



**METODE BEDA HINGGA DAN TEOREMA NEWTON  
UNTUK MENENTUKAN JUMLAH DERET**

**TESIS**

Oleh:  
**TRI MULYANI**  
**NIM 111820101004**

**MAGISTER MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS JEMBER**  
**2013**



**METODE BEDA HINGGA DAN TEOREMA NEWTON  
UNTUK MENENTUKAN JUMLAH DERET**

**TESIS**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Magister Matematika (S2)  
dan mencapai gelar Magister Sains

Oleh:  
**TRI MULYANI**  
**NIM 111820101004**

**MAGISTER MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS JEMBER**  
**2013**

## **PERSEMBAHAN**

Tesis ini saya persembahkan untuk: Dunia Pendidikan.

## MOTO

Memberi contoh itu baik, kalau dapat menjadi contoh jauh lebih baik. \*)

Tidak ada harga atas waktu, tapi waktu sangat berharga. Memiliki waktu tidak menjadikan kita kaya, tetapi menggunakannya dengan baik adalah sumber dari semua kekayaan.\*\*)

---

\*) Anonim

\*\*\*) Mario Teguh, <http://www.mutiarabijak.com/2013/06/tidak-ada-harga-atas-waktu-tapi-waktu.html>. [27 Juni 2013]

**PERNYATAAN MENGENAI TESIS  
DAN SUMBER INFORMASI**

Dengan ini saya menyatakan tesis “Metode Beda Hingga dan Teorema Newton untuk Menentukan Jumlah Deret” adalah benar-benar karya sendiri, belum pernah diajukan pada institusi manapun dan bukan karya jiplakan. Sumber informasi yang berasal atau dikutip dari karya yang diterbitkan maupun tidak diterbitkan dari penulis lain telah disebutkan dalam teks dan dicantumkan dalam Daftar Pustaka di bagian akhir tesis ini.

Jember, Juni 2013

Tri Mulyani  
111820101004

# **TESIS**

## **METODE BEDA HINGGA DAN TEOREMA NEWTON UNTUK MENENTUKAN JUMLAH DERET**

Oleh:

Tri Mulyani  
NIM 111820101004

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Moh.Hasan, M.Sc, Ph.D

Dosen Pembimbing Anggota : Prof. Drs. Slamin, M.CompSc, Ph.D

## PENGESAHAN

Tesis berjudul “Metode Beda Hingga dan Teorema Newton untuk Menentukan Jumlah Deret” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal : Jumat, 28 Juni 2013

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas  
Jember.

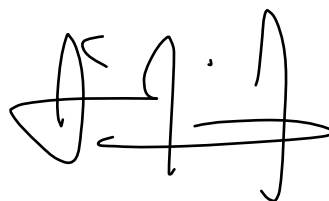
### Tim Penguji:

Dosen Pembimbing Utama,



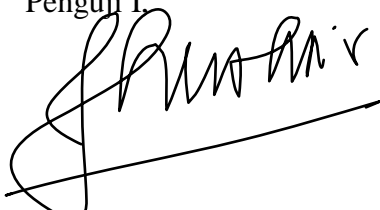
Drs. Moh. Hasan, M.Sc, Ph.D.  
NIP.196404041988021001

Dosen Pembimbing Anggota,



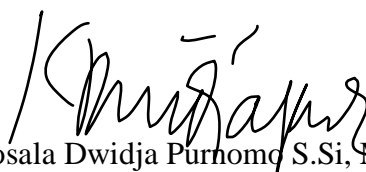
Prof. Drs. Slamin, M.CompSc, Ph.D  
NIP.196704201992011001

Penguji I,



Prof. Drs. I Made Tirta M.Sc,Ph.D  
NIP.195912201985031002

Penguji II,



Kosala Dwidja Purnomo S.Si, M.Si  
NIP.196908281998021001

Mengesahkan  
Dekan,



Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D  
NIP 196101081986021001

## RINGKASAN

**Metode Beda Hingga dan Teorema Newton untuk Menentukan Jumlah Deret.** TRI MULYANI; 111820101004; 2013; 59 halaman. Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember. Dibimbing oleh MOH. HASAN dan SLAMIN.

Pada beberapa buku teks umumnya disajikan tentang rumus jumlah suatu deret yang bukan deret aritmatika dan bukan deret geometri dan pembaca diminta untuk membuktikan kebenarannya dengan menggunakan induksi matematika, diantaranya menurut Nasution *et al.* (1993); Purcell & Varberg (1999); Lovasz *et al.* (2003) dan Rosen (2007).

Rumus umum suku ke- $n$  suatu barisan aritmatika bertingkat dapat ditentukan dengan mengidentifikasi selisih tetapnya menggunakan metode beda hingga yang dikaitkan dengan fungsi polinomial dimana suku-suku suatu barisan merupakan peta/bayangan oleh suatu pemetaan dengan domain himpunan bilangan asli dalam urutan wajar. Jika suatu barisan mempunyai beda tetap pada tingkat ke- $k$ , maka ada  $(k+1)$  persamaan linier yang harus diselesaikan. Untuk menentukan rumus jumlah  $n$  suku pertama suatu deret, harus merubah deret tersebut menjadi barisan jumlah terlebih dahulu sehingga menjadi barisan aritmatika bertingkat satu di atasnya.

Penelitian ini meneliti bagaimana cara untuk mendapatkan rumus jumlah suatu deret yang mempunyai aturan tertentu kemudian dibuktikan kebenarannya dengan menggunakan induksi matematika. Penelitian ini bertujuan menemukan metode yang lebih efisien untuk menentukan rumus jumlah  $n$  suku pertama suatu deret yang mempunyai aturan tertentu dengan menggunakan metode beda hingga dan teorema Newton. Metode penelitian yang digunakan adalah deskriptif aksiomatik.



Hasil penelitian berdasarkan skema kerangka berpikir, untuk mendapatkan rumus jumlah  $n$  suku pertama suatu deret dengan langkah-langkah sebagai berikut.

- (1) Deret Aritmatika: (a) dibuat tabel beda hingga; (b) disubstitusikan ke teorema Newton; (c) diintegalkan.
- (2) Deret Geometri: (a) menentukan rumus suku ke- $n$ ; (b) diintegalkan.
- (3) Deret yang diketahui rumus suku ke- $n$  nya: (a) nyatakan rumus suku ke- $n$  dengan menggunakan polinomial faktorial; (b) diintegalkan.
- (4) Rumus yang diperoleh dibuktikan dengan menggunakan induksi matematika.

Metode beda hingga dan teorema Newton dapat dimanfaatkan untuk menentukan rumus jumlah  $n$  suku pertama suatu deret yang mempunyai aturan tertentu, dengan cara: (1) dibuat tabel beda hingga; (2) data yang diperoleh dari tabel beda hingga disubstitusikan ke teorema Newton untuk mendapatkan  $U_n$ ; (3)  $S_n$  didapatkan dengan mengintegalkan  $U_n$ . Metode ini lebih efisien yang dapat diukur dari banyaknya langkah dan operasi yang digunakan yaitu lebih pendek.

## PRAKATA

Dengan mengucapkan puji syukur Alhamdulillah kehadiran Allah S.W.T atas segala karuniaNya, sehingga karya ilmiah ini dapat diselesaikan. Tema yang dipilih dalam penelitian ini adalah jumlah deret dengan judul Metode Beda Hingga dan Teorema Newton untuk Menentukan Jumlah Deret, merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Sains pada Program Magister Matematika Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Penulis menyampaikan terimakasih dan penghargaan kepada Bapak Drs. Moh. Hasan, M.Sc, Ph.D selaku dosen pembimbing utama dan juga telah memberikan surat rekomendasi sebagai persyaratan mendaftar di Universitas Jember dan Bapak Prof. Drs. Slamir, M.CompSc, Ph.D selaku dosen pembimbing anggota atas segala perhatian, kepercayaan, kesabaran, bimbingan, arahan, wawasan ilmu yang diberikan, kritik, saran, serta waktu yang disediakan dalam penulisan tesis sampai ujian hingga akhirnya penulis dapat menyelesaikan Program Magister Matematika di Universitas Jember.

Ucapan terimakasih disampaikan kepada Bapak Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc, Ph.D dan Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si selaku dosen penguji. Terimakasih kepada Kepala Sekolah Menengah Atas 1 Jember, atas ijin yang diberikan kepada penulis untuk melanjutkan Program Magister Matematika di Universitas Jember, semua Dosen Pembina S2 Matematika, semua staf administrasi FMIPA dan teman-teman angkatan 2011/2012.

Akhirnya kepada Priwahyu Hartanti, Husnul Hotimah, Yulistiawati, dan keluarga besar Ponidjo Atmoharsono (alm) tercinta penulis menyampaikan terimakasih atas pengorbanan, pengertian, dorongan, dan doanya yang tak pernah putus. Semoga karya ilmiah ini bermanfaat bagi perkembangan ilmu.

Jember, Juni 2013

Tri Mulyani

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>i</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>ii</b>
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b>	
<b>1.1 Latar Belakang Masalah</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	<b>4</b>
<b>1.3 Batasan Masalah</b> .....	<b>4</b>
<b>1.4 Tujuan Penelitian</b> .....	<b>5</b>
<b>1.5 Manfaat Penelitian</b> .....	<b>5</b>
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
<b>2.1 Fungsi</b> .....	<b>6</b>
<b>2.2 Faktorial</b> .....	<b>7</b>
<b>2.3 Beda Hingga</b> .....	<b>9</b>
2.3.1 Beberapa Rumus Beda Hingga.....	12
2.3.2 Integral Hingga.....	14
<b>2.4 Teorema Newton</b> .....	<b>15</b>
<b>2.5 Barisan dan Deret</b> .....	<b>16</b>
2.5.1 Barisan.....	16
2.5.2 Deret.....	22
2.5.3 Jumlah Deret.....	26
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b>	
<b>3.1 Metode Penelitian</b> .....	<b>35</b>
<b>3.2 Kerangka Berpikir</b> .....	<b>35</b>
<b>3.3 Langkah-langkah Penelitian</b> .....	<b>36</b>

<b>BAB 4.</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
	4.1 Deret Aritmatika.....	38
	4.2 Deret Geometri.....	43
	4.3 Deret dengan Rumus suku ke- $n$ Diketahui.....	45
	4.4 Deret Aritmatika Bertingkat dengan Landasan Deret Geometri.....	51
	4.5 Pembahasan.....	54
<b>BAB 5.</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	
	5.1 Kesimpulan.....	57
	5.2 Saran.....	57
	<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>58</b>

## DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1	Beda Hingga Tingkat Tiga..... 11
2.2	Beda Hingga Tingkat Tiga dari 1,2,6,15,31,56,92,..... 12
2.3	Beda Tetap pada Tingkat Pertama..... 18
2.4	Beda Tetap dari 1,4,7,10,⋯ ..... 18
2.5	Beda Tetap pada Tingkat Kedua..... 19
2.6	Beda Tetap dari 1,4,9,16,25,⋯ ..... 19
2.7	Beda Tetap pada Tingkat Ketiga..... 20
2.8	Beda Tetap dari 1,2,6,15,31,56,92,⋯ ..... 21
2.9	Beda Hingga dari 1,5,12,22,⋯ ..... 25
2.10	Pembuktian dengan Operasi Perkalian..... 31

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Fungsi.....	6
2.2 Identifikasi Selisih Tetap dari 1,5,14,30,55,91,140,.....	28
2.3 Identifikasi Selisih Tetap dari 1,5,14,30,55,91,140,⋯.....	29
2.4 Pembuktian Visual menurut Martin Gardner dan Dan Kalman.....	33
3.1 Skema Kerangka Berpikir.....	35