Tabel 3.1 Bagan Langkah Penelitian

Berdasarkan tabel 3.1 dapat dijelaskan sebagai berikut :

3.3.1 Persiapan

Pada tahap ini peneliti mencari sumber-sumber yang relevan. Sumber tersebut mulai dari buku tentang fisika modern, fisika matematika, fisika kuantum, fisika komputasi, mekanika kuantum serta dari berbagai jurnal yang berkaitan dengan partikel bebas dan efek terobosan pada penghalang potensial.

3.3.2 Merumuskan Persamaan untuk Koefisien Transmisi dan Refleksi pada Potensial Dua Dimensi

Pada tahap ini peneliti berusaha untuk mengembangkan persamaan yang sudah ada di buku. Persamaan yang dikembangkan adalah koefisien transmisi dan koefisien refleksi efek terobosan penghalang tunggal dan fungsi gelombang masing-masing daerah dengan pendekatan persamaan schrodinger tidak bergantung waktu 2 dimensi. untuk mendapatkan hasil yang diinginkan digunakan persamaan yaitu:

a. Koefisien Transmisi

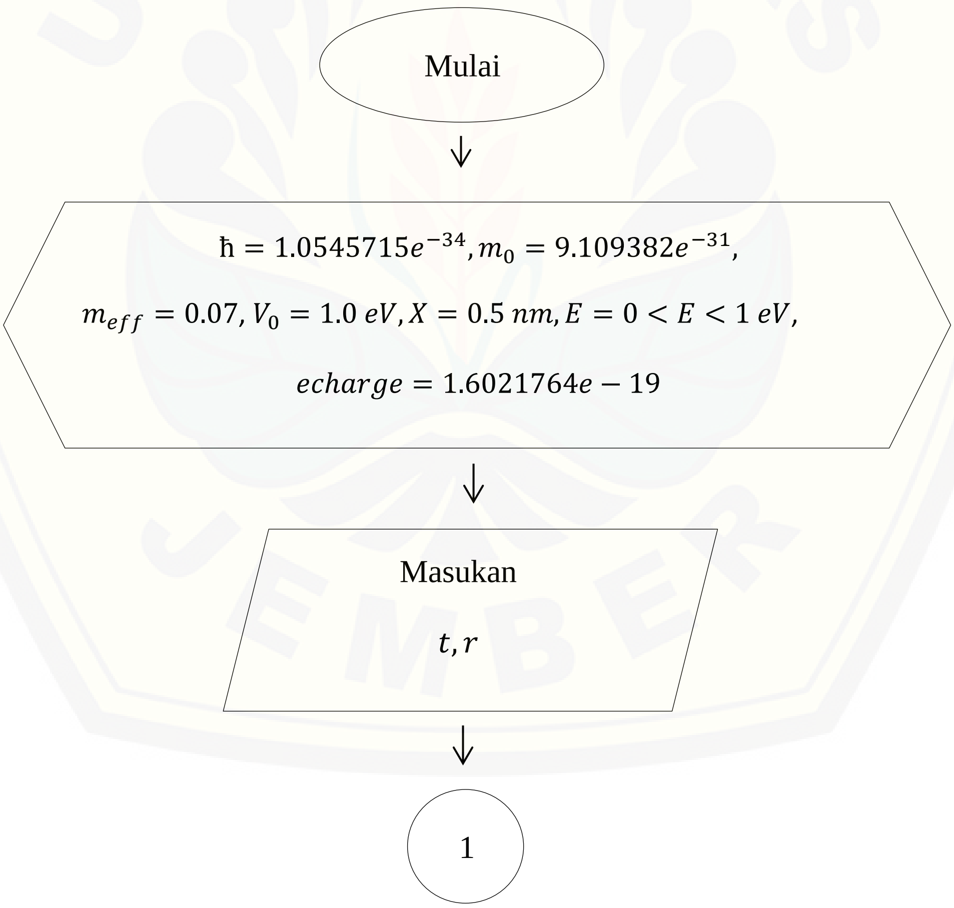
$$T_{2D} = \left|\frac{F}{A}\right|^2 = \left(1 + Sinh^2(2k_2a)\left(\frac{k_2^2 + k_1^2}{2k_1k_2}\right)^2\right)^{-1}$$

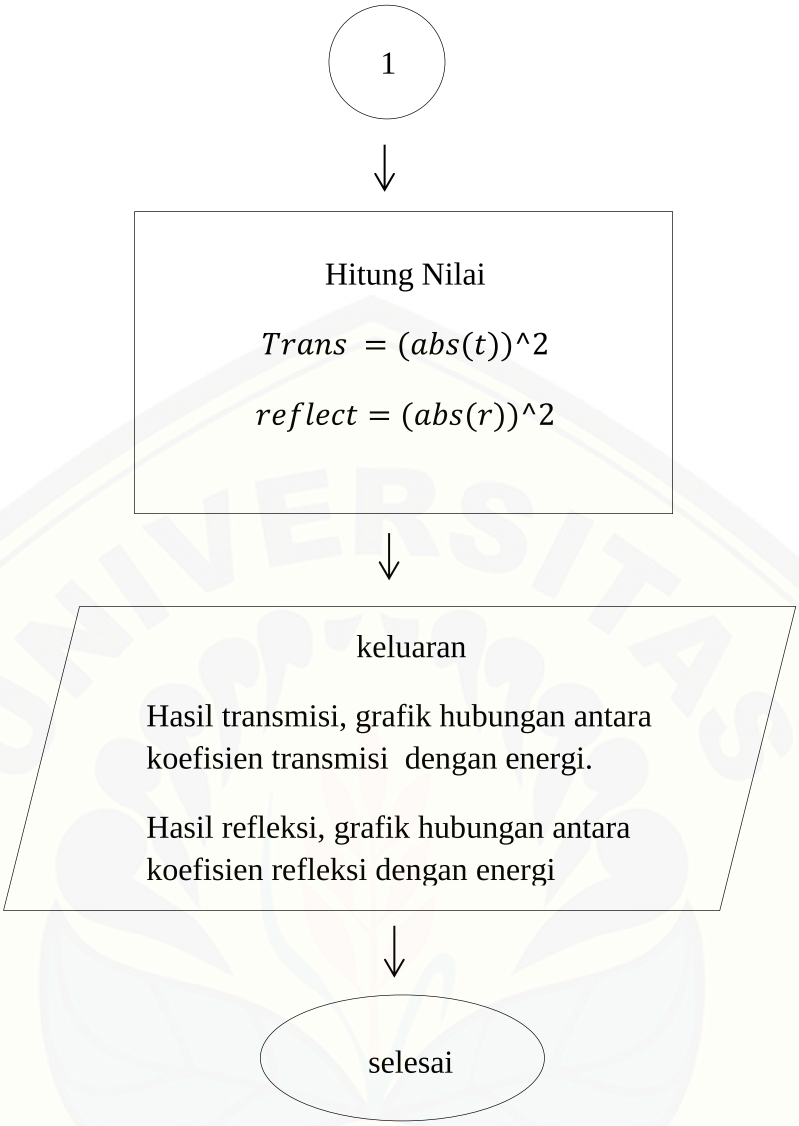
b. Koefisien Refleksi

$$R_{2D} = 1 - T_{2D}$$

3.3.3 Pengambilan Data dengan Menggunakan Bantuan Program Komputer

Tahap pengambilan data merupakan tahap perhitungan untuk mendapatkan koefisien transmisi dan refleksi pada efek terobosan penghalang potensial dengan menggunakan persamaan schrodinger dua dimensi menggunakan bantuan program komputer.





Gambar 3.1 Bagan Simulasi Pada Matlab

Data hasil pengembangan teori disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut:

Tabel 3.2 Contoh Tabel Nilai Koefisien Transmisi dan Refleksi Fungsi Gelombang Pada Efek Terobosan dengan Menggunakan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi

$\boldsymbol{E}\ (\boldsymbol{eV})$	$\boldsymbol{T}$	$\boldsymbol{R}$

3.3.4 Pembahasan

Data yang diperoleh selanjutnya akan dijelaskan secara rinci mengenai koefisien transmisi dan refleksi efek terobosan penghalang potensial dengan persamaan schrodinger tidak bergantung waktu 2 dimensi.

3.3.5 Kesimpulan

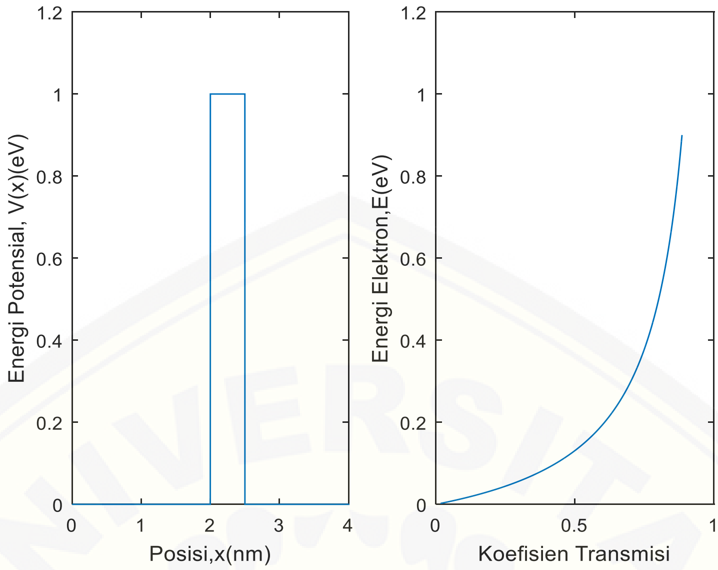
Pada tahap ini peneliti menyimpulkan pembahasan hasil penelitian untuk menjawab rumusan masalah penelitian.

3.4 Pembanding simulasi hasil penelitian

Pada tahap ini hasil pengembangan teori menggunakan pembanding yaitu hasil penelitian dari koefisien transmisi pada efek terobosan potensial penghalang segi empat menggunakan persamaan schrodinger satu dimensi dengan tinggi potensial $V_0 = 1\ eV$ dan lebar $L = 0.5\ nm$ (Levi, 2003: 146). Berikut hasil dari penelitian

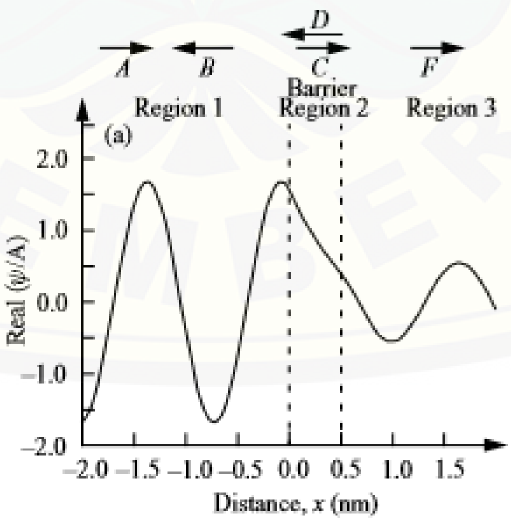
Tabel 3.3 Hasil analisa hubungan energi elektron dengan koefisien transmisi pada penghalang tunggal satu dimensi (Levi,2003)

Energi elektron (eV)	Koefisien Transmisi
0.1	0.4319
0.25	0.6603
0.5	0.8014
0.85	0.8786
0.9	0.8853



Gambar 3.3 Model potensial penghalang tunggal satu Dimensi serta grafik hubungan antara energi elektron dengan koefisien transmisi

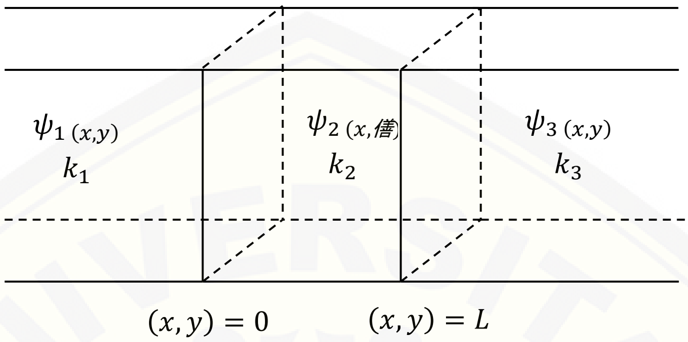
Representasi fungsi gelombang pada energi elektron $E = 0.9\ eV$ yang bergerak dari kiri ke kanan dan terjadi pada penghalang potensial segi empat dengan tinggi potensial $V_0 = 1\ eV$ dan lebar $L = 0.5\ nm$ diberikan oleh gambar 3.4 berikut ini:



Gambar 3.4 Representasi fungsi gelombang untuk energi elektron $E_0 = 0.9\ eV$ (Levi, 2003)

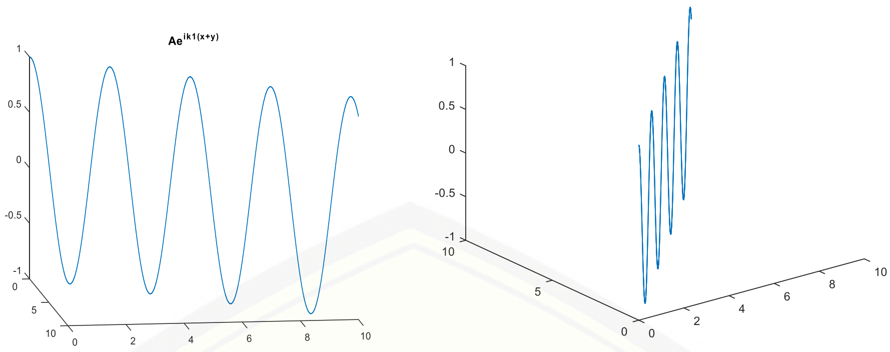
3.5 Representasi Fungsi Gelombang

Model Potensial Penghalang tunggal dua dimensi yang akan diterobos oleh elektron ditunjukkan oleh gambar (3.2) dibawah ini:

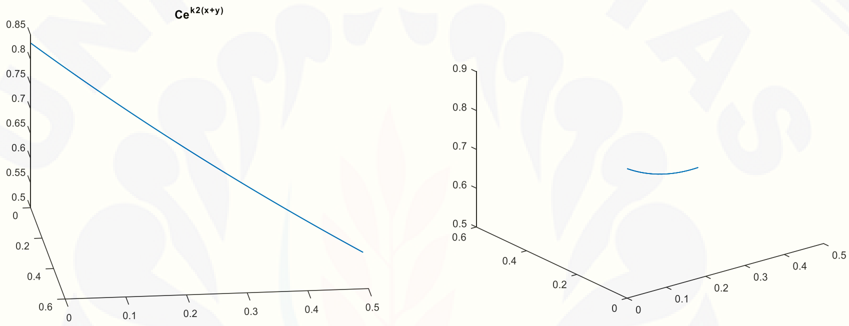


Gambar 3.2 model potensial penghalang tunggal dalam 2D

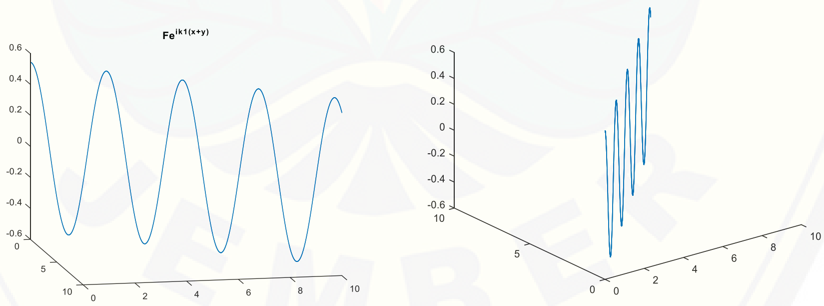
Berdasarkan gambar diatas dapat dilihat bahwa analisis gelombang menggunakan keadaan dua dimensi dengan membaginya menjadi tiga bagian penting. Bagian yang pertama yaitu pada saat $\psi_1(x, y \leq 0)$, bagian kedua yaitu berada didalam potensial penghalang pada saat $\psi_2(0 \leq x, y \leq L)$ dan bagian terakhir yaitu pada saat $\psi_3(x, y \geq 0)$. Fungsi gelombang yang merepresentasikan elektron memiliki perbedaan bentuk pada daerah $V = 0$ dan $V = V_j$. Pada daerah $V = 0$ yakni pada daerah sebelum dan sesudah menorobos penghalang potensial, fungsi gelombang berbentuk eksponensial kompleks dengan harga $k_{1x}\, dan\, k_{1y}$ adalah imajiner (i). Pada daerah $V = V_j$ yakni pada saat elektron berada pada daerah potensial, fungsi gelombang berbentuk eksponensial dengan harga $k_{2x}\, dan\, k_{2y}$ adalah real. Reperesentasi fungsi gelombang pada penghalang potensial 2 dimesi dengan asumsi bahwa konstanta normalisasi $A = 1$ diberikan oleh gambar 3.5, 3.6 dan 3.7 dibawah ini:



Gambar 3.5 Representasi fungsi gelombang pada daerah $V = 0$ sebelum menerobos penghalang potensial



Gambar 3.6 Representasi fungsi gelombang pada daerah $V = V_j$



Gambar 3.7 Reperesentasi fungsi gelombang pada daerah $V = 0$ sesudah menerobos penghalang potensial

Pada gambar 3.5 fungsi yang merepresentasikan fungsi gelombang pada daerah $V = 0$ sebelum menerobos potensial pengahalang 2D yaitu $Ae^{ik1(x+y)}$. Pada gambar 3.6 fungsi yang merepresentasikan fungsi gelombang pada daerah $V = V_j$ yaitu pada saat elektron berada pada daerah potensial penghalang adalah $Ce^{k2(x+y)}$, sedangkan pada gambar 3.7 fungsi yang merepresentasikan fungsi gelombang pada daerah $V = 0$ sesudah menerobos potensial pengahalang 2D yaitu $Fe^{ik1(x+y)}$.

Pada saat elektron sebelum memasuki daerah potensial penghalang diasumsikan bahwa konstanta normalisasi yaitu 1, ketika elektron berada pada daerah potensial penghalang, elektron mengalami penurunan konstanta normalisasi sehingga elektron memiliki amplitudo maksimum sebesar 0.5430. Pada saat elektron telah keluar atau sudah melewati potensial penghalang, elektron memiliki amplitude maksimum sebesar 0.4527.

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang sudah dilakukan, dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

a. Koefisien transmisi pada penghalang tunggal dengan persamaan schrodinger dua dimensi didapatkan bahwa semakin besar energi yang dimiliki oleh elektron maka nilai koefisien transmisi juga semakin besar. Dalam penelitian ini koefisien transmisi terbesar yang dimiliki oleh elektron untuk menerobos penghalang potensial tunggal 2 dimensi dalam rentang energi elektron $0 \leq E \leq 1\ eV$ adalah 0.6484 atau 64.84% pada energi 0.9 eV.

b. Nilai koefisien refleksi merupakan kebalikan dari koefisien transmisi, apabila keoefisien keduanya dijumlahkan maka akan bernilai 1. Energi elektron yang semakin besar menjadikan nilai koefisien refleksi semakin kecil. Pada energi elektron minimum yaitu 0.01 eV, elektron memiliki koefisien refleksi terbesar yaitu 0.9879 atau 98,79%.

5.2 Saran

Dalam penelitian ini, potensial penghalang yang digunakan yaitu tunggal namun dalam keadaan dua dimensi dengan lebar dan tinggi potensial penghalang dibuat sama. Saran yang dapat diberikan dalam penelitian selanjutnya yaitu dengan menambah jumlah potensial penghalang dalam keadaan dua dimensi.

DAFTAR PUSTAKA

Beiser, Arthur. 2003. *Concepts of Modern Physics.* Sixht Edition. New York: McGraw-Hill.

Gasiorowics, S. 1996. *Quantum Physics Second Edition.* United State of America: John Wiley & Sons, Inc.

Goswami, Rupam dan Basab. 2012. *Behavior of Transmission Probability in a Single Rectangular Potential Barrier at Constant Barrier Hight-Barrier Width Product*. The International Journal of Engineering. 1 (1). 85-94.

Hiroshi, Muh. 2008. Pengaruh Komposisi Indium pada Sumur Potensial InxGa1-xAs/InP terhadap perubahan Energi Transisi Pita Valensi dan Pita Konduksi. Skripsi. Makassar : UNHAS.

Huda, M. K., S. H. B. Prastowo, dan Z. R. Ridlo. 2018. Analisis efek terobosan empat perintang pada graphene. *Proceeding.* SNPF FKIP UNEJ.

Kadri, M dan Ridwan, A. S. 2017. *Fisika Kuantum.* Jakarta: Bumi Aksara.

Krane, K.S. 1992. *Fisika Modern.* Terjemahan oleh Wospakrik H.J dan Nikosalihin S. Jakarta: UI-Press.

Levi, A. 2003. *Applied Quantum Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Li, K. 2011. Band Gap Prediction of Alloyed Semiconductors. *Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials* 4 (3) 217-219.

Liboff, L. R. 2003. *Introductory Quantum Mechanics Fourth Edition.* United State of America: Addison-Wesley.

Purwanto, Agus. 2016. *Fisika Kuantum Edisi 2 Revisi*. Yogyakarta: Gava Media.

Prastowo, S. H. B., Supriadi,B., Ridlo, Z. R., Prihandono, T. 2018. Tunneling Effect on Double Potential Barriers GaAs and PbS. *Journal of Physics*: Conf. Series 1008 (2018) 012012.

Siregar, R. E. 2018. *Fisika Kuantum*. Jatinagor: Universitas Padjajaran Press.

Sugiyono, Vani. 2016: *Mekanika Kuantum*. Yogyakarta: CAPS (Center for Academic Publishing Service).

Supriadi, B., Ridlo, Z. R., Yushardi, Nugroho, C. I. W., Arsanti, J., Septiana, S. 2019. Tunneling effect on triple potential barriers GaN, SiC, and GaAs. *Journal of Physics Coneferens Series*. 1211(34): 1-8.

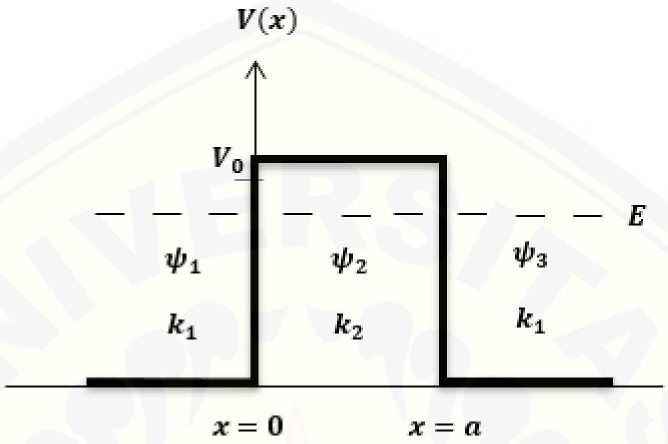
Zettili, Nourdine. 2009. *Quantum mechanics concepts and applications: Second Edition*. Jacksonville, USA: John Wiley and Sons, Ltd.

Lampiran 1.

MATRIKS PENELITIAN

JUDUL	TUJUAN PENELITIAN	VARIABEL	DATA DAN TEKNIK PENGAMBILAN DATA	METODE PENELITIAN
Koefisien Transmisi dan Refleksi pada Efek Terobosan Penghalang Potensial dengan Menggunakan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi	1. Untuk mengetahui nilai koefisien transmisi yang dimiliki oleh electron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang dengan persamaan schrodinger dua dimensi 2. Untuk mengetahui nilai koefisien refleksi yang dimiliki oleh electron ketika mengalami efek terobosan pada potensial penghalang dengan persamaan schrodinger dua dimensi	1. Variabel kontrol: Tinggi potensial penghalang, lebar potensial penghalang, persamaan schrodinger dua dimensi. 2. Variabel bebas: Energy partikel 3. Variabel terikat: Koefisien transmisi, Koefisien refleksi Fungsi gelombang	Tahap ini dilakukan perhitungan secara numerik. Perhitungan secara numerik dilakukan dengan menggunakan bantuan Program Komputer	1. Tempat dan waktu penelitian: Penelitian ini dilaksanakan di Laboratorium Fisika Lanjut, Program Study Pendidikan Fisika Universitas Jember pada semester gasal tahun ajaran 2019/2020 2. Jenis penelitian ini adalah penelitian non eksperimen

Lampiran 2. Koefisien Transmisi dan Refleksi pada Potensial Tunggal Menggunakan Persamaan Schrodinger 1 Dimensi pada kasus $(E < V)$



Keterangan:

1. Lebar penghalang dinyatakan dengan $x_2 - x_1 = a$
2. Tinggi potensial di sumbu x adalah V
3. Energi elektron yang bergerak pada sumbu x adalah E

Diketahui fungsi gelombang partikel bebas 1 dimensi pada penghalang potensial yaitu

$$\psi_1(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \qquad \text{dengan } k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$\psi_2(x) = Ce^{k_2x} + De^{-k_2x} \qquad \text{dengan } k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar}$$

$$\psi_3(x) = Fe^{ik_1x} \qquad \text{dengan } k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

KOEFISIEN TRANSMISI

A. Syarat kontinuitas pada batas awal $x = x_1$

$$\psi_1(x_1) = \psi_2(x_1)$$

$$Ae^{ik_1x_1} + Be^{-ik_1x_1} = Ce^{k_2x_1} + De^{-k_2x_1} \tag{1}$$

$$\psi_1'(x_1) = \psi_2'(x_1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(Ae^{ik_1x_1}+Be^{-ik_2x_1})=\frac{\partial}{\partial x}(Ce^{k_2x_1}+De^{-k_2x_1})$$
$$ik_1(Ae^{ik_1x_1}-Be^{ik_1x_1})=k_2(Ce^{k_2x_1}-De^{-k_2x_1}) \qquad (2)$$

B. Menentukan besarnya A dengan cara eliminasi dari persamaan (1) dan (2)

$$A=\frac{(ik_1+k_2)Ce^{k_2x_1}+(ik_1-k_2)De^{-k_2x_1}}{2ik_1e^{ik_1x_1}} \qquad (3)$$

C. Syarat kontinuitas pada batas $x=x_2$

$$\psi_2(x_2)=\psi_3(x_2)$$
$$Ce^{k_2x_2}+De^{-k_2x_2}=Fe^{ik_2x_2} \qquad (4)$$

$$\psi_2'(x)=\psi_3'(x)$$
$$\frac{\partial}{\partial x}(Ce^{k_2x_2}+De^{-k_2x_2})=\frac{\partial}{\partial x}(Fe^{ik_2x_2})$$
$$k_2(Ce^{k_2x_2}-De^{-k_2x_2})=ik_1(Fe^{ik_2x_2}) \qquad (5)$$

D. Menentukan besarnya C dan D dengan cara eliminasi dari persamaan (4) dan (5)

$$C=\frac{(k_2+ik_1)Fe^{ik_1x_2}}{2k_2e^{k_2x_2}} \qquad (6)$$

$$D=\frac{(k_2-ik_1)Fe^{ik_1(x_2+y_2)}}{2k_2e^{-k_2(x_2+y_2)}} \qquad (7)$$

E. Menentukan hubungan A dan F dengan cara mensubstitusi persamaan (6) dan (7) ke persamaan (3)

$$A=\frac{(ik_1+k_2)Ce^{k_2x_1}+(ik_1-k_2)De^{-k_2x_1}}{2ik_1e^{ik_1x_1}}$$
$$=\frac{(ik_1+k_2)\dfrac{(k_2+ik_1)Fe^{ik_1x_2}}{2k_2e^{k_2x_2}}e^{k_2x_1}+(ik_1-k_2)\dfrac{(k_2-ik_1)Fe^{ik_1x_2}}{2k_2e^{-k_2x_2}}e^{-k_2x_1}}{2ik_1e^{ik_1x_1}}$$
$$=\frac{Fe^{ik_1x_2}(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{k_2(x_1-x_2)}+Fe^{ik_1x_2}(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{k_2(x_2-x_1)}}{4ik_1k_2e^{ik_1x_1}}$$

$$\frac{A}{F}=\frac{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{-k_2a}+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{k_2a}}{4ik_1k_2e^{-ik_1a}} \tag{8}$$

F. Menentukan koefisien transmisi penghalang tunggal satu dimensi

Persamaan (8) dapat dituliskan kembali dengan

$$\frac{A}{F}=\frac{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{-k_2a}+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{k_2a}}{4ik_1k_2e^{-ik_1a}}$$

$$\frac{A}{F}=\frac{1}{t}=\frac{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{-2k_2a}+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{2k_2a}}{4ik_1k_2e^{-2ik_1a}} \tag{9}$$

Dengan menggunakan persamaan (9 koefisien transmisi dapat dituliskan

$$\frac{1}{t}=\frac{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{-k_2a}+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{k_2a}}{4ik_1k_2e^{-ik_1a}}$$

$$=\frac{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)(\cosh(k_2a)-\sinh(k_2a))+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)(\cosh(k_2a)+\sinh(k_2a))}{4ik_1k_2e^{-ik_1a}}$$

$$=\frac{(i^2k_1^2+2ik_1k_2+k_2^2)(\cosh(k_2a)-\sinh(k_2a))+(2ik_1k_2-i^2k_1^2-k_2^2)(\cosh(k_2a)+\sinh(k_2a))}{4ik_1k_2e^{-ik_1a}}$$

Misal:

$i^2k_1^2=P$ $\quad k_2^2=Q$ $\quad 2ik_1k_2=R$ $\quad \cosh(k_2a)=S$ $\quad \sinh(k_2a)=U$

Maka

$$\frac{1}{t}=\frac{(P+R+Q)(S-U)+(R-P-Q)(S+U)}{4ik_1k_2e^{-ik_1a}}$$

$$=\frac{(PS-PU+RS-RU+QS-QU)+(RS+RU-PS-PU-QS-QU)}{4ik_1k_2e^{-ik_1a}}$$

$$=\frac{(RS-PU-QU)}{2ik_1k_2e^{-ik_1a}}$$

$$=\frac{2ik_1k_2\cosh(k_2a)-i^2k_1^2\sinh(k_2a)-k_2^2\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2e^{-ik_1a}}$$

$$=\left(\frac{1}{e^{-ik_1a}}\right)\left(\frac{2ik_1k_2\cosh(k_2a)}{2ik_1k_2}+\frac{k_1^2\sinh(k_2a)-k_2^2\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{e^{-ik_1a}}\right)\left(\cosh(k_2a)+\frac{(k_1^2-k_2^2)\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2}\right) \tag{10}$$

Persamaan (10) dapat ditulis kembali dengan

$$\frac{1}{t}=\left(\frac{1}{e^{-ik_1a}}\right)\left(\cosh(k_2a)+\frac{(k_1^2-k_2^2)\sinh(k_2a)}{ik_1k_2}\right)$$

$$t=e^{-ik_1a}\left[\left(\cosh(k_2a)+\frac{(k_1^2-k_2^2)\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2}\right)\right]^{-1} \tag{11}$$

Dari persamaan (11), besar $t*$ dapat ditentukan

$$t*=e^{-ik_1a}\left[\left(\cosh(k_2a)-\frac{(k_1^2-k_2^2)\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2}\right)\right]^{-1} \tag{12}$$

Berdasarkan persamaan (11) dan (12) dan sifat eksponensial $e^{2ia}.e^{-2ia}=1$ dan $\cosh^2 a = 1+\sinh^2 a$, koefisien transmisi yang dimiliki oleh penghalang tunggal dapat dituliskan dengan

$$T=\left|\frac{F}{A}\right|^2=|t*.t|$$

$$=(e^{-ik_1a}.e^{ik_1a})\left[\left(\cosh(k_2a)-\frac{(k_1^2-k_2^2)\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2}\right)\left(\cosh(k_2a)+\frac{(k_1^2-k_2^2)\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2}\right)\right]^{-1}$$

$$=\left[\left(\cosh^2(k_2a)+\frac{(k_1^2+k_2^2)^2\sinh^2(k_2a)}{4k_1^2k_2^2}\right)\right]^{-1}$$

$$=\left[\left(1+\sinh^2(k_2a)+\frac{(k_1^2-k_2^2)^2\sinh^2(k_2a)}{4k_1^2k_2^2}\right)\right]^{-1}$$

$$=\left[\left(1+\frac{4k_1^2k_2^2\sinh^2(k_2a)+(k_1^4+k_2^4-k_1^2k_2^2)\sinh^2(k_2a)}{4k_1^2k_2^2}\right)\right]^{-1}$$

$$=\left[\left(1+\frac{(k_1^2+k_2^2)^2\sinh^2(k_2a)}{4k_1^2k_2^2}\right)\right]^{-1} \tag{13}$$

KOEFISIEN REFLEKSI

A. Menentukan besarnya B dengan cara eliminasi dari persamaan (1) dan (2)

$$B=\frac{(ik_1-k_2)Ce^{k_2x_1}+(ik_1+k_2)De^{-k_2x_1}}{2ik_1e^{-ik_1x_1}} \tag{14}$$

B. Menentukan hubungan A dengan B dengan cara mensubstitusi persamaan (6) dan (7) ke persamaan (3) dan (14)

$$\frac{B}{A}=\frac{\dfrac{(ik_1-k_2)Ce^{k_2x_1}+(ik_1+k_2)De^{-k_2x_1}}{2ik_1e^{-ik_1x_1}}}{\dfrac{(ik_1+k_2)Ce^{k_2x_1}+(ik_1-k_2)De^{-k_2x_1}}{2ik_1e^{ik_1x_1}}}$$

$$=\frac{\dfrac{(ik_1-k_2)\dfrac{(k_2+ik_1)Fe^{ik_1x_2}}{2k_2e^{k_2x_2}}e^{k_2x_1}+(ik_1+k_2)\dfrac{(k_2-ik_1)Fe^{ik_1x_2}}{2k_2e^{-k_2x_2}}e^{-k_2x_1}}{2ik_1e^{-ik_1x_1}}}{\dfrac{(ik_1+k_2)\dfrac{(k_2+ik_1)Fe^{ik_1x_2}}{2k_2e^{k_2x_2}}e^{k_2x_1}+(ik_1-k_2)\dfrac{(k_2-ik_1)Fe^{ik_1x_2}}{2k_2e^{-k_2x_2}}e^{-k_2x_1}}{2ik_1e^{ik_1x_1}}}$$

$$=\left(\frac{(ik_1-k_2)(k_2+ik_1)e^{k_2(x_1-x_2)}+(ik_1+k_2)(k_2-ik_1)e^{k_2(x_2-x_1)}}{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{k_2(x_1-x_2)}+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{k_2(x_2-x_1)}}\right)(e^{2ik_1x_1})$$

$$=\left(\frac{(i^2k_1^2-k_2^2)e^{-k_2a}+(k_2^2-i^2k_1^2)e^{k_2a}}{(i^2k_1^2+k_2^2+2ik_1k_2)e^{-k_2a}+(2ik_1k_2-i^2k_1^2-k_2^2)e^{k_2a}}\right)(e^{2ik_1x_1})$$

$$=\left(\frac{(i^2k_1^2-k_2^2)(\cosh(k_2a)-\sinh(k_2a))+(k_2^2-i^2k_1^2)(\cosh(k_2a)+\sinh(k_2a))}{(i^2k_1^2+k_2^2+2ik_1k_2)(\cosh(k_2a)-\sinh(k_2a))+(2ik_1k_2-i^2k_1^2-k_2^2)(\cosh(k_2a)+\sinh(k_2a))}\right)(e^{2ik_1x_1})$$

Misal:

$i^2k_1^2=P$ $k_2^2=Q$ $2ik_1k_2=R$ $\cosh(k_2a)=S$ $\sinh(k_2a)=U$

Maka:

$$\frac{B}{A}=\left(\frac{(P-Q)(S-U)+(Q-P)(S+U)}{(P+Q+R)(S-U)+(R-P-Q)(S+U)}\right)(e^{2ik_1x_1})$$

$$=\left(\frac{QU-PU}{RS-U(P+Q)}\right)(e^{2ik_1x_1})$$

$$=\left(\frac{k_2^2\sinh(k_2a)-i^2k_1^2\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2\cosh(k_2a)-\sinh(k_2a)(i^2k_1^2+k_2^2)}\right)(e^{2ik_1x_1}) \qquad (15)$$

Persamaan (15) dapat ditulis kembali dengan

$$\frac{B}{A}=\left(\frac{k_2^2\sinh(k_2a)-i^2k_1^2\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2\cosh(k_2a)-\sinh(k_2a)(i^2k_1^2+k_2^2)}\right)(e^{2ik_1x_1})$$

$$r=\left(\frac{k_2^2\sinh(k_2a)-i^2k_1^2\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2\cosh(k_2a)-\sinh(k_2a)(i^2k_1^2+k_2^2)}\right)(e^{2ik_1x_1})$$

$$=\left(\frac{(k_2^2+k_1^2)\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2\cosh(k_2a)-\sinh(k_2a)(k_2^2-k_1^2)}\right)(e^{2ik_1x_1}) \qquad (16)$$

Dari persamaan (16), besar $r*$ dapat ditentukan

$$r=\left(\frac{(k_2^2+k_1^2)\sinh(2k_2a)}{-2ik_1k_2\cosh(2k_2a)-\sinh(2k_2a)(k_2^2-k_1^2)}\right)(e^{-2ik_1(x_1+y_1)}) \qquad (17)$$

Berdasarkan persamaan (16) dan (17) dan sifat eksponensial $e^{2ia}.e^{-2ia}=1$, koefisien refleksi yang dimiliki oleh penghalang tunggal dapat dituliskan dengan:

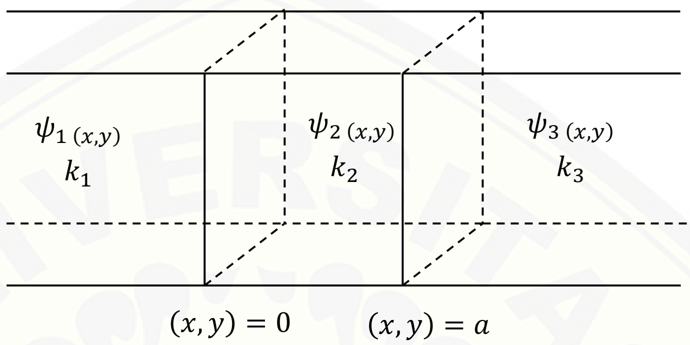
$$R=\left|\frac{B}{A}\right|^2=|r*.r|$$

$$=\left(\frac{(k_2^2+k_1^2)\sinh(k_2a)}{-2ik_1k_2\cosh(k_2a)-\sinh(k_2a)(k_2^2-k_1^2)}\right)\left(\frac{(k_2^2+k_1^2)\sinh(k_2a)}{2ik_1k_2\cosh(k_2a)-\sinh(k_2a)(k_2^2-k_1^2)}\right)(e^{-2ik_1x_1})(e^{2ik_1x_1})$$

$$=\left(\frac{(k_2^2+k_1^2)^2\sinh^2(k_2a)}{4k_1^2k_2^2\cosh^2(k_2a)-\sinh^2(k_2a)(k_2^2-k_1^2)^2}\right)$$

$$=\frac{(k_2^2+k_1^2)^2}{4k_1^2k_2^2}\sinh^2(k_2a)\left(\cosh^2(k_2a)-\sinh^2(k_2a)\frac{(k_2^2-k_1^2)^2}{4k_1^2k_2^2}\right)^{-1} \qquad (18)$$

Lampiran 3. Koefisien Transmisi dan Refleksi pada Potensial Penghalang Tunggal dengan Menggunakan Persamaan Schrodinger 2 Dimensi pada kasus $(E < V)$



Keterangan:

1. Lebar penghalang di sumbu x dan y adalah sama $(x_2 - x_1) = (y_2 - y_1) = a$
2. Tinggi potensial di sumbu x dan y adalah sama $(V_x = V_y)$
3. Energi elektron yang bergerak di sumbu x dan y adalah sama $(E_x = E_y)$
4. Karena $(V_x = V_y)$ dan $(E_x = E_y)$ maka $(k_x = k_y = k)$
5. Energi elektron total dinyatakan dengan $E = E_x + E_y$

Diketahui fungsi gelombang partikel bebas 2 dimensi pada penghalang potensial yaitu:

$$\psi_1(x, y) = Ae^{ik_1(x+y)} + Be^{-ik_1(x+y)} \qquad \text{dengan } k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

$$\psi_2(x, y) = Ce^{k_2(x+y)} + De^{-k_2(x+y)} \qquad \text{dengan } k_2 = \frac{\sqrt{2m(V - E)}}{\hbar}$$

$$\psi_3(x, y) = Fe^{ik_1(x+y)} \qquad \text{dengan } k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

KOEFISIEN TRANSMISI

A. Syarat kontinuitas pada batas awal $x = x_1$ dan $y = y_1$

$$\psi_1(x_1,y_1)=\psi_2(x_1,y_1)$$

$$Ae^{ik_1(x_1+y_1)}+Be^{-ik_1(x_1+y_1)}=Ce^{k_2(x_1+y_1)}+De^{-k_2(x_1+y_1)} \quad (1)$$

$$\psi_1'(x_1,y_1)=\psi_2'(x_1,y_1)$$

$$(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y})(Ae^{ik_1(x_1+y_1)}+Be^{-ik_1(x_1+y_1)})=(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y})(Ce^{k_2(x_1+y_1)}+De^{-k_2(x_1+y_1)})$$

$$ik_1(Ae^{ik_1(x_1+y_1)}-Be^{-ik_1(x_1+y_1)})=k_2(Ce^{k_2(x_1+y_1)}-De^{-k_2(x_1+y_1)}) \quad (2)$$

B. Menentukan besarnya A dengan cara eliminasi dari persamaan (1) dan (2)

$$A=\frac{(ik_1+k_2)Ce^{k_2(x_1+y_1)}+(ik_1-k_2)De^{-k_2(x_1+y_1)}}{2ik_1e^{ik_1(x_1+y_1)}} \quad (3)$$

C. Syarat kontinuitas pada batas $x = x_2\ dan\ y = y_2$

$$\psi_2(x_2,y_2)=\psi_3(x_2,y_2)$$

$$Ce^{k_2(x_2+y_2)}+De^{-k_2(x_2+y_2)}=Fe^{ik_1(x_2+y_2)} \quad (4)$$

$$\psi_2'(x_2,y_2)=\psi_3'(x_2,y_2)$$

$$(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y})(Ce^{k_2(x_2+y_2)}+De^{-k_2(x_2+y_2)})=(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y})(Fe^{ik_1(x_2+y_2)})$$

$$k_2(Ce^{k_2(x_2+y_2)}-De^{-k_2(x_2+y_2)})=ik_1Fe^{ik_1(x_2+y_2)} \quad (5)$$

D. Menentukan besarnya C dan D dengan cara eliminasi dari persamaan (4) dan (5)

$$C=\frac{(k_2+ik_1)Fe^{ik_1(x_2+y_2)}}{2k_2e^{k_2(x_2+y_2)}} \quad (6)$$

$$D=\frac{(k_2-ik_1)Fe^{ik_1(x_2+y_2)}}{2k_2e^{-k_2(x_2+y_2)}} \quad (7)$$

E. Menentukan hubungan A dan F dengan cara mensubstitusi persamaan (6) dan (7) ke persamaan (3)

$$A=\frac{(ik_1+k_2)Ce^{k_2(x_1+y_1)}+(ik_1-k_2)De^{-k_2(x_1+y_1)}}{2ik_1e^{ik_1(x_1+y_1)}}$$

$$=\frac{(ik_1+k_2)\dfrac{(k_2+ik_1)Fe^{ik_1(x_2+y_2)}}{2k_2e^{k_2(x_2+y_2)}}e^{k_2(x_1+y_1)}+(ik_1-k_2)\dfrac{(k_2-ik_1)Fe^{ik_1(x_2+y_2)}}{2k_2e^{-k_2(x_2+y_2)}}e^{-k_2(x_1+y_1)}}{2ik_1e^{ik_1(x_1+y_1)}}$$

$$=\frac{Fe^{ik_1(x_2+y_2)}(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{k_2(x_1-x_2)+k_2(y_1-y_2)}+Fe^{ik_1(x_2+y_2)}(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{k_2(x_2-x_1)+k_2(y_2-y_1)}}{4ik_1k_2e^{ik_1(x_1+y_1)}}$$

$$\frac{A}{F}=\frac{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{-2k_2a}+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{2k_2a}}{4ik_1k_2e^{-2ik_1a}} \qquad (8)$$

F. Menentukan koefisien transmisi penghalang tunggal dua dimensi

Persamaan (8) dapat dituliskan kembali dengan

$$\frac{A}{F}=\frac{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{-2k_2a}+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{2k_2a}}{4ik_1k_2e^{-2ik_1a}}$$

$$\frac{A}{F}=\frac{1}{t}=\frac{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{-2k_2a}+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{2k_2a}}{4ik_1k_2e^{-2ik_1a}} \qquad (9)$$

Dengan menggunakan persamaan (9), koefisien transmisi dapat dituliskan

$$\frac{1}{t}=\frac{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)e^{-2k_2a}+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)e^{2k_2a}}{4ik_1k_2e^{-2ik_1a}}$$

$$=\frac{(ik_1+k_2)(k_2+ik_1)(\cosh(2k_2a)-\sinh(2k_2a))+(ik_1-k_2)(k_2-ik_1)(\cosh(2k_2a)+\sinh(2k_2a))}{4ik_1k_2e^{-2ik_1a}}$$

$$=\frac{(i^2k_1^2+2ik_1k_2+k_2^2)(\cosh(2k_2a)-\sinh(2k_2a))+(2ik_1k_2-i^2k_1^2-k_2^2)(\cosh(2k_2a)+\sinh(2k_2a))}{4ik_1k_2e^{-2ik_1a}}$$

Misal:

$i^2k_1^2=P \qquad k_2^2=Q \qquad 2ik_1k_2=R \qquad \cosh(2k_2a)=S$

$\sinh(2k_2a)=U$

Maka:

$$\frac{1}{t}=\frac{(P+R+Q)(S-U)+(R-P-Q)(S+U)}{4ik_1k_2e^{-2ik_1a}}$$

$$=\frac{(PS-PU+RS-RU+QS-QU)+(RS+RU-PS-PU-QS-QU)}{4ik_1k_2e^{-2ik_1a}}$$

$$=\frac{(RS-PU-QU)}{2ik_1k_2e^{-2ik_1a}}$$

$$=\frac{2ik_1k_2\cosh(2k_2a)-i^2k_1^2\sinh(2k_2a)-k_2^2\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2e^{-2ik_1a}}$$

$$=\left(\frac{1}{e^{-2ik_1a}}\right)\left(\frac{2ik_1k_2\cosh(2k_2a)}{2ik_1k_2}+\frac{k_1^2\sinh(2k_2a)-k_2^2\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{e^{-2ik_1a}}\right)\left(\cosh(2k_2a)+\frac{(k_1^2-k_2^2)\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2}\right) \qquad (10)$$

Persamaan (10) dapat ditulis kembali dengan

$$\frac{1}{t}=\left(\frac{1}{e^{-2ik_1a}}\right)\left(\cosh(2k_2a)+\frac{(k_1^2-k_2^2)\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2}\right)$$

$$t=e^{-2ik_1a}\left[\left(\cosh(2k_2a)+\frac{(k_1^2-k_2^2)\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2}\right)\right]^{-1} \qquad (11)$$

Dari persamaan (11), besar t^* dapat ditentukan

$$t^*=e^{2ik_1a}\left[\left(\cosh(2k_2a)-\frac{(k_1^2-k_2^2)\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2}\right)\right]^{-1} \qquad (12)$$

Berdasarkan persamaan (11) dan (12) dan sifat eksponensial $e^{2ia}.e^{-2ia}=1$ dan $\cosh^2 a=1+\sinh^2 a$, koefisien transmisi yang dimiliki oleh penghalang tunggal dapat dituliskan dengan

$$T = \left|\frac{F}{A}\right|^2 = |t^*.t|$$

$$= (e^{-2ik_1a}.e^{2ik_1a})\left[\left(\cosh(2k_2a) - \frac{(k_1^2 - k_2^2)\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2}\right)\left(\cosh(2k_2a) + \frac{(k_1^2 - k_2^2)\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2}\right)\right]^{-1}$$

$$= \left[\left(\cosh^2(2k_2a) + \frac{(k_1^2 + k_2^2)^2\sinh^2(2k_2a)}{4k_1^2k_2^2}\right)\right]^{-1}$$

$$= \left[\left(1 + \sinh^2(2k_2a) + \frac{(k_1^2 - k_2^2)^2\sinh^2(2k_2a)}{4k_1^2k_2^2}\right)\right]^{-1}$$

$$= \left[\left(1 + \frac{4k_1^2k_2^2\sinh^2(2k_2a) + (k_1^4 + k_2^4 - 2k_1^2k_2^2)\sinh^2(2k_2a)}{4k_1^2k_2^2}\right)\right]^{-1}$$

$$= \left[\left(1 + \frac{(k_1^2 + k_2^2)^2\sinh^2(2k_2a)}{4k_1^2k_2^2}\right)\right]^{-1} \qquad (13)$$

KOEFISIEN REFLEKSI

C. Menentukan besarnya B dengan cara eliminasi dari persamaan (1) dan (2)

$$B = \frac{(ik_1 - k_2)Ce^{k_2(x_1+y_1)} + (ik_1 + k_2)De^{-k_2(x_1+y_1)}}{2ik_1e^{-ik_1(x_1+y_1)}} \qquad (14)$$

D. Menentukan hubungan A dengan B dengan cara mensubstitusi persamaan (6) dan (7) ke persamaan (3) dan (14)

$$\frac{B}{A} = \frac{\dfrac{(ik_1 - k_2)Ce^{k_2(x_1+y_1)} + (ik_1 + k_2)De^{-k_2(x_1+y_1)}}{2ik_1e^{-ik_1(x_1+y_1)}}}{\dfrac{(ik_1 + k_2)Ce^{k_2(x_1+y_1)} + (ik_1 - k_2)De^{-k_2(x_1+y_1)}}{2ik_1e^{ik_1(x_1+y_1)}}}$$

$$= \frac{\dfrac{(ik_1 - k_2)\dfrac{(k_2 + ik_1)Fe^{ik_1(x_2+y_2)}}{2k_2 e^{k_2(x_2+y_2)}} e^{k_2(x_1+y_1)} + (ik_1 + k_2)\dfrac{(k_2 - ik_1)Fe^{ik_1(x_2+y_2)}}{2k_2 e^{-k_2(x_2+y_2)}} e^{-k_2(x_1+y_1)}}{2ik_1 e^{-ik_1(x_1+y_1)}}}{\dfrac{(ik_1 + k_2)\dfrac{(k_2 + ik_1)Fe^{ik_1(x_2+y_2)}}{2k_2 e^{k_2(x_2+y_2)}} e^{k_2(x_1+y_1)} + (ik_1 - k_2)\dfrac{(k_2 - ik_1)Fe^{ik_1(x_2+y_2)}}{2k_2 e^{-k_2(x_2+y_2)}} e^{-k_2(x_1+y_1)}}{2ik_1 e^{ik_1(x_1+y_1)}}}$$

$$= \left(\frac{(ik_1 - k_2)(k_2 + ik_1)e^{k_2(x_1-x_2)+k_2(y_1-y_2)} + (ik_1 + k_2)(k_2 - ik_1)e^{k_2(x_2-x_1)+k_2(y_2-y_1)}}{(ik_1 + k_2)(k_2 + ik_1)e^{k_2(x_1-x_2)+k_2(y_1-y_2)} + (ik_1 - k_2)(k_2 - ik_1)e^{k_2(x_2-x_1)+k_2(y_2-y_1)}} \right)(e^{2ik_1(x_1+y_1)})$$

$$= \left(\frac{(i^2k_1^2 - k_2^2)e^{-2k_2a} + (k_2^2 - i^2k_1^2)e^{2k_2a}}{(i^2k_1^2 + k_2^2 + 2ik_1k_2)e^{-2k_2a} + (2ik_1k_2 - i^2k_1^2 - k_2^2)e^{2k_2a}} \right)(e^{2ik_1(x_1+y_1)})$$

$$= \left(\frac{(i^2k_1^2 - k_2^2)(\cosh(2k_2a) - \sinh(2k_2a)) + (k_2^2 - i^2k_1^2)(\cosh(2k_2a) + \sinh(2k_2a))}{(i^2k_1^2 + k_2^2 + 2ik_1k_2)(\cosh(2k_2a) - \sinh(2k_2a)) + (2ik_1k_2 - i^2k_1^2 - k_2^2)(\cosh(2k_2a) + \sinh(2k_2a))} \right)(e^{2ik_1(x_1+y_1)})$$

Misal:

$i^2k_1^2 = P \qquad k_2^2 = Q \qquad 2ik_1k_2 = R \qquad \cosh(2k_2a) = S$

$\sinh(2k_2a) = U$

Maka:

$$\frac{B}{A} = \left(\frac{(P-Q)(S-U) + (Q-P)(S+U)}{(P+Q+R)(S-U) + (R-P-Q)(S+U)} \right)(e^{2ik_1(x_1+y_1)})$$

$$= \left(\frac{QU - PU}{RS - U(P+Q)} \right)(e^{2ik_1(x_1+y_1)})$$

$$= \left(\frac{k_2^2 \sinh(2k_2a) - i^2k_1^2 \sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2 \cosh(2k_2a) - \sinh(2k_2a)(i^2k_1^2 + k_2^2)} \right)(e^{2ik_1(x_1+y_1)}) \tag{15}$$

Persamaan (15) dapat ditulis kembali dengan

$$\frac{B}{A} = \left(\frac{k_2^2 \sinh(2k_2a) - i^2k_1^2 \sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2 \cosh(2k_2a) - \sinh(2k_2a)(i^2k_1^2 + k_2^2)} \right)(e^{2ik_1(x_1+y_1)})$$

$$r=\left(\frac{k_2^2\sinh(2k_2a)-i^2k_1^2\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2\cosh(2k_2a)-\sinh(2k_2a)(i^2k_1^2+k_2^2)}\right)(e^{2ik_1(x_1+y_1)})$$

$$r=\left(\frac{(k_2^2+k_1^2)\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2\cosh(2k_2a)-\sinh(2k_2a)(k_2^2-k_1^2)}\right)(e^{2ik_1(x_1+y_1)}) \tag{16}$$

Dari persamaan (16), besar $r*$ dapat ditentukan

$$r=\left(\frac{(k_2^2+k_1^2)\sinh(2k_2a)}{-2ik_1k_2\cosh(2k_2a)-\sinh(2k_2a)(k_2^2-k_1^2)}\right)(e^{-2ik_1(x_1+y_1)}) \tag{17}$$

Berdasarkan persamaan (16) dan (17) dan sifat eksponensial $e^{2ia}.e^{-2ia}=1$, koefisien refleksi yang dimiliki oleh penghalang tunggal dapat dituliskan dengan:

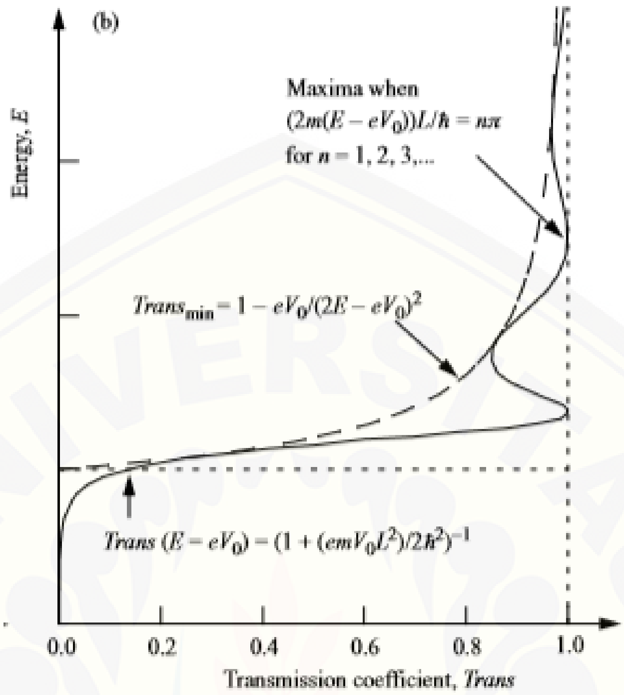
$$R=\left|\frac{B}{A}\right|^2=|r*.r|$$

$$=\left(\frac{(k_2^2+k_1^2)\sinh(2k_2a)}{-2ik_1k_2\cosh(2k_2a)-\sinh(2k_2a)(k_2^2-k_1^2)}\right)\left(\frac{(k_2^2+k_1^2)\sinh(2k_2a)}{2ik_1k_2\cosh(2k_2a)-\sinh(2k_2a)(k_2^2-k_1^2)}\right)(e^{-2ik_1(x_1+y_1)})(e^{2ik_1(x_1+y_1)})$$

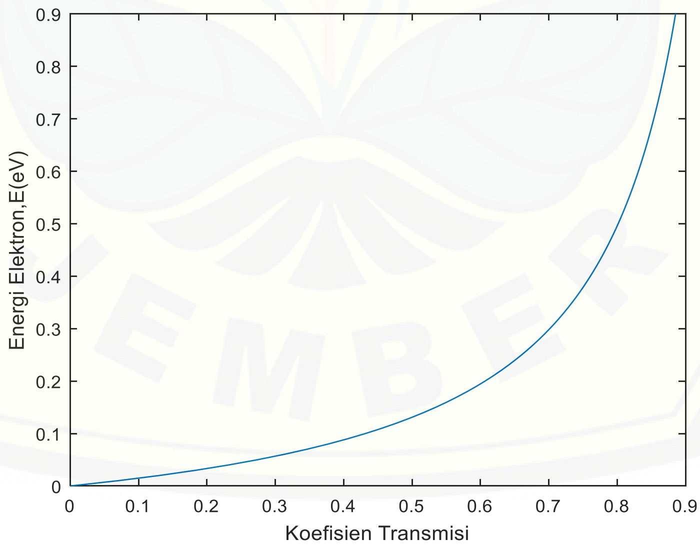
$$=\left(\frac{(k_2^2+k_1^2)^2\sinh^2(2k_2a)}{4k_1^2k_2^2\cosh^2(2k_2a)-\sinh^2(2k_2a)(k_2^2-k_1^2)^2}\right)$$

$$=\frac{(k_2^2+k_1^2)^2}{4k_1^2k_2^2}\sinh^2(2k_2a)\left(\cosh^2(2k_2a)-\sinh^2(2k_2a)\frac{(k_2^2-k_1^2)^2}{4k_1^2k_2^2}\right)^{-1} \tag{18}$$

Lampiran 4. Grafik koefisien transmisi 1D



Gambar a. Grafik hubungan antara energi dengan koefisien transmisi Levi (2003: 185)



Gambar b. Grafik hubungan antara energi elektron dengan koefisien transmisi

Lampiran 5. M-File Koefisien Transmisi Pada Penghalang Tunggal dengan Menggunakan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi

```
clear
V = 1.0;              %potential barrier(eV)
x = 0.5*1e-9;         %potential barrier width in x (nm)
y = 0.5*1e-9;         %potential barrier width in y (nm)
E = 0:0.01:0.9;       %particle energy (eV)

meff = 0.07;          %Efective  electron mass (m/m0)
m0 = 9.109382e-31;    %Bare electron mass (kg)
m = meff*m0;          %effective electron mass (kg)
hbar = 1.0545815e-34;    %Planck's constant (Js)
echarge=1.6021764e-19;   %Electron Charge

k1= sqrt(2*echarge*m*(E))/hbar;
k2= sqrt(2*echarge*m*(V-E))/hbar;

t=(4.*i.*k1.*k2.*exp(-
i.*k1.*(x+y)))./((k2+i.*k1).*(i.*k1+k2).*exp(-k2.*(x+y))+(k2-
i.*k1).*(i.*k1-k2).*exp(k2.*(x+y)));

Trans= abs(t).^2      %Transmission Probability
plot (Trans,E),xlabel('Koefisien Transmisi'),ylabel('Energi
Elektron,E(eV)');
```

Lampiran 6. M-File Koefisien Refleksi Pada Penghalang Tunggal dengan Menggunakan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi

```
clear
V = 1.0;           %potential barrier(eV)
x = 0.5*1e-9;      %potential barrier width in x (nm)
y = 0.5*1e-9;      %potential barrier width in y (nm)
E = 0:0.01:0.9;    %particle energy (eV)

meff = 0.07;             %Efective  electron mass (m/m0)
m0 = 9.109382e-31;       %Bare electron mass (kg)
m = meff*m0;             %effective electron mass (kg)
hbar = 1.0545815e-34;    %Planck's constant (Js)
echarge=1.6021764e-19;   %Electron Charge

k1= sqrt(2*echarge*m*(E))/hbar;
k2= sqrt(2*echarge*m*(V-E))/hbar;

r= (((i.*k1-k2).*(k2+i.*k1).*exp(-k2.*(x+y))+(i.*k1+k2).*(k2-
i.*k1).*exp(k2.*(x+y)))./((i.*k1+k2).*(k2+i.*k1).*exp(-
k2.*(x+y))+(i.*k1-k2).* (k2-i.*k1).*exp(k2.*(x+y)))).*(exp(-
2.*i.*k1.*(x+y)));

R= abs(r).^2;      %Reflection Probability
plot (R,E),xlabel('Koefisien Refleksi'),ylabel('Energi
Elektron,E(eV)');
```

Lampiran 7. M-File Representasi Fungsi Gelombang Pada daerah $V = 0$ sebelum menerobos Potensial Penghalang Tunggal Dua Dimensi

```
clear
V = 1.0;                  %potential barrier(eV)
E = 0.9;                  %particle energy (eV)
meff = 0.07;              %Efective  electron mass (m/m0)
m0 = 9.109382e-31;        %Bare electron mass (kg)
m = meff*m0;              %effective electron mass (kg)
hbar = 1.0545815e-34;     %Planck's constant (Js)
echarge=1.6021764e-19;    %Electron Charge
k1= sqrt(2*echarge*m*(E))/hbar;
k2= sqrt(2*echarge*m*(V-E))/hbar;

x=0:0.001:10;
y=0:0.001:10;
Z= 1.*exp(i.*k1.*(x+y).*1e-9)
plot3(x,y,Z)
```

Lampiran 8. M-File Representasi Fungsi Gelombang Pada daerah $V = V_j$ Pada Penghalang Tunggal Menggunakan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi

```
clear
V = 1.0;                  %potential barrier(eV)
E = 0.9;                  %particle energy (eV)
meff = 0.07;              %Efective  electron mass (m/m0)
m0 = 9.109382e-31;        %Bare electron mass (kg)
m = meff*m0;              %effective electron mass (kg)
hbar = 1.0545815e-34;     %Planck's constant (Js)
echarge=1.6021764e-19;    %Electron Charge
k1= sqrt(2*echarge*m*(E))/hbar;
k2= sqrt(2*echarge*m*(V-E))/hbar;

x=0:0.001:0.5;
y=0:0.001:0.5;
Z= 0.8336.*exp(i.*i.*k2.*(x+y).*1e-9)
plot3(x,y,Z)
```

Lampiran 9. M-File Representasi Fungsi Gelombang Pada daerah $V = 0$ sesudah menerobos Potensial Penghalang Tunggal Dua Dimensi

```
clear
V = 1.0;                  %potential barrier(eV)
E = 0.9;                  %particle energy (eV)
meff = 0.07;              %Efective  electron mass (m/m0)
m0 = 9.109382e-31;        %Bare electron mass (kg)
m = meff*m0;              %effective electron mass (kg)
hbar = 1.0545815e-34;     %Planck's constant (Js)
echarge=1.6021764e-19;    %Electron Charge
k1= sqrt(2*echarge*m*(E))/hbar;
k2= sqrt(2*echarge*m*(V-E))/hbar;

x=0:0.001:10;
y=0:0.001:10;
Z= 0.5430.*exp(i.*k1.*(x+y).*1e-9)
plot3(x,y,Z)
```