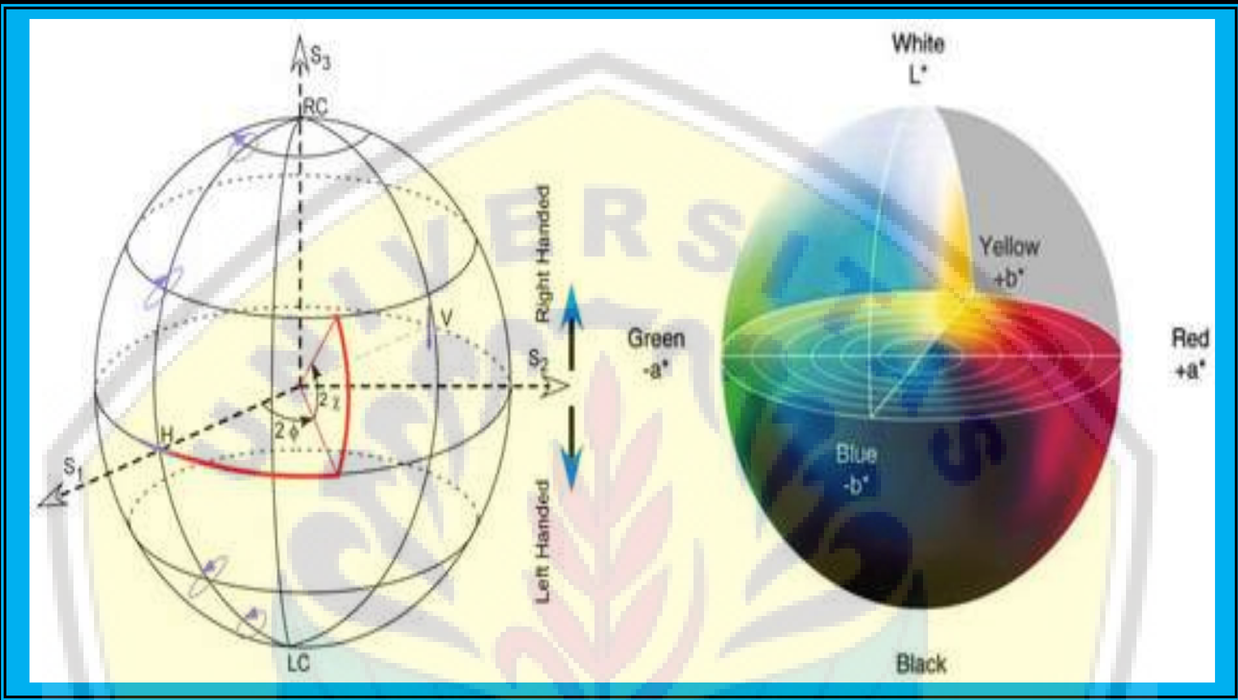
Dr. SRI ASTUTIK, M.Si



$$\psi_{n,l,m}(r,\theta,\varphi) = R_{n,l}(r)Y_{l,m}(\theta,\varphi)$$

MEKANIKA ANALITIK LANJUT

PENULIS

Dr. Sri Astutik, M.Si, lahir di Jember pada tahun 1967. Pada tahum 1980 lulus dari SDN Tembokrejo 4. Pada tahun 1983 lulus dari SLTPN 1 Kencong, pada tahun 1986 lulus dari SMAN 1 Jember, dan pada tahun 1990 lulus dari Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Fisika Universitas Jember. Mulai tahun 1992 hingga sekarang aktif sebagai dosen di Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Fisika Universitas Jember. Pada tahun 2000 berhasil menyelesaikan program magister (S2) pada bidang Geofisika di Institut Teknologi Bandung (ITB). Pada tahun 2004 - 2006 menjabat sebagai Kepala Laboratorium Fisika di Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember, dalam selang waktu 2006 - 2010 menjabat sebagai Ketua Program Studi Pendidikan Fisika di Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember. Pada tahun 2010 sampai 2013 menjabat sebagai Ketua Jurusan Pendidikan Matematika dan IPA di Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember. Hingga pada tahun 2018 sampai sekarang menjabat sebagai Ketua Program Studi Geografi di Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MEKANIKA ANALITIK LANJUT

Dr. Sri Astutik, M.Si

UPT PERCETAKAN & PENERBITAN
UNIVERSITAS JEMBER
2019

MEKANIKA ANALITIK LANJUT

Penulis:
Dr. Sri Astutik, M.Si

Desain Sampul dan Tata Letak
Risky Fahriza, M. Arifin, M. Hosim

ISBN: 978-623-7226-60-4

Penerbit:
UPT Percetakan & Penerbitan Universitas Jember

Redaksi:
Jl. Kalimantan 37
Jember 68121
Telp. 0331-330224, Voip. 00319
e-mail: upt-penerbitan@unej.ac.id

Distributor Tunggal:
UNEJ Press
Jl. Kalimantan 37
Jember 68121
Telp. 0331-330224, Voip. 0319
e-mail: upt-penerbitan@unej.ac.id

KETENTUAN PIDANA DAN SANKSI PELANGGARAN HUKUM

Peraturan Undang – Undang Negara Kesatuan Republik Indonesia
Nomor 19 Tahun 2002

Tentang
HAK CIPTA

Pasal 72

1. **Barang siapa dengan sengaja dan tanpa hak mengumumkan atau memperbanyak suatu ciptaan atau memberikan izin untuk itu, dipidana dengan pidana penjara paling singkat 1 bulan dan denda paling sedikit Rp 1.000.000,00 atau pidana penjara paling lama 7 bulan dan denda paling banyak Rp 5.000.000.000,00.**

2. **Barang siapa dengan sengaja menyerahkan, menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta atau Hak Terkait sebagaimana yang dimaksud pada ayat (1), dipidana penjara paling lama 5 tahun dan denda paling banyak Rp 500.000.000,00.**

PRAKATA

Kemampuan mahasiswa memahami gejala-gejala dan konsep fisika baik secara teori hingga praktis secara menyeluruh sangatlah menjadi target utama dalam menyongsong kemajuan IPTEK. Dalam hal ini mahasiswa akan dituntut mengetahui memahami materi mata kuliah fisika yang beraneka ragam, utamanya materi **Mekanika Analitik Lanjut** yang sangat memerlukan kemampuan analisa konsep, teori, dan matematis sehingga mahasiswa sangatlah memerlukan latihan memahami secara teoritis & praktis serta melihat gejala alam untuk diformulasikan secara fisis dan matematis.

Buku ini berisikan tentang lanjutan dari dari Mekanika Analitik yang sebelumnya membahas keadaan partikel titik dari dimensi 1 hingga 3. Pada isi buku ini dilanjutkan dengan variatif fenomena fisika dengan analisa matematis yang tinggi dilengkapi analisa tensor lanjutan dan kalkulus variatif. Selain itu buku ini menyajian materi-materi fisika yang terintegrasi secara sistimatis dengan analisa teknis yang terjadi dikehidupan sehari-hari. Hingga disertai contoh soal yang mudah dipahami & berbagai soal-soal tantangan untuk menguji pemahaman & kecerdasan mahasiswa.

Dengan banyak membaca hingga paham & berlatih terus menerus soal pada buku ini, mahasiswa akan memahami berbagai masalah fisika utamanya tentang pembahasan gerak partikel tingakat lanjut.

PENULIS

Dr. SRI ASTUTIK, M.Si

DAFTAR ISI

Halaman

DESKRIPSI SINGKAT MATERI MEKANIKA ANALITIK LANJUT

Materi Mekanika Analitik Lanjut membahas keadaan gerak dari suatu sistem fisis (benda). Dengan ketentuan awal persoalan tersebut dapat dipecah menjadi dua berdasarkan ada tidaknya gaya yang bekerja pada sistem, yaitu kinematika dan dinamika partikel. Besaran - besaran fisis yang menggambarkan keadaan gerak dari suatu benda (partikel atau sistem partikel) secara umum dapat diwakili oleh koordinat posisi, kecepatan, percepatan, momentum, dll. Lebih lanjut formulasi persamaan gerak yang diterapkan dalam berbagai macam keadaan dapat ditelaah dalam sistem gerak berdasarkan mekanika, Mekanika Lagrangian, Mekanika Hamiltonian, Persamaan Kontinuitas, Statika Benda Tegar, dan penerapan Teorema Fluida hingga konsep Fisika Modern Teorema Relativitas Khusus.

Setelah membaca buku referensi ini mahasiswa dapat menyelesaikan masalah-masalah mekanika baik dengan pendekatan mekanika Newtonian atau mekanika Lagrangian maupun mekanika Hamiltonian bahkan sampai pada materi Persamaan Kontinuitas, Statistika Benda Tegar, dan penerapan Teorema Fluida.. Mahasiswa mampu memahami dengan baik mekanika Lagrangian dan Hamiltonian yang merupakan landasan mendasar dari teori – teori pada mekanika kuantum pada kuliah berikutnya.

Penulis

Dr. Sri Astutik, M.Si

BAB I
SISTEM N PARTIKEL

1.1 Pendahuluan

Gerak suatu sistem yang bersama-sama dengan jumlah yang besar sangatlah besar pengaruhya terhadap perubahan energi, momentum linear, hingga gaya-gaya yang bekerja pada masing-masing partikel yang menjadi acuan diamati. Untuk mengidentifikasi gerak partikel-partkel tersebut pasti akan ditinjau baik secara makroskopik hingga mikroskopik. Acuan dasar untuk mengetahui gerakan patikel tersebut dapat ditinjau dengan hukum kekekalan energi, hukum kekekalan momentum linear dan angular, hingga gaya-gaya yang berpengaruh baik secara internal dan eksternal terhadap pada partikel-partikel. Untuk membahas sistem gerak.

1.2 Tinjauan Gerak Partikel

Tinjau sistem N partikel, dimana partikel terdiri dari banyak komponen dari partikel ke 1 hingga partikel yang ke - k yang senantiasa memenuhi hukum II newton :

$$\vec{F}_k = \vec{F}_k^e + \vec{F}_k^i$$

$$m_k \ddot{\vec{r}}_k = \vec{F}_k^e + \vec{F}_k^i$$

(1)

Dimana $\vec{F}_k^e$ adalah gaya eksternal $\vec{F}_k^i$ adalah gaya internal. Gaya internal $\vec{F}_k^i$dapat ditulis :

$$\vec{F}_k^i = \sum_{e \neq k}^{N} \vec{F}_{e \to k}^i$$

(2)

Hal ini disebabkan pada partikel ke – k dan partikel yang lain. Kalau dituliskan dalam bentuk momentum linear :

$$\vec{F}_k = \frac{d\vec{p}_k}{dt} = \vec{F}_k^e + \vec{F}_k^i$$

(3)

Sehingga untuk ke – N buah partikel berlaku :

$$\sum_{k=1}^{N} \frac{d\vec{p}_k}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{k=1}^{N} \vec{p}_k = \sum_{k=1}^{N} \vec{F}_k^e + \sum_{k=1}^{N} \vec{F}_k^i$$

(4)

BAB II
BENDA TEGAR

2.1 Pendahuluan

Benda tegar dapat dipandang sebagai system partikel dengan aturan tertentu. Dari materi system partikel telah diketahui bahwa persamaan gerak partikel ke – k dinyatakan oleh:

$$\frac{d\vec{p}_k}{dt} = \vec{F}_k^{\,e} + \vec{F}_k^{\,i} \qquad (1)$$

Bila didefinisikan momentum linear total sistem adalah sebagai berikut :

$$\vec{p} = \sum \vec{p}_k \qquad (2)$$

Dan mengingat hukum newton ke III, maka persamaan gerak diatas dapat ditulis sebagai berikut :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad ; \quad \vec{F} = \sum \vec{F}_k^{\,e} \qquad (3)$$

Dengan definisi titik pusat massanya sebagai berikut :

$$\vec{R} = \frac{\sum m_k \vec{r}_k}{\sum m_k} \quad ; \quad M = \sum m_k \qquad (4)$$

Maka persamaan diatas dapat ditulis menjadi :

$$\vec{p} = M\dot{\vec{R}} \quad \text{dan} \quad \vec{F} = M\ddot{\vec{R}} \qquad (5)$$

Momentum sudut terhadap titik Q

$$\vec{L}^Q = \sum \vec{L}_k^{\,Q} \qquad (6)$$

Dimana :

$$\vec{L}_k^{\,Q} = m_k(\vec{r}_k - \vec{r}_Q) \times (\vec{r}_k - \vec{r}_Q)$$

Dan torka terhadap titik Q dengan beberapa asumsi adalah :

BAB III
GERAK BENDA TEGAR DALAM RUANG

3.1 Pendahuluan

Kita telah lihat bahwa untuk suatu benda tegar yang bergerak dalam ruang, vector momentum sudutnya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\vec{L} = \sum m_k \vec{r}_k \, \text{x} \vec{v}_k \qquad (1)$$

Dengan menggunakan notasi vector dari kecepatan sudut :

$$\vec{v}_k = \vec{\omega} \text{x} \vec{r}_k$$

Dimana karena benda tegar, maka :

$$\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = \cdots\cdots\cdots\cdots \vec{\omega}$$

Jadi :

$$\vec{L} = \sum m_k \vec{r}_k \, \text{x} (\vec{\omega} \, x \, \vec{r}_k) \qquad (2)$$

Terlihat bahwa $\vec{L}$ merupakan suatu besaran yang bergantung pada $\vec{\omega}$. Besaran $\vec{L}$ disebut sebagai sebagai *fungsi linear vector*

$$\vec{\boldsymbol{L}} = \vec{\boldsymbol{L}}(\vec{\boldsymbol{\omega}})$$

Atau :

$$\vec{L} = \{\sum m_k [r_k{}^2 - \vec{r}_k \vec{r}_k]\} \vec{\omega} \qquad (3)$$

3.2 Dyadic dan Tensor

Diatas suku kedua adalah perkalian diadik dari 2 buah vector .

$$\vec{r}_k \vec{r}_k = \vec{r}_k \text{ dyad } \vec{r}_k \qquad (4)$$

Besaran yang dihasilkan dari operasi dyad 2 buah vector disebut juga Tensor (*rank-2*)

$$\overleftrightarrow{T} = \vec{A} \vec{B} \qquad (5)$$

BAB IV
SISTEM FLUIDA

4.1 Pendahuluan

Dinamika Partikel : *Penentuan kecepatan dan posisi dari setiap partikel, tidak dapat digunakan, karena fluida dipandang terdiri dari banyak sekali partikel*

Dalam fluida, variable dinamika yang dipakai adalah variable medan. (*variable medan : besaran yang didefinisikan secara unik untuk setiap titik dalam ruang dan waktu*). Variable medan yang dipakai dalam fluida adalah medan kecepatan dan edan kerapatan. Karena fluida bergerak, maka laju perubahan terhadap waktu ada 2 definisi :

1. Laju perubahan yang diukur oleh pengamat yang diam pada suatu posisi ruang tertentu yang dinyatakan oleh :
$$\frac{\partial}{\partial t} \qquad \text{(Diferensiasi Parsial)}$$
2. Laju perubahan yang diukur oleh seorang pengamat yang bergerak bersama fluida adalah :
$$\frac{d}{dt} \qquad \text{(Diferensiasi Total)}$$

Misalkan kita ingin mengamati perubahan dari tekanan (x, y, z, t) . Diferensiasi total dari P adalah :

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right) dy + \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right) dz + \left(\frac{\partial P}{\partial t}\right) dt \qquad (1)$$

Bagi dengan dt dan ambil limit $dt \rightarrow 0$:

$$\frac{dP}{dt} = \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)\frac{dx}{dt} + \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)\frac{dy}{dt} + \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)\frac{dz}{dt} + \left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)$$

$$\frac{dP}{dt} = \left(\frac{\partial P}{\partial t}\right) + \vec{v} \cdot \nabla P \qquad (2)$$

Dimana :

$$\vec{V} = V_x\hat{\imath} + V_y\hat{\jmath} + V_z\hat{k}$$

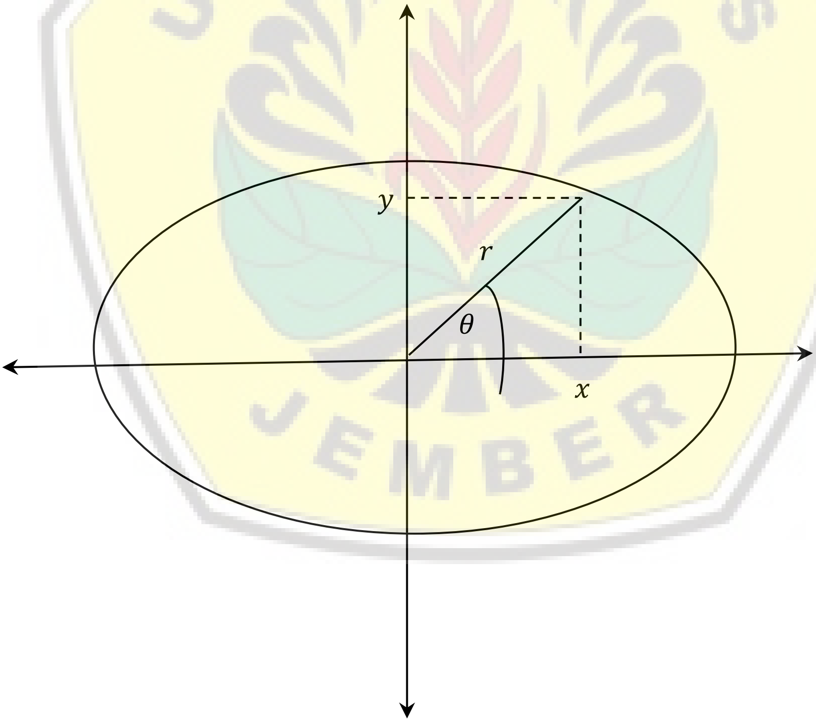
Dengan kata lain, untuk besaran fisis A laju perubahan yang diukur memiliki hubungan :

BAB V
FORMULASI LAGRANGIAN

5.1 Pendahuluan

Tujuan utama adanya persamaan lagrangian adalah untuk mewakili berbagai sistem koordinat dan jembatan dari fisika klasik ke fisika modern. Yang lebih umum terdapat 2 dimensi koordinat (kartesian dan polar) serta 3 dimensi koordinat (kartesian, silinder dan bola). Dari penguraian koordinat yang digunakan dalam dunia fisika, maka pada pembahasan kali ini akan di bahas lebih dalam lagi. Ada beberapa system koordinat.

Sebagai akibat kita ingin menyelesaikan persoalan fisika dengan relative mudah Gerak rotasi 2 dimensi.



Gambar 5.1 Kombinasi Koordinat Kertesian & Koordinat Polar

BAB VI
FORMULASI HAMILTONIAN

6.1 Pendahuluan

Bentuk umum dari persamaan Hamiltonian secara umum akan diuraikan berikut ini. Dengan adasar acuan pada persamaan Lagrangian. Berikut ini akan diuraikan persamaannya secara mendetail :

$$H(q_k, \dot{q}_k, l) = \sum_{k=1}^{3N} \dot{q}_k \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - L$$

(1)

Sifatnya :

$$\frac{dH}{dt} = \sum_k \ddot{q}_k \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} + \dot{q}_k \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \left[\sum_k \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\ddot{q}_k\right) + \frac{dL}{dt}\right]$$

$$\frac{dL}{dt}(q, \ddot{q}, k) = \frac{\partial L}{\partial t} + \sum_k \frac{\partial L}{\partial q_k}\frac{\partial q_k}{\partial t} + \sum_k \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\frac{\partial \dot{q}_k}{\partial t}$$

6.2 Formulasi Hamiltonian

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{\partial L}{\partial t}$$

(2)

Sifat konservatif atau non konservatif yang gayanya dapat dinyatakan sebagai fungsi scalar. (fungsi Lagrange L tidak bergantung pada t secara eksplisit) maka H merupakan besaran kekal :

$$\frac{dH}{dt} = 0$$

Jika T merupakan fungsi kuadratik homogen, maka :

$$\sum_k \dot{q}_k \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} = 2T$$

- Kuadratik Homogen :

$$T = \frac{1}{2}\sum_{k,l} A_{kl}\dot{q}_k q_l + \sum_k B_k \dot{q}_k + T_0$$

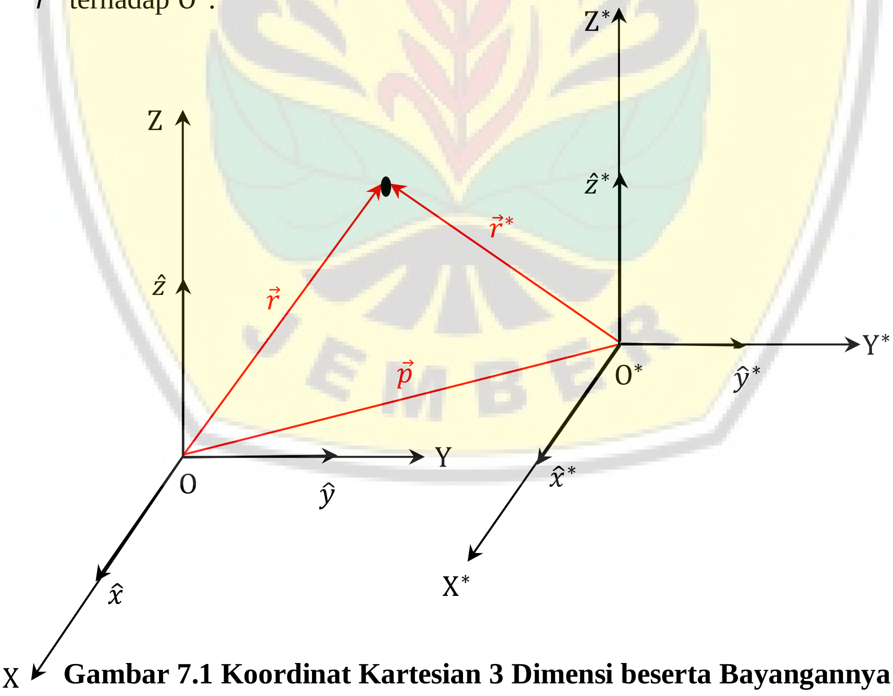
BAB VII
SISTEM KOORDINAT BERGERAK

7.1 Pendahuluan

Didalam kuliah – kuliah terdahulu system koordinat yang dipakai selalu bersifat inersial (diam/bergerak dengan kecepatan tetap terhadap system koordinat acuan). Namun kadang – kadang kita menjumpai suatu kenyataan bahwa sifat inersial selamaya terpenuhi. Oleh karena itu kita perlu meninjau sistem koordinat bergerak dengan kecepatan sembarang.

7.2 Tinjauan Pada Koordinat Kartesian

Tinjau system koordinat acuan XYZ dengan pusat koordinat O yang diam di dalam ruang. Tinjau pula system koordinat acuan $X^*Y^*Z^*$ dengan pusat koordinat O^* yang diam di dalam ruang. Andaikan pada saat t posisi O^* terhadap O adalah $\vec{p}$ dan posisi sebuah partikel adalah $\vec{r}$ terhadap O dan $\vec{r}^*$ terhadap O^*.



Gambar 7.1 Koordinat Kartesian 3 Dimensi beserta Bayangannya

BAB VIII
SISTEM ROTASI BENDA TEGAR

8.1 Pendahuluan

Persamaan gerak sebuah benda didalam suatu system koordinat inersial dapat dituliskan sebagai berikut ini :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (1)$$

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad (2)$$

Dengan : $\vec{p}$ merupakan momentum total
$\vec{L}$ merupakan momentum sudut total
$\vec{F}$ merupakan gaya total
$\vec{N}$ merupakan momen gaya total

Untuk *benda tegar :*

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad ; \quad \vec{L} = \overleftrightarrow{I} \cdot \vec{\omega} \qquad (3)$$

Dengan : $\vec{v}$ merupakan kecepatan pusat massa benda

Besaran Inersia :

Dengan : m tidak bergantung pada koordinat
$\overleftrightarrow{I}$ bergantung pada koordinat

Momentum :

Dengan : $\vec{p}$ selalu sejajar dengan kecepatan $\vec{v}$
$\vec{L}$ tidak selalu sejajar dengan kecepatan $\vec{\omega}$

Dalam membahas gerak rotasi benda tegar persamaan dasar yang dipakai adalah persamaan 2 yang sangat bergantung pada system koordinat. (*karena ada*$\overleftrightarrow{I}$). Oleh karena itu penentuan system koordinat sangat penting disini. Persoalan gerak rotasi benda tegar akan lebih mudah diselesaikan apabila kita menggunakan sistem yang memberikan nilai I yang constant yaitu sistem koordinat yang diam (*menempel pada benda*)

BAB IX
STATIKA BENDA TEGAR

9.1 Pendahuluan

Persamaan Gerak Benda Tegar secara umum dapat diuraikan sebagai berikut ini dalam pengaruh :

$$M\ddot{\vec{R}} = \vec{F} = \vec{F}^{e}$$

(1)

M : Merupakan Massa Benda Tegar

$\vec{R}$: Vektor Posisi

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \vec{N}_0 = \vec{N}_0{}^{e}$$

(2)

$\vec{L}_0$: Merupakan Momen Sudut Terhadap Titik O

(*Asumsi : Gaya – Gaya Internal Memenuhi Hukum III Newton*)

$$\vec{F} = \sum_i F_i$$

F_i : merupakan gaya total yang bekerja pada elemen massa Am yang berada di $\vec{r}_i$

$$\vec{N}_0 = \sum \vec{N}_{i0}$$

$\vec{N}_{i0}$: massa gaya total terhadap titik O yang bekerja pada elemen massa Am_i

$$\vec{N}_{i0} = (\vec{r}_i - \vec{r}_0)\ x\ \vec{F}_i$$

$$\vec{N}_0 = \sum_i (\vec{r}_i - \vec{r}_0)\ x\ \vec{F}_i$$

$$= \sum \left(\vec{r}_i - \vec{r}_0{}' + \vec{r}_0{}' - \vec{r}_0\right)\ x\ \vec{F}$$

$$= \sum \left(\vec{r}_i - \vec{r}_0{}'\right)\ x\ \vec{F}_i + (r_0{}' - r_0)\ x\ \sum F_i$$

$$\vec{N}_0 = \vec{N}_{i0} + \left(\vec{r}_0{}' - r_0\right)\ x\ \vec{F}$$

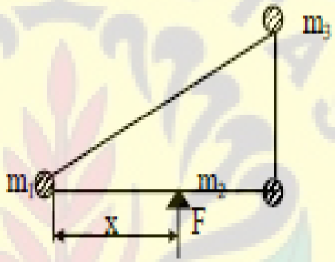
(3)

Jika gaya total $\left(\vec{F}\right)$ sama dengan nol, maka momen gaya yang bekerja pada titik manapun harganya sama.

5. Tinjau sebuah benda yang diluncurkan vertikal ke atas. Jika gesekan dengan udara dapat diabaikan, besar kecepatan awal minimum supaya benda itu tidak kembali ke bumi ialah v. Jika massa bumi M, massa benda m dan jari-jari bumi R, maka v^2 berbanding lurus dengan….

6. Turunkan fungsi gaya $F(v) = -b\sqrt[3]{v^2}$ menjadi solusi fungsi $a(t)$, $v(t)$, & $s(t)$ …

7. Pada gambar terlukis suatu segitiga siku-siku yang sangat ringan tetapi kuat.



Di titik sudutnya ada massa m_1 , m_2 dan m_3 masing-masing 100 gram, 100 gram, 300 gram. Jarak m_1 , m_2 dan m_2 , m_3 masing-masing 40 cm dan 30 cm. Gaya F mengenai tegak lurus pada kerangka m_1 , m_2 dengan jarak x dari m_1. Gaya F sebidang dengan bidang kerangka. Agar titik bergerak translasi murni (tanpa rotasi) besar x adalah….

BAB X

TEORI RELATIVITAS KHUSUS

10.1 Pendahuluan

Pada materi ajar sebelumnya, kita sudah membahas tentang gerak. Contoh-contoh yang kita hadapi adalah kejadian pada kehidupan sehari-hari seperti gerak benda, mobil, perahu, pesawat dan semacamnya. Mobil bergerak dengan kelajuan sekitar 100 km/jam atau 27,8 m/s, sedang kelajuan pesawat terbang adalah 1000 km/jam atau 277,8 m/s. Selain itu pada materi optika, kita sudah mengetahui bahwa cahaya bergerak dengan sangat cepat dengan kelajuan di ruang hampa sebesar 3×10^8 m/s. Kelajuan benda pada kehidupan sehari-hari jauh lebih rendah dibanding dengan kelajuan cahaya di ruang hampa. Bagaimana besaran dan hukum fisika pada wilayah kecepatan tinggi? Mungkin kita juga memandang bahwa persamaan yang sudah kita pelajari di mekanika dapat langsung diterapkan bila benda bergerak dengan kecepatan tinggi. Benarkah demikian? Pada materi ini kita akan mempelajari gejala yang terkait dengan benda yang bergerak dengan kecepatan tinggi.

10.2 Transformasi Galilei Galileo

Bila kita membicarakan gerak, kita perlu mengetahui terlebih dahulu acuan tempat kita mulai mengukur perpindahan. Ingat kembali pada pembahasan hukum Newton tentang gerak. Pada pembahasan tersebut kita menggunakan kerangka acuan yang *inertial*, yaitu kerangka acuan yang diam atau bergerak dengan kecepatan tetap. Kerangka acuan semacam ini kita sebut kerangka acuan inersial karena pada kerangka ini benda yang tidak diberi gaya akan bergerak lurus dengan kecepatan tetap, seperti yang dinyatakan dalam hukum Newton I. Hal ini bisa diperluas, kerangka acuan lain yang bergerak dengan kecepatan konstan terhadap kerangka acuan yang inersial juga akan menjadi kerangka acuan yang inersial. Hukum-hukum fisika yang mempunyai bentuk persamaan yang sama untuk semua pengamat yang berbeda gerakan dan berbeda tempat disebut ***kovarian.***

Kita akan melihat persamaan untuk suatu kejadian atau peristiwa dilihat di kerangka acuan yang berbeda. Coba perhatikan kerangka acuan pada gambar 1.1. Kerangka acuan pertama S adalah kerangka acuan yang diam. Sedang kerangka acuan kedua (S’) adalah kerangka acuan yang bergerak ke arah sumbu x positip dengan kecepatan tetap v. Pada saat awal yaitu $t = t' = 0$, kedua kerangka acuan berimpit.

Misalkan suatu kejadian sebuah letusan terjadi di titik P. Peristiwa tersebut menurut pengamat di kerangka acuan S terjadi di tempat dan waktu tertentu atau koordinat ruang dan waktu (x, y, z, t). Sedang menurut

DAFTAR PUSTAKA

Arfken, G B Weber, HJ (1995) *Mathematical Methods For Physicist*, 4th Edition Boston: Academic Press

Boas, M. L (1983) *Mathematical Methods In The Physical Sciences*. New York: Jhon Wiley & Sons

Churchil, Ruel V., *dkk* , (1978) *Complex Variables And Application*, 3th Edition New York: McGraw – Hill.

Churchil, Ruel V., *dkk* , (1978) *Fourier Series And Boundary Value Problem*, 3th Edition New York: McGraw - Hill

David, A. Douglas., (1986) *Classical Mechanics*, 13th . Edition New York: MRinehart and Winston - Inc

Fowles, G.R., (1962) *Analitical Mechanics*, 12th . Edition New York: MRinehart and Winston - Inc

Hans J. Wospakrik. 1993. *Dasar-dasar Matematika untuk Fisika*, Depdikbud, Jakarta.

Mathews, Jon, and R. M . Redheffer, (1970) *Mathematics Methods Of Physics*, 2th Edition New York: Benjamin.

Marion, J.B, (1970) *Classical Dinamic*, 10th . Edition New York: Academic press - Inc

Sokolnikoff, I. S., And R. M. Redhefer. (1966) *Mathematics Of Physics And Modern Enginineering*. 2th Edition New York: McGraw - Hill.

Spiegel, Murray R. (1983) *Schaum's Outline Of Theory And Problems Of Vector Analysis And Introduction To Tensor Analysis*. New York: Schaum's.

Thomas G. B., Jr, And Finney, (1983) *Calculus And Analytic Geometry*. 2th Edition, Addison – Wesley, Reading Mass.

Wyld., W,. (1979) *Mathematical Methods For Physics*. 2th Edition, Addison – Wesley, Reading Mass.

DAFTAR LAMPIRAN

Apendiks I

DAFTAR RUMUS – RUMUS DAN IDENTITAS TRIGONOMETRI

1. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
2. $1 + \mathrm{tg}^2 x = \sec^2 x$
3. $1 + \mathrm{ctg}^2 x = \csc^2 x$
4. $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$
5. $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$
6. $\sin x \cos x = \frac{1}{2}\sin 2x$
7. $1 - \cos x = 2\sin^2 \frac{1}{2}x$
8. $1 + \cos x = 2\cos^2 \frac{1}{2}x$
9. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$
10. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$
11. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$
12. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$
13. $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
14. $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
15. $\mathrm{tg}(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}\,\beta}{1 \mp \mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}\,\beta}$
16. $2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$
17. $2\cos\alpha\sin\beta = \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$
18. $2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$
19. $2\sin\alpha\sin\beta = -\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$
20. $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

17. $\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

18. $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

19. $-\cos\alpha + \cos\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

20. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos x$

20. $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma}$

21. $\sin\frac{1}{2}x = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$

22. $\cos\frac{1}{2}x = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$

23. $\tan\frac{1}{2}x = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$

Apendiks II

DAFTAR RUMUS BEBERAPA FUNGSI TURUNAN DI DALAM MATEMATIKA YANG BERGUNA DI DALAM FISIKA

No	***Fungsi Asal***	***Fungsi Turunan***	***Keterangan***
1	$d(cu)$	cu'	c merupakan konstanta
2	$d(u+v)$	$u'+v'$	
3	$d\left(\frac{u}{v}\right)$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$	
4	$\frac{du}{dx}$	$\frac{du}{dy}\cdot\frac{dy}{du}$	Aturan Berantai
5	$d(x^n)$	nx^{n-1}	
6	$d(e^x)$	e^x	
7	$d(a^x)$	$a^x \ln a$	
8	$d(\sin x)$	$\cos x$	
9	$d(\cos x)$	$-\sin x$	
10	$d(\tan x)$	$\sec^2 x$	
11	$d(\cot x)$	$\csc^2 x$	
12	$d(\sinh x)$	$\cosh x$	
13	$d(\cosh x)$	$\sinh x$	
12	$d(\ln x)$	$\frac{1}{x}$	
13	$d(\log_a x)$	$\frac{\log_e e}{x}$	
14	$d(\arcsin x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	
15	$d(\arccos x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	
16	$d(\arctan x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	
17	$d(\operatorname{arc}\cot x)$	$-\frac{1}{1+x^2}$	

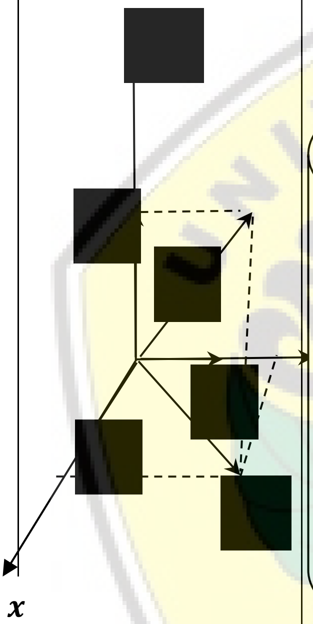
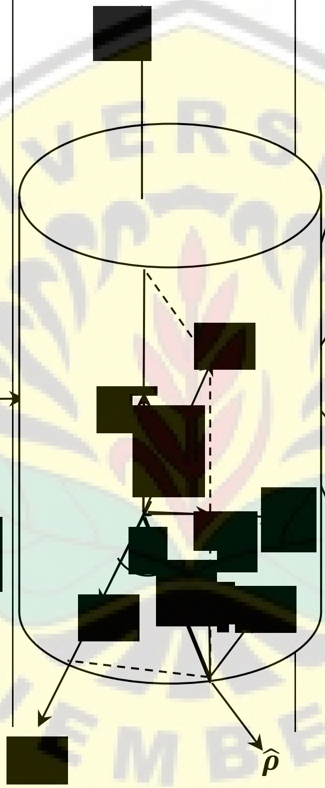
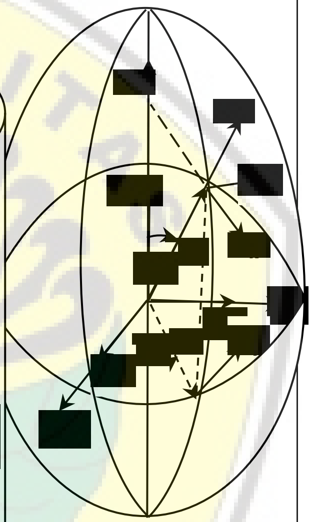
Apendiks III

DAFTAR RUMUS BEBERAPA FUNGSI INTEGRAL DI DALAM MATEMATIKA YANG BERGUNA DI DALAM FISIKA

No	*Fungsi Asal*	*Fungsi Integral*	*Keterangan*
1	$\int x^n \, dx$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	C merupakan konstanta
2	$\int \frac{1}{x} dx$	$\ln\lvert x\rvert + C$	
3	$\int e^{ax} \, dx$	$\frac{1}{a} e^{ax} + C$	
4	$\int uv' \, dx$	$uv - \int u'v dv + C$	
5	$\int \sin x \, dx$	$-\cos x + C$	
6	$\int \cos x \, dx$	$\sin x + C$	
7	$\int \tan x \, dx$	$-\ln\lvert\cos x\rvert + C$	
8	$\int \cot x \, dx$	$\ln\lvert\sin x\rvert + C$	
9	$\int \sec x \, dx$	$\ln\lvert\sec x + \tan x\rvert + C$	
10	$\int \csc x \, dx$	$\ln\lvert\csc x - \cot x\rvert + C$	
11	$\int \frac{dx}{x^2 + a^2}$	$\frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	
12	$\int \frac{dx}{a^2 - x^2}$	$\arcsin \frac{x}{a} + C$	
13	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}}$	$\sinh^{-1} \frac{x}{a} + C$	
14	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}}$	$\cosh^{-1} \frac{x}{a} + C$	
15	$\int \sin^2 x \, dx$	$\frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$	
16	$\int \cos^2 x \, dx$	$\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$	

No	***Fungsi Asal***	***Fungsi Integral***	***Keterangan***
17	$\int \tan^2 x\, dx$	$\tan x - x + C$	
18	$\int \cot^2 x\, dx$	$-\cot x - x + C$	
19	$\int \ln x\, dx$	$x \ln x - x + C$	
20	$\int e^{ax} \sin bx\, dx$	$\frac{e^{ax}}{a^2 + b^2}(a \sin bx - b \cos bx) + C$	
21	$\int e^{ax} \cos bx\, dx$	$\frac{e^{ax}}{a^2 + b^2}(a \cos bx + b \sin bx) + C$	

Apendiks IV
DAFTAR TABEL KOORDINAT TIGA DIMENSI

Sistem Koordinat Kartesian	*Sistem Koordinat Silinder*	*Sistem Koordinat Bola*
		
$\vec{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{x\hat{\imath}} + \boldsymbol{y\hat{\jmath}} + \boldsymbol{z\hat{k}}$ $(\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k})$ (x, y, z)	$\vec{r} = \lvert\vec{r}\rvert\hat{r}$ $\vec{r} = \vec{\rho} + z\hat{k}$ $\vec{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{\rho\hat{\rho}} + \boldsymbol{z\hat{k}}$ $(\hat{\rho}, \hat{\theta}, \hat{k})$ (ρ, z) $x = \rho \cos\theta$ $y = \rho \sin\theta$	$\vec{r} = \lvert\vec{r}\rvert\hat{r}$ $\vec{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{r\hat{r}}(\boldsymbol{\hat{r}}, \boldsymbol{\hat{\theta}}, \boldsymbol{\hat{\varphi}})$ $(\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\varphi})$ (r, θ, φ) $x = r\, sin\theta \cos\varphi$ $y = r\, sin\theta \sin\varphi$ $z = r\, cos\,\theta$

Sistem Koordinat Kartesian	*Sistem Koordinat Silinder*	*Sistem Koordinat Bola*
	$z = k$ $\hat{\boldsymbol{\rho}} = \cos\boldsymbol{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\imath}} + \sin\boldsymbol{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\jmath}}$ $\hat{\boldsymbol{\theta}} = -\sin\boldsymbol{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\imath}} + \cos\ \boldsymbol{\theta}\,\hat{\boldsymbol{\jmath}}$	$\hat{\boldsymbol{r}} = \sin\boldsymbol{\theta}\cos\boldsymbol{\varphi}\,\hat{\boldsymbol{\imath}} + \sin\boldsymbol{\theta}\cos\boldsymbol{\varphi}\,\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \cos\boldsymbol{\theta}\,\hat{\boldsymbol{k}}$ $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \cos\boldsymbol{\theta}\cos\boldsymbol{\varphi}\,\hat{\boldsymbol{\imath}} + \cos\boldsymbol{\theta}\sin\boldsymbol{\varphi}\,\hat{\boldsymbol{\jmath}} - \boldsymbol{sin\theta}\hat{\boldsymbol{k}}$ $\hat{\boldsymbol{\varphi}} = -\hat{\boldsymbol{\imath}}\sin\boldsymbol{\varphi} + \hat{\boldsymbol{\jmath}}\cos\boldsymbol{\varphi}$

GLOSARIUM

A

Angle	:	Sudut

B

Benda Tegar	:	Benda keras yang memiliki tingkat elastisitas kecil
Bandul Foucoult	:	Bandul tegar / keras (memiliki momen inersia)
Bernaouli	:	Ahli fisis yang menemukan dasar gaya angkat pesawat

C

Constan	:	Tetap/Stabil
Cross Product	:	Perkalian silang/ vector
Cariolis	:	Pinggiran/Permukaan

D

Dot Product	:	Perkalian titik/scalar
Dyadic	:	Operator vector dalam matriks
Determinan	:	Perkalian menyilang pada operasional matriks
Dinamatika	:	Ilmu yang mempelajari gerak partikel dengan menelusuri sebab musababnya
Diagonalisasi	:	Garis bagi simetris dari suatu bidang
Dilatasi	:	Perbesaran

E

Elastik	:	Lentur
Element	:	Bagian terkecil dari suatu partikel
Energi Kinetik	:	Energi yang diakibatkan oleh perubahan kecepatan Partikel
Energi Potensial	:	Energi yang diakibatkan oleh perubahan ketinggian Partikel

Euler : Tokoh matematis yang menemukan fungsi kompleks
Elipsoida : Benda yang menempel pada benda lain yang mengakibatkan timbul momen inersia/ momen gaya
Eksperiment : Uji coba yang dilakukan di dalam laboratorium/ alam Terbuka

F
Fungsi Eigen : Fungsi yang didapatkan dari operasional matriks tensor
Fluida : Zat alir

G
Gaya : Perubahan momentum linear dalam kurum waktu tertentu
Gaya Internal : Gaya yang ada didalam system
Gaya Eksternal : Gaya yang ada diluar system

H
Hamiltonian : Persamaan energy (penjumlahan energy kinetic dan energy potensial)
Homogen : Sejenis
Heterogen : Beraneka ragam

I
Invers : Berkebalikan

J
Jatuh Bebas : gerak tanpa adanya kecepatan awal

K
Koordinat Polar : Koordinat yang dibentuk oleh sudut dan berbentuk Lingkaran
Kompleks : Komponen beraneka ragam

Kinematika : Ilmu yang mempelajari gerak partikel tanpa menelusuri sebab musababnya

Koordinat : Peletak dasar/acuan untuk gerak

Kesetimbangan : Posisi untuk menyetabilkan benda agar tidak gerak/ Stabil

L

Linear : Lurus

Laboratorium : Tempat untuk melakukan eksperiment/ uji coba formulasi

Lagrangian : Operasional untuk menentukan persamaan gerak dari energi potensial dan kinetic

M

Makroskopik : Daya pandang untuk skala/ukuran besar

Mikroskopik : Daya pandang untuk skala/ukuran besar

Momentum Linear : Perubahan kecepatan gerak partikel dalam arah lurus

Momentum Anguler : Perubahan moment inersia partikel dalam arah melingkar/membentuk sudut tertentu

Momen gaya : Perkalian silang antara posisi dan gaya eksternal benda

N

Normalisasi : Fungsi yangsesuai dengan kaidah teorema kuantum

Nilai Eigen : Hasil perkalian antar tensor

O

Orthogonal : Tegak lurus dan sudah ternormalisasi

P

Plastis	:	Keras (Mudah Patah)
Parsial	;	Sebagian
Postulat	:	Ungkapan pendapat/ ide/ gagasan dengan dasar perhitungan matematis

Q

Quantitas	:	Jumlah partikel
Qualitas	;	Daya saing/ pembanding

R

Radius	:	Jari-Jari
Rotasi	:	Perputaran

S

Skalar	:	Besaran yang bernilai tapi tidak berarah
Semi Elastik	:	Kurang lentur
Sejajar	:	Lurus horizontal
Simetri	:	Sesuai ukuran garis
Steady State	:	Keadaan stabil/ Mantap
Statika	:	Ilmu yang mempelajari gerak partikel dengan tanpa menggerakkan partikel
Stress	:	Tegangan
Strain	:	Renggangan

T

Teorema	:	Penentuan hasil/ kebijakan dari proses eksperiment
Tegak lurus	:	Membentuk sudut siku-siku
Tensor	:	Operasional matematis dalam bentuk matriks
Teorema Larmor	:	Teorema yang menghubungkan gerak koordinat dengan medan listrik serta magnet
Tensor Inersia	:	Operasional matris pada benda tegar
Transformasi	;	Perubahan keadaan
Transpose	:	Perputaran koordinat/matris

Translasi	:	Linear/lurus
U		
Unit	:	Satuan
V		
Vektor	:	Besaran yang bernilai dan berarah
Vibrasi	:	Bergetar
W		
Wilayah	:	Area
X		
X - zone	:	Area sumbu X
Y		
Y - zone	:	Area sumbu Y
Z		
Zonasi	:	Pemetaan wilayah