Digital Repository Universitas Jember

PEWARNAAN TITIK TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Safira Izza Ghafrina
NIM 150210101104

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2019

Digital Repository Universitas Jember

PEWARNAAN TITIK TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Safira Izza Ghafrina
NIM 150210101104

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2019

Digital Repository Universitas Jember

PERSEMBAHAN

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang dengan segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya. Sholawat dan salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad SAW, atas kebesaran itu kupersembahkan sebagai rasa hormat dan bahagia dalam perjalanan dan perjuangan hidupku teriring rasa terima kasihku kepada:

1. Bapak Haerus Saleh dan Ibu Eni Kusdaryati yang telah membesarkanku dengan penuh kasih sayang, kesabaran, perhatian, dan doa yang selalu diberikan;
2. Bapak Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. dan Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
3. Bapak Arif Fatahillah S.Pd., M.Si. dan Bapak Drs. Antonius Cahya P, M.App.Sc., Ph.D. selaku penguji skripsi yang telah memberikan masukan demi perbaikan skripsi yang lebih baik;
4. Ibu Robiatul Adawiyah, S.Pd., M.Si., dan Bapak Ridho Alfarisi, S.Pd., M.Si. yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini;
5. Para guru dan dosen yang telah memberikan ilmu dan membimbing dalam banyak hal;
6. Teman terbaikku M. Faqih Ashri yang selalu memberikan semangat dan motivasi untuk menyelesaikan skripsi ini;
7. Keluarga besar Logaritma '15 dan MSC yang telah memberikan cerita dan pengalaman yang berharga;
8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Digital Repository Universitas Jember

HALAMAN MOTTO

"Memulai dengan penuh keyakinan. Menjalankan dengan penuh keikhlasan. Menyelesaikan dengan penuh kebahagiaan."
(Muhammad Zainuddin Abdul Majid)

"Pada prinsipnya kita bisa melakukan apapun yang orang lain bisa, hanya beda tingkatannya. Resepnya suka, biasa, dan bisa"
(Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.)

"Jika nasib adalah titik, dan usaha adalah sisi; maka hidup adalah sebuah graf. Tantangan kita adalah bagaimana merangkai titik dan sisi tersebut agar tercipta sebuah graf yang keindahannya dapat dinikmati bersama"
(Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.)

Digital Repository Universitas Jember

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Safira Izza Ghafrina

NIM : 150210101104

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pewarnaan Titik Total Antiajaib Lokal pada Graf Hasil Operasi Korona dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 21 Februari 2019

Yang menyatakan,

Safira Izza Ghafrina

NIM. 150210101104

Digital Repository Universitas Jember

HALAMAN PEMBIMBINGAN

PEWARNAAN TITIK TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Safira Izza Ghafrina
NIM 150210101104

Dosen Pembimbing 1	:	Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing 2	:	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2019

Digital Repository Universitas Jember

HALAMAN PENGAJUAN

PEWARNAAN TITIK TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama	: Safira Izza Ghafrina
NIM	: 150210101104
Tempat dan Tanggal Lahir	: Situbondo, 8 April 1998
Jurusan / Program Studi	: Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. NIP. 19670420 199201 1 001	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. NIP. 19680802 199303 1 004

Digital Repository Universitas Jember

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul : Pewarnaan Titik Total Antiajaib Lokal pada Graf Hasil Operasi Korona dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari, Tanggal : Selasa, 19 Maret 2019

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,	Sekretaris,
Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. NIP. 19670420 199201 1 001	Prof. Drs. Dafik, M.Sc,.Ph.D. NIP. 19680802 199303 1 004
Anggota I,	Anggota II,
Arif Fatahillah S.Pd., M.Si. NIP. 19820529 200912 1 003	Drs. Antonius Cahya P, M.App.Sc., Ph.D. NIP. 19690928 199302 1 001

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D

NIP. 19680802 199303 1 004

Digital Repository Universitas Jember

RINGKASAN

Pewarnaan Titik Total Antiajaib Lokal pada Graf Hasil Operasi Korona dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi; Safira Izza Ghafrina, 150210101104; 2019: 133 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pada era globalisasi ini, ilmu pengetahuan dan teknologi semakin berkembang seiring dengan kebutuhan manusia. Akibatnya, manusia dituntut untuk memiliki kualitas berpikir yang lebih baik dari sebelumnya dalam menyelesaikan masalah di kehidupan sehari-hari.Dalam menyelesaikan permasalahan dibutuhkan keterampilan berpikir agar diperoleh solusi yang tepat dan logis. Keterampilan berpikir terdiri dari keterampilan berpikir tingkat dasar (*Lower Order Thinking Skills*) dan keterampilan berpikir tingkat tinggi (*Higher Order Thinking Skills*).

Teori graf banyak digunakan sebagai alat bantu untuk menggambarkan suatu persoalan agar lebih mudah dimengerti dan diselesaikan. Pelabelan graf merupakan salah satu topik dalam teori graf yang menginterpretasikan graf sebagai titik dan sisi serta himpunan bilangan cacah yang disebut label.Topik terbaru dari teori graf yaitu dengan mengkaitkan pewarnaan graf dengan pelabelan antiajaib yang dikenal dengan pewarnaan titik antiajaib lokal. Pelabelan antiajaib graf dapat diartikan graf yang memiliki bobot titik atau bobot sisi yang tidak sama (Dwi, 2011). Terdapat beberapa pembahasan mengenai pewarnaan titik antiajaib lokal, diantaranya pewarnaan titik dengan pelabelan titik, pewarnaan titik dengan pelabelan sisi, pewarnaan titik dengan pelabelan total. Sebelumnya, pada paper yang berjudul *Local Antimagic Vertex Coloring of a Graph* telah dibahas mengenai pewarnaan titik dengan pelabelan sisi yang di teliti oleh Arumugam et al. (2017).

Penelitian ini menggunakan metode pendeteksian pola dan metode deduktif aksiomatik dalam menentukan nilai bilangan kromatik total antiajaib lokal pada graf. Peniliti juga akan mengkaitkan enam tahapan Taksonomi Bloom revisi dalam pembahasan penelitian ini. Dalam penelitian ini digunakan instrumen validasi untuk mengetahui pencapaian tingkat

Digital Repository Universitas Jember

keterampilan berpikir tinggi. hasilnya, ada empat teorema baru yang dapat ditemukan:

Teorema 1 *Untuk graf matahari* $C_n \bigodot \overline{K_1}$ *dimana* $n \geq 3$, *maka didapatkan* $\chi_{lat}(C_n \bigodot \overline{K_1}) = 2$ *untuk* n *genap,* $\chi_{lat}(C_n \bigodot \overline{K_1}) = 3$ *untuk* n *ganjil.*

Teorema 2 *Untuk graf korona* $C_n \bigodot \overline{K_m}$ *dimana* $n \geq 3$ *dan* $m \geq 2$, *maka didapatkan* $\chi_{lat}(C_n \bigodot \overline{K_m}) = 3$ *untuk* n *genap* m *ganjil dan* $\chi_{lat}(C_n \bigodot \overline{K_m}) = 4$ *untuk* n *ganjil* m *genap.*

Teorema 3 *Untuk graf* hairycycle $HC(n; 1, 3, 1, 3, 1, ...)$ *dimana* $n \geq 3$, *maka didapatkan* $\chi_{lat}(HC(n; 1, 3, 1, 3, 1, ...)) = 3$ *untuk* n *genap dan* $\chi_{lat}(HC(n; 1, 3, 1, 3, 1, ...)) = 4$ *untuk* n *ganjil.*

Teorema 4 *Untuk graf* $C_n \bigodot C_m$ *dimana* $n \geq 3$, *maka didapatkan* $\chi_{lat}(C_n \bigodot C_m) \leq 4$ *untuk* n *genap* $m = 4, 6$, $\chi_{lat}(C_n \bigodot C_m) \leq 5$ *untuk* n *genap* $m = 3, 5$, $\chi_{lat}(C_n \bigodot C_m) \leq 5$ *untuk* n *ganjil* $m = 4, 6$ *dan* $\chi_{lat}(C_n \bigodot C_m) \leq 6$ *untuk* n *ganjil* $m = 3, 5$.

Berdasarkan bilangan kromatik antiajaib lokal la pada paper Arumugam et al. (2018) dan bilangan kromatik total antiajaib lokal lat hasil dari penelitian ini pada graf matahari dan graf korona , dapat disimpulkan bahwa bilangan kromatik antiajaib lokal la lebih besar dibandingkan bilangan kromatik total antiajaib lokal lat. Hal ini terjadi karena bobot titik pada pewarnaan titik antiajaib lokal hanya dipengaruhi oleh pelabelan sisi yang mengakibatkan bobot titik berbeda, sedangkan bobot titik pada pewarnaan titik total antiajaib lokal dipengaruhi oleh pelabelan sisi dan titik sehingga memungkinkan bobot titiknya sama. Sehingga didapatkan keterkaitannya yaitu $\chi(C_n \bigodot \overline{K_m}) \leq \chi_{lat}(C_n \bigodot \overline{K_m}) \leq \chi_{la}(C_n \bigodot \overline{K_m})$.

Keterkaitan pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi yaitu mengingat (mengingat dan mengenali jenis-jenis graf yang akan digunakan dan mendefinisikan pewarnaan titik total antiajaib lokal), memahami (membangun himpunan titik dan sisi graf kemudian menentukan kardinalitasnya dan memberikan contoh graf yang diteliti), menerapkan (menerapkan konsep pewarnaan titik dengan pelabelan total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona yang akan diteliti sedemikian hingga dua titik yang bertetangga memiliki warna berbeda), menganalisis

Digital Repository Universitas Jember

(menganalisis pola pelabelan total antiajaib lokal yang digunakan dalam pewarnaan titik merupakan pola pelabelan yang tepat untuk graf hasil operasi korona yang diteliti), mengevaluasi (mengevaluasi batas bawah bilangan kromatik antiajaib lokal, fungsi titik, fungsi sisi dan fungsi bobot titik dari pewarnaan titik total antiajaib lokal sesuai dengan teorema yang dibentuk), dan mencipta (menciptakan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lat} serta menyusun pembuktian dari pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona).

Digital Repository Universitas Jember

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pewarnaan Titik Total Antiajaib Lokal pada Graf Hasil Operasi Korona dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Penguji yang telah memberikan perbaikan dalam penulisan skripsi ini;
7. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan ilmu;
8. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
9. Teman seperjuangan mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika angkatan 2015;
10. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Digital Repository Universitas Jember

Jember, 21 Februari 2019

Penulis

Digital Repository Universitas Jember

DAFTAR ISI

Halaman

Digital Repository Universitas Jember

Digital Repository Universitas Jember

DAFTAR GAMBAR

Halaman

Digital Repository Universitas Jember

Digital Repository Universitas Jember

DAFTAR TABEL

Halaman

Digital Repository Universitas Jember

DAFTAR LAMBANG

G	=	Graf G
$\in$	=	menyatakan elemen
$V(G)$	=	Himpunan titik pada graf G
$E(G)$	=	Himpunan sisi pada graf G
$\|V(G)\|$	=	Order dari graf G atau banyaknya titik pada graf G
$\|E(G)\|$	=	Banyaknya sisi pada graf G
v_n	=	Titik ke-n dari suatu graf G
e_n	=	Titik ke-n dari suatu graf G
$N(u)$	=	Himpunan tetangga dari titik u
(u, v)	=	Sisi yang dihubungkan oleh titik pangkal u dan titik ujung v
uv	=	Sisi yang dihubungkan oleh titik u dan v
C_n	=	Graf lingkaran dengan n titik
$\overline{K_n}$	=	Komplemen dari graf lengkap dengan n titik
w_v	=	Bobot titik v atau warna titik v
$\odot$	=	Simbol operasi korona
U_n	=	Suku ke-n
S_n	=	Graf bintang dengan $n + 1$ titik
$f : A \rightarrow B$	=	Fungsi dari himpunan A ke B
$\mathbb{N}_m$	=	Himpunan m bilangan asli pertama yaitu {1,2,...,m}
$\|A\|$	=	Banyak anggota himpunan A
$U \cup V$	=	Gabungan himpunan U dan V
$\chi(G)$	=	Bilangan kromatik dari pewarnaan graf G
$\chi_{la}(G)$	=	Bilangan kromatik antiajaib lokal dari pewarnaan graf G
$\chi_{lat}(G)$	=	Bilangan kromatik total antiajaib lokal dari pewarnaan graf G

Digital Repository Universitas Jember

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada era globalisasi ini, ilmu pengetahuan dan teknologi semakin berkembang seiring dengan kebutuhan manusia. Akibatnya, manusia dituntut untuk memiliki kualitas berpikir yang lebih baik dari sebelumnya dalam menyelesaikan masalah di kehidupan sehari-hari. Matematika merupakan ilmu yang universal yang memiliki peranan penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi untuk memajukan daya pikir manusia. Matematika sering digunakan dalam menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan perhitungan dan komputasi.

Matematika berfokus pada pemecahan masalah. Dalam menyelesaikan permasalahan matematika dibutuhkan keterampilan berpikir agar diperoleh solusi yang tepat dan logis. Keterampilan berpikir terdiri dari keterampilan berpikir tingkat dasar (*Lower Order Thinking Skills*) dan keterampilan berpikir tingkat tinggi (*Higher Order Thinking Skills*). Taksonomi Bloom merupakan teori yang mendasari keterampilan berpikir. Taksonomi Bloom membagi keterampilan berpikir dalam 6 tingkatan yaitu pengetahuan *Knowladge*, pemahaman (*comprehension*), penerapan (*application*), analisis (*analysis*), sintesis (*synthesis*), dan evaluasi (*evaluation*). Bloom mengklasifikasikan berpikir tingkat tinggi mulai tahap analisis, evaluasi dan mengkreasi. Anderson L, dan Krathwohl (2001) dalam bukunya yang berjudul "Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy", merevisi tingkatan Taksonomi Bloom dengan merubah kata benda menjadi kerja untuk mengindikasikan siswa dapat melakukan sesuatu (kata kerja) dengan sesuatu (kata benda). Setelah direvisi, tingkatan Taksonomi Bloom menjadi mengingat (*remember*), memahami (*understand*), menerapkan (*apply*), menganalisis (*analysis*), mengevaluasi (*evaluate*), dan menciptakan/mengkreasi (*create*)(Dafik, 2015:17-18).

Matematika memiliki beberapa cabang ilmu, antara lain : matematika analisis, matematika murni, matematika aplikasi, matematika statistic, matematika ekonomi, matematika diskrit dan lain sebagainya. Salah satu cabang ilmu matematika yang menarik untuk dikaji adalah matematika

Digital Repository Universitas Jember

diskrit yang didalamnya memuat teori graf. Teori graf merupakan ilmu yang mulai dikenal pada saat seorang matematikawan bangsa Swiss, bernama Leonhard Euler, berhasil menyelesaikan masalah Jembatan Konigsberg pada tahun 1736. Jembatan konigsberg merupakan jembatan terkenal di Eropa yang berada diatas sungai Pregel di Konigsberg. Euler melakukan percobaan untuk membuktikan kemungkinan melewati keempat daerah di Konigsberg, yang terhubung dengan tujuh jembatan, tepat hanya dalam sekali waktu dan kembali lagi ke tempat semula. Pembuktian Euler terhadap masalah Jembatan Konigsberg merupakan awal lahirnya teori graf yang kemudian memunculkan konsep-konsep lain untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Permasalahan jembatan Konigsberg tersebut dapat diinterpretasikan dalam graf dengan menentukan keempat daerah sebagai titik (*vertex*) dan ketujuh jembatan sebagai sisi (*edge*). Graf merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mencari solusi dari permasalahan diskrit dalam dunia nyata. Graf digunakan untuk menggambarkan struktur yang ada sebagai visualisasi objek-objek agar lebih mudah dimengerti.

Teori graf banyak digunakan sebagai alat bantu untuk menggambarkan suatu persoalan agar lebih mudah dimengerti dan diselesaikan. Pelabelan graf merupakan salah satu topik dalam teori graf yang menginterpretasikan graf sebagai titik dan sisi serta himpunan bilangan cacah yang disebut label. Pelabelan graf pertama kali muncul pada pertengahan tahun 1960-an yang diawali sebuah hipotesis oleh Ringel dan Rosa(dalam Dafik, 2007:17). Pelabelan pada graf merupakan fungsi bijektif yang memasangkan setiap titik atau sisi pada himpunan bilangan cacah. Pelabelan dibagi menjadi tiga kriteria, yaitu pelabelan sisi (*edge labelling*), pelabelan dengan domainnya berupa sisi; pelabelan titik (*vertex labelling*), pelabelan dengan domainnya berupa titik; dan pelabelan total (*total labelling*), pelabelan dengan domainnya berupa sisi dan titik.

Pewarnaan titik (*vertex colouring*) adalah memberikan warna berbeda pada titik yang bertetangga sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga mempunyai warna yang sama. Warna yang digunakan dapat berupa himpunan bilangan asli seperti $(1, 2, 3, ..., k)$. Banyaknya Bilangan asli minimal yg digunakan mewarnai titik pada graf G disebut dengan bilangan kromatik yang biasanya dilambangkan dengan $\chi(G)$. Pewarnaan titik dapat

Digital Repository Universitas Jember

diterapkan pada graf yang merupakan hasil operasi dari beberapa graf khusus seperti graf lingkaran (C_n), komplemen graf lengkap ($\overline{K_n}$), graf lintasan (P_n) dan graf bintang (S_n). Graf khusus memiliki keunikannya yaitu tidak isomorfis dengan graf lainnya. Karekteristik bentuk dari graf khusus dapat diperluas sampai order n dan simetris.

Topik terbaru dari teori graf yaitu dengan mengkaitkan pewarnaan graf dengan pelabelan antiajaib yang dikenal dengan pewarnaan titik antiajaib lokal. Pelabelan antiajaib graf dapat diartikan graf yang memiliki bobot titik atau bobot sisi yang tidak sama (Dwi, 2011). Terdapat beberapa pembahasan mengenai pewarnaan titik antiajaib lokal, diantaranya pewarnaan titik dengan pelabelan titik, pewarnaan titik dengan pelabelan sisi, pewarnaan titik dengan pelabelan total. Sebelumnya, pada paper yang berjudul *Local Antimagic Vertex Coloring of a Graph* telah dibahas mengenai pewarnaan titik dengan pelabelan sisi yang di teliti oleh Arumugam et al. (2017).

Penelitian ini akan membahas tentang pewarnaan titik dengan pelabelan total pada graf hasil operasi korona dari beberapa graf khusus karena belum ada penelitian yang membahasnya. Peniliti juga akan mengkaitkan enam tahapan Taksonomi Bloom revisi dalam pembahasan penelitian ini. Oleh Karena itu, peniliti mengambil judul **Pewarnaan Titik Total Antiajaib Lokal pada Graf Hasil Operasi Korona dan Kaitannya Dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka masalah yang dapat dirumuskan dalam penelitian ini adalah:

a) Bagaimana pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona?

b) Bagaimana keterkaitan antara pewarnaan titik menggunakan pelabelan sisi antiajaib lokal dengan pewarnaan titik menggunakan pelabelan total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona?

c) Bagaimana kaitan pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi?

Digital Repository Universitas Jember

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka masalah penelitian ini dibatasi pada:

a) Graf hasil operasi korona yang digunakan pada penelitian ini adalah graf matahari ($C_n \bigodot \overline{K_1}$), graf korona ($C_n \bigodot \overline{K_m}$), graf *Hairycycle* $HC(n; r_i, i = 1, 2, , n)$ dan graf $C_n \bigodot C_m$.

b) Taksonomi bloom yang digunakan yang telah direvisi.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

a) Untuk menentukan pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona;

b) Menganalisis keterkaitan antara pewarnaan titik total antiajaib lokal dengan pewarnaan titik biasa pada graf hasil operasi korona;

c) Menganalisis kaitan keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menentukan pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

a) Memberikan pengetahuan baru dalam bidang teori graf khususnya tentang pewarnaan titik total antiajaib lokal;

b) Memberikan motivasi kepada pembaca untuk mengembangkan penelitian tentang pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi Korona lainnya;

c) Diharapkan hasil penelitian ini sebagai sumber referensi untuk pengembangan atau perluasan ilmu tentang pewarnaan titik total antiajaib lokal;

d) Sebagai sumber referensi untuk pengembangan keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menentukan pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi Korona.

Digital Repository Universitas Jember

1.6 Kebaruan Penelitian

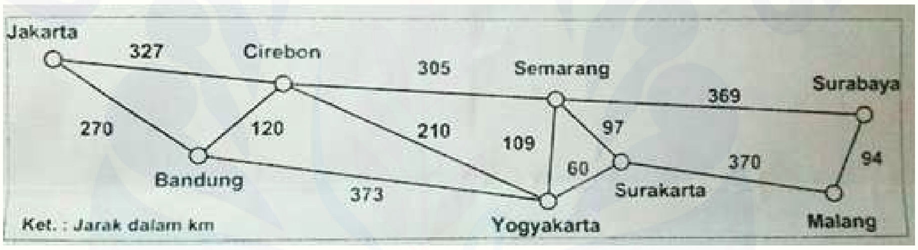
Kebaruan penelitian ini adalah pengembangan dari paper yang berjudul Local Antimagic Vertex Coloring of a Graph yang diteliti oleh Arumugam et al. (2017) mengenai pewarnaan titik dengan pelabelan sisi pada graf khusus. Penelitian pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona belum diteliti sehingga peneliti tertarik untuk meneliti.

Digital Repository Universitas Jember

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Terminologi Dasar Graf

Graf dapat dikatakan sebagai suatu konfigurasi dari himpunan titik dan hubungan yang terjadi diantaranya pada aplikasi yang beragam. Dalam kehidupan sehari-hari, graf digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada dan sebagai visualisasi obyek-obyek agar lebih mudah dimengerti. Contohnya, suatu jaringan fisik jalan raya, peta transportasi kota, pemetaan lampu lalu lintas, dan lain-lain dapat digambarkan dalam suatu konfigurasi. Konfigurasi tersebut, yang dimodelkan oleh struktur kombinatorik disebut sebagai graf (Singh, 2010). Gambar 2.1 memperlihatkan peta jalur antar kota sebagai salah satu konfigurasi graf dalam kehidupan sehari-hari.

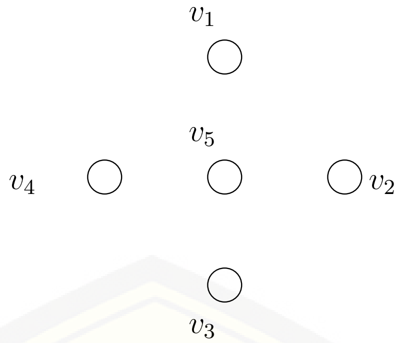


Gambar 2.1 Peta jalur antar kota

Graf G didefinisikan sebagai pasangan terurut himpunan $(V(G), E(G))$ dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong yang anggotanya disebut titik dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut (u, v) dimana $u, v \in V(G)$ yang disebut sisi (Slamin, 2009:11-12). Dari definisi tersebut dapat disimpulkan bahwa suatu graf mungkin tidak mempunyai sisi tetapi harus memiliki titik. Graf yang tidak mempunyai sisi disebut dengan graf kosong (*nullgraph*) dinotasikan dengan N_n, dimana n adalah jumlah titik pada graf. Gambar 2.2 merupakan contoh dari graf kosong dengan 5 titik yang di notasikan dengan N_5.

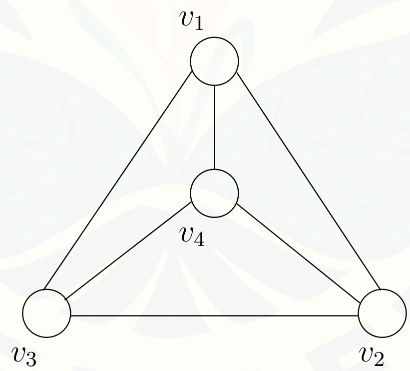
Menurut Munir (1994:365-366), dua buah titik pada graf disebut bertetangga (*adjacent*) bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. (Hartsfield dan Ringel, 1990) mengungkapkan bahwa sebuah titik v_1 dikatakan *incident* dengan sisi e_1 apabila v_1 termasuk titik ujung dari

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 2.2 Graf kosong N_5

e_1. Derajat (*degree*) suatu titik pada graf adalah banyaknya titik yang bertetangga dengan titik tersebut. Sebagai contoh, graf G pada gambar 2.3, v_1 bertetangga dengan v_2, v_3 dan v_4 sehingga dapat dikatakan titik v_1 berderajat 3, sedangkan v_1 dan v_2 incident dengan e_1 $((v_1v_2))$. Dua buah titik pada graf G dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi. Dengan kata lain, u bertetangga dengan v jika $(u, v) \in E(G)$. Himpunan titik yang bertetangga dengan v dinotasikan dengan $N(v)$. Sebagai contoh pada gambar 2.3, $N(v_4) = v_1, v_2, v_3,$.



Gambar 2.3 Graf $N(v_4)$

Graf dimana setiap sisinya menghubungkan dua titik yang berbeda dan tidak ada sisi yang menghubungkan pasangan titik yang sama dinamakan Graf Sederhana (*Simple graph*). Terdapat pula graf yang memiliki beberapa sisi yang dihubungkan ke titik yang sama, graf ini dinamakan Multigraf (*Multigraph*) (Rosen, 2007). Graf sederhana adalah graf yang tidak memuat loop (gelung) dan sisi rangkap, sedangkan graf tak sederhana adalah graf

Digital Repository Universitas Jember

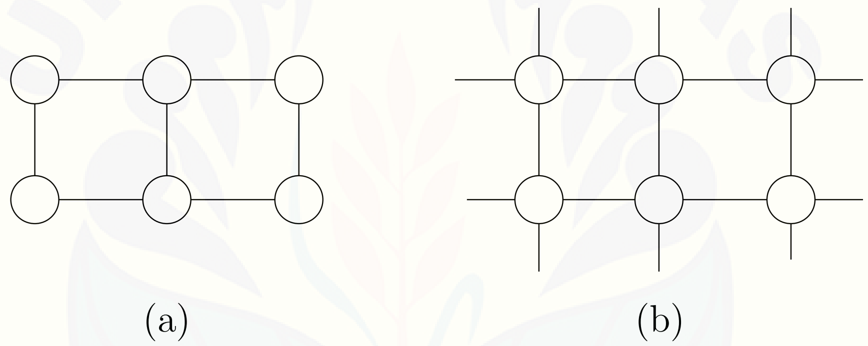
yang memuat loop (gelung) atau sisi rangkap.

2.2 Jenis-jenis graf

Terdapat beberapa pengelompokan jenis-jenis graf, yaitu berdasarkan jumlah simpul yang dimilikinya, orientasi arah pada sisi dan ada tidaknya sisi ganda.

Berdasarkan jumlah simpul yang dimilikinya, graf dibagi menjadi dua jenis yaitu graf hingga dan graf tak hingga.

1. Graf Berhingga (*Limited Graph*) adalah graf yang jumlah verteksnya n, berhingga. Contoh graf pada gambar 2.4 (a)
2. Graf tak berhingga (*Unlimited Graph*) adalah graf yang jumlah verteksnya, n tidak berhingga. Contoh graf pada gambar 2.4 (b)



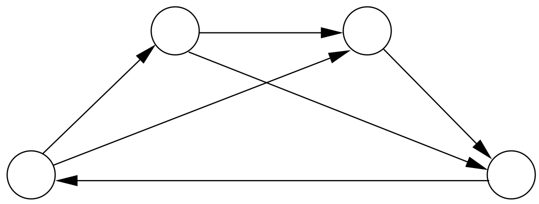
Gambar 2.4 (a) Graf berhingga dan (b) Graf tak berhingga

Berdasarkan orientasi arah pada sisinya, graf dibagi menjadi dua jenis yaitu graf berarah dan graf tidak berarah.

1. Graf tidak berarah (*Undirect Graph*) adalah graf yang tidak mempunyai orientasi arah. Pada graf tak berarah, urutan pasangan simpul yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Jadi, $(u, v) = (v, u)$ adalah sisi yang sama. Pada gambar 2.3 dan gambar 2.4 (a) merupakan Contoh graf tidak berarah;
2. Graf berarah (*directed graf* atau digraf) adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Contoh graf pada gambar 2.5.

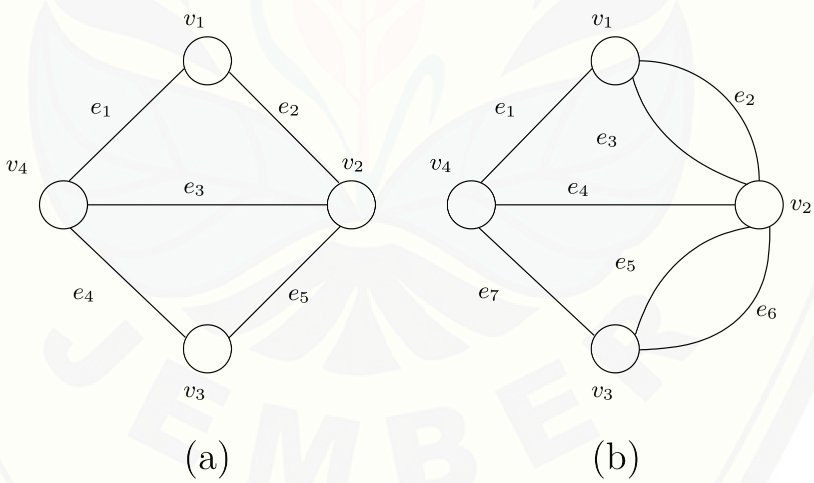
Berdasarkan ada dan tidaknya sisi ganda, graf dibagi menjadi dua yaitu graf sederhana dan graf tak sederhana.

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 2.5 Graf berarah

1. Graf sederhana (simple graf) adalah graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi-ganda dinamakan graf sederhana. Pada graf sederhana sisi merupakan pasangan tak terurut. Jadi sisi (u, v) sama saja dengan (v, u). Contoh graf pada gambar 2.6 (a);
2. Graf tak-sederhana (unsimple-graf/multigraf) adalah graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Contoh graf pada gambar 2.6 (b). Graf tak sederhana dibagi menjadi dua macam, yaitu graf ganda dan graf semu. Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Sedangkan graf semu adalah graf yang mengandung gelang. Sisi pada graf semu dapat terhubung ke dirinya sendiri.



Gambar 2.6 (a) Graf sederhana dan (b) Graf tak sederhana

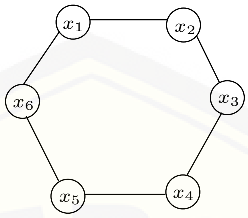
2.3 Graf Khusus

Graf khusus adalah graf yang memiliki keunikan dan karakteristik bentuk khusus yaitu tidak isomorfis dengan graf lainnya dan dapat diperluas sampai dengan order n tetapi tetap simetris. Graf khusus dapat

Digital Repository Universitas Jember

dikelompokkan beberapa jenis, diantaranya yaitu graf lingkaran, graf lintasan dan komplemen graf lengkap. Berikut penjelasan dari graf-graf tersebut.

1. Graf lingkaran (*cycle graph*) adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua. Graf lingkaran dengan n simpul dilambangkan dengan C_n;



Gambar 2.7 Graf Lingkaran C_6

2. Komplemen graf ($\overline{G}$) dari suatu graf G adalah graf dengan simpul-simpul $V(G)$ sedemikian hingga dua simpul yang bertetangga di $\overline{G}$ jika dan hanya jika simpul-simpul itu tidak bertetangga di G (Chartrand et al., 2011). Komplemen graf lengkap ($\overline{K_n}$) ditunjukkan oleh graf kosong (*Null Graph*) dengan n titik. Contoh dari komplemen graf lengkap pada gambar 2.2.

2.4 Operasi graf dan graf hasil operasi korona

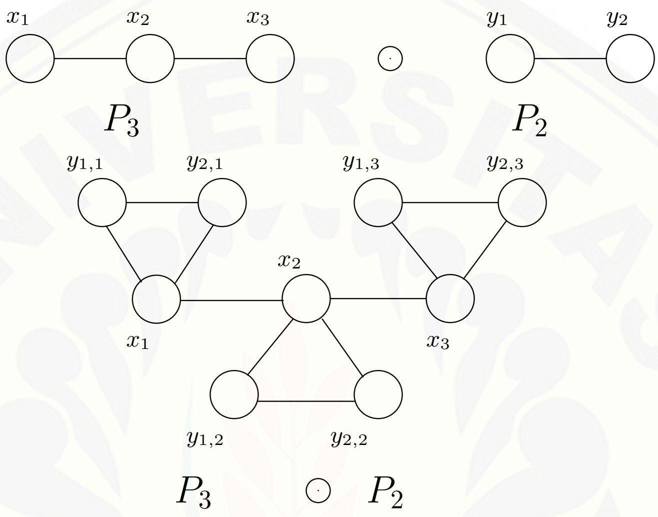
Operasi graf merupakan cara untuk menghasilkan suatu graf baru dengan mengoperasikan dua buah graf. Terdapat beberapa operasi graf, antara lain yaitu joint, Cartesian product, Corona product, Tensor product, Amalgamation, composition, shackle. Operasi yang digunanakan pada penilitian ini adalah operasi korona. *Korona product* dari dua buah graf $G_1(V_1, E_1)$ dan $G_2(V_2, E_2)$ dinotasikan dengan $G_1 \bigodot G_2$, yaitu graf yang diperoleh dengan mengambil sebuah duplikat dari graf G_1 dan duplikat $|V(G_1)|$ dari G_2 yaitu $G_i, i = 1, 2, 3, ..., |V(G_1)|$, kemudian menghubungkan titik ke-i dari G_1 ke setiap titik di G_2 (Harsya et al., 2014). Pada Gambar 2.8 merupakan contoh graf hasil dari operasi korona dua buah graf.

Pada penelitian ini, graf yang digunakan untuk operasi korona adalah graf-graf khusus, yaitu graf lingkaran, graf lintasan dan komplemen graf lengkap. Berikut penjelasan mengenai pengertian dari beberapa graf-graf hasil operasi korona tersebut :

1. Graf Matahari $C_n \bigodot \overline{K_1}$ adalah suatu graf yang dibentuk dari graf lingkaran C_n dimana setiap simpul pada graf lingkaran C_n diberi

Digital Repository Universitas Jember

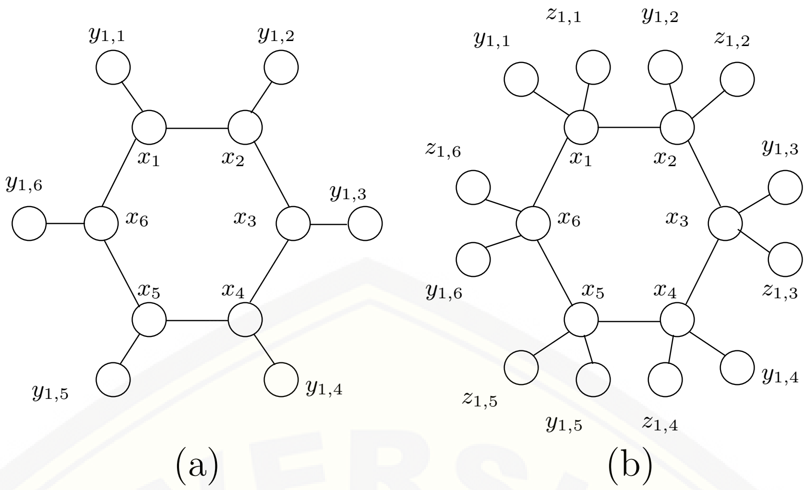
tambahan satu simpul berderajat satu $\overline{K_1}$ sedemikian hingga setiap simpul pada matahari memiliki 3 derajat, kecuali pada simpul ujung-ujungnya yang hanya memiliki 1 derajat (Arief, 2012). Graf matahari merupakan hasil dari produk korona antara dua graf, yaitu graf lingkaran dengan n simpul $C_n, n \geq 3$ dan komplemen dari graf lengkap dengan jumlah simpul satu ($\overline{K_1}$). Gambar 2.9 (a) merupakan contoh graf matahari hasil operasi korona C_6 dengan $\overline{K_1}$.



Gambar 2.8 Graf $P_3 \bigodot P_2$

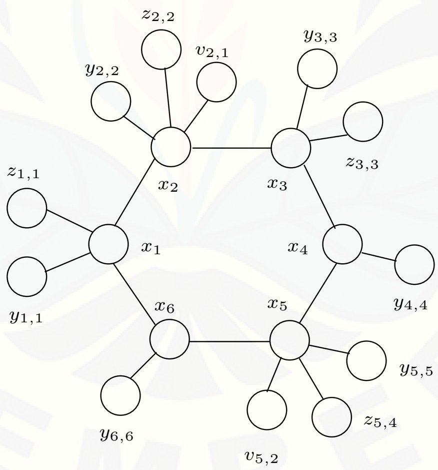
2. Graf Korona $C_n \bigodot \overline{K_m}$ merupakan graf yang dibentuk dari graf lingkaran dengan menambahkan m simpul berderajat satu, $m \geq 2$, pada setiap simpul dari graf lingkaran dengan n simpul $C_n, n \geq 3$ sedemikian hingga setiap simpul pada graf C_n memiliki $2 + |V(\overline{K_m})|$ derajat (Arief, 2012). Graf korona juga hasil produk korona dari dua buah graf, yaitu graf lingkaran dengan jumlah simpul $n(C_n)$ dan komplemen dari graf lengkap dengan r simpul ($\overline{K_r}$), r bilangan asli. Gambar 2.9 (b) merupakan contoh graf korona hasil operasi korona C_6 dengan $\overline{K_2}$.
3. Graf *Hairycycle* $HC(n; r_i, i = 1, 2, , n)$ merupakan sebuah graf yang dibentuk dari graf lingkaran C_n dengan menghubungkan sembarang r_i simpul luar berderajat satu pada setiap simpul dalam $v_i, i = 1, 2, , n$ pada graf lingkaran C_n. Simpul luar adalah simpul berderajat satu pada graf *hairycycle* sedangkan simpul dalam adalah simpul yang terdapat pada bagian lingkaran graf *hairycycle* (Arief, 2012). Bentuk dari Graf

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 2.9 (a) Graf Matahari $C_6 \odot \overline{K_1}$ dan (b) Graf Korona $C_6 \odot \overline{K_2}$

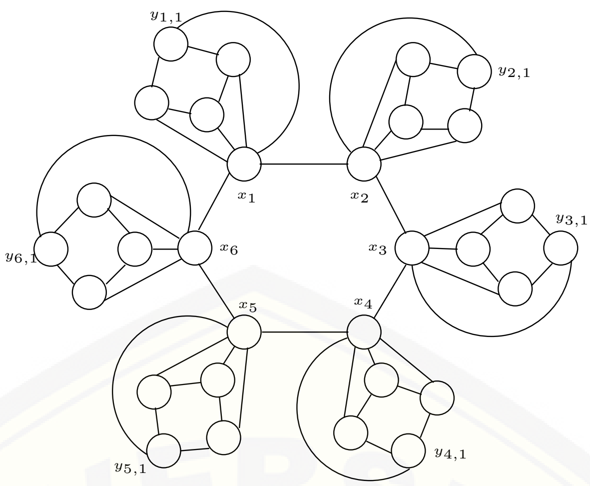
hairycycle memiliki kesamaan dengan bentuk graf korona, namun pada graf *hairycycle* memiliki jumlah simpul daun yang terhubung pada simpul ke-i di lingkaran tidak sama. Gambar 2.10 merupakan contoh graf *hairycycle* $HC(6; 2, 3, 2, 1, 3, 1)$.



Gambar 2.10 Graf *Hairycycle* $HC(6; 2, 3, 2, 1, 3, 1)$

4. Graf $C_n \odot C_m$ merupakan graf yang dibentuk dari graf lingkaran dimana setiap simpul pada graf C_n diberi tambahan sisi sebanyak $|V(C_m)|$, $m \geq 3$, sedemikian hingga setiap simpul pada graf C_n memiliki $2+|V(C_m)|$ derajat. Graf $C_n \odot C_m$ juga hasil produk korona dari dua buah graf lingkaran C_n dan C_m dengan $n, m \geq 3$. Gambar 3.3 merupakan contoh graf $C_n \odot C_m$ dengan $n = 6$ dan $m = 4$.

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 2.11 Graf $C_6 \odot C_4$

2.5 Fungsi

Fungsi adalah suatu relasi yang menghubungkan setiap anggota x pada domain dengan suatu nilai tunggal $f(x)$ pada kodomain. Pada penelitian ini, fungsi digunakan Dalam proses menemukan lemma dan teorema pada pelabelan suatu graf. Definisi dari fungsi yang digunakan pada penelitian ini dapat dilihat pada definisi 2.5.1.

Definisi 2.5.1. *Untuk suatu himpunan tak kosong A, B suatu fungsi f dari A ke B, dinotasikan $f : A \to B$, adalah suatu relasi dari A ke B dimana setiap elemen dari A dipasangkan tepat satu elemen di B (Grimaldi, 2004:252).*

Ada tiga jenis fungsi khusus yang dijelaskan pada definisi berikut.

Definisi 2.5.2. *Suatu fungsi $f : A \to B$ satu-satu, atau injektif, jika setiap elemen dari B terpasangkan paling banyak satu sebagai bayangan dari elemen A.*

Definisi 2.5.2 menjelaskan, jika $f : A \to B$ fungsi satu-satu, dengan A, B berhingga, haruslah $|A| \leq |B|$. Untuk sebarang himpunan $A, B, f : A \to B$ adalah satu-satu jika dan hanya jika untuk semua $x_1, x_2 \in A, f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ (Grimaldi, 2004:255).

Definisi 2.5.3. *Suatu fungsi $f : A \to B$ dikatakan onto atau surjektif, jika $f(A) = B$, jika untuk semua $y \in B$ memiliki paling sedikit satu $x \in A$ dengan $f(x) = y$.*

Digital Repository Universitas Jember

Jika $f : A \to B$ fungsi onto atau surjektif, dengan A, B berhingga, haruslah $|A| \geq |B|$. Untuk sebarang himpunan $A, B, f : A \to B$ adalah surjektif jika dan hanya jika untuk setiap $y \in B$ terdapat $x \in A$ sehingga $f(x) = y$ (Grimaldi, 2004:260).

Definisi 2.5.4. *Suatu fungsi $f : A \to B$ dikatakan bijektif, atau korespondensi satu-satu, jika f satu-satu dan onto.*

Jika $f : A \to B$ fungsi bijektif, dengan A, B berhingga, haruslah $|A| = |B|$ (Grimaldi, 2004:279).

2.6 Pelabelan Graf

Suatu pelabelan pada graf adalah pemetaan yang memetakan elemen-elemen dari graf ke suatu bilangan bulat positif. Secara matematik definisi pelabelan graf saat dituliskan sebagai berikut: Pelabelan graf $G = (V, E)$ dalah suatu pemetaan: $D \to N$, dimana D: domain, N: himpunan label dari G, jika $D = V$ maka disebut pelabelan titik (*vertex labelling*), $D = E$ maka disebut pelabelan sisi (*edge labelling*) dan $D = VE$ maka disebut pelabelan total (*total labelling*). Pelabelan titik adalah pelabelan dengan domainnya berupa himpunan titik. Pelabelan sisi adalah pelabelan dengan domainnya berupa himpunan sisi. Pelabelan total adalah pelabelan dengan domainnya berupa himpunan titik dan sisi (Sugeng, 2005).

Pada pelabelan sisi suatu graf $G = (V, E)$ jika semua titik mempunyai bobot titik yang sama maka disebut pelabelan sisi titik ajaib sedangkan jika semua titik V mempunyai bobot titik yang berbeda maka disebut pelabelan sisi titik antiajaib. Pada pelabelan total, bobot titik diartikan sebagai jumlah label titik V dan label sisi E yang bersisian dengan titik V. Jika semua titik mempunyai bobot titik yang sama maka pelabelan tersebut disebut pelabelan total ajaib sedangkan jika semua titik mempunyai bobot titik yang berbeda maka pelabelan tersebut disebut pelabelan total antiajaib.

Untuk suatu pelabelan sisi f, bobot titik (*vertex weight*) dari titik v didefinisikan oleh $w(v) = \sum_{u \in N(v)} f(uv)$ dan untuk pelabelan total f, bobot titik (*vertex weight*) dari titik v didefinisikan oleh $w(v) = \sum_{u \in N(v)} (f(v) + f(uv))$, dimana $N(v)$ adalah himpunan tetangga (*neighbors*) dari v (Miller, 2011).

Digital Repository Universitas Jember

2.7 Pewarnaan Graf

Pewarnaan graf adalah pemberian warna pada elemen graf sedemikian hingga tidak boleh ada warna yang sama untuk setiap elemen graf yang bertetangga, namun warna yang dihasilkan harus seminimum mungkin. Pewarnaan graf menjadi salah satu permasalahan terkenal dibidang teori graf yang memiliki sejarah panjang dan sampai saat ini masih banyak peniliti yang melakukan penelitian mengenai pewarnaan graf.

Definisi 2.7.1. *Diberikan suatu graf G, bilangan kromatik (chromatic number) dari G, dinotasikan $\chi(G)$, adalah bilangan bulat terkecil k sedemikian hingga G adalah k-pewarnaan (Harris, 2000:86).*

Terdapat tiga jenis pewarnaan pada graf, yaitu pewarnaan titik (*vertex coloring*), pewarnaan sisi (*edge coloring*), dan pewarnaan wilayah (*region coloring*).

1. Pewarnaan titik (*vertex coloring*) adalah memberikan warna berbeda pada setiap titik atau simpul yang saling bertetangga dimana pemberian warna harus seminimum mungkin. Warna yang digunakan dapat berupa himpunan bilangan asli seperti $(1, 2, 3, ..., k)$, sedemikian hingga $c : V(G) \rightarrow 1, 2, 3, ..., k, c(u) \neq c(v)$ jika u dan v merupakan dua titik yang bertetangga.
2. Pewarnaan sisi (*edge coloring*) adalah pemberian warna pada setiap sisi sedemikian hingga setiap dua sisi yang terkait dengan titik yang sama mendapatkan warna yang berbeda dimana pemberian warna harus seminimum mungkin. Warna yang digunakan dapat berupa himpunan bilangan asli seperti $(1, 2, 3, ..., k)$, sedemikian hingga $c : E(G) \rightarrow 1, 2, 3, ..., k, c(e) \neq c(f)$ jika sisi e dan f bertetangga.
3. Pewarnaan wilayah (*region coloring*) adalah memberikan warna pada tiap wilayah sedemikian hingga setiap dua wilayah yang bertetangga memiliki warna yang berbeda. Seperti halnya dengan pewarnaan titik dan sisi, pewarnaan wilayah juga dapat dinyatakan sebagai fungsi $c : R(G) \rightarrow 1, 2, 3, ..., k, c(r) \neq c(s)$ jika wilayah r dan s bertetangga.

Digital Repository Universitas Jember

2.8 Pewarnaan Titik Antiajaib Lokal

Pewarnaan titik antiajaib lokal merupakan topik terbaru dalam pewarnaan graf yang mengaitkan konsep pewarnaan dengan pelabelan yaitu pelabelan antiajaib.

Definisi 2.8.1. *Sebuah graf $G = (V, E)$ dengan banyaknya titik yang disebut dengan order (p) atau $|V| = p$ dan banyaknya sisi yang disebut dengan ukuran (q) atau $|E| = q$ mempunyai titik-titik yang tidak terisolasi. Suatu pemetaan bijekif $f : E \rightarrow 1, 2, ..., p + q$ disebut suatu pelabelan antiajaib lokal jika untuk setiap dua titik bertetangga u dan v, $uv \in E$ dengan $w(u) \neq w(v)$ dimana $w(v) = \Sigma_{(e \in E(v)} f(e)$ dan $E(v)$ adalah bagian dari sisi yang bersisihan dengan v (Arumugam, 2017).*

Definisi 2.8.1 menjelaskan bahwa pewarnaan titik antiajaib lokal hanya melabeli sisi dan bobot atau warna setiap titik $v \in G$ dinotasikan $w(v)$ ditentukan dari jumlah label dari semua sisi yang bersisian dengan titik v dimana bobot dari dua titik yang bertetangga berbeda.

Definisi 2.8.2. *bilangan kromatik antiajaib lokal $\chi_{la}(G)$ didefinisikan banyaknya warna minimum dari semua pewarnaan graf G dengan pelabelan antiajaib lokal dari graf G (Arumugam, 2017).*

Proposisi 2.8.1. *Untuk setiap graf G berlaku $\chi_{la}(G) \geq \chi(G)$ (Arumugam, 2017).*

Arumugam et al. (2018), pada papernya yang berjudul *Local Antimagic Vertex Coloring for Corona Products of a Graph* telah membahas mengenai pewarnaan titik antiajaib lokal dengan pelabelan sisi pada graf hasil operasi korona yaitu graf $C_n \bigodot \overline{K_1}$ dan graf $C_n \bigodot \overline{K_m}$. Paper tersebut menghasilkan beberapa lemma sebagai berikut.

Lemma 2.8.1. $\chi_{la}(C_3 \bigodot \overline{K_1}) = 5$.

Lemma 2.8.2. $\chi_{la}(C_n \bigodot \overline{K_1}) \leq n + 2$ *untuk n ganjil dan $n \geq 5$.*

Lemma 2.8.3. $\chi_{la}(C_n \bigodot \overline{K_1}) \leq n + 2$ *untuk n genap dan $n \geq 6$.*

Lemma 2.8.4. $\chi_{la}(C_n \bigodot \overline{K_1}) \geq n + 2$ *untuk $n = 4$.*

Digital Repository Universitas Jember

Lemma 2.8.5. *$\chi_{la}(C_n \bigodot \overline{K_2}) \leq 2n+2$ untuk n genap dan $n \geq 4$.*

Lemma 2.8.6. *$\chi_{la}(C_n \bigodot \overline{K_2}) \leq 2n+2$ untuk n ganjil dan $n \geq 5$.*

Lemma 2.8.7. *$\chi_{la}(C_3 \bigodot \overline{K_2}) = 9$.*

Lemma 2.8.8. *$\chi_{la}(C_n \bigodot \overline{K_m}) \leq mn+2$ untuk n genap, $n \geq 4$ dan m ganjil, $m \geq 3$.*

Lemma 2.8.9. *$\chi_{la}(C_n \bigodot \overline{K_m}) \leq mn+3$ untuk n ganjil, $n \geq 5$ dan m genap, $m \geq 4$.*

2.9 Pewarnaan Titik Total Antiajaib Lokal

Pelabelan total antiajaib lokal menjadi konsep untuk pewarnaan titik total antiajaib lokal dalam mewarnai titiknya. Pelabelan antiajaib lokal domainnya adalah $E \cup V$, sehingga untuk menentukan warna titik v di G ditentukan dari jumlah label semua sisi yang terhubung dengan v ditambah label v itu sendiri. Secara formal pengertian dari pelabelan total antiajaib lokal dapat ditunjukkan pada definisi 2.9.1.

Definisi 2.9.1. *Sebuah graf $G = (V, E)$ dengan banyaknya titik yang disebut order (p) atau $|V| = p$ dan banyaknya sisi yang disebut dengan ukuran (q) atau $|E| = q$ mempunyai titik-titik tidak terisolasi. Suatu pemetaan bijekif $f : V \cup E \rightarrow 1, 2, ..., p+q$ disebut suatu pelabelan total antiajaib lokal jika untuk semua $uv \in E$ dengan $w(u) \neq w(v)$ dimana $w(v) = \Sigma_{(e \in E(v)} f(e) + f(v)$. Suatu graf G dikatakan total antiajaib lokal jika G memiliki suatu pelabelan total antiajaib lokal (Dafik, 2018).*

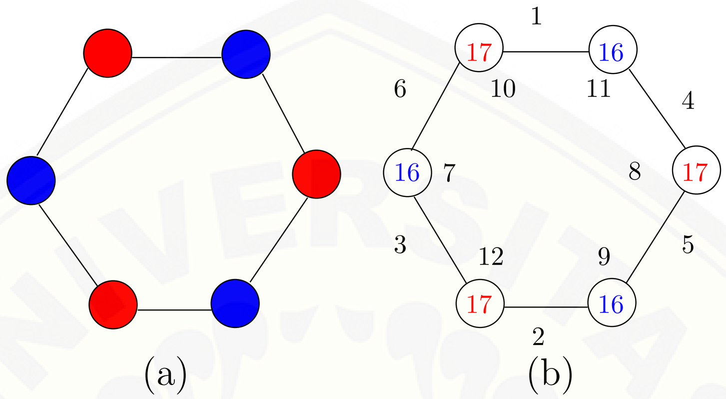
Definisi 2.9.1 menjelaskan bahwa pelabelan total antiajaib lokal yang mengarah pada pewarnaan titik total antiajaib lokal dimulai dengan melabeli sisi kemudian melabeli titik sehingga warna (bobot) titik $w(v)$ ditentukan dari jumlah label sisi yang bersisian dengan titik v dan label titik v itu sendiri, dengan syarat bobot dari dua titik yang bertetangga harus berbeda. Hal ini berkaitan dengan konsep berikut.

Definisi 2.9.2. *Bilangan kromatik total antiajaib lokal $\chi_{lat}(G)$ adalah banyaknya warna minimum dari semua pewarnaan graf G dengan pelabelan total antiajaib lokal dari graf G (Dafik, 2018).*

Digital Repository Universitas Jember

Proposisi 2.9.1. *Untuk sebarang graf G berlaku $\chi_{lat}(G) \geq \chi(G)$ (Dafik, 2018).*

Gambar 2.12 merupakan contoh dari pelabelan total antiajaib lokal dari graf Lingkaran (C_6) dan diperoleh bilangan total antiajaib lokal $\chi_{lat}(C_6) = \chi(C_6)$.



Gambar 2.12 (a) 2-pewarnaan graf (C_6) dan (b) Pelabelan total antiajaib lokal graf (C_6)

2.10 Aplikasi Graf

Teori graf dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai permasalahan dalam kehidupan sehari-hari, misalnya aplikasi pewarnaan graf yaitu pewarnaan titik yang diterapkan dalam Penyusunan sebuah jadwal. Penyusunan sebuah jadwal merupakan masalah umum yang sering terjadi dalam kehidupan kita sehari-hari. Untuk penjadwalan sebagian besar kegiatan yang melibatkan banyak orang, sering terdapat faktor yang menyebabkan adanya bentrokan dalam penyusunan sebuah jadwal itu sendiri. Salah satu contohnya dalam penyusunan jadwal ujian mata kuliah mahasiswa.

Misalnya, terdapat himpunan delapan orang mahasiswa $M = 1, 2, 3, 4, .., 8$ dan lima buah mata kuliah yang dipilih oleh kedelapan mahasiswa tersebut $MK = 1, 2, 3, 4, 5$. Tabel 2.10 memperlihatkan matriks lima mata kuliah dan delapan orang mahasiswa. Pada tabel, angka 1 pada elemen (i, j) menandakan bahwa mahasiswa ke-i memilih mata kuliah j, sedangkan angka 0 menyatakan bahwa mahasiswa ke-i tidak memilih mata kuliah j.

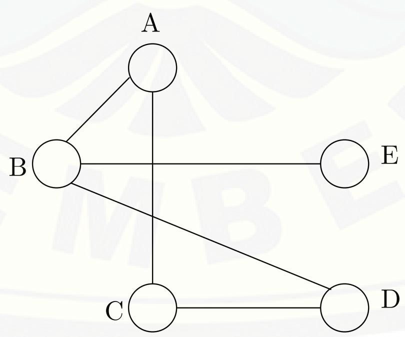
Digital Repository Universitas Jember

Tabel 2.1 Mata Kuliah yang diambil oleh delapan orang mahasiswa

Mahasiswa ke-	A	B	C	D	E
1	0	1	0	0	1
2	0	1	0	1	0
3	0	0	1	1	0
4	1	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	0	1	1	0
7	1	0	1	0	0
8	0	0	1	1	0

Berdasarkan Tabel 2.10, akan ditentukan sebuah jadwal ujian sehingga semua mahasiswa dapat mengikuti semua ujian mata kuliah tersebut. Oleh karena itu tidak boleh terdapat jadwal ujian mata kuliah yang sama dengan jadwal ujian mata kuliah lainnya yang juga diambil oleh mahasiswa tersebut. Ujian dua buah mata kuliah dapat dijadwalkan pada waktu yang sama jika tidak ada mahasiswa yang sama yang mengikuti ujian dua mata kuliah tersebut.

Untuk menyelesaikannya, persoalan tersebut dipetakan ke dalam sebuah graf, dimana setiap simpul dalam graf tersebut menyatakan mata kuliah dan sisi yang menghubungkan dua simpul menyatakan ada mahasiwa yang memilih kedua mata kuliah tersebut.

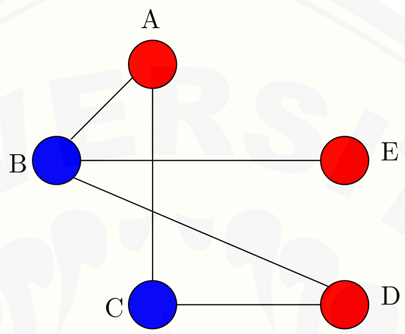


Gambar 2.13 Graf mata kuliah delapan orang mahasiswa

Dapat dilihat pada graf tersebut bahwa apabila terdapat dua buah simpul yang dihubungkan oleh sebuah sisi, maka ujian kedua mata kuliah tersebut tidak dapat diadakan secara bersamaan. Oleh karena itu, Simpul

Digital Repository Universitas Jember

(mata kuliah) yang berdekatan tidak boleh mendapat warna simpul (alokasi waktu) yang sama. Warna-warna yang berbeda dapat diberikan kepada simpul-simpul graf tersebut. Jadwal yang efisien adalah jadwal yang memungkinkan waktu sedikit mungkin untuk melaksanakan semua kegiatan tersebut. Selanjutnya, dilakukanlah pewarnaan pada graf tersebut untuk mencari bilangan kromatik graf tersebut, $\chi(G)$. Gambar 2.14 merupakan gambar graf dari persoalan ini yang telah diberi warna.



Gambar 2.14 Graf yang telah diberi warna tiap simpulnya

Dari gambar 2.14, terlihat bahwa ujian untuk mata kuliah A, D, dan E dapat dilaksanakan pada waktu yang bersamaan karena memiliki warna simpul yang sama, begitu pula dengan mata kuliah B dan C. Perbedaan warna simpul menunjukkan bahwa ujian mata kuliah tersebut dilaksanakan pada waktu yang berbeda.

2.11 Proposisi, Aksioma, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem

Kalimat deklaratif yang bernilai benar atau salah tetapi tidak sekaligus keduanya di dalam bidang matematika adalah definisi dari Proposisi. Aksioma adalah proposisi yang diasumsikan benar dan tidak perlu dibuktikan kebenarannya. Teorema adalah proposisi yang telah dibuktikan kebenarannya. *Lemma* dan *corollary* (akibat) merupakan bentuk khusus dari suatu teorema. *Lemma* adalah teorema sederhana yang digunakan untuk membuktikan teorema yang lain. *Lemma* biasanya tidak menarik namun menggunakan sederetan *lemma* dalam pembuktian Proposisi yang lebih kompleks dapat memudahkan dalam mengerti pembuktian tersebut. *Corollary* adalah teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema lain

Digital Repository Universitas Jember

yang telah dibuktikan, atau dapat dikatakan *corollary* merupakan teorema yang mengikuti dari teorema lain (Munir, 2015:35). Konjektur adalah sebuah proposisi yang dipradugakan sebagai hal yang nyata, benar, asli, dan secara umum didasarkan pada landasan inkonklusif (tanpa simpulan). Konjektur merupakan suatu pernyataan yang nilai kebenarannya tidak diketahui. Di dalam matematika, konjektur adalah proposisi yang tidak terbuktikan atau tidak memerlukan bukti atau merupakan teorema yang dianggap pasti benar adanya. Open problem (masalah terbuka) merupakan beberapa masalah yang secara akurat dapat dinyatakan, dan belum diselesaikan atau belum ditemukan solusinya (Putri, 2015:19).

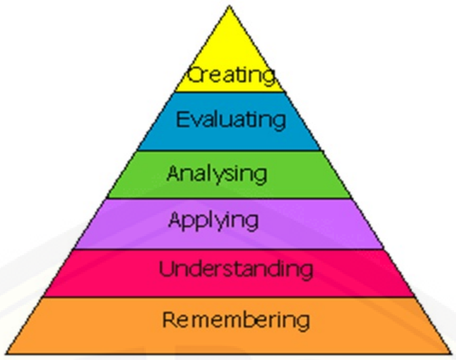
2.12 Berpikir Tingkat Tinggi

Penggunaan keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona untuk mengetahui keterkaitan tumbuhnya berpikir tingkat tinggi yang terdapat pada tahapan Taksonomi Bloom pada proses menemukan lemma dan teorema.

Keterampilan berpikir tingkat tinggi atau *Higher Order Thinking Skill (HOTS)* adalah kegiatan berpikir yang melibatkan level kognitif hearki tinggi berdasarkan Taksonomi Bloom (1956). Menurut Santrock (2008) berpikir melibatkan kegiatan memanipulasi dan mentransformasi informasi dalam memori. Lewis dan Smith (2015:136) menambahkan bahwa berpikir tingkat tinggi terjadi saat seseorang mengambil informasi-Informasi baru yang tersimpan dalam memori yang saling terkait, menata ulang secara meluas untuk menemukan kemungkinan jawaban dalam situasi yang membingungkan. Sebelum direvisi Taksonomi Bloom meliputi beberapa tahapan berpikir, yaitu mengetahui, memahami, mengaplikasikan, menganalisis, mensintesis, dan mengevaluasi. Kemudian Anderson dan Krathwohl (2001) merevisi taksonomi bloom menjadi Mengingat, Memahami, Mengaplikasikan, Menganalisis, Mengevaluasi, Mencipta/Mengkreasi (Lihat Gambar 2.15) Revisi yang dilakukan terhadap taksonomi Bloom adalah perubahan dari kata benda menjadi kata kerja. Perubahan ini dilakukan untuk menyesuaikan dengan tujuanpendidikan yang mengindikasikan bahwa siswa akan dapat melakukan sesuatu (kata kerja) dengan sesuatu(kata benda). Tiga tahapan teratas merupakan berpikir tingkat tinggi (*Higher*

Digital Repository Universitas Jember

Order Thinking), yaitu menganalisis, mensintesis, dan mengevaluasi.



Gambar 2.15 Taksonomi bloom revisi

Berikut ini merupakan penjelasan dan daftar kata kerja yang mendekati level kognitif dari tingkatan taksonomi bloom yang telah direvisi menurut Anderson, et al.(2001):67-68 :

a. **Proses kognitif 1: mengingat (*remembering*)**

Mengingat adalah mencoba mengambil pengetahuan yang berkaitan dari ingatan jangka panjang.

Kata kerja kuncinya antara lain: pilih, definisi, deskripsi, menemukan, identifikasi, label, daftar, cari, mencocokkan, memberi nama, menceritakan, membaca, mengenali, merekam, menghubungkan, mengambil, menyatakan, memilih, menunjukkan, mengurutkan, mengatakan.

b. **Proses kognitif 2: memahami (*understanding*)**

Memahami adalah membangun makna dari pesan instruksional, termasuk lisan, tulisan, dan komunikasi grafis.

Kata kerja kuncinya antara lain: mengkategorikan, mengklarifikasi, mengklasifikasi, membandingkan, menyimpulkan, membangun, kontras, mendemonstrasikan, membedakan, menjelaskan, menggambarkan, menafsirkan, mencocokkan, memprediksi, menguraikan, mengatur ulang, merangkum, menerjemahkan, mengerti.

c. **Proses kognitif 3: menerapkan (*applying*)**

Menerapkan adalah melaksanakan atau menggunakan prosedur dalam situasi tertentu.

Kata kerja kuncinya antara lain: menerapkan, melaksanakan, membangun,

Digital Repository Universitas Jember

mengembangkan, menampilkan, mengeksekusi, mengilustrasikan, mengimplementasikan, memodelkan, memecahkan, menggunakan.

d. **Proses kognitif 4: menganalisis (*analysing*)**
Menganalisis adalah memecah material menjadi bagian penyusunnya dan menentukan bagaimana bagian-bagiannya berhubungan satu sama lain dan pada keseluruhan struktur atau tujuan.
Kata kerja kuncinya antara lain: menganalisis, memastikan, mengacu, menghubungkan, memecah kembali, menentukan, membedakan, membedakan, membagi, memeriksa, bereksperimen, fokus, menyimpulkan, memeriksa, mengintegrasikan, mengkerangkakan, menyelidiki, mengatur, menguraikan, mengurangi, memecahkan (masalah), menguji.

e. **Proses kognitif 5: mengevaluasi (*evaluating*)**
Mengevaluasi adalah membuat penilaian berdasarkan kriteria dan standar.
Kata kerja kuncinya antara lain: menaksir, menilai, memberi penghargaan, memeriksa, menyimpulkan, meyakinkan, mengkoordinasikan, mengkritik, membahas, mempertahankan, mendeteksi, mendiskriminasi, menimbang, membenarkan, mengevaluasi, monitor, memprioritaskan, menggolongkan, memberi saran, mendukung, menguji.

f. **Proses kognitif 6: mencipta (*creating*)**
Mencipta adalah menempatkan elemen bersama-sama untuk membentuk keseluruhan yang koheren atau fungsional; reorganisasi elemen menjadi pola atau struktur baru; menemukan sebuah karya baru.
Kata kerja kuncinya antara lain: menyesuaikan, membangun, menyusun, konstruksi, mencipta, merancang, mengembangkan, menguraikan, memperluas, merumuskan, menggeneralkan, hipotesis, menciptakan, membuat, memodifikasi, merencanakan, menghasilkan, memulai, memperbaiki, mengubah bentuk.

Digital Repository Universitas Jember

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian eksploratif. Penelitian eksploratif merupakan penelitian yang bertujuan untuk menemukan hal-hal baru yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasilnya dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya. Alasan penelitian ini termasuk jenis penelitian eksploratif adalah karena penelitian ini bertujuan untuk menjadikan suatu topik baru lebih dikenal oleh masyarakat luas, memberikan gambaran dasar mengenai topik bahasan, menggeneralisasikan gagasan dan mengembangkan teori yang bersifat dapat dirubah, membuka kemungkinan akan diadakannya penelitian lanjutan terhadap topik yang dibahas, serta menentukan teknik dan arah yang akan digunakan dalam penelitian berikutnya.

3.2 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif aksiomatik dan metode pendeteksian pola (*pattern recognition*).

a. Metode deduktif aksiomatik adalah metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona.

b. Metode pendeteksian pola (*pattern recognition*) digunakan untuk mencari pola dan bilangan kromatik total antiajaib lokal χ_{lat} seminimum mungkin pada pewarnaan titik dengan pelabelan total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona.

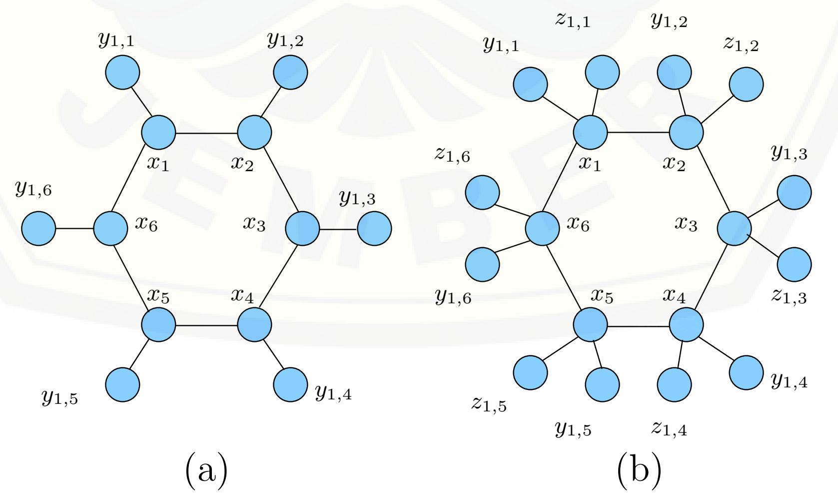
3.3 Definisi Operasional

Definisi Operasional variabel digunakan untuk memberikan gambaran sistematis dalam penelitian dan untuk menghindari terjadinya perbedaan pengertian makna. Definisi Operasional yang dimakasud adalah sebagai berikut:

Digital Repository Universitas Jember

1. Pewarnaan Titik Total Antiajaib Lokal
   Pelabelan total antiajaib lokal menjadi konsep untuk pewarnaan titik total antiajaib lokal dalam mewarnai titiknya. Pelabelan antiajaib lokal domainnya adalah $E \cup V$, sehingga untuk menentukan warna titik v di G ditentukan dari jumlah label semua sisi yang terhubung dengan v ditambah label v itu sendiri. Pelabelan total antiajaib lokal yang mengarah pada pewarnaan titik total antiajaib lokal dimulai dengan melabeli sisi kemudian melabeli titik sehingga warna (bobot) titik $w(v)$ ditentukan dari jumlah label sisi yang bersisian dengan titik v dan label titik v itu sendiri, dengan syarat bobot dari dua titik yang bertetangga harus berbeda. Suatu graf G dikatakan total antiajaib lokal jika G memiliki suatu pelabelan total antiajaib lokal. Bilangan kromatik total antiajaib lokal $\chi_{lat}(G)$ adalah banyaknya warna minimum dari semua pewarnaan graf G dengan pelabelan total antiajaib lokal dari graf G.

2. Graf hasil operasi korona
   Operasi Korona dari dua buah graf $G_1(V_1, E_1)$ dan $G_2(V_2, E_2)$ dinotasikan dengan $G_1 \bigodot G_2$, yaitu graf yang diperoleh dengan mengambil sebuah duplikat dari graf G_1 dan duplikat $|V(G_1)|$ dari G_2 yaitu $G_i, i = 1, 2, 3, ..., |V(G_1)|$, kemudian menghubungkan titik ke-i dari G_1 ke setiap titik di G_2. Beberapa graf hasil operasi korona yang didefinisikan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.



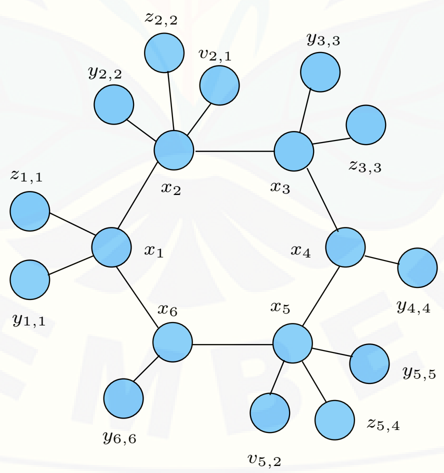
Gambar 3.1 (a) Graf Matahari $C_6 \bigodot \overline{K_1}$, (b) Graf Korona $C_6 \bigodot \overline{K_2}$

Digital Repository Universitas Jember

(a) Graf Matahari $C_n \odot \overline{K_1}$ adalah suatu graf yang dibentuk dari graf lingkaran C_n dimana setiap simpul pada graf lingkaran C_n diberi tambahan satu simpul berderajat satu $\overline{K_1}$ sedemikian hingga setiap simpul pada matahari memiliki 3 derajat, kecuali pada simpul ujung-ujungnya yang hanya memiliki 1 derajat. Contoh Graf $C_n \odot \overline{K_1}$ ditunjukkan pada gambar 3.1 (a).

(b) Graf Korona $C_n \odot \overline{K_m}$ merupakan graf yang dibentuk dari graf lingkaran dengan menambahkan m simpul berderajat satu, $m \geq 2$, pada setiap simpul dari graf lingkaran dengan n simpul $C_n, n \geq 3$ sedemikian hingga setiap simpul pada graf C_n memiliki $2 + |V(\overline{K_m})|$ derajat. Contoh graf $C_n \odot \overline{K_m}$ ditunjukkan pada gambar 3.1 (b).

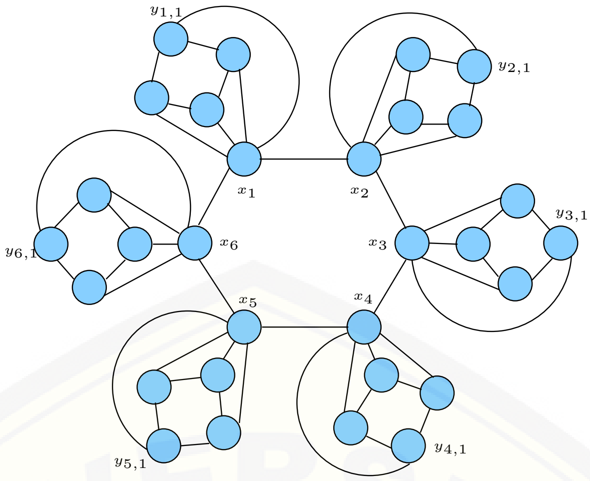
(c) Graf *Hairycycle* $HC(n; r_i, i = 1, 2, , n)$ merupakan sebuah graf yang dibentuk dari graf lingkaran C_n dengan menghubungkan sembarang r_i simpul luar berderajat satu pada setiap simpul dalam $v_i, i = 1, 2, , n$ pada graf lingkaran C_n. Simpul luar adalah simpul berderajat satu pada graf *hairycycle* sedangkan simpul dalam adalah simpul yang terdapat pada bagian lingkaran graf *hairycycle*. Contoh graf $HC(n; r_i, i = 1, 2, , n)$ ditunjukkan pada gambar 3.2.



Gambar 3.2 Graf *Hairycycle* $HC(6; 2, 3, 2, 1, 3, 1)$

(d) Graf $C_n \odot C_m$ merupakan graf yang dibentuk dari graf lingkaran dimana setiap simpul pada graf C_n diberi tambahan sisi sebanyak $|V(C_m)|$, $m \geq 3$, sedemikian hingga setiap simpul pada graf C_n memiliki $2 + |V(C_m)|$ derajat. Contoh graf $C_n \odot C_m$ ditunjukkan pada gambar 3.3.

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 3.3 Graf $C_6 \odot C_4$

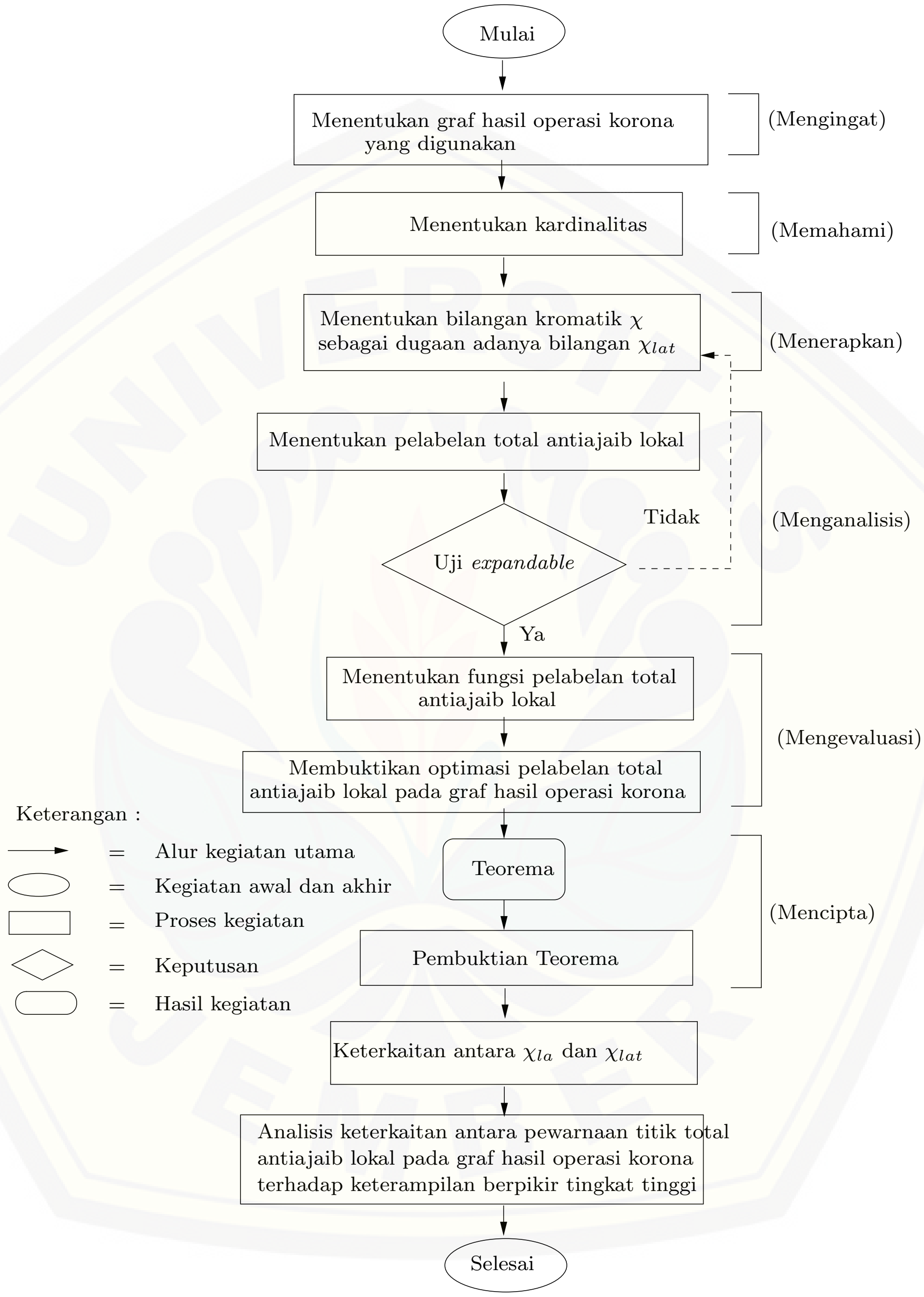
3.4 Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian yang dilakukan dalam menentukan pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona diilustrasikan pada Gambar 3.4.

Adapun penjelasan dari prosedur penelitian untuk pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf khusus adalah sebagai berikut:

1. Menetapkan beberapa graf hasil operasi korona;
2. Mengidentifikasi graf hasil operasi korona;
3. Menentukan kardinalitas dari graf hasil operasi korona;
4. Menentukan bilangan kromatik χ sebagai dugaan keberadaan bilangan kromatik antiajaib lokal χ_{lat} pada setiap graf hasil operasi korona;
5. Menentukan pola pelabelan total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona;
6. Menentukan label sisi dan titik dan fungsi pelabelan total antiajaib lokal;
7. Menentukan bobot titik dan fungsi bobot titik;
8. Membuktikan optimasi pelabelan titik total antiajaib lokal;
9. Menciptakan teorema hasil penelitian pada graf hasil operasi korona;
10. Membuktikan teorema.

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 3.4 Bagan alir penelitian

Digital Repository Universitas Jember

3.5 Observasi Awal Penelitian

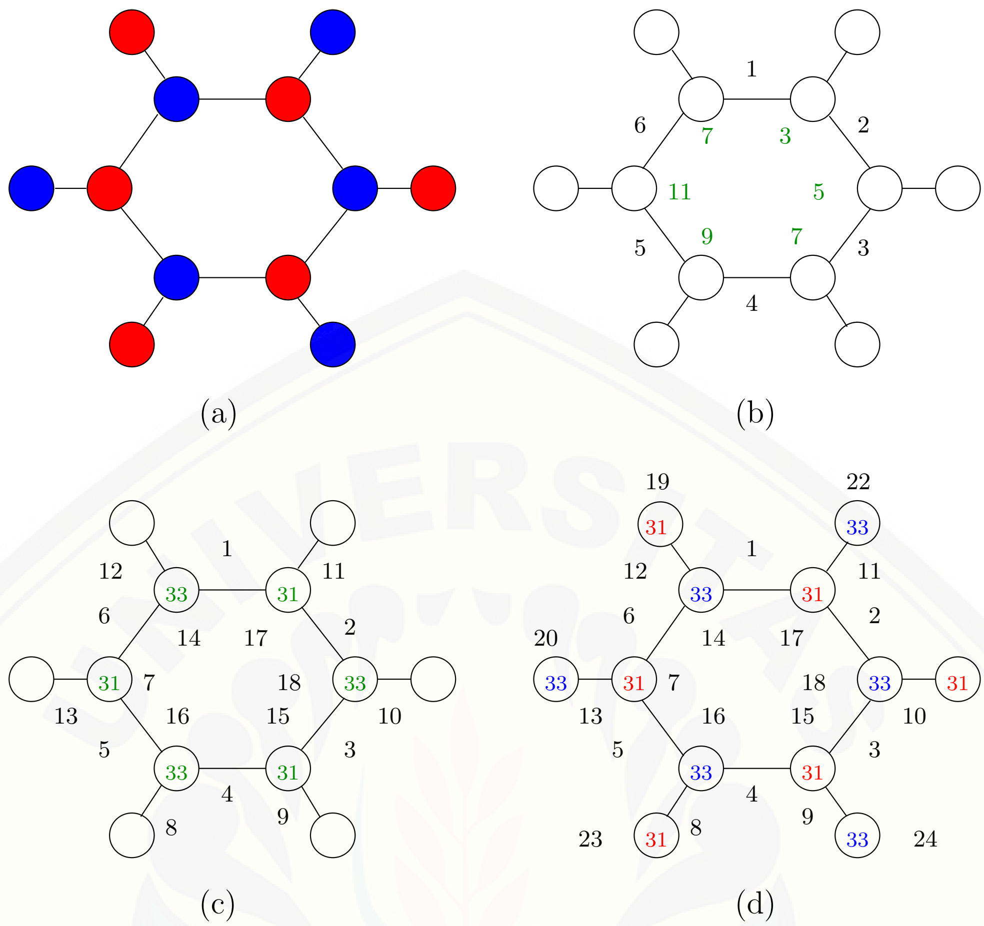
Sebelum penelitian lanjutan pada semua graf hasil operasi korona yang akan diteliti, telah dilakukan observasi awal pada graf matahari untuk menduga adanya pewarnaan titik total antiajaib lokal serta menentukan pola pelabelannya. Setelah melakukan observasi awal, peneliti menemukan pola pelabelan total antiajaib lokal pada graf matahari. Langkah-langkah pada observasi awal dengan beberapa tahapan beserta kaitannya dengan proses berpikir berdasarkan Taksonomi Bloom Revisi adalah sebagai berikut:

1) Mengingat definisi pelabelan total antiajaib lokal (tahap mengingat);
2) Memahami definisi pelabelan total antiajaib lokal dan memahami karakteristik graf matahari (tahap memahami);
3) Menentukan pewarnaan pada graf matahari ($C_6 \bigodot \overline{K_1}$) menggunakan algoritma Greedy hasilnya dapat ditunjukkan pada gambar 3.5 (a);
4) Menggunakan definisi untuk melabeli sisi dan titik dari graf matahari dan menghitung bobot setiap titik (tahap menerapkan), tahap menerapkan ini dimulai dari sisi pelek x_1x_2, x_2x_3, x_3x_4, x_4x_5, x_5x_6, x_6x_1, lalu menghitung bobot sementara dan hasilnya dapat dilihat pada gambar 3.5 (b);
5) Kemudian labeli titik x_6 dan lanjut melabeli sisi dimulai dari y_5x_5, y_4x_4, y_3x_3, y_2x_2, y_1x_1, y_6x_6. setelah melabeli sisi, mulailah melabeli titik dimulai dari x_1, x_4, x_5, x_2, x_3 dan menghitung bobot sementara (lihat gambar 3.5 (c)) yang membentuk barisan aritmatika;
6) Untuk mendapat bobot sesuai pola warna pada gambar 3.5 (d), urutan pelabelan selanjutnya haruslah dimulai dari titik y_1, y_6, y_3, y_2, y_5, y_4 (tahap menganalisis).

Tahapan dan hasil observasi awal pelabelan total antiajaib lokal pada graf $C_6 \bigodot \overline{K_1}$ ditunjukkan pada Gambar 3.5.

Berdasarkan tahapan pewarnaan dan pelabelan tersebut yang dilakukan pada observasi awal, peneliti telah menemukan pelabelan total antiajaib lokal pada graf $C_6 \bigodot \overline{K_1}$ dan didapatkan $\chi_{lat}(G) = \chi(G)$, sehingga peneliti dapat melanjutkan observasinya untuk menentukan pelabelan total antiajaib lokal pada graf Matahari $C_n \bigodot \overline{K_1}$ untuk n sembarang. Observasi selanjutnya akan mengikuti tahapan-tahapan taksonomi Bloom Revisi.

Digital Repository Universitas Jember



Gambar 3.5 Observasi awal terhadap graf Matahari ($C_6 \odot \overline{K_1}$)

3.6 Instrumen Validasi

Instrumen yang digunakan pada penelitian ini adalah validasi dari dosen yang ahli pada topik yang dibahas. Instrumen yang harus divalidasi adalah keterkaitan dari proses pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona dengan kemampuan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi.

3.7 Metode Analisis Validasi

Adapun langkah-langkah metode analisis validasi menggunakan peer validation untuk menentukan tingkat kevalidan instrumen dijelaskan sebagai berikut.

a. Rata-rata nilai hasil validasi dari semua validator untuk setiap indikator dirumuskan:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} V_{ji}}{n}$$

Digital Repository Universitas Jember

Keterangan :

V_{ji} : data nilai dari validator ke-j terhadap indikator ke-i

I_i : rata-rata nilai indikator ke-i

j : validator ke-

i : indikator ke-

n : banyak validator

b. Rumus untuk rata-rata setiap aspek adalah:

$$A_k = \frac{\sum_{j=1}^{m} I_{ik}}{m}$$

Keterangan :

A_k : rata-rata nilai aspek ke-k

I_{ik} : rata-rata nilai untuk aspek ke-k indikator ke-i

m : banyak kriteria dalam aspek ke-k

c. Setiap aspek penilaian memperoleh nilai rata-rata semua kriteria. Selanjutnya menghitung rata-rata total semua aspek dengan rumus :

$$V_a = \frac{\sum_{k=1}^{n} A_k}{n}$$

Keterangan :

V_a : nilai rata-rata total semua aspek ke-i

k : aspek yang dinilai

n : banyak aspek

d. Langkah terakhir adalah menentukan tingkat kevalidan instrumen sesuai tabel berikut.

Tabel 3.1 Tingkat Kevalidan Instrumen

Nilai V_a	Tingkat kevalidan
$V_a = 5$	Sangat valid
$4 \leq V_a < 5$	Valid
$3 \leq V_a < 4$	Cukup valid
$2 \leq V_a < 3$	Kurang valid
$1 \leq V_a < 2$	Tidak valid

sumber : modifikasi Hobri (2010)

Digital Repository Universitas Jember

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan pada bab 4, dapat disimpulkan bahwa :

a. Diperoleh empat teorema baru mengenai Bilangan kromatik total antiajaib lokal pada pewarnaan titik graf hasil operasi korona sebagai berikut:

Teorema 1 *Untuk graf matahari* $C_n \bigodot \overline{K_1}$ *dimana* $n \geq 3$, *maka didapatkan* $\chi_{lat}(C_n \bigodot \overline{K_1}) = 2$ *untuk* n *genap,* $\chi_{lat}(C_n \bigodot \overline{K_1}) = 3$ *untuk* n *ganjil.*

Teorema 2 *Untuk graf korona* $C_n \bigodot \overline{K_m}$ *dimana* $n \geq 3$ *dan* $m \geq 2$, *maka didapatkan* $\chi_{lat}(C_n \bigodot \overline{K_m}) = 3$ *untuk* n *genap* m *ganjil dan* $\chi_{lat}(C_n \bigodot \overline{K_m}) = 4$ *untuk* n *ganjil* m *genap.*

Teorema 3 *Untuk graf* hairycycle $HC(n; 1, 3, 1, 3, 1, ...)$ *dimana* $n \geq 3$, *maka didapatkan* $\chi_{lat}(HC(n; 1, 3, 1, 3, 1, ...)) = 3$ *untuk* n *genap dan* $\chi_{lat}(HC(n; 1, 3, 1, 3, 1, ...)) = 4$ *untuk* n *ganjil.*

Teorema 4 *Untuk graf* $C_n \bigodot C_m$ *dimana* $n \geq 3$, *maka didapatkan* $\chi_{lat}(C_n \bigodot C_m) \leq 4$ *untuk* n *genap* $m = 4, 6$, $\chi_{lat}(C_n \bigodot C_m) \leq 5$ *untuk* n *genap* $m = 3, 5$, $\chi_{lat}(C_n \bigodot C_m) \leq 5$ *untuk* n *ganjil* $m = 4, 6$ *dan* $\chi_{lat}(C_n \bigodot C_m) \leq 6$ *untuk* n *ganjil* $m = 3, 5$.

b. Keterkaitan antara pewarnaan titik dengan pelabelan sisi antiajaib lokal dan pewarnaan titik dengan pelabelan total antiajaib lokal dapat dilihat dengan membandingkan bilangan kromatik antiajaib lokal yaitu χ_{la} dengan bilangan kromatik total antiajaib lokal yaitu χ_{lat}. Berdasarkan bilangan kromatik antiajaib lokal χ_{la} pada paper Arumugam et al. (2018) dan bilangan kromatik total antiajaib lokal χ_{lat} hasil dari penelitian ini pada graf matahari dan graf korona , dapat disimpulkan bahwa bilangan kromatik antiajaib lokal χ_{la} lebih besar dibandingkan bilangan kromatik total antiajaib lokal χ_{lat}. Hal ini terjadi karena bobot titik pada pewarnaan titik antiajaib lokal hanya dipengaruhi oleh pelabelan sisi yang mengakibatkan bobot titik berbeda, sedangkan bobot titik pada pewarnaan titik total antiajaib lokal dipengaruhi oleh pelabelan sisi dan

Digital Repository Universitas Jember

titik sehingga memungkinkan bobot titiknya sama. Sehingga didapatkan keterkaitannya yaitu $\chi(C_n \bigodot \overline{K_m}) \leq \chi_{lat}(C_n \bigodot \overline{K_m}) \leq \chi_{la}(C_n \bigodot \overline{K_m})$.

c. Keterkaitan pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi yaitu mengingat (mengingat dan mengenali jenis-jenis graf yang akan digunakan dan mendefinisikan pewarnaan titik total antiajaib lokal), memahami (membangun himpunan titik dan sisi graf kemudian menentukan kardinalitasnya dan memberikan contoh graf yang diteliti), menerapkan (menerapkan konsep pewarnaan titik dengan pelabelan total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona yang akan diteliti sedemikian hingga dua titik yang bertetangga memiliki warna berbeda), menganalisis (menganalisis pola pelabelan total antiajaib lokal yang digunakan dalam pewarnaan titik merupakan pola pelabelan yang tepat untuk graf hasil operasi korona yang diteliti), mengevaluasi (mengevaluasi batas bawah bilangan kromatik antiajaib lokal, fungsi titik, fungsi sisi dan fungsi bobot titik dari pewarnaan titik total antiajaib lokal sesuai dengan teorema yang dibentuk), dan mencipta (menciptakan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lat} serta menyusun pembuktian dari pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona).

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona perlu dikembangkan untuk graf hasil operasi korona lainnya yang belum dibahas, selain itu dapat juga dikembangkan pada graf hasil operasi lainnya.

Digital Repository Universitas Jember

DAFTAR PUSTAKA

Anderson, L. W., et al. 2001. *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Blooms Taxonomy of Educational Objectives.* New York: Longman.

Arief, A. 2012. *Pelabelan Jumlah Eksklusif pada Graf Matahari, Graf Korona dan Graf Hairycycle dengan Banyak Simpul Lingkaran Genap. Skripsi.* Depok: Universitas Indonesia.

Arumugam, S.,Premalatha, K., Bača, M, dan Semaničová-Feňovčíková, A. 2017. *Local Antimagic Vertex Coloring of a Graph.* Graph and Combinatorica, 33(2):275-285.

Arumugam, S.,Yi-Chun, L.,Premalatha, K., dan Tao-Ming, W. 2018. *On Local Antimagic Vertex Coloring for Corona Products of Graphs.* Graph and Combinatorica.

Chartrand, G., Lesniak, L., Ping, Z. 2011. *Graph and Digraph (5th ed).* Boca Raton: CRC Press.

Dafik. 2007. *Structural Properties and Labeling of Graphs.* Australia : Tidak dipublikasikan (Tesis).

Dafik. 2015. *Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi.* Jember: Universitas Jember.

Dafik, Putri, D.F., Agustin, I.H., dan Alfarisi, R. 2018. *On the Local Vertex Antimagic Total Coloring of Some Families Tree.* In Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. Vol. 1008.

Dwi, N. 2011. *Pelabelan Total (a, d) Sisi Antiajaib Pada Graf Bintang. Skripsi.* Padang: Universitas Andalas.

Grimaldi, R.P. 2004. *Discrete and Combinatorial Mathematics An Applied Introduction Fifth edition.* New York: Pearson Addison Wesley.

Harris, J. M, J. L. Hirst, M. J. Mossinghoff. 2000. *Combinatorics and Graph Theory Second Edition.* New York: Springer Science+Business Media.

Digital Repository Universitas Jember

Harsya, A. Y., Agustin, I. H., and Dafik. 2014. *Pewarnaan titik pada operasi graf lintasan, graf sikle dan graf bintang.*Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika FMIPA UNEJ, 1 No. 1:498-505.

Hartsfield, N. and Ringel, G. 1990. *Pearls in Graph Theory.* Boston-San Diego-NewYork-London: Academic Press Limited.

Hobri. 2010. *Metodologi Penelitian Pengembangan Aplikasi pada Penelitian Pendidikan Matematika.* Jember: Pena Salsabila.

Lewis, A. dan D. Smith. 1993. *Defining higher order thinking.* Theory Into Practice, 32(3),:131-137.

Miller, M., O. Phanalasy dan J.Ryan. 2011. *All Graphs Have Antimagic Total Labelings.*Electronic Notes in Discrete Mathematics, 38:645-650.

Munir, R. 1994. *Matematika Diskrit Edisi 3.* Bandung: Informatika Bandung.

Putri, S. 2015. *Pelabelan Total Super (a, d)-Sisi Antimagic pada Graf Roda Rank dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Skripsi.* Jember: Universitas Jember.

Rosen, K. H. 2007. *Discrete Mathematic and Its Application (6th ed).* New York: McGraw-Hill.

Santrock, J. 2008. *Psikologi Pendidikan.* Jakarta: Salemba Humani.

Singh, G. S. 2010. *Graph Theory.* New Delhi: PHI Learning.

Slamin. 2009. *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf.* Jember: Universitas Jember.

Sugeng, Kiki Ariyanti. 2005. *Magic and Antimagic Labeling of Graphs.* Ballarat:Diss., University of Ballarat.

Yero, I. 2011. On The Metric Dimension of Corona Product Graphs. *Computers and Mathematics with Applications*, 61(9):2793-2798.

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN

LAMPIRAN A. Matrik Penelitian

Judul	Latar Masalah	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Jenis Penelitian	Metode Penelitian
Pewarnaan Titik Total Antiajaib Lokal pada Graf Hasil Operasi Korona dan Kaitannya dengan Keterampil an Berpikir Tingkat Tinggi	1.Perkembangan ilmu pengeta huan dan tek nologi 2.Proses ber pikir tingkat tinggi 3.Matematika 4.Teori Graf 5.Pelabelan Graf 6.Pewarnaan Graf 7.Penelitian yang dilakukan	1.Bagaimana pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona? 2.Bagaimana kaitan antara pewarnaan titik total antiajaib lokal dengan pewarnaan titik biasa pada graf hasil operasi korona? 3.Bagaimana kaitan pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf hasil operasi korona dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi?	1.Graf khusus 2.Pewarnaan titik total antiajaib lokal 3.Keterampilan ber pikir tingkat tinggi	1.Untuk menentukan pewarnaan titik total antiajaib lokal pada graf khusus 2.Menganalisis kaitan keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menentukan pewarnaan titik total antiajaib lokal	kepustakaan	1.Penelitian eksplorasi 2.Penelitian terapan	1.Metode pendeteksian 2.Metode deduktif aksiomatik

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN B. Pedoman Penilaian

PEDOMAN PENILAIAN

1) Mengingat

Untuk aspek nomor 1a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu mengingat terminologi dasar graf.
2	Peneliti kurang mampu mengingat terminologi dasar graf.
3	Peneliti cukup mampu mengingat terminologi dasar graf.
4	Peneliti mampu mengingat terminologi dasar graf.
5	Peneliti sangat mampu mengingat terminologi dasar graf.

Untuk aspek nomor 1b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu mengenali semua graf yang diteliti.
2	Peneliti kurang mampu mengenali semua graf yang diteliti.
3	Peneliti cukup mampu mengenali semua graf yang diteliti.
4	Peneliti mampu mengenali semua graf yang diteliti.
5	Peneliti sangat mampu mengenali semua graf yang diteliti.

2) Memahami

Untuk aspek nomor 2a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu membangun himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.
2	Peneliti kurang mampu membangun himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.
3	Peneliti cukup mampu membangun himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.
4	Peneliti mampu membangun himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.
5	Peneliti sangat mampu membangun himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.

Digital Repository Universitas Jember

Untuk aspek nomor 2b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu memberi contoh setiap graf yang diteliti.
2	Peneliti kurang mampu memberi contoh setiap graf yang diteliti.
3	Peneliti cukup mampu memberi contoh setiap graf yang diteliti.
4	Peneliti mampu memberi contoh setiap graf yang diteliti.
5	Peneliti sangat memberi contoh setiap graf yang diteliti.

3) Menerapkan

Untuk aspek nomor 3a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menerapkan pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.
2	Peneliti kurang mampu menerapkan pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.
3	Peneliti cukup mampu menerapkan pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.
4	Peneliti mampu menerapkan pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.
5	Peneliti sangat mampu menerapkan pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.

4) Menganalisis

Untuk aspek nomor 4a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menentukan fungsi pelabelan.
2	Peneliti kurang mampu menentukan fungsi pelabelan.
3	Peneliti cukup mampu menentukan fungsi pelabelan.
4	Peneliti mampu menentukan fungsi pelabelan.
5	Peneliti sangat mampu menentukan fungsi pelabelan..

Untuk aspek nomor 4b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menyelidiki batas bawah bilangan kromatik χ_{lat}.
2	Peneliti kurang mampu menyelidiki batas bawah bilangan kromatik χ_{lat}.
3	Peneliti cukup mampu menyelidiki batas bawah bilangan kromatik χ_{lat}.

Digital Repository Universitas Jember

4	Peneliti mampu menyelidiki batas bawah bilangan kromatik χ_{lat}.
5	Peneliti sangat mampu menyelidiki batas bawah bilangan kromatik χ_{lat}.

5) Mengevaluasi

Untuk aspek nomor 5a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu membenarkan kebijektifan fungsi pelabelan yang telah dirumuskan.
2	Peneliti kurang mampu membenarkan kebijektifan fungsi pelabelan yang telah dirumuskan.
3	Peneliti cukup mampu membenarkan kebijektifan fungsi pelabelan yang telah dirumuskan.
4	Peneliti mampu membenarkan kebijektifan fungsi pelabelan yang telah dirumuskan.
5	Peneliti sangat mampu membenarkan kebijektifan fungsi pelabelan yang telah dirumuskan.

Untuk aspek nomor 5b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu mengevaluasi fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.
2	Peneliti kurang mampu mengevaluasi fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.
3	Peneliti cukup mampu mengevaluasi fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.
4	Peneliti mampu mengevaluasi fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.
5	Peneliti sangat mampu mengevaluasi fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.

6) Mencipta

Untuk aspek nomor 6a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lat} pada setiap graf yang diteliti.
2	Peneliti kurang mampu menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lat} pada setiap graf yang diteliti.

Digital Repository Universitas Jember

3	Peneliti cukup mampu menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lat} pada setiap graf yang diteliti.
4	Peneliti mampu menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lat} pada setiap graf yang diteliti.
5	Peneliti sangat mampu menghasilkan teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lat} pada setiap graf yang diteliti.

Untuk aspek nomor 6b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menyusun pembuktian setiap teorema yang ada.
2	Peneliti kurang mampu menyusun pembuktian setiap teorema yang ada.
3	Peneliti cukup mampu menyusun pembuktian setiap teorema yang ada.
4	Peneliti mampu menyusun pembuktian setiap teorema yang ada.
5	Peneliti sangat mampu menyusun pembuktian setiap teorema yang ada.

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN C. Lembar Penilaian

LEMBAR PENILAIAN
KEMAMPUAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

NAMA MAHASISWA : Safira Izza Ghafrina
NIM : 150210101104
JUDUL SKRIPSI : PEWARNAAN TITIK TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Petunjuk:

1) Berilah tanda (√) dalam kolom skor yang sesuai menurut pendapat anda.
2) Berilah saran pada lembar penilaian jika diperlukan.
3) Berilah tanggal, nama dan tanda tangan pada tempat yang tersedia.

No.	Aspek kemampuan berpikir tingkat tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
1.	Mengingat	a. Peneliti mampu **mengingat** terminologi dasar graf.					√
		b. Peneliti mampu **mengenali** semua graf yang diteliti.					√
2.	Memahami	a. Peneliti mampu **membangun** himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.				√	
		b. Peneliti mampu **memberi** contoh setiap graf yang diteliti.					√
3.	Menerapkan	a. Peneliti mampu **menerapkan** pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.				√	

Digital Repository Universitas Jember

No.	Aspek kemampuan berpikir tingkat tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
4.	Menganalisis	a. Peneliti mampu **menentukan** fungsi pelabeian.				✓	
		b. Peneliti mampu **menyelidiki** batas bawah bilangan kromatik χ_{lat}.				✓	
5.	Mengevaluasi	a. Peneliti mampu **membenarkan** kebijektifan fungsi pelabelan yang telah dirumuskan.					✓
		b. Peneliti mampu **mengevaluasi** fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.				✓	
6.	Mencipta	a. Peneliti mampu **menghasilkan** teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lat} pada setiap graf yang diteliti.					✓
		b. Peneliti mampu **menyusun** pembuktian setiap teorema yang ada.					✓

Saran :

....

....

Jember,

Dosen

(..Robiatul Adawiyah,.) S.Pd. M.Si.

Digital Repository Universitas Jember

LEMBAR PENILAIAN
KEMAMPUAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

NAMA MAHASISWA : Safira Izza Ghafrina
NIM : 150210101104
JUDUL SKRIPSI : PEWARNAAN TITIK TOTAL ANTIAJAIB LOKAL PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Petunjuk:

1) Berilah tanda (√) dalam kolom skor yang sesuai menurut pendapat anda.
2) Berilah saran pada lembar penilaian jika diperlukan.
3) Berilah tanggal, nama dan tanda tangan pada tempat yang tersedia.

No.	Aspek kemampuan berpikir tingkat tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
1.	Mengingat	a. Peneliti mampu **mengingat** terminologi dasar graf.					√
		b. Peneliti mampu **mengenali** semua graf yang diteliti.					√
2.	Memahami	a. Peneliti mampu **membangun** himpunan titik dan sisi kemudian menentukan kardinalitas pada setiap graf.					√
		b. Peneliti mampu **memberi** contoh setiap graf yang diteliti.					√
3.	Menerapkan	a. Peneliti mampu **menerapkan** pelabelan total sedemikian hingga setiap dua titik bertetangga berwarna berbeda.				√	

Digital Repository Universitas Jember

No.	Aspek kemampuan berpikir tingkat tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
4.	Menganalisis	a. Peneliti mampu **menentukan** fungsi pelabeian.					✓
		b. Peneliti mampu **menyelidiki** batas bawah bilangan kromatik χ_{lat}.				✓	
5.	Mengevaluasi	a. Peneliti mampu **membenarkan** kebijektifan fungsi pelabelan yang telah dirumuskan.					✓
		b. Peneliti mampu **mengevaluasi** fungsi pelabelan adalah pelabelan total antiajaib lokal.				✓	
6.	Mencipta	a. Peneliti mampu **menghasilkan** teorema baru mengenai keberadaan bilangan kromatik χ_{lat} pada setiap graf yang diteliti.					✓
		b. Peneliti mampu **menyusun** pembuktian setiap teorema yang ada.					✓

Saran :

....

....

Jember, 12 - Februari - 2019

Dosen

(Ridha Alfarisi, S.Pd., M.Si.)

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN D. Analisis Hasil Validasi

Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indika-tor	Penilaian dosen ke-		I_i	A_i	Capaian Teoritis	Capaian Validasi	Capaian Komulatif Teoritis	Capaian Komulatif Validasi	V_a
		1	2							
Mengingat	1a	5	5	5	5	18%	18%	18%	18%	
	1b	5	5	5						
Memahami	2a	4	5	4,5	4,75	18%	17,3%	36%	35,45%	
	2b	5	5	5						
Menerapkan	3	4	4	4	4	10%	7,3%	45%	42,72%	
Menganalisis	4a	4	5	4,5	4,25	18%	15,5%	64%	58,18%	
	4b	4	4	4						
Mengevaluasi	5a	5	5	5	4,5	18%	16,4%	82%	74,54%	
	5b	4	4	4						
Mencipta	6a	5	5	5	5	18%	18%	100%	92,72%	
	6b	5	5	5						

Digital Repository Universitas Jember

LAMPIRAN E. Lembar Revisi

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS JEMBER
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
Jalan Kalimantan Nomor 37 Kampus Bumi Tegalboto Jember 68121
Telepon: 0331- 334988, 330738 Faks: 0331-334988
Laman: www.fkip.unej.ac.id

LEMBAR REVISI SKRIPSI

NAMA MAHASISWA : Safira Izza Gahfrina
NIM : 150210101104
JUDUL SKRIPSI : Pewarnaan Titik Total Antiajaib Lokal pada Graf Hasil Operasi Korona dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi
TANGGAL UJIAN : 19 Maret 2019
PEMBIMBING : Prof. Drs. Slamin, M.comp.Sc., Ph.D.
Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

MATERI PEMBETULAN / PERBAIKAN

No.	HALAMAN	HAL-HAL YANG HARUS DIPERBAIKI
1.	iii	Spasi antar point pada persembahan diperbaiki
2.	viii	Memperbaiki nama dosen di halaman pengesahan
3.	xiii	Spasi antar point pada prakata diperbaiki
4.	3	Rumusan masalah poin b diperbaiki sesuai isi pada pembahasan
5.	119	Ditambahkan open problem
6.	120	Ditambahkan gambar hasil persentase proses berpikir tingkat tinggi secara faktual
7.	123	Daftar pustaka dilengkapi volume dan halaman
8.	134	Ditambahkan lampiran Analisis Hasil Validasi

PERSETUJUAN TIM PENGUJI

JABATAN	NAMA TIM PENGUJI	TTD dan Tanggal
Ketua	Prof. Drs. Slamin, M.comp.Sc., Ph.D.	28/3 2019
Sekretaris	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	29/3 2019
Anggota	Arif Fatahillah S.Pd., M.Si.	29/3 2019.
	Drs. Antonius Cahya P, M.App.Sc., Ph.D.	28/3 19

Jember, 22 Maret 2019

Dosen Pembimbing I,

Prof. Drs. Slamin, M.comp.Sc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

Mengetahui / menyetujui :
Dosen Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Mahasiswa Yang Bersangkutan

Safira Izza Ghafrina
NIM. 150210101104

Mengetahui,
Ketua Jurusan P.MIPA

Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes.
NIP. 19600309 198702 2 002