



**ANALISIS TEGANGAN PADA *FRAME* MOBIL LISTRIK SINOSI
MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA**

SKRIPSI

Oleh:

Helmi Fauzi

NIM 091910101033

**PROGRAM STUDI STRATA I
JURUSAN TEKNIK MESIN
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS JEMBER
2013**



**ANALISIS TEGANGAN PADA *FRAME* MOBIL LISTRIK SINOSI
MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Strata I (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Teknik

Oleh:

Helmi Fauzi

NIM 091910101033

**PROGRAM STUDI STRATA I
JURUSAN TEKNIK MESIN
FAKULTAS TEKNIK
UNIVERSITAS JEMBER
2013**

PERSEMBAHAN

Segala puji dan syukur kepada Allah SWT, Tuhan Yang Maha Esa penguasa kehidupan dunia dan akhirat. Shalawat dan salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW. Saya persembahkan skripsi ini kepada:

1. Ibunda dan Ayahanda tercinta yang selalu tiada lelah mendidik dan merawatku, kakak dan adikku yang tersayang, serta saudara-saudaraku semua. Terima kasih atas semua cinta, kasih sayang, perhatian, doa, pengorbanan, motivasi dan bimbingan kalian semua demi terciptanya insan manusia yang beriman, bertaqwa, berakhlak mulia, dan berguna bagi bangsa negara. Semoga Allah SWT selalu melimpahkan rahmat dan karunia-Nya serta membalas semua kebaikan yang telah kalian lakukan.
2. Staf pengajar semua dosen Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Jember yang telah memberikan ilmu dan bimbingan kepada saya terutama Bapak Hari Arbiantara Basuki, S.T., M.T., selaku dosen pembimbing utama, Bapak Santoso Mulyadi, S.T., M.T., selaku dosen pembimbing anggota, Bapak Yuni Hermawan, selaku dosen penguji I, dan Bapak Ir. FX. Kristianta, M. Eng., selaku dosen penguji II.
3. Semua guruku dari Sekolah Dasar hingga Sekolah Menengah Kejuruan dan dosen-dosenku di Perguruan Tinggi yang saya hormati, yang telah memberikan ilmu, mendidik, dan membimbingku dengan penuh rasa sabar.
4. Almamater Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Jember.
5. Seluruh teman-teman angkatan 2009 khususnya N-Gine yang telah memberikan kontribusi, dukungan, ide yang inspiratif, dan kritikan yang konstruktif. Terima kasih atas semua kontribusi yang kalian berikan.

MOTO

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

“Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat.”

(Q.S. Al-Mujaddalah: 11)

”Musibah itu hanya satu penderitaan, tapi jika mengeluh maka menjadi dua. Satu penderitaan karena musibah, satu penderitaan hilangnya pahala dari musibah yang semestinya ia terima.”

(Abdullah bin Mubarak)

Raihlah mimpimu kejar citamu jangan pernah menyerah untuk menjadi yang terbaik.

(Liem Swie King)

“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan.”

(Q.S. Alam-Nasyrah : 6)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Helmi Fauzi

NIM : 091910101033

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Analisis Tegangan Pada *Frame* Mobil Listrik Sinosi Dengan Metode Elemen Hingga” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada instansi mana pun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 25 September 2013

Yang menyatakan,

Helmi Fauzi

NIM 091910101033

SKRIPSI

**ANALISIS TEGANGAN PADA MOBIL
LISTRIK SINOSI MENGGUNAKAN
METODE ELEMEN HINGGA**

Oleh

Helmi Fauzi

091910101033

Pembimbing :

Dosen Pembimbing Utama : Hari Arbiantara Basuki, S.T., M.T.

Dosen Pembimbing Anggota : Santoso Mulyadi, S.T., M.T.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Analisis Tegangan Pada *Frame* Mobil Listrik Sinosi Menggunakan Metode Elemen Hingga” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal : Rabu, 25 September 2013

tempat : Fakultas Teknik Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Hari Arbiantara Basuki, S.T., M.T.

Santoso Mulyadi, S.T., M.T.

NIP. 19670924 199412 1 001

NIP. 19700228 199702 1 001

Dosen Penguji I,

Dosen Penguji II,

Yuni Hermawan, S.T., M.T.

Ir. FX. Kristianta, M. Eng.

NIP. 19750615 200212 1 008

NIP. 19650120 200112 1 001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Teknik Universitas Jember,

Ir. Widyono Hadi, M.T.

NIP. 19610414 198902 1 001

RINGKASAN

Analisis Tegangan Pada *Frame* Mobil Listrik Sinosi Menggunakan Metode Elemen Hingga; Helmi Fauzi , 091910101033 : 2013, 98 halaman; Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Jember

Mobil listrik merupakan mobil yang menggunakan tenaga penggerak berupa motor listrik dimana energi listrik dapat disimpan dalam baterai. Bangkitnya popularitas mobil listrik ini menarik minat perusahaan otomotif dunia untuk mengembangkannya. Universitas Jember merupakan salah satu dari beberapa perguruan tinggi yang turut serta dalam pengembangan mobil listrik. Pengembangan mobil listrik di Universitas Jember sudah dimulai sejak tahun 2009.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode analisis. Pada penelitian ini dilakukan perhitungan secara manual dengan metode elemen hingga yang kemudian dibandingkan dengan simulasi menggunakan software Catia P3 V5R14. Sehingga kita dapat memperhitungkan besar tegangan, regangan, dan defleksi yang terjadi pada struktur *frame* mobil listrik “Sinosi”. Adapun material yang digunakan adalah baja St37 berprofil U dengan pembebanan -1020 N, 3980 N, dan -485 N pada jarak 0 cm, 101,5 cm, dan 200 cm.

Penelitian ini dilakukan di Laboratorium Las Fakultas Teknik Universitas Jember. Dari hasil perhitungan menggunakan metode elemen hingga didapat nilai sebelum diberi penguat lebih besar daripada nilai sesudah diberi penguat. Perbandingan nilai displacement antara *frame* sebelum diberi penguat dan sesudah diberi penguat, didapat peningkatan sebesar 7,32 % akibat adanya penambahan penguat pada *frame*. Nilai displacement maksimum didapat pada u_5 dan u_6 yaitu sebesar 1,123 cm sebelum diberi penguat dan menjadi 1,0404 cm sesudah diberi penguat. Perbandingan nilai regangan antara *frame* sebelum diberi penguat dan sesudah diberi penguat didapat peningkatan sebesar 14,11 % akibat adanya penambahan penguat pada *frame*. Nilai regangan maksimum terjadi pada ϵ_{x3} dan ϵ_{x4} yaitu sebesar 9,976E-06 cm sebelum diberi penguat dan menjadi 8,56923E-06 cm setelah diberi penguat. Perbandingan nilai tegangan antara *frame* sebelum

diberi penguat dan sesudah diberi penguat didapat peningkatan sebesar 14,11% akibat adanya penambahan penguat pada *frame*. Tegangan maksimum sebelum diberi penguat terdapat pada σ_{x3} dan σ_{x4} yaitu sebesar 204,52 N/cm². Sedangkan sesudah diberi penguat terdapat pada σ_{y9} dan σ_{y10} yaitu sebesar 219,38 N/cm². Dari hasil simulasi menggunakan software Catia didapat nilai displacement sebelum diberi penguat lebih besar daripada nilai sesudah diberi penguat. Peningkatan paling besar yaitu sebesar 68,30%. Perbandingan tegangan pada tiap node tidak seluruhnya mengalami peningkatan. Pada beberapa node tegangan mengalami penurunan setelah diberi penguat. Namun tegangan yang terjadi masih dibawah tegangan luluh dari material baja St37, dimana material tersebut memiliki tegangan luluh sebesar 1,034e+9 N/m².

Perbandingan tegangan hasil perhitungan metode elemen hingga dan simulasi Catia menunjukkan tegangan hasil analisa menggunakan software Catia nilainya lebih besar dari hasil analisa menggunakan metode elemen hingga. Perbedaan yang cukup besar ini diakibatkan adanya perbedaan metode pendekatan yang digunakan. Pada metode elemen hingga menggunakan metode pendekatan dua dimensi sedangkan pada software Catia menggunakan metode pendekatan tiga dimensi.

SUMMARY

Stress Analysis In Frame Of Sinosi Electric Car Using Finite Element Method;

Helmi Fauzi , 091910101033 : 2013, 98 pages; Department of Mechanical Engineering, Engineering Faculty, Jember University.

The electric car was the car that used the motive power took the form of the electric motor where electric energy could be kept in the battery. The popularity rise of this electric car attracted the interest of the automotive company the world to develop him. Jember University was one of the several tertiary institutions that joined in as well as in the development of the electric car. The development of the electric car in Jember University has been begun since 2009.

The method that was used in this research was the analysis method. In this research was carried out by the calculation manually with the finite element method through to that afterwards compared with the simulation used software Catia P3 V5R14. So that we can account for a large stress, strain, and deflection that occurs in frame structure electric car "Sinosi". The material used is steel St37 U profile with imposition -1020 N, 3980 N, and -485 N at distances of 0 cm, 101.5 cm and 200 cm.

This research was conducted in the Las Laboratory Engineering Faculty Jember University. From the results of calculation using the finite element method obtained the value before given strengthener is greater than the value after given strengthener. Comparison value of displacement between frames before and after given a strengthener, had an increase of 7.32% due to addition of the strengthener on the frame. The maximum displacement value obtained in u_5 and u_6 is equal to 1.123 cm before being given a strengthener and 1.0404 cm after given a strengthener. Comparison of strain between the frames before and after being given a strengthener obtained an increase of 14.11% due to the addition of the strengthener on the frame. Value of the maximum strain occurs at ϵ_{x3} and ϵ_{x4} is equal to 9.976 E-06 cm before being given a strengthener and 8.56923 E-06 cm after a given strengthener. Comparison stress value between frames before and

after being given a strengthener obtained an increase of 14.11% due to the addition of the strengthener on the frame. The maximum stress before being strengthener contained on σ_{x3} and σ_{x4} is equal to 204.52 N/cm². Meanwhile, after being strengthener found on σ_{y9} and σ_{y10} is equal to 219.38 N/cm². From results the simulation used software Catia obtained displacement value before given a strengthener is greater than the value after given the strengthener. The increase was biggest that is of 68.30%. Comparison of the stress at each node doesn't entirely have increased. On some node stress decreased after given a strengthener. But the stress is below the yield stress occurs from St37 steel material, wherein the material has a yield stress of 1.034 E +9 N/m². Comparison of stress finite element method calculation and simulation using Catia software shows the stress Catia analysis value is greater than the results of the analysis using the finite element method. A difference that is large enough was caused by absence of difference a method of an approach that is used. In the finite element method until using the approach method of two dimensions whereas in software Catia used the approach method of three dimensional.

PRAKATA

Alhamdulillah, puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Shalawat dan salam yang selalu tercurahkan kepada junjungan nabi besar Muhammad SAW karena beliau lah panutan seluruh umat di dunia maupun akhirat.

Skripsi ini berjudul “Analisis Tegangan Pada *Frame* Mobil Listrik Sinosi Menggunakan Metode Elemen Hingga”. Penyusunan skripsi ini digunakan untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan Strata Satu (S1) pada Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Jember.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua yang telah memberikan bantuan, bimbingan, dukungan, dan arahan kepada penulis selama penyusunan laporan skripsi ini, khususnya kepada:

1. Ibu Kustiningsih dan bapak Alymu Dila tercinta yang selalu tiada henti dan tiada lelah mendidik dan merawatku, kakak dan adikku yang tersayang, serta saudara-saudaraku semua yang telah memberikan doa dan motivasi kepada saya.
2. Bapak Hari Arbiantara Basuki, S.T., M.T., selaku Dosen Pembimbing Utama, serta Bapak Santoso Mulyadi, S.T., M.T., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang selalu memberikan ide, arahan, saran, dan motivasi, serta meluangkan waktunya untuk membimbing saya mulai awal penyusunan proposal skripsi, proses penelitian, hingga akhir penyusunan laporan skripsi ini.
3. Bapak Yuni Hermawan, S.T., M.T., selaku Dosen Penguji I, dan Bapak Ir. FX. Kristianta, M. Eng., selaku Dosen Penguji II yang memberikan saran dan kritikan bersifat konstruktif untuk penyusunan skripsi ini.
4. Seluruh staf pengajar dosen Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Jember yang telah memberikan ilmu dan membimbing saya selama saya duduk di bangku perkuliahan.
5. Seluruh staf dan karyawan Fakultas Teknik Universitas Jember.
6. Seluruh saudara-saudaraku jurusan teknik mesin angkatan 2009 (N-Gine) yang telah memberikan banyak dukungan terutama Wahyu Pradana (Waphe), Abrianto Puja (Abri), Arif Dana (Adul), Muhtada Faizun (Tjrenk), Suyudi Surya

(Uyud), Ongky Maxtiar (Jayeng), Sandi Kusuma (Tompel), Adhitia Yanuar, Christian Alvin, Mei Ade, Bagus Satriya, Ari Priyo, Latif, Victor, Afra Manda, Dimas, Taufiqur Rohman (Uwik), Rakhmad Alief (Memed), Heru Kurniawan (Mbah Paimo), Luqman Hakim, Andrik Hadi, Rizal, Yusuf Nur Afandi (Ucup) serta teman-teman yang lain yang telah banyak membantu selama masa perkuliahan dan solidaritas kalian yang tak akan pernah tergantikan.

7. Teman-teman Tim Titen (Mobil Listrik Universitas Jember) dan teman-teman Tim Rayap (Roket Air Universitas Jember) yang tak dapat disebutkan satu-persatu, terima kasih untuk pelajaran dan pengalaman yang telah diberikan.
8. Teman-teman KKT Kelompok 59 Desa Mojosari, Puger, Arfian Pratista Yudha (Bapak), Bayu Prasetyo (Kakek), Vannia Dewi (Bunda), Elok (Kakak Tertua), Aninda Tewol (Tante), Rizka Yuliana (Anak Bungsu). Terima kasih untuk kebersamaan selama KKT yang masih berlanjut hingga saat ini dan selamanya.
9. Semua pihak yang telah membantu proses penelitian dan penyusunan skripsi ini dari awal hingga akhir.

Penulis menyadari sebagai manusia, hal yang tak mungkin lepas adalah kekhilafan dan kekurangan. Oleh karena itu, penulis menerima segala kritik, saran, dan ide yang bersifat konstruktif demi kesempurnaan skripsi ini. Semoga hasil dari penelitian pada skripsi ini dapat memberikan manfaat khususnya bagi penulis dan peneliti-peneliti berikutnya yang berkaitan dengan skripsi ini.

Jember, 25 September 2013

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvi
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Dan Manfaat Penelitian	3
1.4.1 Tujuan.....	3
1.4.2 Manfaat.....	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Tipe Rangka	5
2.2 Baja	9
2.3 Gaya	9
2.4 Tegangan	10
2.5 Regangan	12
2.6 Hubungan Tegangan dan Regangan	12
2.7 Defleksi	13
2.8 Metode Elemen Hingga	14
2.8.1 Tipe Elemen dan Diskritisasi.....	15

2.8.2 Matriks Kekakuan	15
2.8.3 Elemen Simpleks Dua Dimensi.....	16
2.8.4 Fungsi Displacement	17
2.8.5 Tegangan Bidang (<i>Plane Stress</i>)	18
2.9 Catia	19
2.10 Hipotesa	21
BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN	22
3.1 Waktu dan Tempat.....	22
3.2 Alat dan Bahan	22
3.2.1 Alat	22
3.2.2 Bahan.....	22
3.3 Metode Penelitian	22
3.4 Prosedur Penelitian	23
3.5 Diagram Alir Penelitian	23
3.6 Skema Alat	25
3.7 Jadwal Kegiatan Penelitian	25
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	26
4.1 Hasil Penelitian	26
4.1.1 Perhitungan Metode Elemen Hingga <i>Frame</i> Tanpa Penguat.....	26
4.1.2 Perhitungan Metode Elemen Hingga <i>Frame</i> Dengan Penguat.....	50
4.1.3 Simulasi Software Catia <i>Frame</i> Tanpa Penguat.....	80
4.1.4 Simulasi Software Catia <i>Frame</i> Dengan Penguat	85
4.2 Pembahasan	88
4.2.1 Perhitungan Metode Elemen Hingga.....	88
4.2.2 Simulasi Software Catia	92
4.2.3 Analisa Metode Elemen Hingga dan Software Catia	94
BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN	96
5.1 Kesimpulan.....	96
5.2 Saran	96
DAFTAR PUSTAKA	98
LAMPIRAN.....	99

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Ladder <i>Frame</i>	5
2.2 Backbone Tube	6
2.3 Perimeter <i>Frame</i>	7
2.4 Superleggera.....	7
2.5 Unibody/Monoque	8
2.6 Sub <i>Frame</i>	8
2.7 Gaya yang bekerja pada batang sederhana	10
2.8 Tegangan pada balok	11
2.9 Defleksi yang terjadi pada batang	13
2.10 Elemen segitiga (2 dimensi)	15
2.11 Elemen simpleks dua dimensi.....	16
3.1 Skema benda kerja	25
4.1 Dimensi <i>frame</i> tanpa penguat	27
4.2 Diskritisasi elemen <i>frame</i> tanpa penguat.....	27
4.3 Penempatan gaya dan tumpuan pada <i>frame</i> tanpa penguat	27
4.4 Dimensi <i>frame</i> dengan penguat	51
4.5 Diskritisasi elemen <i>frame</i> dengan penguat	51
4.6 Penempatan gaya dan tumpuan pada <i>frame</i> dengan penguat	53
4.7 Model analisa struktur <i>frame</i> tanpa penguat.....	82
4.8 Meshing model <i>frame</i> tanpa penguat.....	82
4.9 Material properties baja St37.....	83
4.10 Pemberian restraint pada model <i>frame</i> tanpa penguat	83
4.11 Pemberian beban pada model <i>frame</i> tanpa penguat	84
4.12 Analisa displacement <i>frame</i> tanpa penguat.....	84
4.13 Analisa tegangan von mises <i>frame</i> tanpa penguat.....	85
4.14 Model analisa struktur <i>frame</i> dengan penguat	87
4.15 Analisa displacement <i>frame</i> dengan penguat.....	87
4.16 Analisa tegangan von mises <i>frame</i> dengan penguat	88

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
3.1 Jadwal pelaksanaan kegiatan	25
4.1 Perbandingan nilai displacement menggunakan metode elemen hingga	90
4.2 Perbandingan nilai regangan menggunakan metode elemen hingga	91
4.3 Perbandingan nilai tegangan menggunakan metode elemen hingga.....	92
4.4 Perbandingan nilai displacement menggunakan software Catia.....	93
4.5 Perbandingan nilai tegangan menggunakan software Catia.....	94
4.6 Perbandingan nilai tegangan metode elemen hingga dan Catia	95

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Masalah

Mobil listrik merupakan mobil yang menggunakan tenaga penggerak berupa motor listrik dimana energi listrik dapat disimpan dalam baterai. Mobil listrik sangat populer pada akhir abad ke-19 dan awal abad ke-20. Semakin maju dan semakin murah harga kendaraan berbahan bakar minyak membuat popularitas mobil listrik menurun. Hingga pada sekitar tahun 2000 popularitas mobil listrik sedikit bangkit karena adanya krisis energi dan melonjaknya harga bahan bakar minyak.

Bangkitnya popularitas mobil listrik ini menarik minat perusahaan otomotif dunia untuk mengembangkannya. Tidak adanya hak milik terhadap mobil listrik, membuat beberapa perguruan tinggi di Indonesia berlomba untuk mengembangkannya. Universitas Jember merupakan salah satu dari beberapa perguruan tinggi yang turut serta dalam pengembangan mobil listrik. Pengembangan mobil listrik di Universitas Jember sudah dimulai sejak tahun 2009. Adapun pelaksana dalam pengembangan mobil listrik ini adalah mahasiswa Fakultas Teknik dari jurusan Teknik Mesin dan Teknik Elektro. Konsep awal pengembangan mobil listrik di Universitas Jember bermula dengan pembuatan sebuah prototype. Dukungan dan peran aktif civitas akademika Fakultas Teknik dan Universitas Jember dalam pengembangan mobil listrik semakin menambah semangat mahasiswa untuk menghasilkan prototype mobil listrik yang diberi nama Titen. Prototype ini terus dikembangkan dan juga dilombakan pada event-event nasional yang rutin dilakukan setiap tahun mulai tahun 2009 hingga sekarang.

Bermodal pengalaman dan ilmu yang sudah didapat pada prototype tersebut, maka dibuatlah sebuah city car dengan konsep layaknya sebuah kendaraan pada umumnya. City car yang diberi nama "SINOSI" ini dibuat dengan material dasar *frame* baja St37 berprofil U dengan ketebalan 3 mm. Dengan material dasar tersebut, kendaraan ini mampu memiliki bobot total yang ringan sekitar 600 kg dan

mampu mengangkut 4 penumpang. Namun pada pelaksanaannya, material *frame* tersebut tidak mampu menahan beban yang ditumpunya. Hal ini diakibatkan karena terjadinya defleksi pada konstruksi *frame* tersebut.

Defleksi ini diakibatkan karena tidak kuatnya desain *frame* untuk menahan beban yang di terima. Untuk mengetahui besarnya defleksi yang terjadi, perlu dilakukan analisis terhadap desain dari *frame* tersebut melalui dengan metode elemen hingga. Menurut Susatio (2004), metode ini akan melakukan pendekatan terhadap harga-harga yang tidak diketahui pada setiap titik secara diskrit. Sehingga kita dapat memperhitungkan besar tegangan, regangan, dan defleksi yang terjadi pada struktur *frame* mobil listrik “Sinosi”.

Pada penelitian ini dilakukan perhitungan secara manual dengan metode elemen hingga yang kemudian dibandingkan dengan simulasi menggunakan software Catia P3 V5R14. Dari hasil analisis, dapat di desain *frame* yang tepat untuk digunakan pada mobil listrik “SINOSI” generasi berikutnya.

1.2. Rumusan Masalah

Terjadinya defleksi pada konstruksi *frame* pada sebuah kendaraan merupakan sesuatu yang fatal, karena *frame* merupakan komponen utama yang menopang berat kendaraan, mesin, dan penumpang. Dengan adanya defleksi yang terjadi, tingkat keamanan dan kenyamanan sebuah kendaraan bisa berkurang. Oleh karenanya, desain dan perhitungan *frame* menjadi kriteria utama yang harus di penuhi agar mencapai tingkat keamanan dan kenyamanan yang diinginkan.

Untuk mengurangi defleksi yang terjadi pada struktur *frame* “Sinosi”, maka luas penampang struktur *frame* dibuat dua kali lebih besar dari luas penampang struktur *frame* yang sekarang. Dengan semakin besar luas penampang struktur *frame*, maka tegangan dan regangan yang terjadi bisa berkurang sehingga defleksi akan berkurang pula. Namun, penambahan luas penampang akan menambah berat dari konstruksi *frame* itu sendiri. Maka dari itu diperlukan besar penampang yang sesuai agar efisiensi dari kendaraan tersebut tetap terjaga.

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah bagaimana pengaruh penambahan konstruksi *frame* terhadap tegangan, regangan, dan defleksi yang terjadi pada konstruksi *frame* mobil listrik “Sinosi”.

1.3. Batasan Masalah

Untuk mencapai tujuan yang diharapkan dan agar penulisan skripsi ini lebih terarah, maka dalam penelitian ini diberikan batasan masalah sebagai berikut:

1. Objek penelitian adalah *frame* mobil listrik Sinosi dengan konstruksi dari baja St37 berbentuk profil U dengan ketebalan 3 mm.
2. Penelitian hanya dilakukan pada bagian tengah dari konstruksi *frame*.
3. Pembebanan yang ditinjau nantinya adalah pembebanan statis.
4. Analisis dengan *software* dilakukan menggunakan *software* Catia P3 V5R14.
5. Perhitungan secara manual menggunakan metode elemen hingga dengan bantuan *software* Microsoft Excel.
6. Pendekatan dengan metode elemen hingga menggunakan pendekatan dua dimensi.
7. Tipe elemen yang digunakan adalah elemen segitiga dengan 3 node.
8. Tidak membahas efek pengelasan yang terjadi.

1.4. Tujuan dan Manfaat

1.4.1. Tujuan

Tujuan yang ingin dicapai dari penelitian pada *frame* Sinosi ini adalah:

- a. Memperhitungkan tegangan, regangan, dan defleksi yang terjadi dengan penambahan luas penampang
- b. Membandingkan hasil analisis struktur pada *software* Catia dan melakukan perhitungan metode elemen hingga secara manual.

1.4.2. Manfaat

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian pada *frame* Sinosi ini adalah:

- a. Mengetahui pengaruh penambahan luas penampang terhadap tegangan, regangan, dan defleksi.
- b. Mengetahui perbandingan hasil analisis struktur dengan melakukan perhitungan manual yang kemudian dibandingkan dengan *software* Catia.
- c. Sebagai bahan masukan dan pertimbangan dalam mendesain *frame* mobil listrik generasi berikutnya.
- d. Hasil yang diperoleh dapat dijadikan acuan bagi pihak lain yang ingin mendesain dan mengadakan penelitian dalam bidang yang sama.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

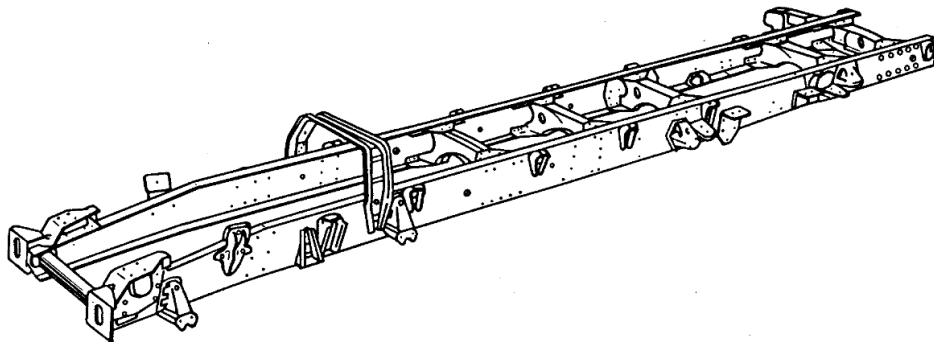
2.1. Tipe Rangka

Rangka merupakan struktur utama dari sebuah chassis kendaraan bermotor. Menurut Suprihanto (2008), rangka adalah struktur kaku sempurna yang dirancang untuk menahan atau mengangkat beban yang biasanya stasioner. Rangka dapat berfungsi statik sebagai penguat struktur dan tempat menambatkan bermacam-macam komponen lain yang ada di sebuah kendaraan bermotor dan berfungsi dinamik yang dapat membuat pengendalian kendaraan bermotor menjadi stabil, handling yang baik, dan kenyamanan berkendara.

Namun begitu, umumnya rangka (*frame*) dapat dipisahkan menjadi tiga jenis utama yaitu :

a. *Ladder Frame* / Rangka Tangga

Dinamakan demikian karena kemiripannya dengan tangga. *Ladder frame* merupakan konstruksi rangka yang paling sederhana dan tertua dari semua desain rangka. Konstruksi rangka ini terdiri dari dua rel/balok simetris dan bagian tengah yang menyambungkan kedua rel/balok tersebut. Rangka jenis ini pada awalnya digunakan pada semua jenis kendaraan, namun pada tahun 1940 penggunaan rangka jenis ini mulai dihapuskan pada rangka mobil dan sekarang banyak terlihat pada truk dan bus.



Gambar 2.1 *Ladder Frame*
(Sumber: Wikipedia, 2013)

Desain rangka ini mempunyai ketahanan balok yang baik karena rel/balok berlanjut dari depan sampai belakang. Resistansi rangka jenis terhadap torsi sangat kecil sehingga rentan terjadinya lengkungan. Selain itu, tinggi keseluruhan kendaraan akan lebih tinggi karena tempat duduk berada di atas rangka bukan didalamnya.

b. Backbone Tube

Backbone Tube adalah jenis konstruksi rangka kendaraan yang mempunyai kemiripan dengan desain *body-on-frame*. Menyerupai struktur tipe ladder dua dimensi yang terdiri dari tulang punggung tubular yang kuat (biasanya berbentuk persegi panjang di bagian tengahnya) dimana menghubungkan bagian suspensi depan dan belakang. Bodi diletakkan pada bagian atas struktur ini.



Gambar 2.2 *Backbone Tube*

(Sumber: Wikipedia, 2013)

c. Perimeter *Frame*

Hampir menyerupai *ladder frame*, tapi bagian tengah perimeter *frame* membentuk ke sebelah luar dari rangka depan hingga belakang tepat pada bagian yang mengayun. Konstruksi ini dipilih untuk mendapatkan posisi lantai kendaraan yang lebih rendah dan tinggi kendaraan secara keseluruhan lebih rendah pada mobil penumpang. Desain ini umum digunakan pada mobil-mobil

di Amerika Serikat tapi tidak di seluruh dunia, hingga desain uni-body mulai populer dan masih tetap digunakan pada mobil pabrikan US.



Gambar 2.3 Perimeter *Frame*

(Sumber: Wikipedia, 2013)

d. Superleggera

Istilah Italia (yang berarti “super-ringan”) untuk konstruksi mobil sport menggunakan kerangka tiga dimensi seperti kurungan yang dibuat dari tabung-tabung kecil. Konstruksi rangka ini terletak di atas gender, di sekeliling radiator, atap, dan di bawah jendela belakang, kecuali dibawah bodi. Desain rangka ini menyerupai struktur geodesi. Bodi kendaraan sendiri melekat pada bagian luar *frame* dan umumnya terbuat dari aluminium.



Gambar 2.4 Superleggera

(Sumber: Wikipedia, 2013)

e. Unibody / Monoque

Unibody atau monoque merupakan desain rangka yang paling banyak digunakan pada kendaraan sekarang. Desain rangka ini memungkinkan pendekatan struktural untuk menahan beban melalui kulit luar objek, seperti bola pingpong atau kulit telur. Istilah ini juga digunakan untuk menunjukkan suatu bentuk konstruksi kendaraan dimana kulit memberikan dukungan struktural utama, meskipun hal ini jarang terjadi dan sulit membedakan antara semi-monoque dan monoque.



Gambar 2.5 Unibody/Monoque

(Sumber: Wikipedia, 2013)

f. Sub *Frame*

Sub *frame* merupakan komponen struktural kendaraan yang mempunyai fungsi tersendiri yang nantinya disambungkan ke unibody. Sub *frame* umumnya dapat terlihat pada bagian depan kendaraan dan juga kadang-kadang terdapat pada bagian belakang. Sub *frame* biasanya digunakan untuk menopang mesin, drivetrain, maupun suspensi. Penyambungan sub *frame* dengan unibody dilengkapi dengan bushing karet untuk meredam getaran.



Gambar 2.6 Sub *Frame*

(Sumber: Wikipedia, 2013)

2.2. Baja

Baja merupakan paduan yang terdiri dari besi, karbon dan unsur-unsur lainnya. Menurut Tenriajeng (1997), selain karbon pada baja terkandung kira-kira 0,25 % Si, 0,3-1,5 % Mn, dan unsur pengotor lainnya. Baja mempunyai keuntungan yang cukup tinggi yaitu kekuatan tariknya yang tinggi antara 300 MPa sampai 2000 MPa. Kekuatan yang tinggi ini mengakibatkan struktur yang terbuat dari baja pada umumnya mempunyai ukuran penampang yang relatif lebih kecil jika dibanding dengan struktur dari bahan yang lain. Oleh karena itu, struktur ini lebih ringan sekalipun berat jenis baja tinggi. Akibat lebih lanjut adalah pemakaian fondasi yang lebih hemat.

Beberapa keuntungan dari baja sebagai bahan struktur antara lain:

- Konstruksi baja sangat kuat, tahan lama, dan stabil
- Rendah biaya pemeliharaannya
- Ramah lingkungan

Baja sendiri dibedakan menjadi 3 macam diantaranya baja karbon, baja paduan, dan baja standar. Baja standar merupakan baja yang hanya mengandung besi dan carbon tanpa ada penambahan paduan di dalamnya. Salah satu jenis baja standard adalah baja St 37. Baja ini mengandung karbon dibawah 0,2 %, dimana baja ini mempunyai sifat mampu tempa dan mampu lasnya yang baik.

2.3. Gaya

Gaya dihasilkan dari beban yang bekerja pada suatu batang atau struktur. Gaya dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$F = m \cdot g \quad \dots(2.1)$$

Dimana : F = Gaya (Newton)

m = Massa (kg)

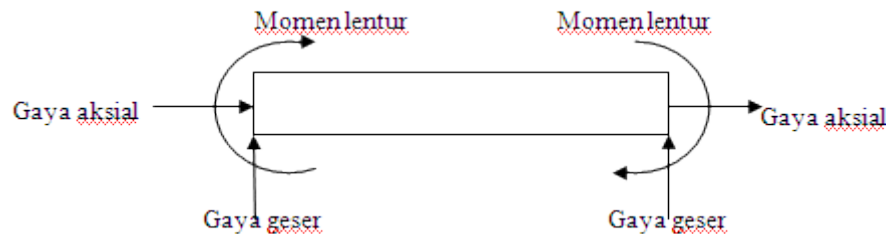
g = Percepatan gravitasi (m/s^2)

Setiap komponen gaya merefleksikan pengaruh beban terpasang yang berbeda pada struktur dan diberikan nama khusus sebagai berikut:

- a. Gaya aksial (*axial force*)
- b. Gaya geser (*shear force*)

c. Momen lentur (*bending momen*)

Secara umum gaya dan momen lentur pada batang dapat digambarkan seperti gambar 2.7. berikut ini:



Gambar 2.7 Gaya yang bekerja pada batang sederhana

(Sumber: Prasetyo, 2010)

2.4. Tegangan

Tegangan didefinisikan sebagai intensitas gaya yang bekerja pada tiap satuan luas bahan. Tegangan yang terjadi ketika suatu material dibebani oleh gaya aksial disebut dengan tegangan normal. Nilai dari tegangan normal untuk berbagai luas area irisan secara sederhana dapat didekati dengan gaya yang bekerja dibagi dengan luas area irisan. Secara matematis ditulis sebagai berikut :

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad \dots(2.2)$$

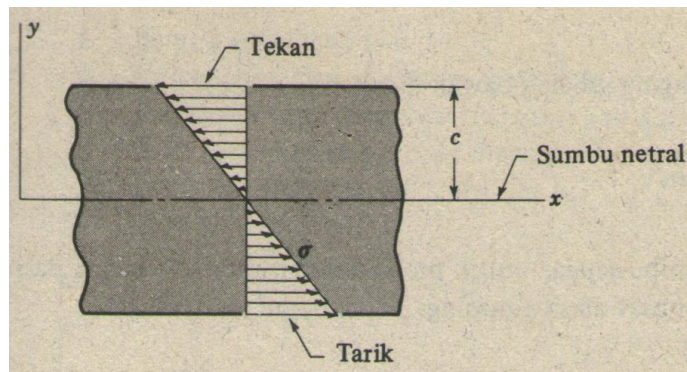
Dimana : σ = Tegangan atau gaya per satuan luas (N/mm^2)

P = Beban (*Newton*)

A = Luas penampang (mm^2)

Shigley, Joseph E. (1991)

Ketika material dibebani dengan beban sesuai gambar, maka akan menghasilkan bending stress (tegangan tekuk). Bending stress merupakan tipe dari normal stress akan tetapi sedikit lebih spesifik. Ketika material dibebani, maka akan menghasilkan apa yang disebut sebagai tegangan kompresif normal. Tegangan pada arah horizontal adalah nol.



Gambar 2.8 Tegangan pada balok

(Sumber: Shigley, 1991:53)

Untuk setiap balok yang mempunyai suatu bidang simetri memanjang dan dikenai momen tekuk (M) pada suatu penampang melintangnya, tegangan normal yang bekerja pada serat memanjang pada jarak (y) dari sumbu netral balok diberikan dengan

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad \dots(2.3)$$

dimana I menyatakan momen inersia penampang melintang terhadap sumbu netral.

Selain tegangan tekuk (bending stress), tegangan normal juga akan menghasilkan beban yang bekerja mengelilingi material. Shear stress / tegangan geser akan terjadi ketika beban diaplikasikan secara paralel ke area dari material tersebut. Tegangan geser yang terjadi akibat adanya gaya geser (V) dan momen dari bidang yang tegak lurus terhadap sumbu netral (Q) pada sebuah material dapat diberikan dengan rumus:

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad \dots(2.4)$$

Perlu diperhatikan pula bahwa b adalah lebar penampang pada jarak tertentu pada y_1 dari sumbu netral dan I adalah momen inersia dari seluruh penampang terhadap sumbu netral.

2.5. Regangan

Regangan didefinisikan sebagai suatu perbandingan antara perubahan dimensi suatu bahan dengan dimensi awalnya. Karena merupakan rasio antara dua

panjang, maka regangan ini merupakan besaran tak berdimensi, artinya regangan tidak mempunyai satuan. Dengan demikian, regangan dinyatakan hanya dengan suatu bilangan, tidak bergantung pada sistem satuan apapun.

Untuk memperoleh regangan, maka dilakukan dengan membagi perpanjangan (ΔL) dengan panjang (L) yang telah diukur, dengan demikian diperoleh:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad \dots(2.5)$$

Dimana : ε = Regangan

ΔL = penambahan panjang benda (mm)

L = panjang awal benda (mm)

Shigley, Joseph E. (1991)

2.6. Hubungan Tegangan dan Regangan

Hubungan linier antara komponen tegangan dan komponen regangan umumnya dikenal sebagai *hukum Hooke*. Kesebandingan tegangan terhadap regangan dinyatakan sebagai perbandingan tegangan satuan terhadap regangan satuan. Biasanya dituliskan dalam bentuk :

$$\sigma = E\varepsilon \quad \dots(2.6)$$

Pada bahan kaku tetapi elastis seperti baja, kita peroleh bahwa tegangan satuan yang diberikan menghasilkan perubahan bentuk satuan yang relatif kecil.

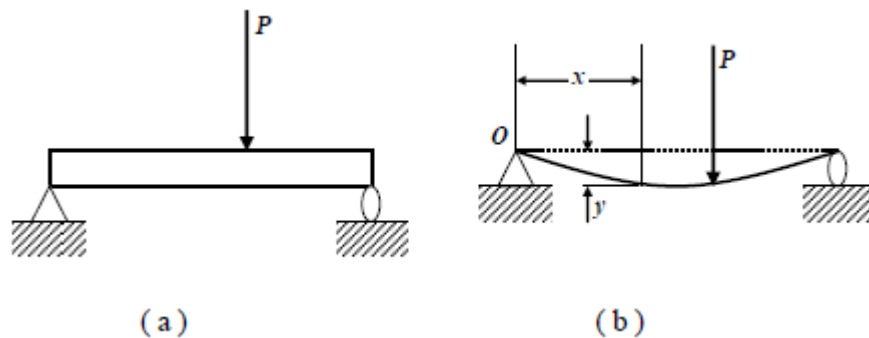
Semula hukum Hooke semata-mata menunjukkan bahwa tegangan berbanding lurus dengan regangan ($\sigma \propto \varepsilon$), tetapi Thomas Young (1807) mengembangkan konstanta kesebandingan tersebut menjadi *modulus Young* atau biasa disebut *modulus Elastisitas* (E). Secara matematis hubungan antara tegangan (F/A) dengan regangan ($\Delta L/L$) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \dots(2.7)$$

Berdasarkan hukum Hooke, *modulus Elastisitas* (E) memiliki satuan tegangan (N/mm^2) karena regangan tidak memiliki satuan. Bahan yang digunakan di dalam struktur biasanya memiliki modulus yang sangat besar dibandingkan dengan tegangan izin, dan besarnya perpanjangan sangat kecil.

2.7. Defleksi

Sumbu sebuah batang akan berdefleksi (atau melentur) dari kedudukannya semula apabila berada di bawah pengaruh gaya. Defleksi batang adalah lendutan balok dari posisi awal tanpa pembebanan. Defleksi (lendutan) diukur dari permukaan netral awal ke permukaan netral setelah balok mengalami deformasi. Karena balok biasanya horizontal, maka defleksi merupakan penyimpangan vertikal seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.9.



Gambar 2.9 Defleksi yang terjadi pada batang
(sumber: Prasetyo, 2010)

Besarnya defleksi di tunjukan oleh pergeseran jarak y . Besarnya defleksi y pada setiap nilai x sepanjang balok disebut persamaan kurva defleksi balok.

Ketika batang diberi beban, semua titik dari kurva elastis kecuali yang menopang batang tersebut terjadi defleksi dari posisi aslinya. Jari-jari kelengkungan kurva elastis di bagian manapun dinyatakan sebagai

$$\rho = \frac{EI}{M} \quad \text{.....(2.8)}$$

Dimana:

E = Modulus elastisitas dari material (N/mm^2)

I = Momen inersia (mm^4)

M = Momen lentur ($N \cdot mm$)

Jika tidak ada momen lentur, ρ merupakan nilai tak terhingga dengan kurva berbentuk garis lurus. Ketika nilai M merupakan yang terbesar, maka ρ merupakan nilai yang terkecil dengan bentuk kurva yang terbesar.

Persamaan diferensial dari kurva elastis yang berlaku untuk semua batang ketika batas elastis bahan tersebut tidak melebihi yang diperoleh dengan mengganti

nilai dalam rumus $\rho = EI/M$ dengan asumsi bahwa dx dan dl merupakan nilai yang sama, maka persamaan diferensialnya:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M \quad \dots(2.9)$$

Persamaan di atas digunakan untuk menentukan defleksi setiap titik pada kurva elastis dengan menganggap titik tumpuan sebagai asal sumbu koordinat dan mengambil y sebagai defleksi vertikal pada setiap titik pada kurva dan x sebagai jarak horizontal dari tumpuan ke titik yang dihitung. Nilai-nilai dari E , I , dan M disubstitusi dan terintegrasi dua kali, memberikan nilai-nilai yang tepat untuk konstanta integrasi, dan y defleksi ditentukan untuk setiap titik.

2.8. Metode Elemen Hingga

Metode elemen hingga adalah metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan teknik dan problem matematis dari suatu gejala phisis. Tipe masalah teknis dan matematis phisis yang dapat diselesaikan dengan metode elemen hingga terbagi dalam dua kelompok, yaitu kelompok analisa struktur dan kelompok masalah-masalah non struktur. Tipe-tipe permasalahan struktur meliputi:

- a. Analisa tegangan/stres
- b. Buckling
- c. Analisa getaran

Problem non struktur yang dapat diselesaikan dengan menggunakan metode ini meliputi:

- a. Perpindahan panas dan massa
- b. Mekanika fluida
- c. Distribusi dari potensial listrik dan potensial magnet.

Dalam persoalan-persoalan yang menyangkut geometri yang rumit, seperti pejalan pembebanan terhadap struktur yang kompleks, pada umumnya sulit dipecahkan melalui matematika analisis. Hal ini disebabkan karena matematika analisis memerlukan besaran atau harga yang harus diketahui pada setiap titik pada struktur yang dikaji.

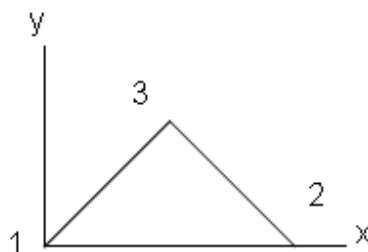
Penyelesaian analisis dari suatu persamaan diferensial suatu geometri yang kompleks, pembebanan yang rumit, tidak mudah diperoleh. Formulasi dari metode elemen hingga dapat digunakan untuk mengatasi permasalahan ini.

Metode ini akan melakukan pendekatan terhadap harga-harga yang tidak diketahui pada setiap titik secara diskrit. Dimulai dengan pemodelan dari suatu benda dengan membagi-bagi dalam bagian yang kecil secara keseluruhan masih mempunyai sifat yang sama dengan benda utuh sebelum terbagi dalam bagian yang kecil (diskritisasi).

2.8.1. Tipe Elemen dan Diskritisasi

Dalam metode elemen hingga, suatu struktur benda atau daerah yang akan dianalisis dilakukan dengan cara membagi struktur menjadi sejumlah besar bentuk yang dinyatakan sebagai elemen. Elemen dapat berupa garis lurus, segi tiga, segiempat, tetrahedral dan quadrilateral.

Diskritisasi menghasilkan sejumlah elemen dan simpul. Simpul diberi nomor demikian pula elemen sehingga diperoleh informasi elemen. Pengolahan elemen dan simpul akan mengarah pada pembentukan matriks kekakuan. Menurut Susatio (2004), banyaknya potongan yang dibentuk bergantung pada geometri dari benda yang akan dianalisa, sedangkan bentuk elemen yang diambil bergantung pada dimensinya. Dalam penelitian ini elemen yang digunakan adalah elemen segitiga seperti gambar 2.10 berikut.



Gambar 2.10 Elemen segitiga (2 dimensi)

(Sumber: Susatio, 2004)

2.8.2. Matriks Kekakuan

Memodelkan suatu elemen dan memberikan beban, diperlukan persamaan yang menghubungkan antara beban berupa gaya yang diberikan pada nodal elemen

dengan perpindahan berupa translasi pada nodal tersebut. Hubungan tersebut dapat diberikan dengan persamaan:

$$\{F\} = [K]\{d\} \quad \text{.....(2.10)}$$

Dimana :

- $\{F\}$ = Matriks kolom gaya dan momen pada nodal elemen
- $[K]$ = Matriks kekakuan elemen
- $\{d\}$ = Matriks kolom berisi perpindahan translasi nodal elemen.

Persamaan kesetimbangan gaya yang bekerja dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$f_{1x} = k(d_{1x} - d_{2x}) \quad \text{.....(2.11a)}$$

$$f_{2x} = k(d_{2x} - d_{1x}) \quad \text{.....(2.11b)}$$

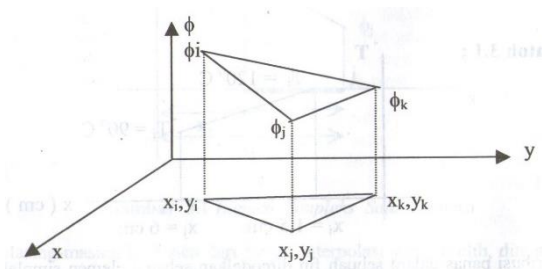
Dalam bentuk matriks persamaan di atas ditulis sebagai:

$$\begin{Bmatrix} f_{1x} \\ f_{2x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{2x} \end{Bmatrix}$$

2.8.3. Elemen Simpleks Dua Dimensi

Elemen simpleks adalah salah satu macam fungsi interpolasi dalam bentuk polinomial yang dipakai dalam metode elemen hingga. Elemen simpleks merupakan pendekatan yang dilakukan dengan polinomial yang terdiri dari term (suku) konstan dan term linier. Banyaknya koefisien dalam polinomial sama dengan dimensi dari koordinat ruang yang ada ditambah satu.

Elemen simpleks dua dimensi berupa sebuah segitiga seperti nampak pada gambar berikut ini.



Gambar 2.11 Elemen simpleks dua dimensi

(Sumber: Susatio, 2004)

Persamaan interpolasi polinomial elemen simpleks dua dimensi dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\phi = a_1 + a_2 x + a_3 y \quad \dots(2.12)$$

Jika memperhatikan gambar 2. 11. dapat dituliskan syarat batas berikut ini:

Pada $x = x_i, y = y_i$, harga $\phi = \phi_i$

Pada $x = x_j, y = y_j$, harga $\phi = \phi_j$

Pada $x = x_k, y = y_k$, harga $\phi = \phi_k$

Apabila harga-harga batas di atas disubstitusikan ke persamaan interpolasi polinomial, akan diperoleh sistem persamaan:

$$\phi_i = a_1 + a_2 x_i + a_3 y_i$$

$$\phi_j = a_1 + a_2 x_j + a_3 y_j$$

$$\phi_k = a_1 + a_2 x_k + a_3 y_k$$

Dalam bentuk matriks sistem persamaan di atas ditulis menjadi:

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} \quad \dots(2.13)$$

yang dalam bentuk simbol ditulis sebagai:

$$\{\phi\} = [x] \{a\} \quad \dots(2.14)$$

2.8.4. Fungsi Displacement

Koordinat lokal dari tiap node dinyatakan dalam:

- u = untuk arah horizontal
- v = untuk arah vertikal

Koordinat lokal dalam kaitan dengan koordinat global dihubungkan lewat persamaan:

$$u(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad \dots(2.15a)$$

$$v(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y \quad \dots(2.15b)$$

Kenakan syarat batas bahwa:

Pada $x = x_1, u = u_1$

$x = x_2, u = u_2$

$x = x_3, u = u_3$

pada persamaan diatas diperoleh sistem persamaan linier berikut:

$$u_1 = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1$$

$$u_2 = \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2$$

$$u_3 = \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3$$

ketiga persamaan ini, dalam bentuk matriks ditulis sebagai:

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix}$$

$$\text{atau } \{q_1\} = [A_1] \{\alpha\} \quad \dots(2.16)$$

dimana $\{q_1\}$ = Matrik displacement horizontal lokal

$[A_1]$ = Matrik absis global

$\{\alpha\}$ = Matrik koefisien

Demikian pula, syarat batas pada:

$$y = y_1, v = v_1$$

$$y = y_2, v = v_2$$

$$y = y_3, v = v_3$$

yang dikenakan pada persamaan v diperoleh:

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{Bmatrix}$$

$$\text{atau } \{q_2\} = [A] \{\beta\} \quad \dots(2.17)$$

untuk selanjutnya yang akan diturunkan hanya untuk u saja, sedangkan untuk v diambil analogi dengan hasil yang diperoleh dari u.

2.8.5. Tegangan Bidang (*Plane Stress*)

Dalam penelitian ini, komponen-komponen dari tegangan normal dan tegangan geser bekerja dalam dua arah saja (tidak pada arah sumbu z) sehingga:

$$\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$$

Hubungan antara tegangan dan regangan adalah

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_y)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \nu^2} (\epsilon_y + \nu \epsilon_x)$$

$$\tau_{xy} = G \gamma_{xy}$$

Persamaan konstitusi dalam bentuk matriks yang dibentuk dari persamaan di atas adalah:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}}_{[c]} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad \dots(2.18)$$

diringkas: $\{\sigma\} = [c]_{\sigma}\{\varepsilon\}$

dimana: $\{\sigma\}$ = vektor tegangan

$\{\varepsilon\}$ = vektor regangan

$[c]_{\sigma}$ = matriks konstitusi untuk tegangan bidang

2.9. Catia

Program CATIA (Computer Aided Three-Dimensional Interactive Application) merupakan salah satu program komputer yang dibuat dengan mendasarkan pada teori yang terdapat dalam perumusan metode elemen hingga.

Tampilan prototipenya juga bisa ditampilkan pada layar komputer, sehingga orang yang awam di bidang teknik pun dapat mengetahui dengan mudah. Hal inilah yang mendasari penggunaan program komputer CATIA yang berbasis metode elemen hingga untuk melakukan kajian penelitian. Sebelum berkembangnya teknologi informatika/komputer, analisa dengan metode elemen hingga masih menggunakan perhitungan tangan yang panjang dan melelahkan.

Dengan adanya program ini, membuka wawasan baru bagi peneliti untuk menyelesaikan permasalahan lebih cepat. Peneliti hanya perlu membuat model tiga dimensinya dan analisa dapat dilakukan dengan hasil yang langsung dapat diketahui. Pemodelan disini meliputi diskritisasi benda kerja, pemilihan dan penerapan elemen, pendefinisian tumpuan, serta beban yang bekerja. Untuk menyederhanakan dan memudahkan proses desain dan analisa sebuah struktur, software CATIA menawarkan atau memberikan solusi terpadu. Solusi terpadu tersebut berarti bahwa semua proses dikerjakan oleh satu mesin dan satu software, sehingga transfer data dari satu desain/software ke mesin/software yang lain tidak

diperlukan. Dengan proses tersebut, hilangnya data atau informasi dapat dihindari dan waktu untuk proses analisa juga menjadi lebih singkat.

Paket untuk desain dan analisa yang ditawarkan atau diberikan oleh software CATIA adalah sebagai berikut :

- a. CATIA untuk desain (gambar geometri)
- b. CATIA untuk pembuatan model elemen hingga.
- c. CATIA untuk perhitungan berbasis metode elemen hingga
- d. CATIA untuk menampilkan hasil dan analisa detail dari perhitungan.

Dimulai dengan desain, dimana desain dapat dalam model dua dimensi ataupun tiga dimensi. Selanjutnya CATIA FEM (Finite Element Modeler) akan membuat model analisa dari desain yang telah jadi. Model ini dibuat berdasarkan metode elemen hingga. Adapun metode diskritisasi yang ditawarkan antara lain : metode 4-EDGES-ADVANCE, metode FRONTAL, dan metode OCTREE. Diantara ketiga metode tersebut, metode OCTREE adalah yang paling mudah untuk dibuat, dan metode inilah yang akan digunakan pada penelitian ini.

Dengan selesainya pembuatan model, maka perhitungan dapat dilakukan. Perhitungan yang ditawarkan dalam CATIA ini adalah static linier, dynamic, thermal, dan bukling. Namun pada studi ini hanya akan dilakukan perhitungan static. CATIA V5 Release 14 merupakan program desain grafis tiga dimensi yang dibuat oleh Dassault Sistem yang mampu membuat gambar dan analisis dalam bidang teknik.

Dalam perancangan benda kerja, peneliti menggunakan program CATIA dengan mempertimbangkan hal-hal sebagai berikut :

- a. Program CATIA V5 Release 14 mempunyai aplikasi yang lengkap yang dapat digunakan dalam bidang pendidikan dan bidang industri yang meliputi mechanical design, analysis, simulation, dan aplikasi lainnya.
- b. Cara pembuatan atau pemodelan benda kerja dengan program CATIA V5 Release 14 relatif mudah dibandingkan dengan menggunakan program sejenis serta mempunyai tingkat akurasi yang tinggi.
- c. Design part (desain komponen) dengan CATIA V5 Release 14 akan menghasilkan gambar yang sesuai dengan hasil produk sesungguhnya.

Sehingga produk yang telah didesain dapat dilihat secara nyata dalam tampilan tiga dimensi, sehingga kita bisa mengetahui secara detail bagian dari produk tersebut.

- d. Dengan CATIA V5 Release 14 dapat juga dilakukan analisis statis dari produk yang telah didesain, sehingga dapat dilihat bagian dari produk yang kurang aman sehingga akan mempermudah mendesain produk sampai didapat produk sesuai yang diinginkan sebelum proses produksi dilakukan.

2.10. Hipotesa

Pada penelitian ini akan dilakukan penambahan material konstruksi pada rangka bagian tengah yang berfungsi sebagai penguat. Dengan adanya penambahan material konstruksi pada rangka bagian tengah, diasumsikan luas penampang dari rangka lebih besar dari luas penampang awal. Sehingga dengan semakin besarnya luas penampang, tegangan tekuk yang terjadi semakin kecil.

BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Waktu dan Tempat

Penelitian ini dilakukan di Laboratorium Las Jurusan Teknik Mesin Fakultas Teknik Universitas Jember. Waktu penelitian dilaksanakan dalam jangka waktu empat (4) bulan yaitu dimulai dari bulan Juni sampai dengan bulan September 2013.

3.2. Alat dan Bahan

3.2.1. Alat

Peralatan yang akan digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. Laptop
- b. Software Catia P3 V5R14
- c. Mobil listrik Sinosi

3.2.2. Bahan

Bahan yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. Baja St37 dengan spesifikasi

Tegangan luluh	: 235 N/mm ²
Tegangan geser	: 117,5 N/mm ²
Tegangan lentur	: 330 N/mm ²
Modulus elastisitas (E)	: 210 N/mm ²
Modulus Geser (G)	: 80 N/mm ²
Resistan Maksimal (Rm)	: 370 N/mm ²

3.3. Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode analisis, yaitu suatu metode yang digunakan untuk memprediksi suatu material atau desain dengan cara menganalisis desain tersebut dengan metode-metode analisis yang dibutuhkan.

3.4. Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian yang akan dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Pembuatan gambar teknik

Gambar teknik diperlukan guna mem-visualisasikan konstruksi rangka dalam bentuk 2D maupun 3D beserta dimensi yang sebenarnya dengan menggunakan software Catia.

b. Analisa kekuatan material

Analisa ini digunakan untuk menentukan letak tegangan terbesar dimana pada posisi tersebut akan terjadi awal kerusakan/kegagalan. Pengujian struktur ini dilakukan dengan pembebanan secara statis menggunakan software Catia.

c. Optimalisasi kekuatan material

Pada tahapan ini dilakukan optimalisasi pada struktur *frame* sinosi untuk mengurangi defleksi yang terjadi pada desain *frame* sebelumnya.

d. Analisa kekuatan material dengan metode elemen hingga

Tahapan ini dilakukan setelah desain *frame* yang baru sudah optimal. Pada tahapan ini dilakukan perhitungan secara manual terhadap tegangan, regangan, dan defleksi yang terjadi.

e. Modifikasi *frame*

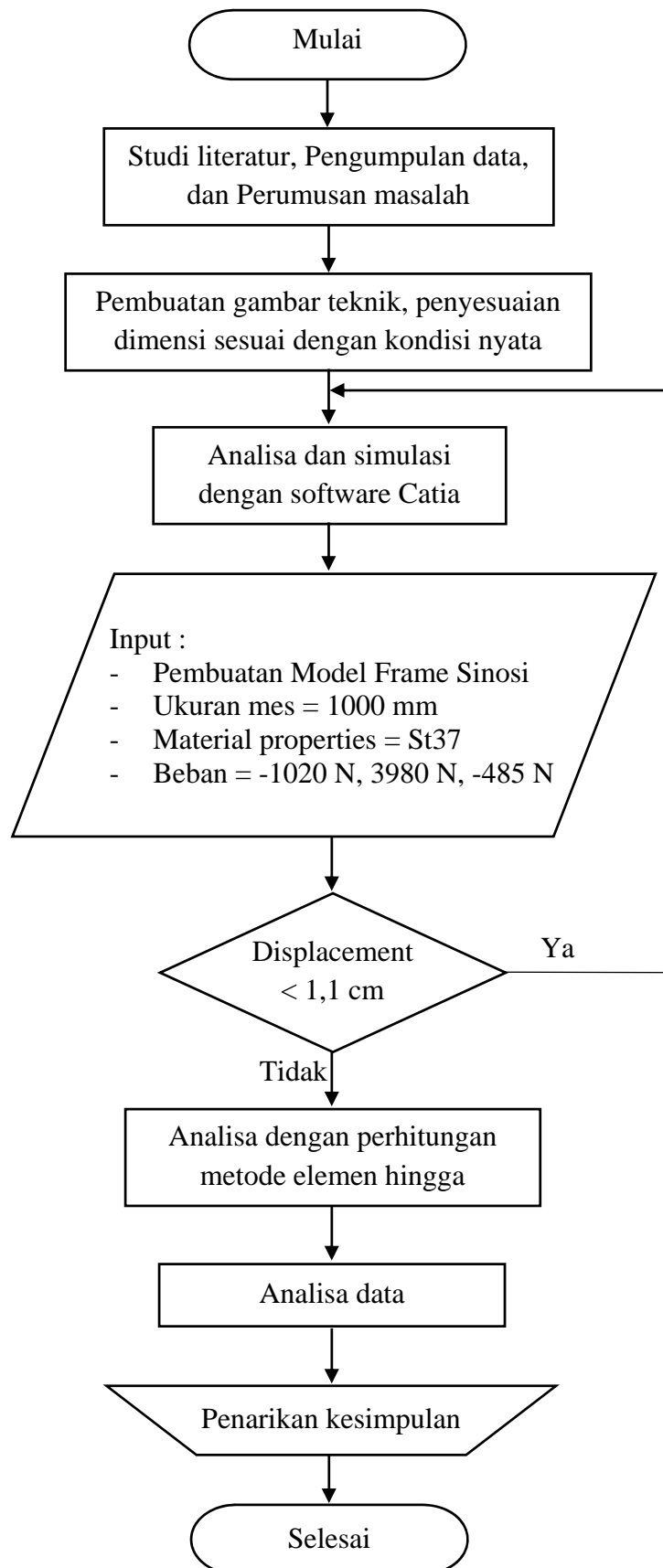
Modifikasi *frame* ini dilakukan pada struktur *frame* yang sebenarnya sesuai dengan desain yang di dapat dari hasil optimalisasi yang dilakukan dengan menggunakan software Catia.

f. Analisa hasil simulasi dan perhitungan

Setelah didapat data yang akurat, dilakukan analisa dengan membandingkan hasil dari simulasi, perhitungan manual.

3.5. Diagram Alir Penelitian

Proses dalam penelitian ini dapat digambarkan pada diagram alir dibawah ini:



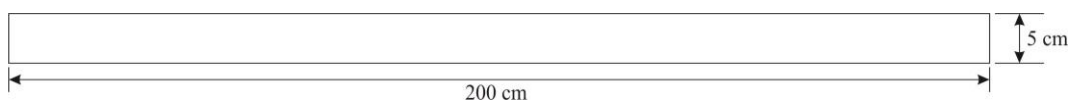
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Hasil Penelitian

4.1.1 Perhitungan Metode Elemen Hingga *Frame* Tanpa Penguat

➤ Diskritisasi Elemen

Frame yang diteliti merupakan *frame* pada bagian tengah dari mobil listrik sinosi. *Frame* tersebut memiliki dimensi seperti yang terlihat pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Dimensi *frame* tanpa penguat

Frame yang diteliti dibagi/diskritisasi menjadi bagian kecil elemen berbentuk segitiga seperti Gambar 4.2 berikut ini.



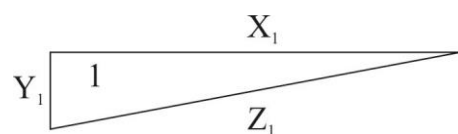
Gambar 4.2 Diskritisasi elemen *frame* tanpa penguat

Frame dibagi menjadi 8 elemen segitiga dengan panjang masing-masing elemen sebagai berikut:

Elemen 1 : Panjang X_1 = 54,125 cm

Panjang Y_1 = 5 cm

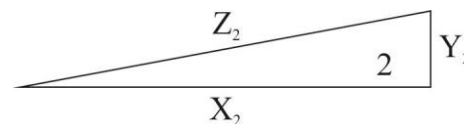
Panjang Z_1 = 54,36 cm



Elemen 2 : Panjang X_2 = 54,125 cm

Panjang Y_2 = 5 cm

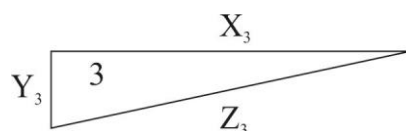
Panjang Z_2 = 54,36 cm



Elemen 3 : Panjang X_3 = 47,375 cm

Panjang Y_3 = 5 cm

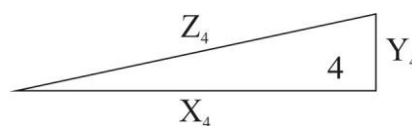
Panjang Z_3 = 47,64 cm



Elemen 4 : Panjang X_4 = 47,375 cm

Panjang Y_4 = 5 cm

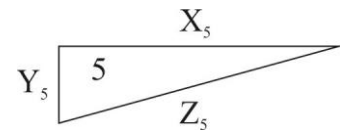
Panjang Z_4 = 47,64 cm



Elemen 5 : Panjang $X_5 = 36,875$ cm

Panjang $Y_5 = 5$ cm

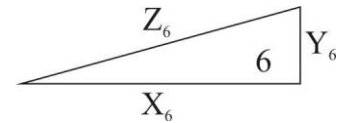
Panjang $Z_5 = 37,22$ cm



Elemen 6 : Panjang $X_6 = 36,875$ cm

Panjang $Y_6 = 5$ cm

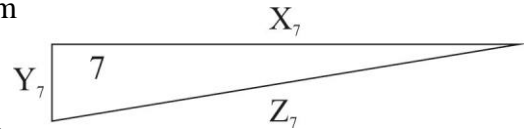
Panjang $Z_6 = 37,22$ cm



Elemen 7 : Panjang $X_7 = 61,625$ cm

Panjang $Y_7 = 5$ cm

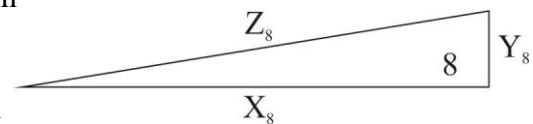
Panjang $Z_7 = 61,83$ cm



Elemen 8 : Panjang $X_8 = 61,625$ cm

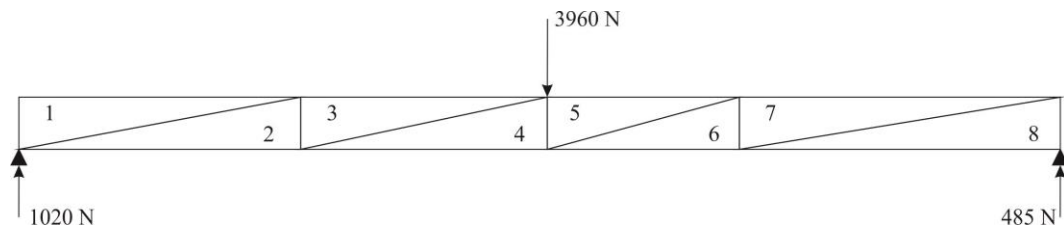
Panjang $Y_8 = 5$ cm

Panjang $Z_8 = 61,83$ cm



➤ Perhitungan Matrik Kekakuan

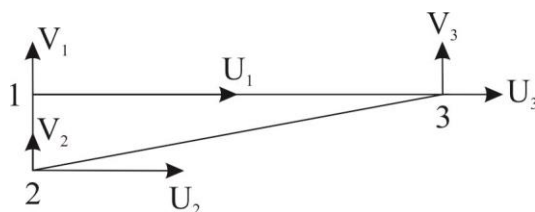
Terdapat 3 gaya yang bekerja pada *frame* yang diteliti, yaitu : 1020 N, 3960 N, serta 485 N. Lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 4.3 berikut ini.



Gambar 4.3 Penempatan gaya dan tumpuan pada *frame* tanpa penguat

Untuk mendapatkan matriks kekakuan dari tiap-tiap elemen, digunakan perhitungan seperti berikut ini.

- Elemen 1:



Diketahui : Node 1 = (0, 5)

Node 2 = (0, 0)

$$\text{Node 3} = (54.125, 5)$$

Maka koordinat untuk elemen 1 adalah :

- $X_1 = 0$ $Y_1 = 5$
- $X_2 = 0$ $Y_2 = 0$
- $X_3 = 54,125$ $Y_3 = 5$

Sehingga perhitungan matriks ajoint-nya adalah

- $A_1 = X_2 Y_3 - X_3 Y_2 = -54,125$
- $A_2 = X_3 Y_1 - X_1 Y_3 = 270,625$
- $A_3 = X_1 Y_2 - X_2 Y_1 = 0$
- $B_1 = Y_2 - Y_3 = -5$
- $B_2 = Y_3 - Y_1 = 0$
- $B_3 = Y_1 - Y_2 = 5$
- $C_1 = X_3 - X_2 = 54,125$
- $C_2 = X_1 - X_3 = -54,125$
- $C_3 = X_2 - X_1 = 0$

Sedangkan determinannya adalah

$$\det = X_2 Y_3 - X_3 Y_2 + X_1 (Y_2 - Y_3) + Y_1 (X_3 - X_2) = 270,62$$

Dan *shape function* dari tiap node, yaitu :

$$N_1 = \frac{1}{\det} (A_1 + X_1 B_1 + Y_1 C_1) = 1$$

$$N_2 = \frac{1}{\det} (A_2 + X_2 B_2 + Y_2 C_2) = 1$$

$$N_3 = \frac{1}{\det} (A_3 + X_3 B_3 + Y_3 C_3) = 1$$

Maka matriks kekakuannya adalah :

Diketahui : Jenis bahan St37

$$E = 1,9 \times 10^{11} \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 19 \times 10^6 \text{ Pa (N/cm}^2\text{)}$$

$$\nu = 0,27$$

Maka Persamaan Konstitutif [C] dari elemen 1 adalah:

$$[C] = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{19 \times 10^6}{1 - 0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - 0,27}{2} \end{bmatrix} \\
&= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sedangkan matriks B adalah

$$\begin{aligned}
[B] &= \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} B_1 & 0 & B_2 & 0 & B_3 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & C_2 & 0 & C_3 \\ C_1 & B_1 & C_2 & B_2 & C_3 & B_3 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$[K] = [B]^T \cdot [C] [B]$$

$$\begin{aligned}
[K] &= \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 54,125 \\ 0 & 54,125 & -5 \\ 0 & 0 & -54,125 \\ 0 & -54,125 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{270,62} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 54,125 \\ 0 & 54,125 & -5 \\ 0 & 0 & -54,125 \\ 0 & -54,125 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 54,125 \\ 0 & 54,125 & -5 \\ 0 & 0 & -54,125 \\ 0 & -54,125 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 54,125 \\ 0 & 54,125 & -5 \\ 0 & 0 & -54,125 \\ 0 & -54,125 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} -5 & 14,61 & 0 & -14,61 & 5 & 0 \\ -1,35 & 54,12 & 0 & -54,12 & 1,35 & 0 \\ 0 & -1,82 & -19,76 & 0 & 0 & 1,82 \end{bmatrix} \\
[K_1] &= \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} \begin{bmatrix} 25 & -171,85 & -1069,27 & 73,07 & -25 & 98,78 \\ -73,07 & 2938,64 & 98,78 & -2929,52 & 73,07 & -9,12 \\ 0 & 98,78 & 1069,27 & 0 & 0 & -98,78 \\ 73,07 & -2929,52 & 0 & 2929,52 & -73,07 & 0 \\ -25 & 73,07 & 0 & -73,07 & 25 & 0 \\ 0 & -9,12 & -98,78 & 0 & 0 & 9,12 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga matriks kekakuan dari elemen 1 adalah

$$[K_1] = \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} [A_1]$$

A_1 adalah matriks :

	1	2	3	4	5	6	
	25	-171,85	-1069,27	73,07	-25	98,78	1
	-73,07	2938,64	98,78	-2929,52	73,07	-9,12	2
	0	98,78	1069,27	0	0	-98,78	3
	73,07	-2929,52	0	2929,52	-73,07	0	4
	-25	73,07	0	-73,07	25	0	5
	0	-9,12	-98,78	0	0	9,12	6

Perhitungan elemen 2 sampai elemen 8 dapat dilihat di Lampiran A. Perhitungan

A_1

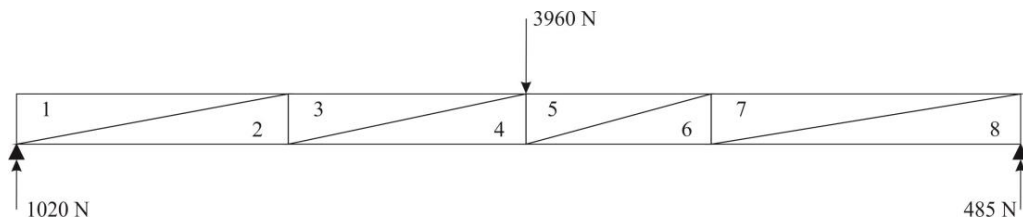
Maka matriks kekakuan global dari elemen-elemen tersebut adalah

$$[K] = \frac{3,88347 \times 10^{12}}{1326050937} [A]$$

A adalah matriks :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
25	-171,85	-1069,27	73,07	-25	98,78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
-73,07	2938,64	98,78	-2929,52	73,07	-9,12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
0	98,78	1094,27	0	-25	-25,71	0	-73,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
73,07	-2929,52	0	2938,64	-73,07	-9,12	-98,78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
-25	73,07	-25	25,71	75	-322,26	-1888,48	137,02	-25	86,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
0	-9,12	-25,71	-9,12	-137,02	5201,28	185,24	-5173,91	63,96	-9,12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
0	0	0	-98,78	0	185,24	1913,48	0	-25	-22,5	0	-63,96	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
0	0	-73,07	0	137,02	-5173,91	0	5183,03	-63,96	-9,12	-86,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
0	0	0	0	-25	63,96	-25	22,5	75	-267,49	-1315,52	113,74	-25	67,3	0	0	0	0	0	0	0	9
0	0	0	0	0	-9,12	-22,5	-9,12	-113,74	3631,53	153,76	-3604,16	49,78	-9,12	0	0	0	0	0	0	0	10
0	0	0	0	0	0	0	-86,46	0	153,76	1340,52	0	-25	-17,52	0	-49,78	0	0	0	0	0	11
0	0	0	0	0	0	-63,96	0	113,74	-3604,16	0	3613,28	-49,78	-9,12	-67,3	0	0	0	0	0	0	12
0	0	0	0	0	0	0	0	-25	49,78	-25	17,52	75	-312,74	-1882,45	132,97	-25	112,47	0	0	0	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9,12	-17,52	-9,12	-132,97	5184,78	179,76	-5157,41	83,19	-9,12	0	0	0	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-67,3	0	179,76	1907,45	0	-25	-29,27	0	-83,19	0	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-49,78	0	132,97	-5157,41	0	5166,53	-83,19	-9,12	-112,47	0	16
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-25	83,19	-25	29,27	50	-195,66	-1386,14	83,19	0	17
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9,12	-29,27	-9,12	-83,19	3815,89	112,47	-3797,64	0	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-112,47	0	112,47	1386,14	0	0	19
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-83,19	0	83,19	-3797,64	0	3797,64	0	20

➤ Perhitungan Gaya yang Bekerja



Persamaan gaya di tiap node

$$F_{\text{node1}} = F_{\text{node2}}$$

$$F_{\text{node3}} = F_{\text{node4}}$$

$$F_{\text{node5}} = F_{\text{node6}}$$

$$F_{\text{node7}} = F_{\text{node8}}$$

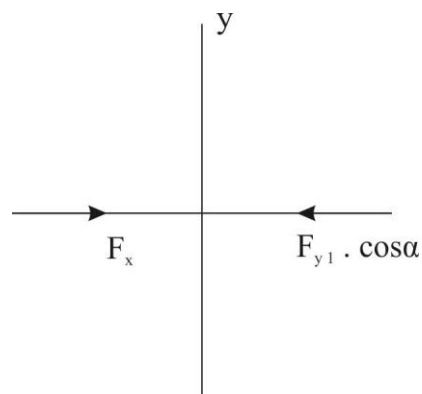
$$F_{\text{node9}} = F_{\text{node10}}$$

Diketahui :

- $F_{y1} = -1020 \text{ N}$, $F_{y2} = 3960 \text{ N}$, $F_{y3} = -485 \text{ N}$
- Panjang AB = Panjang dari node 2 sampai 4 = 54,125 cm
- Panjang BC = Panjang dari node 4 sampai 6 = 47,375 cm
- Panjang CD = Panjang dari node 6 sampai 8 = 36,875 cm
- Panjang EF = Panjang dari node 8 sampai 10 = 61,625 cm
- Sudut node 1 dan 2 = $10,4^\circ$
- Sudut node 3 dan 4 = $11,9^\circ$
- Sudut node 5 dan 6 = $15,1^\circ$
- Sudut node 7 dan 8 = $9,1^\circ$
- Sudut node 9 dan 10 = 90°

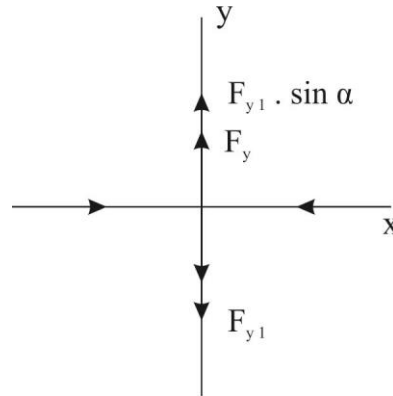
Sehingga perhitungannya adalah :

- Perhitungan gaya pada node 1 dan 2 :



$$\varepsilon F_x = 0$$

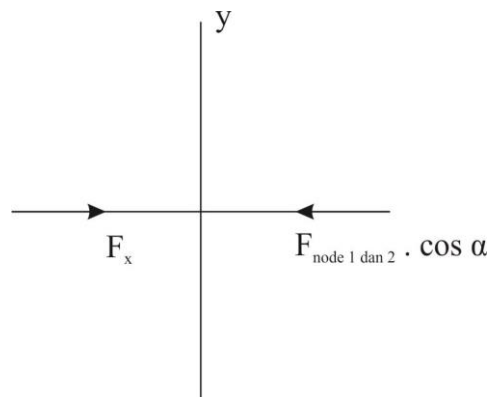
$$\begin{aligned} F_x &= F_{y1} \cdot \cos \alpha \\ &= -1020 \cdot \cos 10,4^\circ \\ &= -1020 \cdot 0,9836 \\ &= -1003,272 \text{ N} \end{aligned}$$



$$\varepsilon F_y = 0$$

$$\begin{aligned} F_y &= \text{Panjang AB} + F_{y1} - (F_{y1} \cdot \sin \alpha) \\ &= 54,125 + (-1020) - (-1020 \cdot \sin 10,4^\circ) \\ &= 54,125 + (-1020) - (-1020 \cdot 0,18) \\ &= 54,125 + (-1020) - (-183,6) \\ &= 54,125 + (-836,4) \\ &= -782,275 \text{ N} \end{aligned}$$

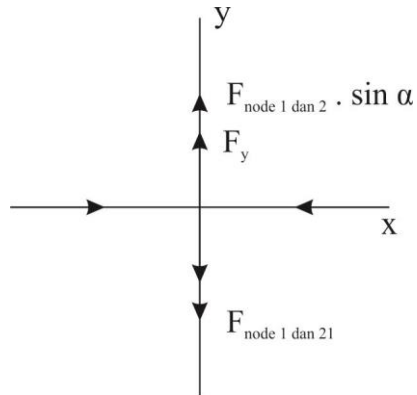
- Perhitungan gaya pada node 3 dan 4 :



$$\varepsilon F_x = 0$$

$$F_x = F_{\text{node 1 dan 2}} \cdot \cos \alpha$$

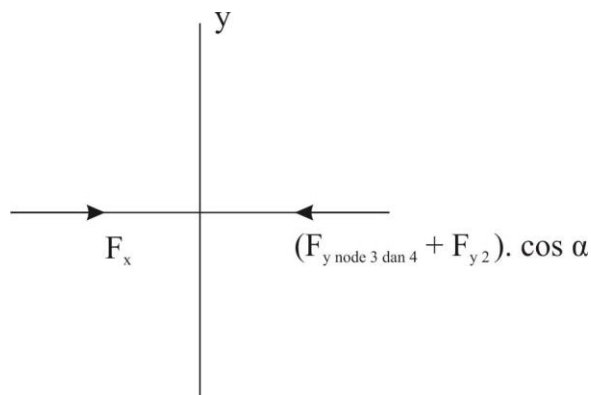
$$\begin{aligned}
 &= -782,275 \cdot \cos 11,9^\circ \\
 &= -782,275 \cdot 0,9785 \\
 &= -765,456 \text{ N}
 \end{aligned}$$



$$\varepsilon F_y = 0$$

$$\begin{aligned}
 F_y &= \text{Panjang BC} + F_{\text{node 1 dan 2}} - (F_{\text{node 1 dan 2}} \cdot \sin \alpha) \\
 &= 47,375 + (-782,275) - (-782,275 \cdot \sin 11,9^\circ) \\
 &= 47,375 + (-782,275) - (-782,275 \cdot 0,206) \\
 &= 47,375 + (-782,275) - (-161,15) \\
 &= 67,5 + (-621,125) \\
 &= -553,625 \text{ N}
 \end{aligned}$$

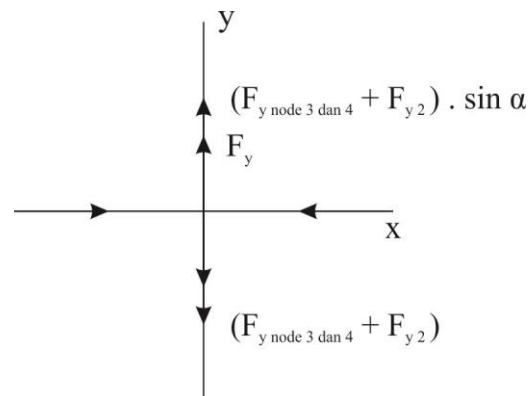
- Perhitungan gaya pada node 5 dan 6 :



$$\varepsilon F_x = 0$$

$$\begin{aligned}
 F_x &= (F_{y \text{ node 3 dan 4}} + F_{y2}) \cdot \cos \alpha \\
 &= (-553,625 + 3960) \cdot \cos 15,1^\circ \\
 &= 3406,375 \cdot 0,965
 \end{aligned}$$

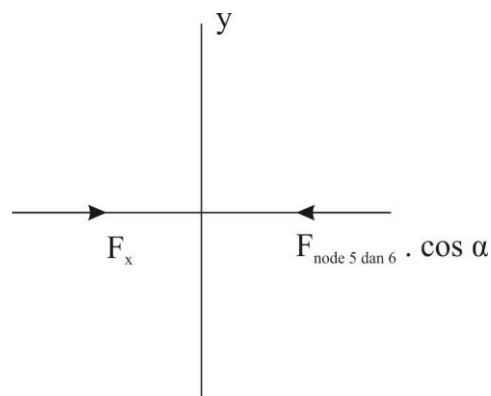
$$= 3287,15 \text{ N}$$



$$\varepsilon F_y = 0$$

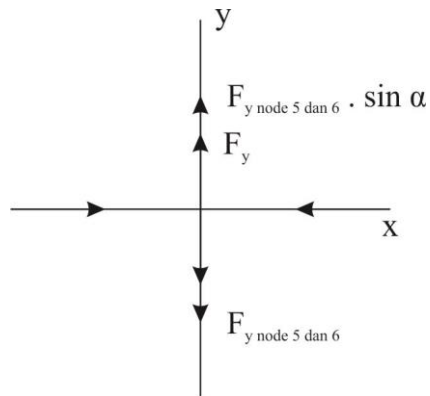
$$\begin{aligned} F_y &= \text{Panjang CD} + (F_{y \text{ node 3 dan 4}} + F_{y2}) - ((F_{y \text{ node 3 dan 4}} + F_{y2}) \cdot \sin \alpha) \\ &= 36,875 + (-553,625 + 3960) - ((-553,625 + 3960) \cdot \sin 15,1^\circ) \\ &= 36,875 + 3406,375 - (3406,375 \cdot 0,26) \\ &= 36,875 + 3406,375 - 885,67 \\ &= 36,875 + 2520,705 \\ &= 2557,58 \text{ N} \end{aligned}$$

- Perhitungan gaya pada node 7 dan 8 :



$$\varepsilon F_x = 0$$

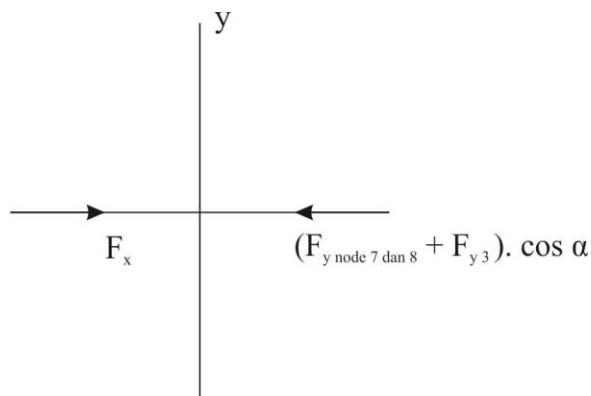
$$\begin{aligned} F_x &= F_{y \text{ node 5 dan 6}} \cdot \cos \alpha \\ &= 2557,58 \cdot \cos 9,1^\circ \\ &= 2557,58 \cdot 0,987 \\ &= 2524,33 \text{ N} \end{aligned}$$



$$\varepsilon F_y = 0$$

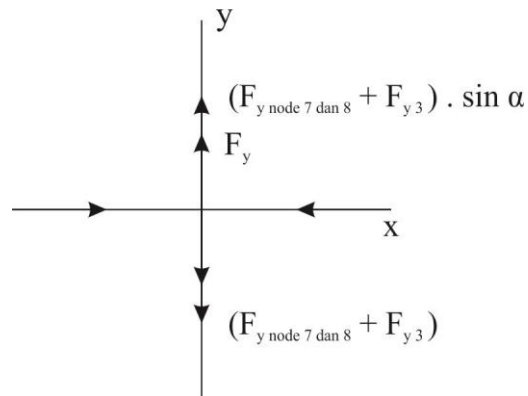
$$\begin{aligned} F_y &= \text{Panjang } EF + F_{y \text{ node 5 dan 6}} - (F_{y \text{ node 5 dan 6}} \cdot \sin \alpha) \\ &= 61,625 + 2557,58 - (2557,58 \cdot \sin 9,1^\circ) \\ &= 61,625 + 2557,58 - (2557,58 \cdot 0,158) \\ &= 61,625 + 2557,58 - 404,098 \\ &= 61,625 + 2153,482 \\ &= 2215,107 \text{ N} \end{aligned}$$

- Perhitungan gaya pada node 9 dan 10 :



$$\varepsilon F_x = 0$$

$$\begin{aligned} F_x &= (F_{y \text{ node 7 dan 8}} + F_{y3}) \cdot \cos \alpha \\ &= (2215,107 + (-485)) \cdot \cos 90^\circ \\ &= 1730,107 \cdot 0 \\ &= 0 \text{ N} \end{aligned}$$



$$\varepsilon F_y = 0$$

$$\begin{aligned} F_y &= 0 + (F_{y \text{ node 7 dan 8}} + F_{y3}) - ((F_{y \text{ node 7 dan 8}} + F_{y3}) \cdot \sin \alpha) \\ &= 0 + (2215,107 + (-485)) - ((2215,107 + (-485)) \cdot \sin 90^\circ) \\ &= 0 + 1730,107 - (1730,107 \cdot 1) \\ &= 0 + 1730,107 - 1730,107 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan gaya yang bekerja pada *frame* mobil listrik adalah :

- $F_{x1} = -1003,272 \text{ N}$
- $F_{y1} = -782,275 \text{ N}$
- $F_{x2} = -1003,272 \text{ N}$
- $F_{y2} = -782,275 \text{ N}$
- $F_{x3} = -765,456 \text{ N}$
- $F_{y3} = -553,625 \text{ N}$
- $F_{x4} = -765,456 \text{ N}$
- $F_{y4} = -553,625 \text{ N}$
- $F_{x5} = 3287,15 \text{ N}$
- $F_{y5} = 2557,58 \text{ N}$
- $F_{x6} = 3287,15 \text{ N}$
- $F_{y6} = 2557,58 \text{ N}$
- $F_{x7} = 2524,33 \text{ N}$
- $F_{y7} = 2215,107 \text{ N}$
- $F_{x8} = 2524,33 \text{ N}$

- $F_{y8} = 2215,107 \text{ N}$
- $F_{x9} = 0 \text{ N}$
- $F_{y9} = 0 \text{ N}$
- $F_{x10} = 0 \text{ N}$
- $F_{y10} = 0 \text{ N}$

➤ Perhitungan Matrik Displacement

Koordinat local dari tiap node dinyatakan dalam :

U = untuk arah horizontal

V = untuk arah vertikal

Sehingga untuk mencari koordinat displacementnya yaitu:

$$F = [K] \cdot \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix}$$

Atau :

$$\begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = \frac{F}{[K]}$$

$$= [K]^{-1} \cdot F$$

Diketahui :

$$[K] = \frac{3,88347 \times 10^{12}}{1326050937} [A]$$

A adalah matriks

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
25	-171,85	-1069,27	73,07	-25	98,78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
-73,07	2938,64	98,78	-2929,52	73,07	-9,12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
0	98,78	1094,27	0	-25	-25,71	0	-73,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
73,07	-2929,52	0	2938,64	-73,07	-9,12	-98,78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
-25	73,07	-25	25,71	75	-322,26	-1888,48	137,02	-25	86,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
0	-9,12	-25,71	-9,12	-137,02	5201,28	185,24	-5173,91	63,96	-9,12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
0	0	0	-98,78	0	185,24	1913,48	0	-25	-22,5	0	-63,96	0	0	0	0	0	0	0	0	7
0	0	-73,07	0	137,02	-5173,91	0	5183,03	-63,96	-9,12	-86,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
0	0	0	0	-25	63,96	-25	22,5	75	-267,49	-1315,52	113,74	-25	67,3	0	0	0	0	0	0	9
0	0	0	0	0	-9,12	-22,5	-9,12	-113,74	3631,53	153,76	-3604,16	49,78	-9,12	0	0	0	0	0	0	10
0	0	0	0	0	0	0	-86,46	0	153,76	1340,52	0	-25	-17,52	0	-49,78	0	0	0	0	11
0	0	0	0	0	0	-63,96	0	113,74	-3604,16	0	3613,28	-49,78	-9,12	-67,3	0	0	0	0	0	12
0	0	0	0	0	0	0	0	-25	49,78	-25	17,52	75	-312,74	-1882,45	132,97	-25	112,47	0	0	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9,12	-17,52	-9,12	-132,97	5184,78	179,76	-5157,41	83,19	-9,12	0	0	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-67,3	0	179,76	1907,45	0	-25	-29,27	0	-83,19	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-49,78	0	132,97	-5157,41	0	5166,53	-83,19	-9,12	-112,47	0	16
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-25	83,19	-25	29,27	50	-195,66	-1386,14	83,19	17
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9,12	-29,27	-9,12	-83,19	3815,89	112,47	-3797,64	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-112,47	0	112,47	1386,14	0	19
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-83,19	0	83,19	-3797,64	0	3797,64	20

Sehingga inversnya adalah :

$$[K]^{-1} = 3,415 \times 10^{-4} \cdot [B]$$

B adalah matriks

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
-46,59	0,55	-46,73	0,55	-46,63	-0,97	-46,49	-0,97	-46,58	0,43	-46,74	0,43	-46,62	-0,81	-46,44	-0,81	-46,53	1,41	-46,71	1,41	1
30,70	25,17	30,70	25,17	30,70	25,23	30,68	25,23	30,69	24,95	30,73	24,95	30,70	25,27	30,64	25,27	30,67	24,52	30,73	24,52	2
-6,65	-0,01	-6,66	-0,01	-6,65	-0,03	-6,65	-0,03	-6,65	0,01	-6,66	0,01	-6,65	-0,05	-6,64	-0,05	-6,65	0,08	-6,66	0,08	3
31,18	25,17	31,19	25,17	31,18	25,24	31,17	25,24	31,18	24,95	31,21	24,95	31,18	25,28	31,12	25,28	31,15	24,51	31,22	24,50	4
-26,65	0,27	-26,72	0,27	-26,65	-0,50	-26,58	-0,50	-26,62	0,22	-26,70	0,22	-26,64	-0,43	-26,55	-0,43	-26,60	0,74	-26,69	0,74	5
-36,63	25,02	-36,64	25,02	-36,63	24,99	-36,63	24,99	-36,63	25,02	-36,64	25,02	-36,63	24,82	-36,60	24,82	-36,62	25,19	-36,65	25,19	6
5,82	0,01	5,82	0,01	5,82	0,01	5,82	0,01	5,82	0,00	5,83	0,00	5,82	0,03	5,82	0,03	5,82	-0,05	5,83	-0,05	7
-36,15	25,01	-36,15	25,01	-36,15	25,00	-36,14	25,00	-36,14	25,01	-36,15	25,01	-36,14	24,83	-36,12	24,83	-36,13	25,18	-36,16	25,18	8
-10,21	0,14	-10,24	0,14	-10,21	-0,24	-10,18	-0,24	-10,18	0,11	-10,22	0,11	-10,19	-0,19	-10,14	-0,19	-10,17	0,34	-10,21	0,34	9
17,49	25,03	17,49	25,03	17,49	25,05	17,48	25,05	17,48	25,03	17,49	25,03	17,48	25,11	17,46	25,11	17,47	24,80	17,50	24,80	10
-5,55	0,00	-5,55	0,00	-5,55	-0,01	-5,55	-0,01	-5,55	0,00	-5,55	0,00	-5,55	-0,02	-5,54	-0,02	-5,54	0,03	-5,55	0,03	11
17,80	25,02	17,80	25,02	17,80	25,06	17,80	25,06	17,80	25,02	17,80	25,02	17,80	25,11	17,77	25,11	17,79	24,80	17,81	24,79	12
-7,71	0,07	-7,72	0,07	-7,71	-0,11	-7,69	-0,11	-7,69	0,06	-7,71	0,06	-7,67	-0,10	-7,65	-0,10	-7,66	0,19	-7,68	0,19	13
-21,33	25,00	-21,33	25,00	-21,33	25,00	-21,33	25,00	-21,33	25,00	-21,32	25,00	-21,33	25,06	-21,34	25,06	-21,33	24,94	-21,32	24,94	14
5,01	0,00	5,01	0,00	5,01	0,00	5,01	0,00	5,01	0,00	5,01	0,00	5,01	0,00	5,01	0,00	5,01	0,00	5,01	0,00	15
-21,20	24,99	-21,20	24,99	-21,20	25,00	-21,20	25,00	-21,20	25,00	-21,20	25,00	-21,20	25,06	-21,21	25,06	-21,21	24,94	-21,20	24,94	16
-1,38	0,04	-1,39	0,04	-1,38	-0,05	-1,37	-0,05	-1,37	0,03	-1,38	0,03	-1,36	-0,04	-1,35	-0,04	-1,34	0,10	-1,35	0,10	17
40,47	24,96	40,47	24,96	40,47	24,96	40,47	24,96	40,47	24,96	40,48	24,96	40,47	25,02	40,47	25,02	40,47	25,06	40,47	25,06	18
-5,00	0,00	-5,00	0,00	-5,00	0,00	-5,00	0,00	-5,00	0,00	-5,00	0,00	-5,00	0,00	-5,01	0,00	-5,00	-0,01	-5,00	-0,01	19
40,61	24,96	40,61	24,96	40,61	24,96	40,61	24,96	40,61	24,96	40,62	24,96	40,61	25,02	40,61	25,02	40,61	25,06	40,61	25,06	20

Sehingga matriks displacementnya adalah :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \\ u_7 \\ v_7 \\ u_8 \\ v_8 \\ u_9 \\ v_9 \\ u_{10} \\ v_{10} \end{bmatrix} = \frac{F}{[K]}$$

$$= [K]^{-1} \cdot F$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \\ u_7 \\ v_7 \\ u_8 \\ v_8 \\ u_9 \\ v_9 \\ u_{10} \\ v_{10} \end{bmatrix} = [K]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -1003,272 \\ -782,275 \\ -1003,272 \\ -782,275 \\ -765,456 \\ -553,625 \\ -765,456 \\ -553,625 \\ 3287,15 \\ 2557,58 \\ 3287,15 \\ 2557,58 \\ 2524,33 \\ 2215,107 \\ 2524,33 \\ 2215,107 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 3,415 \times 10^{-4} \cdot \begin{bmatrix} -1003,272 \\ -782,275 \\ -1003,272 \\ -782,275 \\ -765,456 \\ -553,625 \\ -765,456 \\ -553,625 \\ 3287,15 \\ 2557,58 \\ 3287,15 \\ 2557,58 \\ 2524,33 \\ 2215,107 \\ 2524,33 \\ 2215,107 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Maka :

- $u_1 = -0,343$ cm
- $u_2 = -0,343$ cm
- $u_3 = -0,261$ cm
- $u_4 = -0,261$ cm
- $u_5 = 1,123$ cm
- $u_6 = 1,123$ cm
- $v_1 = -0,267$ cm
- $v_2 = -0,267$ cm
- $v_3 = -0,189$ cm
- $v_4 = -0,189$ cm
- $v_5 = 0,873$ cm
- $v_6 = 0,873$ cm

- $u_7 = 0,862$ cm
- $u_8 = 0,862$ cm
- $u_9 = 0$ cm
- $u_{10} = 0$ cm
- $v_7 = 0,756$ cm
- $v_8 = 0,756$ cm
- $v_9 = 0$ cm
- $v_{10} = 0$ cm

➤ Perhitungan Regangan pada *Frame* Tanpa Penguat

- Elemen 1

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x1} \\ \epsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{Bmatrix} = [B_1] \cdot \{q_1\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x1} \\ \epsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{Bmatrix} = \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x1} \\ \epsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{Bmatrix} = \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} -0,343 \\ -0,267 \\ -0,343 \\ 0,267 \\ -0,261 \\ -0,189 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x1} \\ \epsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{Bmatrix} = \frac{3,415 \times 10^{-4}}{270,62} \begin{Bmatrix} 0,406 \\ 0 \\ 0,39 \end{Bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x1} = 5,12 \times 10^{-7}$ N/mm²
- $\epsilon_{y1} = 0$ N/mm²
- $\gamma_{xy1} = 4,93 \times 10^{-7}$ N/mm²

- Elemen 2

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x2} \\ \epsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{Bmatrix} = [B_2] \cdot \{q_2\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x2} \\ \epsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-270,62} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -54,12 & 0 & 54,12 \\ 0 & 5 & -54,12 & 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{x2} \\ \epsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{pmatrix} = \frac{1}{-270,62} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -54,12 & 0 & 54,12 \\ 0 & 5 & -54,12 & 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{pmatrix} -0,343 \\ -0,267 \\ -0,261 \\ -0,189 \\ -0,261 \\ -0,189 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{x2} \\ \epsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{pmatrix} = \frac{3,415 \times 10^{-4}}{-270,62} \begin{bmatrix} -0,406 \\ 0 \\ -0,39 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x2} = 5,12 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y2} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy2} = 4,93 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 3

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y3} \\ \gamma_{xy3} \end{pmatrix} = [B_3] \cdot \{q_3\}$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y3} \\ \gamma_{xy3} \end{pmatrix} = \frac{1}{236,87} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 47,37 & 0 & -47,37 & 0 & 0 \\ 47,37 & -5 & -47,37 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{pmatrix} u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y3} \\ \gamma_{xy3} \end{pmatrix} = \frac{1}{236,87} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 47,37 & 0 & -47,37 & 0 & 0 \\ 47,37 & -5 & -47,37 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{pmatrix} -0,261 \\ -0,189 \\ -0,261 \\ -0,189 \\ 1,123 \\ 0,873 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y3} \\ \gamma_{xy3} \end{pmatrix} = \frac{3,415 \times 10^{-4}}{236,87} \begin{bmatrix} 6,92 \\ 0 \\ 5,31 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x3} = 9,97 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y3} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy3} = 7,66 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 4

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x4} \\ \epsilon_{y4} \\ \gamma_{xy4} \end{Bmatrix} = [B_4] \cdot \{q_4\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x4} \\ \epsilon_{y4} \\ \gamma_{xy4} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-236,87} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47,37 & 0 & 47,37 \\ 0 & 5 & -47,37 & 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x4} \\ \epsilon_{y4} \\ \gamma_{xy4} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-236,87} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47,37 & 0 & 47,37 \\ 0 & 5 & -47,37 & 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} -0,261 \\ -0,189 \\ 1,123 \\ 0,873 \\ 1,123 \\ 0,873 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x4} \\ \epsilon_{y4} \\ \gamma_{xy4} \end{Bmatrix} = \frac{3,415 \times 10^{-4}}{-236,87} \begin{bmatrix} -6,92 \\ 0 \\ -5,31 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x4} = 9,97 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y4} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy4} = 7,66 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 5

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x5} \\ \epsilon_{y5} \\ \gamma_{xy5} \end{Bmatrix} = [B_5] \cdot \{q_5\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x5} \\ \epsilon_{y5} \\ \gamma_{xy5} \end{Bmatrix} = \frac{1}{184,37} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 36,87 & 0 & -36,87 & 0 & 0 \\ 36,87 & -5 & -36,87 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \\ u_7 \\ v_7 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x5} \\ \epsilon_{y5} \\ \gamma_{xy5} \end{Bmatrix} = \frac{1}{184,37} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 36,87 & 0 & -36,87 & 0 & 0 \\ 36,87 & -5 & -36,87 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} 1,123 \\ 0,873 \\ 1,123 \\ 0,873 \\ 0,862 \\ 0,756 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x5} \\ \epsilon_{y5} \\ \gamma_{xy5} \end{Bmatrix} = \frac{3,415 \times 10^{-4}}{184,37} \begin{bmatrix} -1,303 \\ 0 \\ -0,585 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x5} = -2,41 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y5} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy5} = -1,08 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 6

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x6} \\ \epsilon_{y6} \\ \gamma_{xy6} \end{Bmatrix} = [B_6] \cdot \{q_6\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x6} \\ \epsilon_{y6} \\ \gamma_{xy6} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-184,37} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -36,87 & 0 & 36,87 \\ 0 & 5 & -36,87 & 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_6 \\ v_6 \\ u_7 \\ v_7 \\ u_8 \\ v_8 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x6} \\ \epsilon_{y6} \\ \gamma_{xy6} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-184,37} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -36,87 & 0 & 36,87 \\ 0 & 5 & -36,87 & 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} 1,123 \\ 0,873 \\ 0,862 \\ 0,756 \\ 0,862 \\ 0,756 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x6} \\ \epsilon_{y6} \\ \gamma_{xy6} \end{Bmatrix} = \frac{3,415 \times 10^{-4}}{-184,37} \begin{bmatrix} 1,303 \\ 0 \\ 0,585 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x6} = -2,41 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y6} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy6} = -1,08 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 7

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x7} \\ \epsilon_{y7} \\ \gamma_{xy7} \end{Bmatrix} = [B_7] \cdot \{q_7\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x7} \\ \epsilon_{y7} \\ \gamma_{xy7} \end{Bmatrix} = \frac{1}{308,12} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 61,62 & 0 & -61,62 & 0 & 0 \\ 61,62 & -5 & -61,62 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_7 \\ v_7 \\ u_8 \\ v_8 \\ u_9 \\ v_9 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x7} \\ \epsilon_{y7} \\ \gamma_{xy7} \end{Bmatrix} = \frac{1}{308,12} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 61,62 & 0 & -61,62 & 0 & 0 \\ 61,62 & -5 & -61,62 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} 0,862 \\ 0,756 \\ 0,862 \\ 0,756 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x7} \\ \epsilon_{y7} \\ \gamma_{xy7} \end{Bmatrix} = \frac{3,415 \times 10^{-4}}{308,12} \begin{bmatrix} -4,31 \\ 0 \\ -3,78 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x7} = -4,77 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y7} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy7} = -4,19 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 8

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x8} \\ \epsilon_{y8} \\ \gamma_{xy8} \end{Bmatrix} = [B_8] \cdot \{q_8\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x8} \\ \epsilon_{y8} \\ \gamma_{xy8} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-308,12} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -61,62 & 0 & 61,62 \\ 0 & 5 & -61,62 & 0 & 61,62 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_8 \\ v_8 \\ u_9 \\ v_9 \\ u_{10} \\ v_{10} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x8} \\ \epsilon_{y8} \\ \gamma_{xy8} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-308,12} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -61,62 & 0 & 61,62 \\ 0 & 5 & -61,62 & 0 & 61,62 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,415 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} 0,862 \\ 0,756 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x8} \\ \epsilon_{y8} \\ \gamma_{xy8} \end{Bmatrix} = \frac{3,415 \times 10^{-4}}{-308,12} \begin{bmatrix} -4,31 \\ 0 \\ -3,78 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x8} = -4,77 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y8} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy8} = -4,19 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$

➤ Perhitungan Tegangan pada *Frame* Dengan Penguat

- Elemen 1

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x1} \\ \sigma_{y1} \\ \tau_{xy1} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x1} \\ \epsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x1} \\ \sigma_{y1} \\ \tau_{xy1} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,415 \times 10^{-4}}{270,62} \begin{bmatrix} 0,406 \\ 0 \\ 0,39 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x1} \\ \sigma_{y1} \\ \tau_{xy1} \end{Bmatrix} = 25,87 \begin{bmatrix} 0,406 \\ 0,11 \\ 0,142 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x1} = 10,5 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y1} = 2,84 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy1} = 3,69 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 2

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x2} \\ \sigma_{y2} \\ \tau_{xy2} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x2} \\ \epsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x2} \\ \sigma_{y2} \\ \tau_{xy2} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,415 \times 10^{-4}}{-270,62} \begin{bmatrix} -0,406 \\ 0 \\ -0,39 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x2} \\ \sigma_{y2} \\ \tau_{xy2} \end{Bmatrix} = -25,87 \begin{bmatrix} -0,406 \\ -0,11 \\ -0,14 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x2} = 10,5 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y2} = 2,84 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy2} = 3,69 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 3

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x3} \\ \sigma_{y3} \\ \tau_{xy3} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y3} \\ \gamma_{xy3} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x3} \\ \sigma_{y3} \\ \tau_{xy3} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,415 \times 10^{-4}}{236,87} \begin{bmatrix} 6,92 \\ 0 \\ 5,31 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x3} \\ \sigma_{y3} \\ \tau_{xy3} \end{Bmatrix} = 29,56 \begin{bmatrix} 6,92 \\ 1,87 \\ 1,94 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x3} = 204,52 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y3} = 55,22 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy3} = 57,31 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 4

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x4} \\ \sigma_{y4} \\ \tau_{xy4} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x4} \\ \epsilon_{y4} \\ \gamma_{xy4} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x4} \\ \sigma_{y4} \\ \tau_{xy4} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,415 \times 10^{-4}}{-236,87} \begin{bmatrix} -6,92 \\ 0 \\ -5,31 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x4} \\ \sigma_{y4} \\ \tau_{xy4} \end{Bmatrix} = -29,56 \begin{bmatrix} -6,92 \\ -1,87 \\ -1,94 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x4} = 204,52 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y4} = 55,22 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy4} = 57,31 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 5

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x5} \\ \sigma_{y5} \\ \tau_{xy5} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x5} \\ \epsilon_{y5} \\ \gamma_{xy5} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x5} \\ \sigma_{y5} \\ \tau_{xy5} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,415 \times 10^{-4}}{184,37} \begin{bmatrix} -1,303 \\ 0 \\ -0,585 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x5} \\ \sigma_{y5} \\ \tau_{xy5} \end{Bmatrix} = 37,97 \begin{bmatrix} -1,302 \\ -0,352 \\ -0,213 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x5} = -49,46 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y5} = -13,35 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy5} = -8,105 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 6

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x6} \\ \sigma_{y6} \\ \tau_{xy6} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x6} \\ \epsilon_{y6} \\ \gamma_{xy6} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x6} \\ \sigma_{y6} \\ \tau_{xy6} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,415 \times 10^{-4}}{-184,37} \begin{bmatrix} 1,303 \\ 0 \\ 0,585 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x6} \\ \sigma_{y6} \\ \tau_{xy6} \end{Bmatrix} = -37,97 \begin{bmatrix} 1,302 \\ 0,352 \\ 0,213 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x6} = -49,46 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y6} = -13,35 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy6} = -8,105 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 7

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x7} \\ \sigma_{y7} \\ \tau_{xy7} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x7} \\ \epsilon_{y7} \\ \gamma_{xy7} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x7} \\ \sigma_{y7} \\ \tau_{xy7} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,415 \times 10^{-4}}{308,12} \begin{bmatrix} -4,31 \\ 0 \\ -3,78 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x7} \\ \sigma_{y7} \\ \tau_{xy7} \end{Bmatrix} = 22,72 \begin{bmatrix} -4,31 \\ -1,16 \\ -1,38 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x7} = -97,93 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y7} = -26,44 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy7} = -31,36 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 8

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x8} \\ \sigma_{y8} \\ \tau_{xy8} \end{pmatrix} = [C] \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_{x8} \\ \epsilon_{y8} \\ \gamma_{xy8} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x8} \\ \sigma_{y8} \\ \tau_{xy8} \end{pmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,415 \times 10^{-4}}{-308,12} \begin{bmatrix} -4,31 \\ 0 \\ -3,78 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x8} \\ \sigma_{y8} \\ \tau_{xy8} \end{pmatrix} = -22,72 \begin{bmatrix} 4,31 \\ 1,16 \\ 1,38 \end{bmatrix}$$

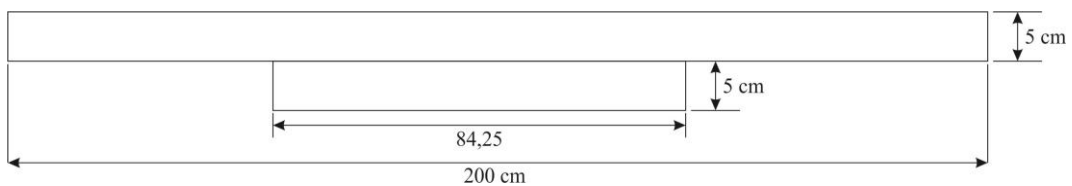
Sehingga :

- $\sigma_{x8} = -97,93 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y8} = -26,44 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy8} = -31,36 \text{ N/mm}^2$

4.1.2 Perhitungan Metode Elemen Hingga *Frame* Dengan Penguat

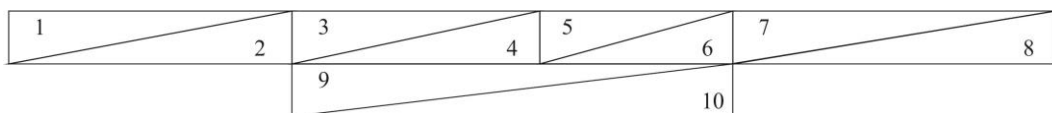
➤ Diskritisasi Elemen

Dengan adanya penambahan penguat, dimensi dan bentuk dari *frame* yang akan diteliti tentu akan berubah pula dari bentuk awal. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 4.4 berikut ini.



Gambar 4.4 Dimensi *frame* dengan penguat

Frame pada gambar 4.4 tersebut, dibagi/diskrit menjadi bagian kecil elemen berbentuk segitiga seperti gambar 4.5.



Gambar 4.5 Diskritisasi elemen *frame* dengan penguat

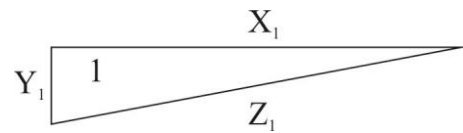
Frame dibagi menjadi 10 elemen segitiga dengan panjang masing-masing elemen sebagai berikut.

Elemen 1 :

$$\text{Panjang } X_1 = 54,125 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Y_1 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Z_1 = 54,36 \text{ cm}$$

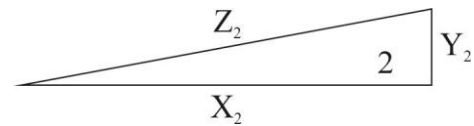


Elemen 2 :

$$\text{Panjang } X_2 = 54,125 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Y_2 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Z_2 = 54,36 \text{ cm}$$

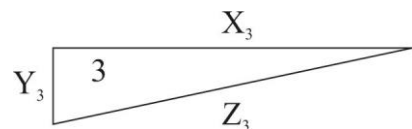


Elemen 3 :

$$\text{Panjang } X_3 = 47,375 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Y_3 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Z_3 = 47,64 \text{ cm}$$

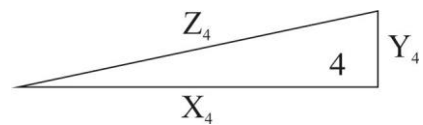


Elemen 4 :

$$\text{Panjang } X_4 = 47,375 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Y_4 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Z_4 = 47,64 \text{ cm}$$

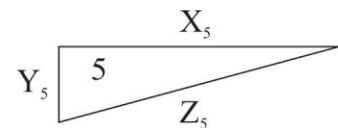


Elemen 5 :

$$\text{Panjang } X_5 = 36,875 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Y_5 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Z_5 = 37,22 \text{ cm}$$

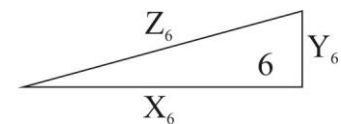


Elemen 6 :

$$\text{Panjang } X_6 = 36,875 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Y_6 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Z_6 = 37,22 \text{ cm}$$

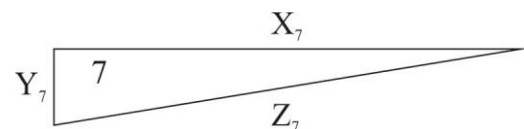


Elemen 7 :

$$\text{Panjang } X_7 = 61,625 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Y_7 = 5 \text{ cm}$$

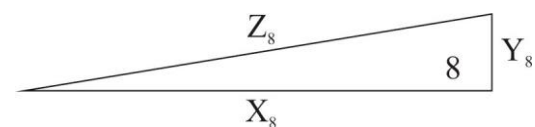
$$\text{Panjang } Z_7 = 61,83 \text{ cm}$$



Elemen 8 :

$$\text{Panjang } X_8 = 61,625 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Y_8 = 5 \text{ cm}$$



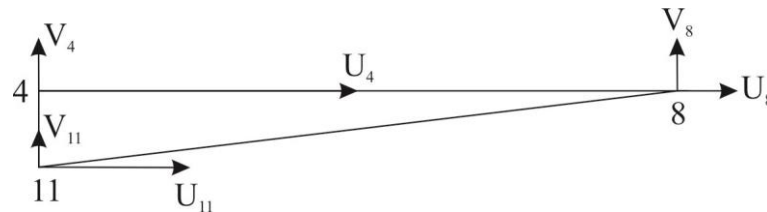
$$\text{Panjang } Z_8 = 61,83 \text{ cm}$$

Elemen 9 :

$$\text{Panjang } X_9 = 84,25 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Y_9 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Z_9 = 84,4 \text{ cm}$$

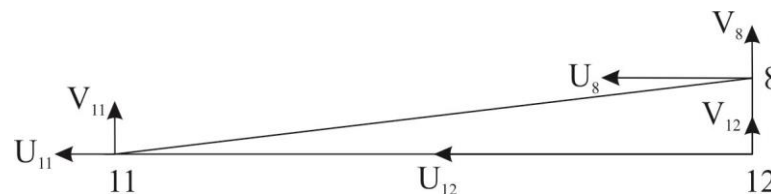


Elemen 10 :

$$\text{Panjang } X_{10} = 84,25 \text{ cm}$$

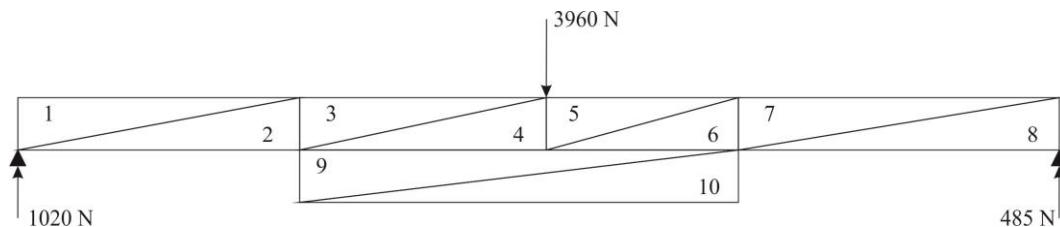
$$\text{Panjang } Y_{10} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Panjang } Z_{10} = 84,4 \text{ cm}$$



➤ Perhitungan Matrik Kekakuan

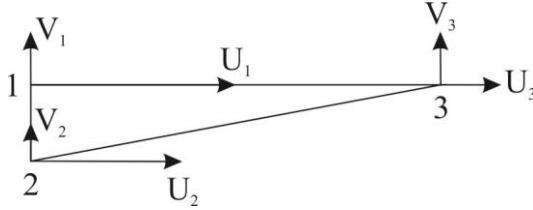
Gaya yang bekerja pada *frame* dengan penguat penempatan dan besarnya sama seperti *frame* tanpa penguat. Lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 4.6 berikut ini.



Gambar 4.6 Penempatan gaya dan tumpuan pada *frame* dengan penguat

Untuk mendapatkan matriks kekakuan dari tiap-tiap elemen, digunakan perhitungan seperti berikut ini.

Elemen 1:



Diketahui : Node 1 = (0 , 5)
 Node 2 = (0 , 0)
 Node 3 = (54.125 , 5)

Maka koordinat untuk elemen 1 adalah :

- $X_1 = 0$ - $Y_1 = 5$
- $X_2 = 0$ - $Y_2 = 0$
- $X_3 = 54,125$ - $Y_3 = 5$

Sehingga perhitungan matriks ajoint-nya adalah

- $A_1 = X_2 Y_3 - X_3 Y_2 = -54,125$
- $A_2 = X_3 Y_1 - X_1 Y_3 = 270,625$
- $A_3 = X_1 Y_2 - X_2 Y_1 = 0$
- $B_1 = Y_2 - Y_3 = -5$
- $B_2 = Y_3 - Y_1 = 0$
- $B_3 = Y_1 - Y_2 = 5$
- $C_1 = X_3 - X_2 = 54,125$
- $C_2 = X_1 - X_3 = -54,125$
- $C_3 = X_2 - X_1 = 0$

Sedangkan determinannya adalah

$$\det = X_2 Y_3 - X_3 Y_2 + X_1 (Y_2 - Y_3) + Y_1 (X_3 - X_2) = 270,62$$

Dan *shape function* dari tiap nodenya adalah :

$$N_1 = \frac{1}{\det} (A_1 + X_1 B_1 + Y_1 C_1) = 1$$

$$N_2 = \frac{1}{det} (A_2 + X_2 B_2 + Y_2 C_2) = 1$$

$$N_3 = \frac{1}{det} (A_3 + X_3 B_3 + Y_3 C_3) = 1$$

Maka matriks kekakuannya adalah :

Diketahui : Bahan St37

$$E = 1,9 \times 10^{11} \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 19 \times 10^6 \text{ Pa (N/cm}^2\text{)}$$

$$V = 0,27$$

Maka Persamaan Konstitutif [C] dari elemen 1 adalah:

$$\begin{aligned} [C] &= \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{1 - 0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - 0,27}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ &= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sedangkan matriks B adalah

$$\begin{aligned} [B] &= \frac{1}{det} \begin{bmatrix} B_1 & 0 & B_2 & 0 & B_3 & 0 \\ 0 & C_1 & 0 & C_2 & 0 & C_3 \\ C_1 & B_1 & C_2 & B_2 & C_3 & B_3 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$[K] = [B]^T \cdot [C] [B]$$

$$\begin{aligned}
[K] &= \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 54,125 \\ 0 & 54,125 & -5 \\ 0 & 0 & -54,125 \\ 0 & -54,125 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{270,62} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 54,125 \\ 0 & 54,125 & -5 \\ 0 & 0 & -54,125 \\ 0 & -54,125 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 54,125 \\ 0 & 54,125 & -5 \\ 0 & 0 & -54,125 \\ 0 & -54,125 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 54,125 \\ 0 & 54,125 & -5 \\ 0 & 0 & -54,125 \\ 0 & -54,125 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -5 & 14,61 & 0 & -14,61 & 5 & 0 \\ -1,35 & 54,12 & 0 & -54,12 & 1,35 & 0 \\ 0 & -1,82 & -19,76 & 0 & 0 & 1,82 \end{bmatrix} \\
[K_1] &= \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} \begin{bmatrix} 25 & -171,85 & -1069,27 & 73,07 & -25 & 98,78 \\ -73,07 & 2938,64 & 98,78 & -2929,52 & 73,07 & -9,12 \\ 0 & 98,78 & 1069,27 & 0 & 0 & -98,78 \\ 73,07 & -2929,52 & 0 & 2929,52 & -73,07 & 0 \\ -25 & 73,07 & 0 & -73,07 & 25 & 0 \\ 0 & -9,12 & -98,78 & 0 & 0 & 9,12 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga matriks kekakuan dari elemen 1 adalah

$$[K_1] = \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} [A_1]$$

A_1 adalah matriks :

1	2	3	4	5	6	
25	-171,85	-1069,27	73,07	-25	98,78	1
-73,07	2938,64	98,78	-2929,52	73,07	-9,12	2
0	98,78	1069,27	0	0	-98,78	3
73,07	-2929,52	0	2929,52	-73,07	0	4
-25	73,07	0	-73,07	25	0	5
0	-9,12	-98,78	0	0	9,12	6

Perhitungan elemen 2 sampai elemen 8 dapat dilihat di Lampiran A. Perhitungan b

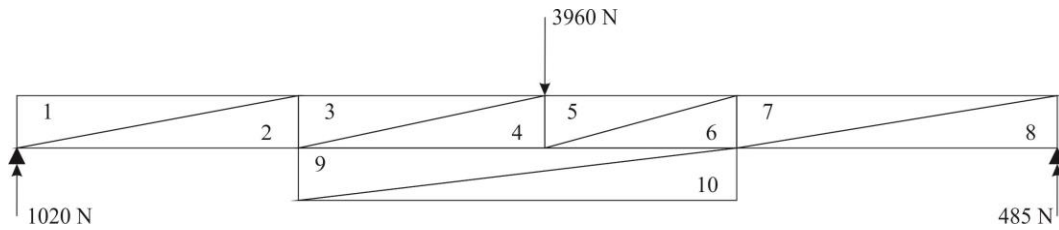
Maka matriks kekakuan global dari elemen-elemen tersebut adalah

$$[K] = \frac{7,43496 \times 10^{12}}{2353098073} [A]$$

A adalah matriks

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		
25,00	-171,85	-1069,27	73,07	-25,00	98,78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
-73,07	2938,64	98,78	-2929,52	73,07	-9,13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
0,00	98,78	1094,27	0,00	-25,00	-25,71	0,00	-73,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
73,07	-2929,52	0,00	2938,64	-73,07	-9,13	-98,78	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
-25,00	73,07	-25,00	25,71	75,00	-322,26	-1888,48	137,03	-25,00	86,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
0	-9,13	-25,71	-9,13	-137,03	5201,28	185,24	-5173,91	63,96	-9,13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
0	0	0,00	-98,78	0,00	185,24	1938,48	-267,49	-25,00	-22,50	0,00	-63,96	0	0	153,76	113,74	0	0	0	0	-25,00	153,76	0	0	0	7
0	0	-73,07	0,00	137,03	-5173,91	-113,74	12290,22	-63,96	-9,13	-86,46	0,00	0	0	-9,13	-7098,06	0	0	0	0	113,74	-9,13	0	0	0	8
0	0	0	0,00	-25,00	63,96	-25,00	22,50	75,00	-267,49	-1315,52	113,74	-25,00	67,30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
0	0	0	0	0	-9,13	-22,50	-9,13	-113,74	3631,53	153,76	-3604,16	49,78	-9,13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
0	0	0	0	0	0	0,00	-86,46	0,00	153,76	1340,52	0,00	-25,00	-17,52	0,00	-49,78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11
0	0	0	0	0	0	-63,96	0,00	113,74	-3604,16	0,00	3613,28	-49,78	-9,13	-67,30	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12
0	0	0	0	0	0	0	0	-25,00	49,78	-25,00	17,52	75,00	-312,74	-1882,45	132,98	-25,00	112,47	0	0	0	0	0	0	0	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9,13	-17,52	-9,13	-132,98	5184,78	179,76	-5157,41	83,19	-9,13	0	0	0	0	0	0	0	14
0	0	0	0	0	0	0	153,76	0	0	0	-67,30	0,00	179,76	1778,7	-267,49	-25,00	-29,27	0,00	-83,19	-25	0	-2590,79	113,74	0	15
0	0	0	0	0	0	113,74	-7098,06	0	0	-49,78	0,00	132,98	-5157,41	-113,74	19371,78	-83,19	-9,13	-112,47	0,00	0	-9,12	113,74	-7098,06	0	16
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-25,00	83,19	-25,00	29,27	50,00	-195,66	-1386,14	83,19	0	0	0	0	0	17
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9,13	-29,27	-9,13	-83,19	3815,89	112,47	-3797,64	0	0	0	0	0	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	-112,47	0,00	112,47	1386,14	0,00	0	0	0	0	0	19
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-83,19	0,00	83,19	-3797,64	0,00	3797,64	0	0	0	0	0	20
0	0	0	0	0	0	-25,00	113,74	0	0	0	0	0	0	-25	0	0	0	0	0	50,00	0,00	-25,00	113,74	0	21
0	0	0	0	0	0	0	-9,13	0	0	0	0	0	0	9,13	-9,12	0	0	0	0	0,00	18,25	9,13	0	0	22
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	153,76	0	0	0	0	0	153,76	178,76	0	0	23
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7098,06	0	0	0	0	113,74	0	-122,86	7089,06	0	24

➤ Perhitungan Gaya yang Bekerja



Persamaan gaya di tiap node

$$F_{\text{node1}} = F_{\text{node2}}$$

$$F_{\text{node3}} = F_{\text{node4}}$$

$$F_{\text{node5}} = F_{\text{node6}}$$

$$F_{\text{node7}} = F_{\text{node8}}$$

$$F_{\text{node9}} = F_{\text{node10}}$$

$$F_{\text{node4}} = F_{\text{node11}}$$

$$F_{\text{node8}} = F_{\text{node12}}$$

Diketahui :

$$F_{y1} = -1020 \text{ N}$$

$$F_{y2} = 3960 \text{ N}$$

$$F_{y3} = -485 \text{ N}$$

Panjang AB = Panjang dari node 2 sampai 4 = 54,125 cm

Panjang BC = Panjang dari node 4 sampai 6 = 47,375 cm

Panjang CD = Panjang dari node 6 sampai 8 = 36,875 cm

Panjang EF = Panjang dari node 8 sampai 10 = 61,625 cm

Panjang FG = Panjang dari node 11 sampai 12 = 84,25 cm

Sudut node 1 dan 2 = $10,4^\circ$

Sudut node 3 dan 4 = $11,9^\circ$

Sudut node 5 dan 6 = $15,1^\circ$

Sudut node 7 dan 8 = $9,1^\circ$

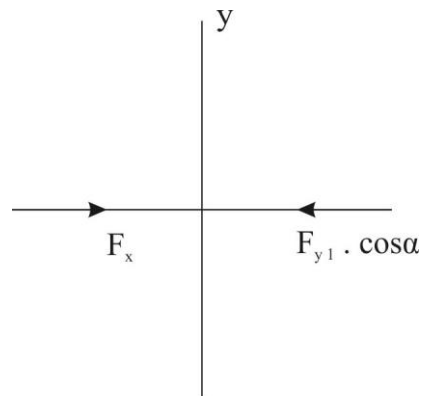
Sudut node 9 dan 10 = 90°

Sudut node 4 dan 11 = $6,7^\circ$

Sudut node 8 dan 12 = 90°

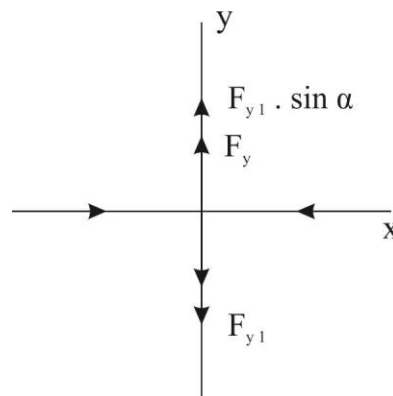
Sehingga perhitungannya adalah :

- Perhitungan gaya pada node 1 dan 2 :



$$\varepsilon F_x = 0$$

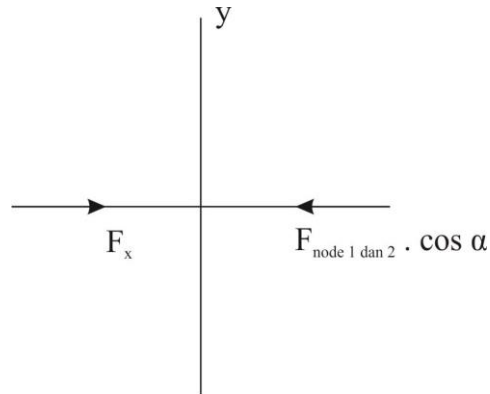
$$\begin{aligned} F_x &= F_{y1} \cdot \cos\alpha \\ &= -1020 \cdot \cos 10,4^\circ \\ &= -1020 \cdot 0,9836 \\ &= -1003,272 \text{ N} \end{aligned}$$



$$\varepsilon F_y = 0$$

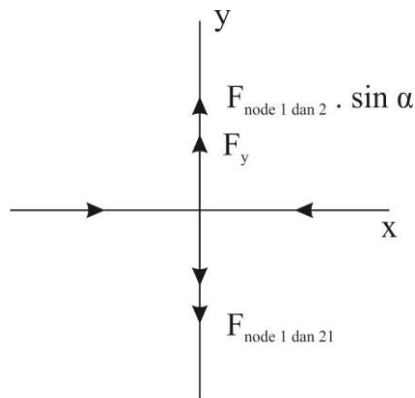
$$\begin{aligned} F_y &= \text{Panjang AB} + F_{y1} - (F_{y1} \cdot \sin\alpha) \\ &= 54,125 + (-1020) - (-1020 \cdot \sin 10,4^\circ) \\ &= 54,125 + (-1020) - (-1020 \cdot 0,18) \\ &= 54,125 + (-1020) - (-183,6) \\ &= 54,125 + (-836,4) \\ &= -782,275 \text{ N} \end{aligned}$$

- Perhitungan gaya pada node 3 dan 4 :



$$\varepsilon F_x = 0$$

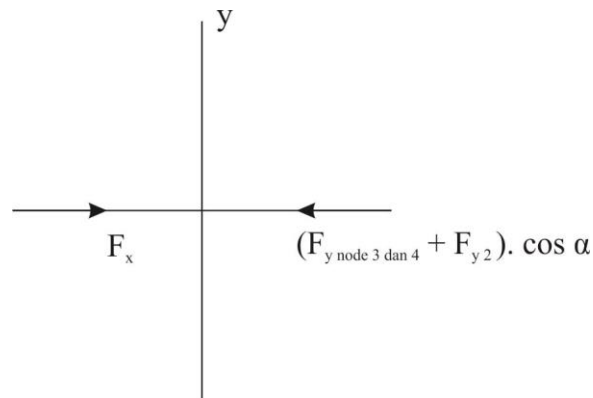
$$\begin{aligned} F_x &= F_{node\ 1\ dan\ 2} \cdot \cos\alpha \\ &= -782,275 \cdot \cos 11,9^\circ \\ &= -782,275 \cdot 0,9785 \\ &= -765,456\ N \end{aligned}$$



$$\varepsilon F_y = 0$$

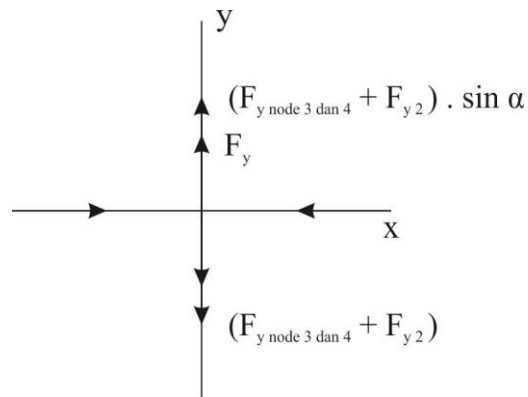
$$\begin{aligned} F_y &= \text{Panjang BC} + F_{node\ 1\ dan\ 2} - (F_{node\ 1\ dan\ 2} \cdot \sin\alpha) \\ &= 47,375 + (-782,275) - (-782,275 \cdot \sin 11,9^\circ) \\ &= 47,375 + (-782,275) - (-782,275 \cdot 0,206) \\ &= 47,375 + (-782,275) - (-161,15) \\ &= 67,5 + (-621,125) \\ &= -553,625\ N \end{aligned}$$

- Perhitungan gaya pada node 5 dan 6 :



$$\varepsilon F_x = 0$$

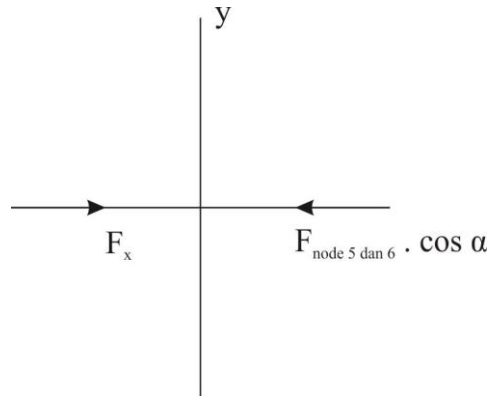
$$\begin{aligned} F_x &= (F_{y \text{ node 3 dan 4}} + F_{y2}) \cdot \cos \alpha \\ &= (-553,625 + 3960) \cdot \cos 15,1^\circ \\ &= 3406,375 \cdot 0,965 \\ &= 3287,15 \text{ N} \end{aligned}$$



$$\varepsilon F_y = 0$$

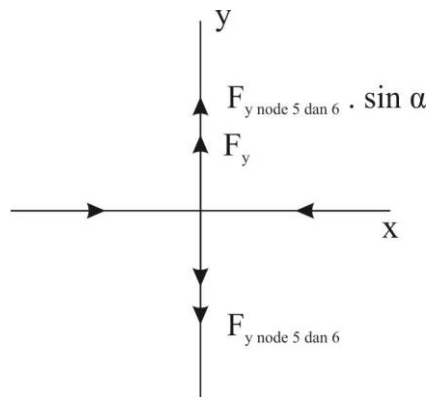
$$\begin{aligned} F_y &= \text{Panjang CD} + (F_{y \text{ node 3 dan 4}} + F_{y2}) - ((F_{y \text{ node 3 dan 4}} + F_{y2}) \cdot \sin \alpha) \\ &= 36,875 + (-553,625 + 3960) - ((-553,625 + 3960) \cdot \sin 15,1^\circ) \\ &= 36,875 + 3406,375 - (3406,375 \cdot 0,26) \\ &= 36,875 + 3406,375 - 885,67 \\ &= 36,875 + 2520,705 \\ &= 2557,58 \text{ N} \end{aligned}$$

- Perhitungan gaya pada node 7 dan 8 :



$$\varepsilon F_x = 0$$

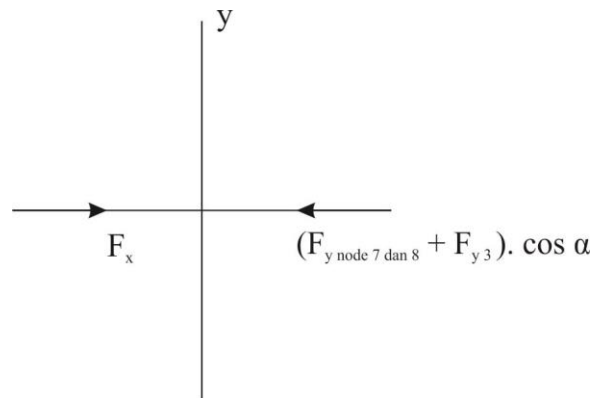
$$\begin{aligned} F_x &= F_{y \text{ node 5 dan 6}} \cdot \cos \alpha \\ &= 2557,58 \cdot \cos 9,1^\circ \\ &= 2557,58 \cdot 0,987 \\ &= 2524,33 \text{ N} \end{aligned}$$



$$\varepsilon F_y = 0$$

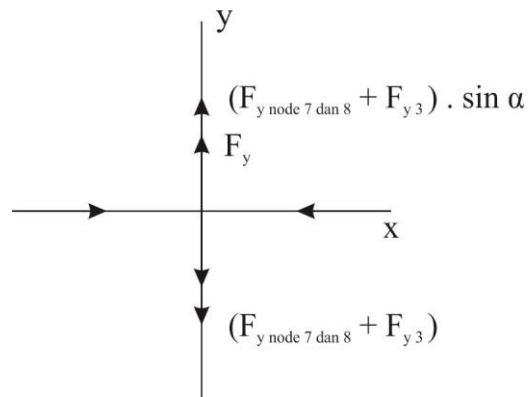
$$\begin{aligned} F_y &= \text{Panjang EF} + F_{y \text{ node 5 dan 6}} - (F_{y \text{ node 5 dan 6}} \cdot \sin \alpha) \\ &= 61,625 + 2557,58 - (2557,58 \cdot \sin 9,1^\circ) \\ &= 61,625 + 2557,58 - (2557,58 \cdot 0,158) \\ &= 61,625 + 2557,58 - 404,098 \\ &= 61,625 + 2153,482 \\ &= 2215,107 \text{ N} \end{aligned}$$

- Perhitungan gaya pada node 9 dan 10 :



$$\sum F_x = 0$$

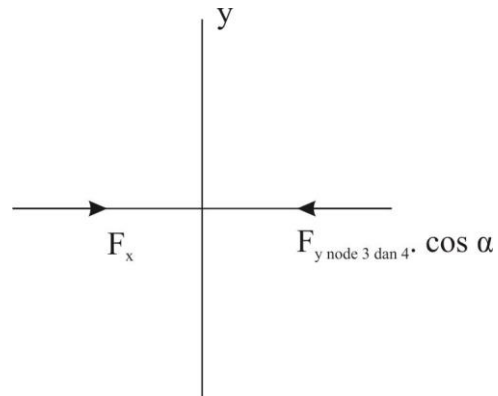
$$\begin{aligned} F_x &= (F_{y \text{ node 7 dan 8}} + F_{y3}) \cdot \cos \alpha \\ &= (2215,107 + (-485)) \cdot \cos 90^\circ \\ &= 1730,107 \cdot 0 \\ &= 0 \text{ N} \end{aligned}$$



$$\sum F_y = 0$$

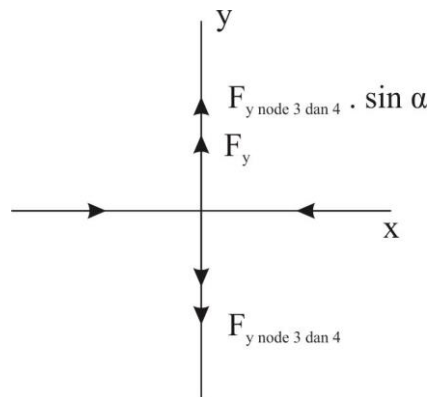
$$\begin{aligned} F_y &= 0 + (F_{y \text{ node 7 dan 8}} + F_{y3}) - ((F_{y \text{ node 7 dan 8}} + F_{y3}) \cdot \sin \alpha) \\ &= 0 + (2215,107 + (-485)) - ((2215,107 + (-485)) \cdot \sin 90^\circ) \\ &= 0 + 1730,107 - (1730,107 \cdot 1) \\ &= 0 + 1730,107 - 1730,107 \\ &= 0 \end{aligned}$$

- Perhitungan gaya pada node 4 dan 11 :



$$\sum F_x = 0$$

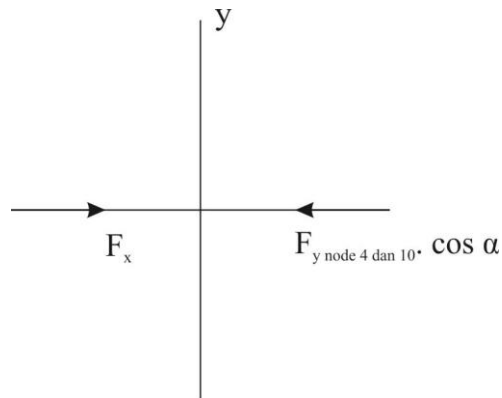
$$\begin{aligned} F_x &= F_{y \text{ node 3 dan 4}} \cdot \cos \alpha \\ &= -553,625 \cdot \cos 6,7^\circ \\ &= -553,625 \cdot 0,993 \\ &= -549,75 \text{ N} \end{aligned}$$



$$\sum F_y = 0$$

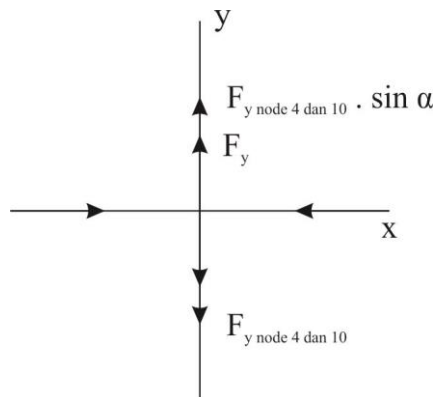
$$\begin{aligned} F_y &= \text{Panjang FG} + F_{y \text{ node 3 dan 4}} - (F_{y \text{ node 3 dan 4}} \cdot \sin \alpha) \\ &= 84,25 + (-553,625) - (-553,625 \cdot \sin 6,7^\circ) \\ &= 84,25 + (-553,625) - (-553,625 \cdot 0,117) \\ &= 84,25 + (-553,625) - (-64,77) \\ &= 84,25 + (-618,395) \\ &= -534,145 \text{ N} \end{aligned}$$

- Perhitungan gaya pada node 8 dan 12 :



$$\varepsilon F_x = 0$$

$$\begin{aligned} F_x &= F_{y \text{ node 4 dan 10}} \cdot \cos \alpha \\ &= -534,145 \cdot \cos 90^\circ \\ &= -534,145 \cdot 0 \\ &= 0 \text{ N} \end{aligned}$$



$$\varepsilon F_y = 0$$

$$\begin{aligned} F_y &= 0 + F_{y \text{ node 4 dan 10}} - (F_{y \text{ node 4 dan 10}} \cdot \sin \alpha) \\ &= 0 + (-534,145) - (-534,145 \cdot \sin 90^\circ) \\ &= 0 + (-534,145) - (-534,145 \cdot 1) \\ &= 0 + (-534,145) - (-534,145) \\ &= 0 \text{ N} \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan gaya yang bekerja pada *frame* mobil listrik adalah :

- $F_{x1} = -1003,272 \text{ N}$ - $F_{y1} = -782,275 \text{ N}$
- $F_{x2} = -1003,272 \text{ N}$ - $F_{y2} = -782,275 \text{ N}$

- $F_{x3} = -765,456 \text{ N}$
- $F_{x4} = -765,456 \text{ N}$
- $F_{x5} = 3287,15 \text{ N}$
- $F_{x6} = 3287,15 \text{ N}$
- $F_{x7} = 2524,33 \text{ N}$
- $F_{x8} = 2524,33 \text{ N}$
- $F_{x9} = 0 \text{ N}$
- $F_{x10} = 0 \text{ N}$
- $F_{x11} = -549,75 \text{ N}$
- $F_{x12} = 0 \text{ N}$
- $F_{y3} = -553,625 \text{ N}$
- $F_{y4} = -553,625 \text{ N}$
- $F_{y5} = 2557,58 \text{ N}$
- $F_{y6} = 2557,58 \text{ N}$
- $F_{y7} = 2215,107 \text{ N}$
- $F_{y8} = 2215,107 \text{ N}$
- $F_{y9} = 0 \text{ N}$
- $F_{y10} = 0 \text{ N}$
- $F_{y11} = -534,145 \text{ N}$
- $F_{y12} = 0 \text{ N}$

➤ Perhitungan Matrik Displacement

Koordinat local dari tiap node dinyatakan dalam :

U = untuk arah horizontal

V = untuk arah vertikal

Sehingga untuk mencari koordinat displacementnya yaitu:

$$F = [K] \cdot \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix}$$

Atau :

$$\begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = \frac{F}{[K]}$$

$$= [K]^{-1} \cdot F$$

Diketahui :

$$[K] = \frac{7,43496 \times 10^{12}}{2353098073} [A]$$

A adalah matrik

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
25,00	-171,85	-1069,27	73,07	-25,00	98,78	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
-73,07	2938,64	98,78	-2929,52	73,07	-9,13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
0,00	98,78	1094,27	0,00	-25,00	-25,71	0,00	-73,07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
73,07	-2929,52	0,00	2938,64	-73,07	-9,13	-98,78	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
-25,00	73,07	-25,00	25,71	75,00	-322,26	-1888,48	137,03	-25,00	86,46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
0	-9,13	-25,71	-9,13	-137,03	5201,28	185,24	-5173,91	63,96	-9,13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
0	0	0,00	-98,78	0,00	185,24	1938,48	-267,49	-25,00	-22,50	0,00	-63,96	0	0	153,76	113,74	0	0	0	0	-25,00	153,76	0	0	7
0	0	-73,07	0,00	137,03	-5173,91	-113,74	12290,22	-63,96	-9,13	-86,46	0,00	0	0	-9,13	-7098,06	0	0	0	0	113,74	-9,13	0	0	8
0	0	0	0,00	-25,00	63,96	-25,00	22,50	75,00	-267,49	-1315,52	113,74	-25,00	67,30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9
0	0	0	0	0	-9,13	-22,50	-9,13	-113,74	3631,53	153,76	-3604,16	49,78	-9,13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
0	0	0	0	0	0	0,00	-86,46	0,00	153,76	1340,52	0,00	-25,00	-17,52	0,00	-49,78	0	0	0	0	0	0	0	0	11
0	0	0	0	0	0	-63,96	0,00	113,74	-3604,16	0,00	3613,28	-49,78	-9,13	-67,30	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	12
0	0	0	0	0	0	0	0	-25,00	49,78	-25,00	17,52	75,00	-312,74	-1882,45	132,98	-25,00	112,47	0	0	0	0	0	0	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9,13	-17,52	-9,13	-132,98	5184,78	179,76	-5157,41	83,19	-9,13	0	0	0	0	0	0	14
0	0	0	0	0	0	0	153,76	0	0	0	-67,30	0,00	179,76	1778,7	-267,49	-25,00	-29,27	0,00	-83,19	-25	0	-2590,79	113,74	15
0	0	0	0	0	0	113,74	-7098,06	0	0	-49,78	0,00	132,98	-5157,41	-113,74	19371,78	-83,19	-9,13	-112,47	0,00	0	-9,12	113,74	-7098,06	16
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-25,00	83,19	-25,00	29,27	50,00	-195,66	-1386,14	83,19	0	0	0	0	17
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9,13	-29,27	-9,13	-83,19	3815,89	112,47	-3797,64	0	0	0	0	18
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	-112,47	0,00	112,47	1386,14	0,00	0	0	0	0	19
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-83,19	0,00	83,19	-3797,64	0,00	3797,64	0	0	0	0	20
0	0	0	0	0	0	-25,00	113,74	0	0	0	0	0	0	-25	0	0	0	0	0	50,00	0,00	-25,00	113,74	21
0	0	0	0	0	0	0	-9,13	0	0	0	0	0	0	9,13	-9,12	0	0	0	0	0,00	18,25	9,13	0	22
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	153,76	0	0	0	0	0	153,76	178,76	0	23
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-7098,06	0	0	0	0	113,74	0	-122,86	7089,06	24

Sehingga inversnya adalah :

$$[K]^{-1} = 3,165 \times 10^{-4} \cdot [B]$$

B adalah matriks

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	
-0,19	1,55	-0,33	1,55	-0,23	0,01	-0,08	0,01	-0,18	1,44	-0,34	1,44	-0,21	0,01	0,01	0,01	-0,10	2,63	-0,32	2,63	-0,10	0,10	0,07	0,01	1
0,06	-0,08	0,07	-0,08	0,06	-0,03	0,05	-0,03	0,06	-0,34	0,09	-0,34	0,06	-0,03	-0,01	-0,03	0,03	-0,85	0,09	-0,85	0,16	0,57	-0,12	-0,03	2
-0,01	0,03	-0,01	0,03	-0,01	0,00	-0,01	0,00	-0,01	0,05	-0,01	0,05	-0,01	0	0	0	0	0,11	-0,01	0,11	-0,02	-0,05	0,01	0	3
0,06	-0,10	0,07	-0,10	0,06	-0,03	0,05	-0,03	0,06	-0,35	0,10	-0,35	0,06	-0,03	-0,01	-0,03	0,03	-0,88	0,10	-0,88	0,16	0,57	-0,12	-0,03	4
-0,12	0,79	-0,19	0,79	-0,12	0,01	-0,04	0,01	-0,09	0,74	-0,18	0,74	-0,11	0,01	0,00	0,01	-0,05	1,37	-0,16	1,37	-0,06	0,02	0,04	0,01	5
0	0,01	0	0,01	0	0	0	0	0	0,01	0,00	0,01	0	0	0	0	0	0,02	0	0,02	0	0	0	0	6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,02	0,01	-0,02	0	0	0	0	0	-0,06	0,01	-0,06	0,01	0,05	-0,01	0	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,01	0,00	-0,01	0,01	0,01	0	0	8
-0,07	0,37	-0,11	0,37	-0,07	-0,01	-0,04	-0,01	-0,04	0,33	-0,08	0,33	-0,05	-0,01	0	-0,01	-0,02	0,58	-0,07	0,58	0,02	0,41	-0,01	-0,01	9
0,03	-0,05	0,03	-0,05	0,03	-0,03	0,02	-0,03	0,02	-0,08	0,03	-0,08	0,02	-0,03	-0,01	-0,03	0,01	-0,37	0,04	-0,37	0,14	0,65	-0,10	-0,03	10
0	0,01	0	0,01	0	0	0	0	0	0,01	0	0,01	0	0	0	0	0	0,05	0	0,05	-0,02	-0,06	0,01	0,00	11
0,03	-0,06	0,03	-0,06	0,03	-0,03	0,03	-0,03	0,03	-0,09	0,03	-0,09	0,02	-0,03	-0,01	-0,03	0,01	-0,38	0,04	-0,39	0,14	0,64	-0,10	-0,03	12
-0,05	0,17	-0,07	0,17	-0,05	-0,01	-0,04	-0,01	-0,04	0,14	-0,05	0,14	-0,02	-0,01	0	-0,01	-0,01	0,24	-0,03	0,24	0,04	0,54	-0,03	-0,01	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0,01	0,00	0,00	14
0,00	-0,01	0	-0,01	0	0	0	0	0	-0,01	0,00	-0,01	0	0	0	0	0	-0,03	0	-0,03	0,02	0,13	-0,02	-0,01	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,01	0	-0,01	0,01	0,01	0	0	16
-0,03	0,08	-0,03	0,08	-0,03	-0,01	-0,02	-0,01	-0,02	0,06	-0,03	0,06	-0,01	-0,01	0	-0,01	0,02	0,10	0,01	0,10	0,03	0,33	-0,02	-0,01	17
0,01	-0,07	0,01	-0,07	0,01	-0,06	0,01	-0,06	0,01	-0,14	0,02	-0,14	0,01	-0,06	-0,01	-0,06	0	-0,23	0,01	-0,23	0,29	1,63	-0,21	-0,06	18
0	0,01	0	0,01	0	0	0	0	0	0,01	0,00	0,01	0	0	0	0	0	0,02	0	0,02	-0,02	-0,13	0,02	0,01	19
0,01	-0,07	0,01	-0,07	0,01	-0,06	0,01	-0,06	0,01	-0,14	0,02	-0,15	0,01	-0,06	-0,01	-0,06	0	-0,23	0,01	-0,23	0,29	1,62	-0,21	-0,06	20
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,01	0	-0,01	0,01	0,07	-0,01	0	21
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,01	0	0,01	-0,01	-0,01	0,01	0	22
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	23
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,01	0,00	-0,01	0,01	0	0	0	24

Sehingga matriks displacementnya adalah :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \\ u_7 \\ v_7 \\ u_8 \\ v_8 \\ u_9 \\ v_9 \\ u_{10} \\ v_{10} \\ u_{11} \\ v_{11} \\ u_{12} \\ v_{12} \end{bmatrix} = \frac{F}{[K]}$$

$$= [K]^{-1} \cdot F$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \\ u_7 \\ v_7 \\ u_8 \\ v_8 \\ u_9 \\ v_9 \\ u_{10} \\ v_{10} \\ u_{11} \\ v_{11} \\ u_{12} \\ v_{12} \end{bmatrix} = [K]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -1003,272 \\ -782,275 \\ -1003,272 \\ -782,275 \\ -765,456 \\ -553,625 \\ -765,456 \\ -553,625 \\ 3287,15 \\ 2557,58 \\ 3287,15 \\ 2557,58 \\ 2524,33 \\ 2215,107 \\ 2524,33 \\ 2215,107 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -549,75 \\ -534,145 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 3,165 \times 10^{-4} \cdot \begin{bmatrix} -1003,272 \\ -782,275 \\ -1003,272 \\ -782,275 \\ -765,456 \\ -553,625 \\ -765,456 \\ -553,625 \\ 3287,15 \\ 2557,58 \\ 3287,15 \\ 2557,58 \\ 2524,33 \\ 2215,107 \\ 2524,33 \\ 2215,107 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -549,75 \\ -534,145 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Maka :

- $u_1 = -0,3175$ cm
- $u_2 = -0,3175$ cm
- $v_1 = -0,2476$ cm
- $v_2 = -0,2476$ cm

- $u_3 = -0,2423$ cm
- $u_4 = -0,2423$ cm
- $u_5 = 1,0404$ cm
- $u_6 = 1,0404$ cm
- $u_7 = 0,799$ cm
- $u_8 = 0,799$ cm
- $u_9 = 0$ cm
- $u_{10} = 0$ cm
- $u_{11} = -0,174$ cm
- $u_{12} = 0$ cm
- $v_3 = -0,1752$ cm
- $v_4 = -0,1752$ cm
- $v_5 = 0,8095$ cm
- $v_6 = 0,8095$ cm
- $v_7 = 0,7011$ cm
- $v_8 = 0,7011$ cm
- $v_9 = 0$ cm
- $v_{10} = 0$ cm
- $v_{11} = -0,169$ cm
- $v_{12} = 0$ cm

➤ Perhitungan Regangan pada *Frame* Dengan Penguat

- Elemen 1

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x1} \\ \epsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{Bmatrix} = [B_1] \cdot \{q_1\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x1} \\ \epsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{Bmatrix} = \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x1} \\ \epsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{Bmatrix} = \frac{1}{270,62} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 54,125 & 0 & -54,125 & 0 & 0 \\ 54,125 & -5 & -54,125 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} -0,3175 \\ -0,2476 \\ -0,3175 \\ -0,2476 \\ -0,2423 \\ -0,1752 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x1} \\ \epsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{Bmatrix} = \frac{3,165 \times 10^{-4}}{270,62} \begin{bmatrix} 0,376 \\ 0 \\ -0,362 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x1} = 4,4 \times 10^{-7}$ N/mm²
- $\epsilon_{y1} = 0$ N/mm²
- $\gamma_{xy1} = 4,23 \times 10^{-7}$ N/mm²

- Elemen 2

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x2} \\ \epsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{Bmatrix} = [B_2] \cdot \{q_2\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x2} \\ \epsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-270,62} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -54,12 & 0 & 54,12 \\ 0 & 5 & -54,12 & 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x2} \\ \epsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-270,62} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -54,12 & 0 & 54,12 \\ 0 & 5 & -54,12 & 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} -0,3175 \\ -0,2476 \\ -0,2423 \\ -0,1752 \\ -0,2432 \\ -0,1752 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x2} \\ \epsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{Bmatrix} = \frac{3,165 \times 10^{-4}}{-270,62} \begin{bmatrix} -0,376 \\ 0 \\ -0,362 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x2} = 4,4 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y2} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy2} = 4,23 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 3

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y3} \\ \gamma_{xy3} \end{Bmatrix} = [B_3] \cdot \{q_3\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y3} \\ \gamma_{xy3} \end{Bmatrix} = \frac{1}{236,87} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 47,37 & 0 & -47,37 & 0 & 0 \\ 47,37 & -5 & -47,37 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y3} \\ \gamma_{xy3} \end{Bmatrix} = \frac{1}{236,87} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 47,37 & 0 & -47,37 & 0 & 0 \\ 47,37 & -5 & -47,37 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} -0,2423 \\ -0,1752 \\ -0,2423 \\ -0,1752 \\ 1,04 \\ 0,81 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y3} \\ \gamma_{xy3} \end{Bmatrix} = \frac{3,165 \times 10^{-4}}{236,87} \begin{bmatrix} 6,41 \\ 0 \\ 4,92 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x3} = 8,57 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y3} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy3} = 6,58 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 4

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x4} \\ \epsilon_{y4} \\ \gamma_{xy4} \end{Bmatrix} = [B_4] \cdot \{q_4\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x4} \\ \epsilon_{y4} \\ \gamma_{xy4} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-236,87} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47,37 & 0 & 47,37 \\ 0 & 5 & -47,37 & 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x4} \\ \epsilon_{y4} \\ \gamma_{xy4} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-236,87} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47,37 & 0 & 47,37 \\ 0 & 5 & -47,37 & 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} -0,2423 \\ -0,1752 \\ 1,04 \\ 0,81 \\ 1,04 \\ 0,81 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x4} \\ \epsilon_{y4} \\ \gamma_{xy4} \end{Bmatrix} = \frac{3,165 \times 10^{-4}}{-236,87} \begin{bmatrix} -6,41 \\ 0 \\ -4,92 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x4} = 8,57 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y4} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy4} = 6,58 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 5

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x5} \\ \epsilon_{y5} \\ \gamma_{xy5} \end{Bmatrix} = [B_5] \cdot \{q_5\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x5} \\ \epsilon_{y5} \\ \gamma_{xy5} \end{Bmatrix} = \frac{1}{184,37} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 36,87 & 0 & -36,87 & 0 & 0 \\ 36,87 & -5 & -36,87 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \\ u_7 \\ v_7 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x5} \\ \epsilon_{y5} \\ \gamma_{xy5} \end{Bmatrix} = \frac{1}{184,37} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 36,87 & 0 & -36,87 & 0 & 0 \\ 36,87 & -5 & -36,87 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} 1,04 \\ 0,81 \\ 1,04 \\ 0,81 \\ 0,799 \\ 0,701 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x5} \\ \epsilon_{y5} \\ \gamma_{xy5} \end{Bmatrix} = \frac{3,165 \times 10^{-4}}{184,37} \begin{bmatrix} -1,207 \\ 0 \\ -0,542 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x5} = -2,07 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y5} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy5} = -9,304 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 6

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x6} \\ \epsilon_{y6} \\ \gamma_{xy6} \end{Bmatrix} = [B_6] \cdot \{q_6\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x6} \\ \epsilon_{y6} \\ \gamma_{xy6} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-184,37} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -36,87 & 0 & 36,87 \\ 0 & 5 & -36,87 & 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_6 \\ v_6 \\ u_7 \\ v_7 \\ u_8 \\ v_8 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x6} \\ \epsilon_{y6} \\ \gamma_{xy6} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-184,37} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -36,87 & 0 & 36,87 \\ 0 & 5 & -36,87 & 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} 1,04 \\ 0,81 \\ 0,799 \\ 0,701 \\ 0,799 \\ 0,701 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x6} \\ \epsilon_{y6} \\ \gamma_{xy6} \end{Bmatrix} = \frac{3,165 \times 10^{-4}}{-184,37} \begin{bmatrix} 1,207 \\ 0 \\ 0,542 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x6} = -2,072 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y6} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy6} = -9,304 \times 10^{-7} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 7

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x7} \\ \epsilon_{y7} \\ \gamma_{xy7} \end{Bmatrix} = [B_7] \cdot \{q_7\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x7} \\ \epsilon_{y7} \\ \gamma_{xy7} \end{Bmatrix} = \frac{1}{308,12} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 61,62 & 0 & -61,62 & 0 & 0 \\ 61,62 & -5 & -61,62 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_7 \\ v_7 \\ u_8 \\ v_8 \\ u_9 \\ v_9 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x7} \\ \epsilon_{y7} \\ \gamma_{xy7} \end{Bmatrix} = \frac{1}{308,12} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 61,62 & 0 & -61,62 & 0 & 0 \\ 61,62 & -5 & -61,62 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} 0,799 \\ 0,701 \\ 0,799 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x7} \\ \epsilon_{y7} \\ \gamma_{xy7} \end{Bmatrix} = \frac{3,165 \times 10^{-4}}{308,12} \begin{bmatrix} -3,995 \\ 0 \\ 3,505 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x7} = -4,103 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y7} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy7} = -3,6 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 8

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x8} \\ \epsilon_{y8} \\ \gamma_{xy8} \end{Bmatrix} = [B_8] \cdot \{q_8\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x8} \\ \epsilon_{y8} \\ \gamma_{xy8} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-308,12} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -61,62 & 0 & 61,62 \\ 0 & 5 & -61,62 & 0 & 61,62 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_8 \\ v_8 \\ u_9 \\ v_9 \\ u_{10} \\ v_{10} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x8} \\ \epsilon_{y8} \\ \gamma_{xy8} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-308,12} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -61,62 & 0 & 61,62 \\ 0 & 5 & -61,62 & 0 & 61,62 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} 0,799 \\ 0,701 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x8} \\ \epsilon_{y8} \\ \gamma_{xy8} \end{Bmatrix} = \frac{3,165 \times 10^{-4}}{-308,12} \begin{bmatrix} 3,995 \\ 0 \\ 3,505 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x8} = -4,103 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y8} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy8} = -3,6 \times 10^{-6} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 9

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x9} \\ \epsilon_{y9} \\ \gamma_{xy9} \end{Bmatrix} = [B_9] \cdot \{q_9\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x9} \\ \epsilon_{y9} \\ \gamma_{xy9} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -84,25 & 0 & 0 & 0 & 84,25 \\ -84,25 & 5 & 0 & -5 & 84,25 & 0 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_9 \\ v_9 \\ u_{10} \\ v_{10} \\ u_{11} \\ v_{11} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x9} \\ \epsilon_{y9} \\ \gamma_{xy9} \end{Bmatrix} = \frac{1}{-421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -84,25 & 0 & 0 & 0 & 84,25 \\ -84,25 & 5 & 0 & -5 & 84,25 & 0 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,174 \\ -0,169 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x9} \\ \epsilon_{y9} \\ \gamma_{xy9} \end{Bmatrix} = \frac{3,165 \times 10^{-4}}{-421,25} \begin{bmatrix} 0 \\ -14,24 \\ -14,66 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x9} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y9} = 1,07 \times 10^{-5} \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy9} = 1,101 \times 10^{-5} \text{ N/mm}^2$

- Elemen 10

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x10} \\ \epsilon_{y10} \\ \gamma_{xy10} \end{Bmatrix} = [B_{10}] \cdot \{q_{10}\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{x10} \\ \epsilon_{y10} \\ \gamma_{xy10} \end{Bmatrix} = \frac{1}{421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -84,25 & 0 & 84,25 \\ 0 & 5 & -84,25 & 0 & 84,25 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{Bmatrix} u_{10} \\ v_{10} \\ u_{11} \\ v_{11} \\ u_{12} \\ v_{12} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{x10} \\ \epsilon_{y10} \\ \gamma_{xy10} \end{pmatrix} = \frac{1}{421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -84,25 & 0 & 84,25 \\ 0 & 5 & -84,25 & 0 & 84,25 & -5 \end{bmatrix} \cdot 3,165 \times 10^{-4} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,174 \\ -0,169 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{x10} \\ \epsilon_{y10} \\ \gamma_{xy10} \end{pmatrix} = \frac{3,165 \times 10^{-4}}{421,25} \begin{bmatrix} 0 \\ 14,24 \\ 14,66 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\epsilon_{x10} = 0 \text{ N/mm}^2$
- $\epsilon_{y10} = 1,07 \times 10^{-5} \text{ N/mm}^2$
- $\gamma_{xy10} = 1,101 \times 10^{-5} \text{ N/mm}^2$

➤ Perhitungan Tegangan pada *Frame* Dengan Penguat

- Elemen 1

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x1} \\ \sigma_{y1} \\ \tau_{xy1} \end{pmatrix} = [C] \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_{x1} \\ \epsilon_{y1} \\ \gamma_{xy1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x1} \\ \sigma_{y1} \\ \tau_{xy1} \end{pmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,165 \times 10^{-4}}{270,62} \begin{bmatrix} 0,376 \\ 0 \\ 0,362 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x1} \\ \sigma_{y1} \\ \tau_{xy1} \end{pmatrix} = 23,97 \begin{bmatrix} 0,376 \\ 0,102 \\ 0,132 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x1} = 9,023 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y1} = 2,436 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy1} = 3,166 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 2

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x2} \\ \sigma_{y2} \\ \tau_{xy2} \end{pmatrix} = [C] \cdot \begin{pmatrix} \epsilon_{x2} \\ \epsilon_{y2} \\ \gamma_{xy2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x2} \\ \sigma_{y2} \\ \tau_{xy2} \end{pmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,165 \times 10^{-4}}{-270,62} \begin{bmatrix} -0,3764 \\ 0 \\ -0,362 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x2} \\ \sigma_{y2} \\ \tau_{xy2} \end{Bmatrix} = -23,97 \begin{bmatrix} -0,376 \\ -0,102 \\ -0,132 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x2} = 9,023 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y2} = 2,436 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy2} = 3,166 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 3

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x3} \\ \sigma_{y3} \\ \tau_{xy3} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x3} \\ \epsilon_{y3} \\ \gamma_{xy3} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x3} \\ \sigma_{y3} \\ \tau_{xy3} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,165 \times 10^{-4}}{236,87} \begin{bmatrix} 6,41 \\ 0 \\ 4,92 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x3} \\ \sigma_{y3} \\ \tau_{xy3} \end{Bmatrix} = 27,39 \begin{bmatrix} 6,413 \\ 1,73 \\ 1,797 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x3} = 175,67 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y3} = 47,43 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy3} = 49,225 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 4

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x4} \\ \sigma_{y4} \\ \tau_{xy4} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x4} \\ \epsilon_{y4} \\ \gamma_{xy4} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x4} \\ \sigma_{y4} \\ \tau_{xy4} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,165 \times 10^{-4}}{-236,87} \begin{bmatrix} -6,41 \\ 0 \\ -4,92 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x4} \\ \sigma_{y4} \\ \tau_{xy4} \end{Bmatrix} = -27,39 \begin{bmatrix} -6,413 \\ -1,731 \\ -1,797 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x4} = 175,67 \text{ N/mm}^2$

- $\sigma_{y4} = 47,43 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy4} = 49,225 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 5

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x5} \\ \sigma_{y5} \\ \tau_{xy5} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x5} \\ \epsilon_{y5} \\ \gamma_{xy5} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x5} \\ \sigma_{y5} \\ \tau_{xy5} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,165 \times 10^{-4}}{184,37} \begin{bmatrix} -1,207 \\ 0 \\ -0,542 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x5} \\ \sigma_{y5} \\ \tau_{xy5} \end{Bmatrix} = 35,19 \begin{bmatrix} -1,207 \\ -0,326 \\ -0,198 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x5} = -42,482 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y5} = -11,47 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy5} = -6,96 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 6

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x6} \\ \sigma_{y6} \\ \tau_{xy6} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x6} \\ \epsilon_{y6} \\ \gamma_{xy6} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x6} \\ \sigma_{y6} \\ \tau_{xy6} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,165 \times 10^{-4}}{-184,37} \begin{bmatrix} 1,207 \\ 0 \\ 0,542 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x6} \\ \sigma_{y6} \\ \tau_{xy6} \end{Bmatrix} = -35,19 \begin{bmatrix} 1,207 \\ 0,326 \\ 0,198 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x6} = -42,48 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y6} = -11,47 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy6} = -6,96 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 7

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x7} \\ \sigma_{y7} \\ \tau_{xy7} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x7} \\ \epsilon_{y7} \\ \gamma_{xy7} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x7} \\ \sigma_{y7} \\ \tau_{xy7} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,165 \times 10^{-4}}{308,12} \begin{bmatrix} -3,995 \\ 0 \\ -3,505 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x7} \\ \sigma_{y7} \\ \tau_{xy7} \end{Bmatrix} = 21,06 \begin{bmatrix} -3,995 \\ -1,078 \\ -1,279 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x7} = -84,119 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y7} = -22,712 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy7} = -26,942 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 8

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x8} \\ \sigma_{y8} \\ \tau_{xy8} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x8} \\ \epsilon_{y8} \\ \gamma_{xy8} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x8} \\ \sigma_{y8} \\ \tau_{xy8} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,165 \times 10^{-4}}{-308,12} \begin{bmatrix} 3,995 \\ 0 \\ 3,505 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x8} \\ \sigma_{y8} \\ \tau_{xy8} \end{Bmatrix} = -21,06 \begin{bmatrix} 3,995 \\ 1,078 \\ 1,279 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x8} = -84,12 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y8} = -22,71 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy8} = -26,94 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 9

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x9} \\ \sigma_{y9} \\ \tau_{xy9} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x9} \\ \epsilon_{y9} \\ \gamma_{xy9} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x9} \\ \sigma_{y9} \\ \tau_{xy9} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,165 \times 10^{-4}}{-421,25} \begin{bmatrix} 0 \\ -14,243 \\ -14,659 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x9} \\ \sigma_{y9} \\ \tau_{xy9} \end{Bmatrix} = -15,4 \begin{bmatrix} -3,845 \\ -14,24 \\ -5,35 \end{bmatrix}$$

Sehingga :

- $\sigma_{x9} = 59,23 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y9} = 219,37 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy9} = 82,41 \text{ N/mm}^2$

- Elemen 10

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x10} \\ \sigma_{y10} \\ \tau_{xy10} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \begin{Bmatrix} \epsilon_{x10} \\ \epsilon_{y10} \\ \gamma_{xy10} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x10} \\ \sigma_{y10} \\ \tau_{xy10} \end{Bmatrix} = 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \frac{3,165 \times 10^{-4}}{421,25} \begin{bmatrix} 0 \\ 14,24 \\ 14,66 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x10} \\ \sigma_{y10} \\ \tau_{xy10} \end{Bmatrix} = 15,4 \begin{bmatrix} 3,85 \\ 14,24 \\ 5,35 \end{bmatrix}$$

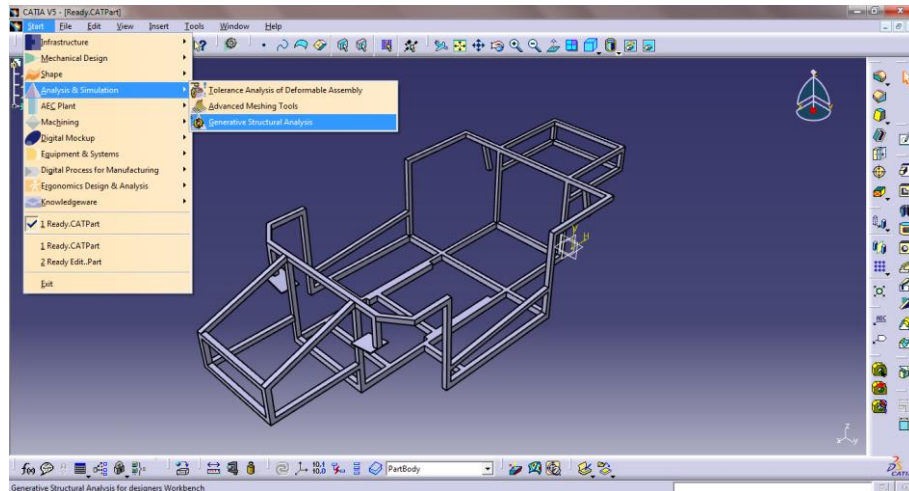
Sehingga :

- $\sigma_{x10} = 59,23 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{y10} = 219,37 \text{ N/mm}^2$
- $\tau_{xy10} = 82,41 \text{ N/mm}^2$

4.1.3 Simulasi Software Catia Tanpa Penguat

➤ Membuat Model Analisa Struktur (*Preprocessor*)

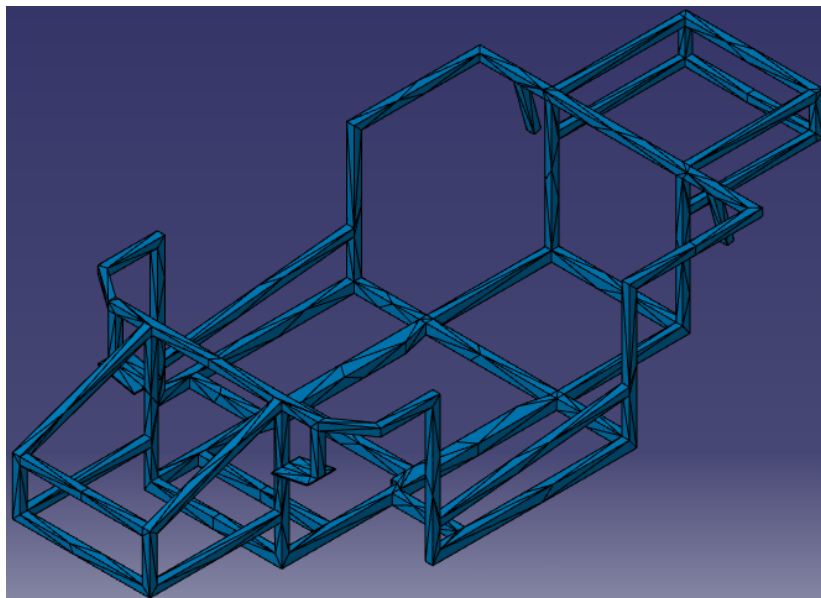
Untuk membuat model analisa struktur, digunakan aplikasi *generative structural analysis* yang terdapat dalam software Catia V5R14. Adapun hasil pembuatan model analisa struktur yang akan diteliti ditunjukkan pada gambar 4.7 berikut ini.



Gambar 4.7 Model analisa struktur *frame* tanpa penguat

Sebelum model dianalisa,ada beberapa tahapan yang harus dilakukan agar model tersebut dapat di analisa dengan baik. Adapun tahapan yang harus dilakukan antara lain:

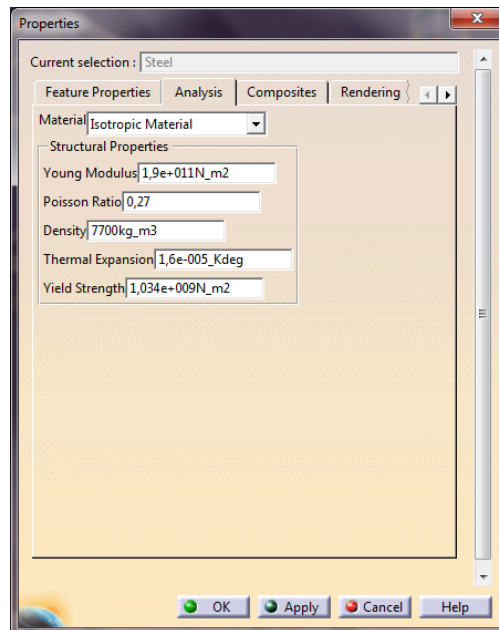
1. Meshing, dimana pada proses ini komponen yang akan dianalisis dijadikan elemen-elemen kecil atau diskrit seperti gambar 4.8. berikut ini.



Gambar 4.8 Meshing model *frame* tanpa penguat

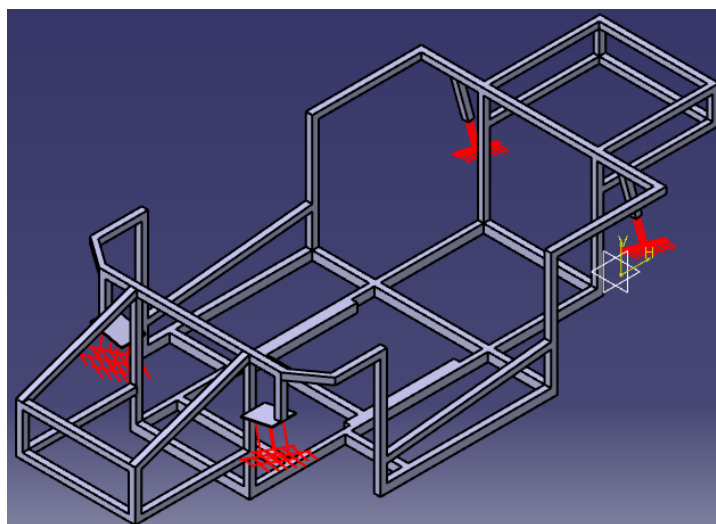
Ukuran meshing dapat ditentukan sendiri oleh *user*. Pada proses meshing ini digunakan mesh ukuran 1000 mm dengan *element type linear*.

2. Penentuan Material. Material yang digunakan di sini adalah Baja St37. Material properties dari Baja St37 sendiri dapat dilihat pada gambar 4.9. berikut ini.



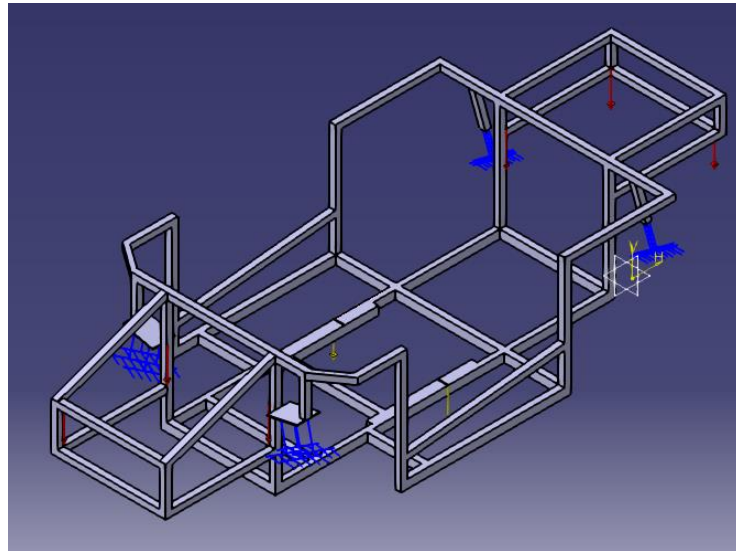
Gambar 4.9 Material Properties Baja St37

3. Pemberian *restraint*. *Restraint* merupakan suatu proses dimana model ditahan agar tidak berubah posisinya ketika diberi beban. Pada proses ini digunakan *restraint type clamp* yang ditempatkan pada kedudukan suspensi seperti gambar 4.10 berikut ini.



Gambar 4.10 Pemberian *restraint* pada model *frame* tanpa penguat

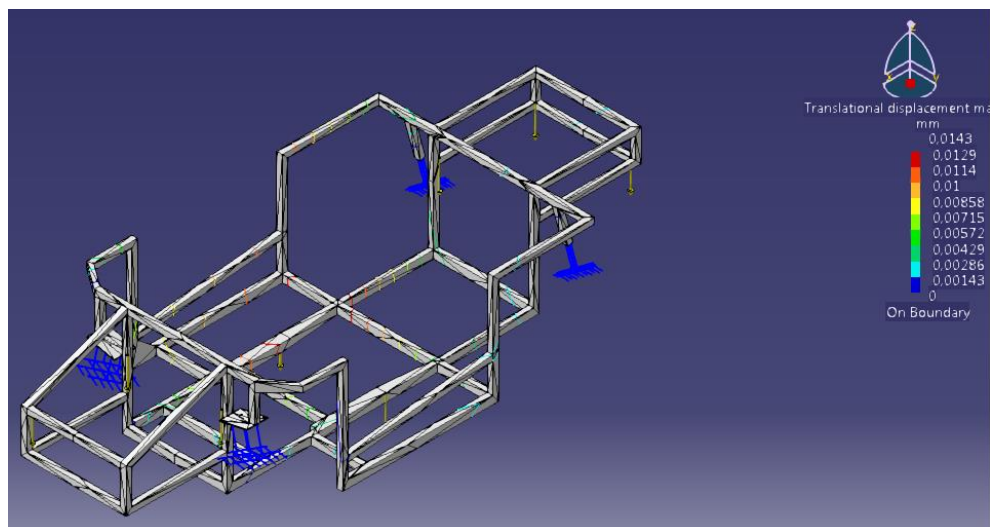
4. Pemberian beban. Beban yang dimaksud ini adalah beban eksternal, dimana beban yang digunakan adalah gaya terdistribusi. Besarnya beban yang di terima dan penempatannya sama seperti perhitungan menggunakan metode elemen hingga, yaitu : 1020 N, 3960 N, dan 485 N. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 4.11 di bawah ini



Gambar 4.11 Pemberian beban pada model *frame* tanpa penguat

5. Compute. Compute adalah tahapan terakhir dimana pada proses compute akan dilakukan analisa perhitungan

➤ Analisa Displacement Pada *Frame*



Gambar 4.12 Analisa displacement *frame* tanpa penguat

Dari hasil analisa yang terlihat pada gambar 4.12, didapatkan displacement maksimum sebesar 0,0143 mm. Adapun displacement yang terdapat pada elemen di tiap node-nya adalah sebagai berikut:

- Elemen 1

- 0,00137 - 0,00119 - 0,00925

- Elemen 2

- 0,00119 - 0,00925 - 0,00916

- Elemen 3

- 0,00981 - 0,00969 - 0,0139

- Elemen 4

- 0,00981 - 0,0139 - 0,0143

- Elemen 5

- 0,0139 - 0,0143 - 0,0142

- Elemen 6

- 0,0139 - 0,0142 - 0,0141

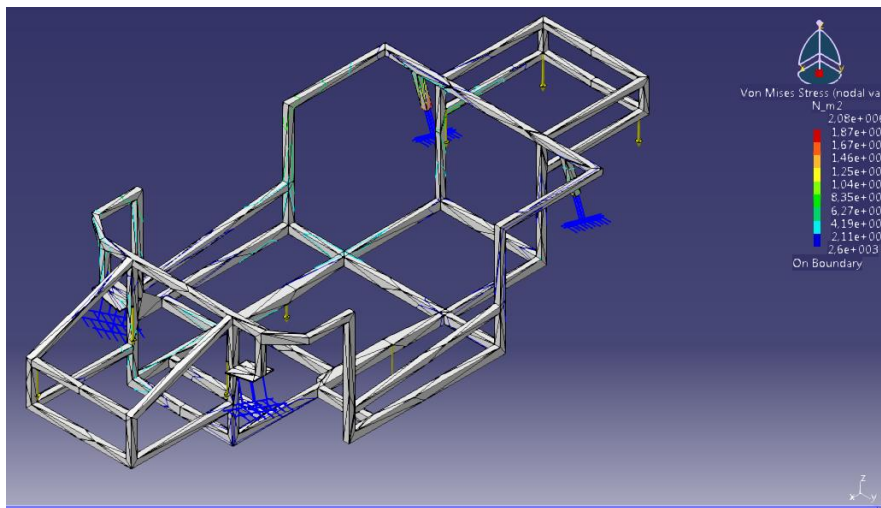
- Elemen 7

- 0,0139 - 0,0139 - 0,00461

- Elemen 8

- 0,0139 - 0,00461 - 0,00431

➤ Analisa Tegangan Von Mises Pada *Frame*



Gambar 4.13 Analisa tegangan von mises *frame* tanpa penguat

Dari hasil analisa yang terlihat pada gambar 4.13, pemodelan pada *frame* dengan bantuan software CATIA V5R14 melalui perhitungan secara komputasi didapatkan tegangan Von mises maksimum sebesar $2,09e+006$ N/m².

Adapun tegangan von mises yang terdapat pada elemen di tiap node-nya adalah sebagai berikut:

- Elemen 1

- 4,75e+005 - 5,94e+005 - 3,9e+005

- Elemen 2

- 5,94e+005 - 3,9e+005 - 5,73e+005

- Elemen 3

- 3,49e+005 - 2,95e+005 - 2,02e+005

- Elemen 4

- 3,49e+005 - 2,02e+005 - 7,46e+005

- Elemen 5

- 2,02e+005 - 7,46e+005 - 4,23e+005

- Elemen 6

- 2,02e+005 - 4,23e+005 - 6,13e+005

- Elemen 7

- 2,2e+005 - 3,98e+005 - 3,29e+005

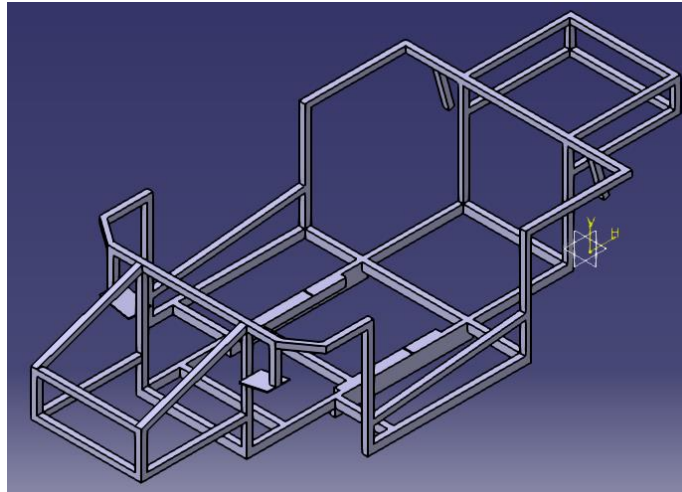
- Elemen 8

- 2,2e+005 - 3,29e+005 - 4,3e+005

4.1.4 Menggunakan Software Catia Dengan Penguat

➤ Membuat Model Analisa Struktur (*Preprocessor*)

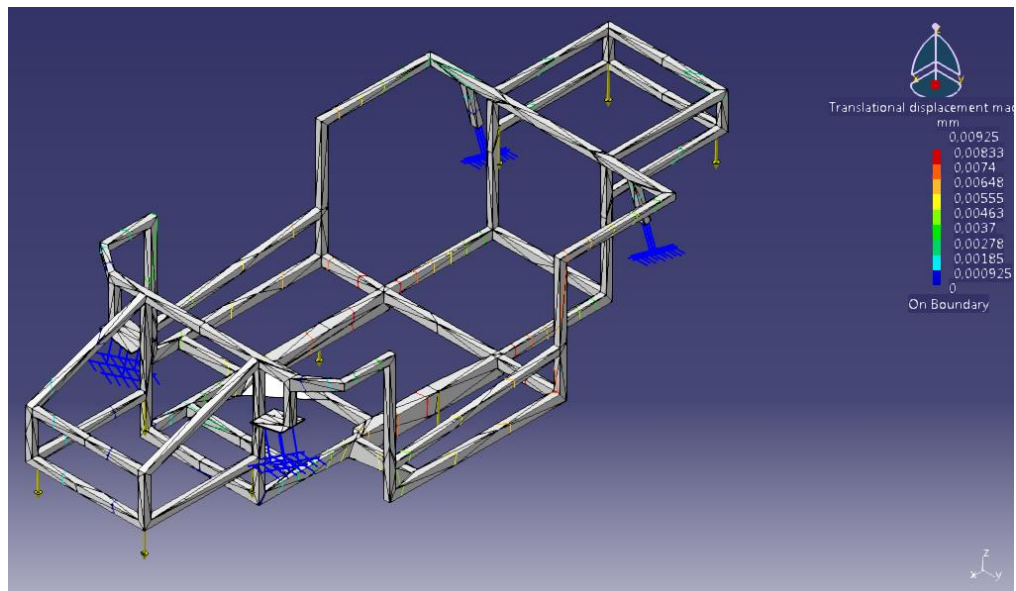
Pada pembuatan model menggunakan software Catia dengan penguat ini sama seperti pembuatan model tanpa penguat. Perbedaannya yaitu adanya tambahan penguat pada bagian bawah *frame*, untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada gambar 4.14 berikut ini.



Gambar 4.14 Model analisa struktur *frame* dengan penguat

Tahapan-tahapan sebelum analisa yang harus dilakukan pada frame dengan penguat ini sama seperti tahapan-tahapan pada frame tanpa penguat.

➤ Analisa Displacement Pada Frame dengan Penguat



Gambar 4.15 Analisa displacement frame dengan penguat

Dari hasil analisa yang terlihat pada gambar 4.15, didapatkan displacement maksimum sebesar 0,00925 mm. Adapun displacement yang terdapat pada elemen di tiap node-nya adalah sebagai berikut:

- Elemen 1

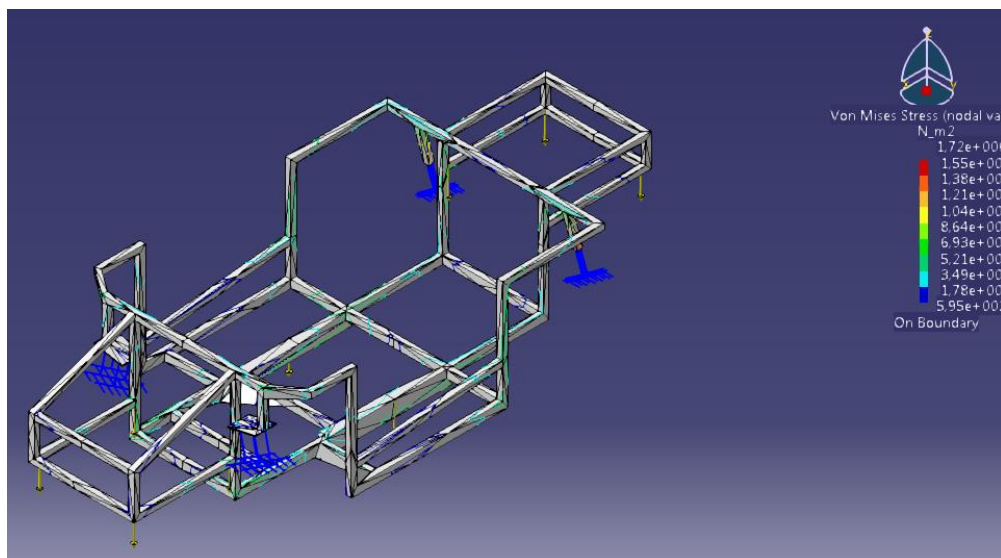
- 0,000575

- 0,000695

- 0,00311

- Elemen 2	- 0,000695	- 0,00311	- 0,00568
- Elemen 3	- 0,00311	- 0,00568	- 0,00591
- Elemen 4	- 0,00593	- 0,00596	- 0,00772
- Elemen 5	- 0,00596	- 0,00772	- 0,00585
- Elemen 6	- 0,00772	- 0,00585	- 0,00798
- Elemen 7	- 0,00772	- 0,00798	- 0,00895
- Elemen 8	- 0,00798	- 0,00895	- 0,00903
- Elemen 9	- 0,00885	- 0,00887	- 0,00323
- Elemen 10	- 0,00887	- 0,00323	- 0,00298

➤ Analisa Tegangan Von Mises Pada *Frame*



Gambar 4.16 Analisa tegangan von mises *frame* dengan penguat

Dari hasil analisa yang terlihat pada gambar 4.16, pemodelan pada *frame* dengan bantuan software CATIA V5R14 melalui perhitungan secara komputasi didapatkan tegangan Von mises maksimum sebesar $1,72e+006 \text{ N/m}^2$.

Adapun tegangan von mises yang terdapat pada elemen di tiap node-nya adalah sebagai berikut:

- Elemen 1

- 5,14e+005 - 6,58e+005 - 2,92e+005

- Elemen 2

- 6,58e+005 - 4,1e+005 - 3,44e+005

- Elemen 3

- 4e+005 - 2,91e+005 - 2,46e+005

- Elemen 4

- 2,46e+005 - 1,58e+005 - 2,81e+005

- Elemen 5

- 2,46e+005 - 2,81e+005 - 6,17e+005

- Elemen 6

- 2,81e+005 - 6,17e+005 - 5,43e+005

- Elemen 7

- 6,42e+005 - 6,76e+005 - 3,61e+005

- Elemen 8

- 6,76e+005 - 3,61e+005 - 3,95e+005

- Elemen 9

- 2,91e+005 - 2,46e+005 - 1,58e+005

- Elemen 10

- 2,81e+005 - 5,43e+005 - 8,27e+005

4.2 Pembahasan

4.2.1 Menggunakan Metode Elemen Hingga

➤ Analisa Displacement

Dari hasil analisa displacement menggunakan metode elemen hingga didapatkan nilai displacement seperti yang terlihat pada Tabel 4.1 berikut ini.

Tabel 4.1 Perbandingan nilai displacement menggunakan metode elemen hingga

	Tanpa Penguat (cm)	Dengan Penguat (cm)	Peningkatan (%)
u1	-0,343	-0,3175	7,32
v1	-0,267	-0,2476	7,32
u2	-0,343	-0,3175	7,32
v2	-0,267	-0,2476	7,32
u3	-0,261	-0,2423	7,32
v3	-0,189	-0,1752	7,32
u4	-0,261	-0,2423	7,32
v4	-0,189	-0,1752	7,32
u5	1,123	1,0404	7,32
v5	0,873	0,8095	7,32
u6	1,123	1,0404	7,32
v6	0,873	0,8095	7,32
u7	0,862	0,7990	7,32
v7	0,756	0,7011	7,32
u8	0,862	0,7990	7,32
v8	0,756	0,7011	7,32
u9	0	0	0
v9	0	0	0
u10	0	0	0
v10	0	0	0
u11	-	-0,1740	-
v11	-	-0,1691	-
u12	-	0,0000	-
v12	-	0,0000	-

Dari hasil perbandingan nilai displacement antara *frame* sebelum diberi penguat dan sesudah diberi penguat, didapat peningkatan sebesar 7,32 % akibat adanya penambahan penguat pada *frame*. Nilai displacement sebelum diberi penguat lebih besar dari pada nilai displacement sesudah diberi penguat. Nilai displacement maksimum didapat pada u₅ dan u₆ yaitu sebesar 1,123 cm sebelum diberi penguat dan menjadi 1,0404 cm sesudah diberi penguat.

➤ Analisa Regangan

Dari hasil analisa regangan menggunakan metode elemen hingga didapatkan nilai regangan seperti yang terlihat pada Tabel 4.2 berikut ini.

Tabel 4.2 Perbandingan nilai regangan menggunakan metode elemen hingga

	Tanpa Penguat	Dengan Penguat	Peningkatan
$\epsilon_x 1$	5,124E-07	4,40148E-07	14,11%
$\epsilon_y 1$	0	0	0,00%
$\gamma_{xy} 1$	4,927E-07	4,23184E-07	14,11%
$\epsilon_x 2$	5,124E-07	4,40148E-07	14,11%
$\epsilon_y 2$	0	0	0,00%
$\gamma_{xy} 2$	4,927E-07	4,23184E-07	14,11%
$\epsilon_x 3$	9,976E-06	8,56923E-06	14,11%
$\epsilon_y 3$	0	0	0,00%
$\gamma_{xy} 3$	7,659E-06	6,57864E-06	14,11%
$\epsilon_x 4$	9,976E-06	8,56923E-06	14,11%
$\epsilon_y 4$	0	0	0,00%
$\gamma_{xy} 4$	7,659E-06	6,57864E-06	14,11%
$\epsilon_x 5$	-2,412E-06	-2,07228E-06	14,11%
$\epsilon_y 5$	0	0	0,00%
$\gamma_{xy} 5$	-1,083E-06	-9,30365E-07	14,11%
$\epsilon_x 6$	-2,412E-06	-2,07228E-06	14,11%
$\epsilon_y 6$	0	0	0,00%
$\gamma_{xy} 6$	-1,083E-06	-9,30365E-07	14,11%
$\epsilon_x 7$	-4,777E-06	-4,1034E-06	14,11%
$\epsilon_y 7$	0	0	0,00%
$\gamma_{xy} 7$	-4,192E-06	-3,60074E-06	14,11%
$\epsilon_x 8$	-4,777E-06	-4,1034E-06	14,11%
$\epsilon_y 8$	0	0	0,00%
$\gamma_{xy} 8$	-4,192E-06	-3,60074E-06	14,11%
$\epsilon_x 9$	-	0	-
$\epsilon_y 9$	-	1,07013E-05	-
$\gamma_{xy} 9$	-	1,10139E-05	-
$\epsilon_x 10$	-	0	-
$\epsilon_y 10$	-	1,07013E-05	-
$\gamma_{xy} 10$	-	1,10139E-05	-

Dari hasil perbandingan nilai regangan antara *frame* sebelum diberi penguat dan sesudah diberi penguat didapat peningkatan sebesar 14,11 % akibat adanya

penambahan penguat pada *frame*. Nilai regangan sebelum diberi penguat lebih besar dari pada nilai regangan *frame* sesudah diberi penguat. Nilai regangan maksimum terjadi pada $\epsilon_{x 3}$ dan $\epsilon_{x 4}$ yaitu sebesar $9,976E-06$ cm sebelum diberi penguat dan menjadi $8,56923E-06$ cm setelah diberi penguat.

➤ Analisa Tegangan

Dari hasil analisa tegangan menggunakan metode elemen hingga didapatkan nilai tegangan seperti yang terlihat pada Tabel 4.3 berikut ini.

Tabel 4.3 Perbandingan nilai tegangan menggunakan metode elemen hingga

	Tanpa Penguat	Dengan Penguat	Peningkatan
$\sigma_x 1$	10,50	9,02	14,11%
$\sigma_y 1$	2,84	2,44	14,11%
$\tau_{xy 1}$	3,69	3,17	14,11%
$\sigma_x 2$	10,50	9,02	14,11%
$\sigma_y 2$	2,84	2,44	14,11%
$\tau_{xy 2}$	3,69	3,17	14,11%
$\sigma_x 3$	204,52	175,67	14,11%
$\sigma_y 3$	55,22	47,43	14,11%
$\tau_{xy 3}$	57,31	49,22	14,11%
$\sigma_x 4$	204,52	175,67	14,11%
$\sigma_y 4$	55,22	47,43	14,11%
$\tau_{xy 4}$	57,31	49,22	14,11%
$\sigma_x 5$	-49,46	-42,48	14,11%
$\sigma_y 5$	-13,35	-11,47	14,11%
$\tau_{xy 5}$	-8,10	-6,96	14,11%
$\sigma_x 6$	-49,46	-42,48	14,11%
$\sigma_y 6$	-13,35	-11,47	14,11%
$\tau_{xy 6}$	-8,10	-6,96	14,11%
$\sigma_x 7$	-97,93	-84,12	14,11%
$\sigma_y 7$	-26,44	-22,71	14,11%
$\tau_{xy 7}$	-31,37	-26,94	14,11%
$\sigma_x 8$	-97,93	-84,12	14,11%
$\sigma_y 8$	-26,44	-22,71	14,11%
$\tau_{xy 8}$	-31,37	-26,94	14,11%
$\sigma_x 9$	-	59,23	-
$\sigma_y 9$	-	219,38	-

$\tau_{xy\ 9}$	-	82,41	-
$\sigma_x\ 10$	-	59,23	-
$\sigma_y\ 10$	-	219,38	-
$\tau_{xy\ 10}$	-	82,41	-

Dari hasil perbandingan nilai tegangan antara *frame* sebelum diberi penguat dan sesudah diberi penguat didapat peningkatan sebesar 14,11% akibat adanya penambahan penguat pada *frame*. Nilai tegangan sebelum diberi penguat lebih besar dari pada nilai displacement *frame* sesudah diberi penguat. Tegangan maksimum sebelum diberi penguat terdapat pada σ_{x3} dan σ_{x4} yaitu sebesar 204,52 N/cm². Sedangkan sesudah diberi penguat terdapat pada σ_{y9} dan σ_{y10} yaitu sebesar 219,38 N/cm².

4.2.2 Menggunakan Software Catia

➤ Analisa Displacement

Dari hasil analisa displacement menggunakan Catia didapatkan nilai displacement seperti yang terlihat pada Tabel 4.4 berikut ini.

Tabel 4.4 Perbandingan nilai displacement menggunakan software Catia

Tanpa Penguat	Dengan Penguat	Peningkatan
0,00137	0,000575	58,03%
0,00119	0,000695	41,60%
0,00925	0,00311	66,38%
0,00119	0,000695	41,60%
0,00925	0,00311	66,38%
0,00916	0,00568	37,99%
0,00981	0,00311	68,30%
0,00969	0,00568	41,38%
0,0139	0,00591	57,48%
0,00981	0,00593	39,55%
0,0139	0,00596	57,12%
0,0143	0,00772	46,01%
0,0139	0,00596	57,12%
0,0143	0,00772	46,01%
0,0142	0,00585	58,80%
0,0139	0,00772	44,46%
0,0142	0,00585	58,80%

0,0141	0,00798	43,40%
0,0139	0,00885	36,33%
0,0139	0,00887	36,19%
0,00461	0,00323	29,93%
0,0139	0,00887	36,19%
0,00461	0,00323	29,93%
0,00431	0,00298	30,86%
-	0,00772	-
-	0,00798	-
-	0,00895	-
-	0,00798	-
-	0,00895	-
-	0,00903	-

Dari hasil perbandingan nilai displacement antara *frame* sebelum diberi penguat dan sesudah diberi penguat, didapat peningkatan akibat adanya penambahan penguat pada *frame*. Nilai displacement sebelum diberi penguat lebih besar dari pada nilai displacement sesudah diberi penguat. Peningkatan paling besar yaitu sebesar 68,30%.

➤ Analisa Tegangan

Dari hasil analisa tegangan menggunakan software Catia didapatkan nilai tegangan seperti yang terlihat pada Tabel 4.5 berikut ini.

Tabel 4.5 Perbandingan nilai tegangan menggunakan software Catia

Tanpa Penguat	Dengan Penguat	Selisih
4,75E+05	5,14E+05	-8,21%
5,94E+05	6,58E+05	-10,77%
3,90E+05	2,92E+05	25,13%
5,94E+05	6,58E+05	-10,77%
3,90E+05	4,10E+05	-5,13%
5,73E+05	4,10E+05	28,45%
3,49E+05	3,44E+05	1,43%
2,95E+05	4,00E+05	-35,59%
2,02E+05	2,91E+05	-44,06%
3,49E+05	2,46E+05	29,51%
2,02E+05	2,46E+05	-21,78%
7,46E+05	1,58E+05	78,82%

2,02E+05	2,81E+05	-39,11%
7,46E+05	2,46E+05	67,02%
4,23E+05	2,81E+05	33,57%
2,02E+05	6,17E+05	-205,45%
4,23E+05	2,81E+05	33,57%
6,13E+05	6,17E+05	-0,65%
2,20E+05	5,43E+05	-146,82%
3,98E+05	6,42E+05	-61,31%
3,29E+05	6,76E+05	-105,47%
2,20E+05	3,61E+05	-64,09%
3,29E+05	3,61E+05	-9,73%
4,30E+05	3,95E+05	8,14%
-	6,42E+05	-
-	6,76E+05	-
-	3,61E+05	-
-	6,76E+05	-
-	3,61E+05	-
-	3,95E+05	-

Perbandingan tegangan pada tiap node tidak seluruhnya mengalami peningkatan. Pada beberapa node tegangan mengalami penurunan setelah diberi penguat. Namun tegangan yang terjadi masih dibawah tegangan luluh dari material baja St37, dimana material tersebut memiliki tegangan luluh sebesar $1,034e+9 \text{ N/m}^2$.

4.2.3 Analisa Metode Elemen Hingga dan Software Catia

➤ Analisa Tegangan

Dari hasil analisa metode elemen hingga dan software Catia, didapatkan hasil seperti yang terlihat pada tabel 4.6 berikut ini

Tabel 4.6 Perbandingan nilai tegangan metode elemen hingga dan Catia

Tanpa Penguat		Dengan Penguat	
Elemen Hingga	Catia	Elemen Hingga	Catia
10,50E-04	4,75E+05	9,02E-04	5,14E+05
2,84E-04	5,94E+05	2,44E-04	6,58E+05
3,69E-04	3,90E+05	3,17E-04	2,92E+05
10,50E-04	5,94E+05	9,02E-04	6,58E+05
2,84E-04	3,90E+05	2,44E-04	4,10E+05

3,69E-04	5,73E+05	3,17E-04	4,10E+05
204,52E-04	3,49E+05	175,67E-04	3,44E+05
55,22E-04	2,95E+05	47,43E-04	4,00E+05
57,31E-04	2,02E+05	49,22E-04	2,91E+05
204,52E-04	3,49E+05	175,67E-04	2,46E+05
55,22E-04	2,02E+05	47,43E-04	2,46E+05
57,31E-04	7,46E+05	49,22E-04	1,58E+05
-49,46E-04	2,02E+05	-42,48E-04	2,81E+05
-13,35E-04	7,46E+05	-11,47E-04	2,46E+05
-8,10E-04	4,23E+05	-6,96E-04	2,81E+05
-49,46E-04	2,02E+05	-42,48E-04	6,17E+05
-13,35E-04	4,23E+05	-11,47E-04	2,81E+05
-8,10E-04	6,13E+05	-6,96E-04	6,17E+05
-97,93E-04	2,20E+05	-84,12E-04	5,43E+05
-26,44E-04	3,98E+05	-22,71E-04	6,42E+05
-31,37E-04	3,29E+05	-26,94E-04	6,76E+05
-97,93E-04	2,20E+05	-84,12E-04	3,61E+05
-26,44E-04	3,29E+05	-22,71E-04	3,61E+05
-31,37E-04	4,30E+05	-26,94E-04	3,95E+05
-	-	59,23E-04	6,42E+05
-	-	219,38E-04	6,76E+05
-	-	82,41E-04	3,61E+05
-	-	59,23E-04	6,76E+05
-	-	219,38E-04	3,61E+05
-	-	82,41E-04	3,95E+05

Tegangan hasil analisa menggunakan software Catia, nilainya lebih besar dari hasil analisa menggunakan metode elemen hingga. Perbedaan yang cukup besar ini diakibatkan adanya perbedaan metode pendekatan yang digunakan. Pada metode elemen hingga menggunakan metode pendekatan dua dimensi sedangkan pada software Catia menggunakan metode pendekatan tiga dimensi.

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasar hasil analisis dan simulasi dari program Catia maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Dari hasil perhitungan metode elemen hingga menunjukkan displacement, regangan, maupun tegangan *frame* tanpa penguat memiliki nilai lebih besar daripada *frame* dengan penguat.
2. Dari hasil perhitungan metode elemen hingga didapat peningkatan displacement sebesar 7,32%, sedangkan regangan dan tegangan meningkat sebesar 14,11%.
3. Dari hasil perhitungan metode elemen hingga nilai displacement maksimum didapat pada u_5 dan u_6 yaitu sebesar 1,123 cm sebelum diberi penguat dan menjadi 1,0404 cm sesudah diberi penguat. Regangan maksimum terjadi pada ϵ_{x3} dan ϵ_{x4} yaitu sebesar $9,976E-06$ cm sebelum diberi penguat dan menjadi $8,56923E-06$ cm setelah diberi penguat. Sedangkan tegangan maksimum sebelum diberi penguat terdapat pada σ_{x3} dan σ_{x4} yaitu sebesar $204,52 \text{ N/cm}^2$. Namun sesudah diberi penguat terdapat pada σ_{y9} dan σ_{y10} yaitu sebesar $219,38 \text{ N/cm}^2$.
4. Dari hasil simulasi menggunakan software Catia didapat displacement pada bagian bawah *frame* tanpa penguat lebih besar daripada *frame* dengan penguat. Adapun peningkatan paling besar yaitu sebesar 68,30%.
5. Dari hasil simulasi menggunakan software Catia tegangan pada tiap node tidak seluruhnya mengalami peningkatan. Pada beberapa node tegangan mengalami penurunan setelah diberi penguat. Namun tegangan yang terjadi masih dibawah tegangan luluh dari material baja St37, dimana material tersebut memiliki tegangan luluh sebesar $1,034e+9 \text{ N/m}^2$.

5.2 Saran

Beberapa saran yang dapat disampaikan oleh penulis dari hasil penelitian ini antara lain:

1. Sebaiknya dilakukan analisa *frame* secara menyeluruh agar pembebanan dapat ditempatkan pada kondisi sebenarnya.
2. Sebaiknya menggunakan software versi terbaru untuk mendapatkan hasil yang lebih baik.
3. Untuk penelitian lebih lanjut dapat mengganti parameter analisis dengan parameter yang lain seperti, jenis elemen, jumlah elemen, jumlah node, atau dimensi elemen;
4. Dibutuhkan pengujian eksperimen untuk membenarkan hasil dari perhitungan dan simulasi ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Susatio, Yerri. (2004). *Dasar-Dasar Metode Elemen Hingga*. Yogyakarta: Andi.
- Shigley, Joseph E. (1991). *Perencanaan Teknik Mesin*, Edisi keempat. Alih bahasa oleh G.Harahap. Jakarta: Erlangga.
- Prasetyo, Apri J. (2010). *Aplikasi Metode Elemen Hingga (MEH) Pada Struktur Rib Bodi Angkutan Publik*. Surakarta: Universitas Sebelas Maret.
- Segerlind, Larry J., (1937). *Applied Finite Element Analysis*, USA: John Willey & Sons Inc.
- Yamin, Mohamad (2008). *Analisis Tegangan Pada Rangka Mobil Boogie*. Depok: Universitas Gunadarma.
- Wardana, M. K. Aditya. (2011). *Analisis Kekuatan Pada Produk Tongkat Lansia Dengan Menggunakan Metode Elemen Hingga*. Jember: Universitas Jember.
- Tenriajeng, Andi T. (1997). *Pengantar Teknologi Baja*. Depok: Gunadarma.
- Wikipedia. (2013). *Vehicle Frame*. en.wikipedia.org. [15 Mei 2013]

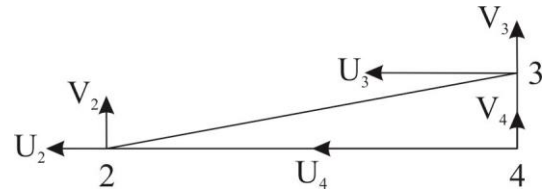
LAMPIRAN A. PERHITUNGAN

A1. Menggunakan Metode Elemen Hingga Tanpa Penguat

a. Perhitungan Matrik Kekakuan

- Elemen 2

Diketahui : Node 2 = (0 , 0)
 Node 3 = (54.125 , 5)
 Node 4 = (54.125 , 0)



Sehingga didapatkan

$$[K_2] = \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & -73,07 & -25 & 73,07 \\ 0 & 9,12 & -98,78 & 0 & 0 & -9,12 \\ 0 & -98,78 & 1069,27 & 0 & 0 & 98,78 \\ -73,07 & 0 & 0 & 2929,52 & 73,07 & -2929,52 \\ -25 & 98,78 & -1069,27 & 73,07 & 25 & -171,85 \\ 73,06 & -9,12 & 98,78 & -2929,52 & -73,07 & 2938,64 \end{bmatrix}$$

Maka matriks kekakuannya adalah

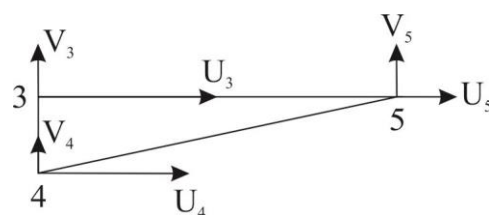
$$[K_2] = \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} [A_2]$$

A_2 adalah matriks :

	3	4	7	8	5	6	
25	0	0	-73,07	-25	73,07		3
0	9,12	-98,78	0	0	-9,12		4
0	-98,78	1069,27	0	0	98,78		7
-73,07	0	0	2929,52	73,07	-2929,52		8
-25	98,78	-1069,27	73,07	25	-171,85		5
73,07	-9,12	98,78	-2929,52	-73,07	2938,64		6

- Elemen 3

Diketahui : Node 3 = (54.125 , 5)
 Node 4 = (54.125 , 0)
 Node 5 = (101.5 , 5)



Sehingga didapatkan

$$[K_3] = \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} \begin{bmatrix} 25 & -150,42 & -819,2 & 63,96 & -25 & 86,46 \\ -63,96 & 2253,52 & 86,46 & -2244,39 & 63,96 & -9,12 \\ 0 & 86,46 & 819,2 & 0 & 0 & -86,46 \\ 63,96 & -2244,39 & 0 & 2244,39 & -63,96 & 0 \\ -25 & 63,96 & 0 & -63,96 & 25 & 0 \\ 0 & -9,12 & -86,46 & 0 & 0 & 9,12 \end{bmatrix}$$

Maka matriks kekakuannya adalah

$$[K_3] = \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} [A_3]$$

A_3 adalah matriks :

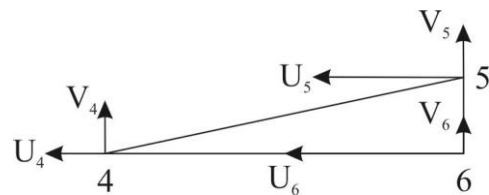
	5	6	7	8	9	10	
	25	-150,42	-819,2	63,96	-25	86,46	5
	-63,96	2253,52	86,46	-2244,39	63,96	-9,12	6
	0	86,46	819,2	0	0	-86,46	7
	63,96	-2244,39	0	2244,39	-63,96	0	8
	-25	63,96	0	-63,96	25	0	9
	0	-9,12	-86,46	0	0	9,12	10

- Elemen 4

Diketahui : Node 4 = (54.125 , 0)

Node 5 = (101.5 , 5)

Node 6 = (101.5 , 0)



Sehingga didapatkan

$$[K_4] = \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & -63,96 & -25 & 63,96 \\ 0 & 9,12 & -86,46 & 0 & 0 & -9,12 \\ 0 & -86,46 & 819,2 & 0 & 0 & 86,46 \\ -63,96 & 0 & 0 & 2244,39 & 63,96 & -2244,39 \\ -25 & 86,46 & -819,2 & 63,96 & 25 & -150,42 \\ 63,96 & -9,12 & 86,46 & -2244,39 & -63,96 & 2253,52 \end{bmatrix}$$

Maka matriks kekakuannya adalah

$$[K_4] = \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} [A_4]$$

A_4 adalah matriks :

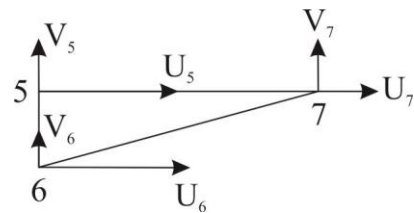
7	8	11	12	9	10	
25	0	0	-63,96	-25	63,96	7
0	9,12	-86,46	0	0	-9,12	8
0	-86,46	819,2	0	0	86,46	11
-63,96	0	0	2244,39	63,96	-2244,39	12
-25	86,46	-819,2	63,96	25	-150,42	9
63,96	-9,12	86,46	-2244,39	-63,96	2253,52	10

- Elemen 5

Diketahui : Node 5 = (101.5 , 5)

Node 6 = (101.5 , 0)

Node 7 = (138.375 , 5)



Sehingga didapatkan

$$[K_5] = \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} \begin{bmatrix} 25 & -117,08 & -496,31 & 49,78 & -25 & 67,3 \\ -49,78 & 1368,89 & 67,3 & -1359,77 & 49,78 & -9,12 \\ 0 & 67,3 & 496,31 & 0 & 0 & -67,3 \\ 49,78 & -1359,77 & 0 & 1359,77 & -49,78 & 0 \\ -25 & 49,78 & 0 & 49,78 & 25 & 0 \\ 0 & -9,12 & -67,3 & 0 & 0 & 9,12 \end{bmatrix}$$

Maka matriks kekakuannya adalah

$$[K_5] = \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} [A_5]$$

A_5 adalah matriks :

9	10	11	12	13	14	
25	-117,08	-496,31	49,78	-25	67,3	9
-49,78	1368,89	67,3	-1359,77	49,78	-9,12	10
0	67,3	496,31	0	0	-67,3	11
49,78	-1359,77	0	1359,77	-49,78	0	12
-25	49,78	0	-49,78	25	0	13

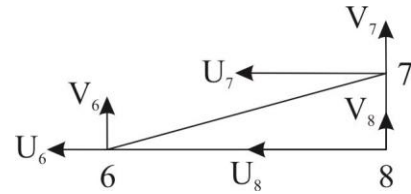
$$\begin{bmatrix} 0 & -9,12 & -67,3 & 0 & 0 & 9,12 \end{bmatrix} \mathbf{14}$$

- Elemen 6

Diketahui : Node 6 = (101.5 , 0)

Node 7 = (138.375 , 5)

Node 8 = (138.375 , 0)



Sehingga didapatkan

$$[K_6] = \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & -49,78 & -25 & 49,78 \\ 0 & 9,12 & -67,3 & 0 & 0 & -9,12 \\ 0 & -67,3 & 496,31 & 0 & 0 & 67,3 \\ -49,78 & 0 & 0 & 1359,77 & 49,78 & -1359,77 \\ -25 & 67,3 & 496,31 & 49,78 & 25 & -117,08 \\ 49,78 & -9,12 & 67,3 & -1359,77 & -49,78 & 1368,89 \end{bmatrix}$$

Maka matriks kekakuannya adalah

$$[K_6] = \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} [A_6]$$

A_6 adalah matriks :

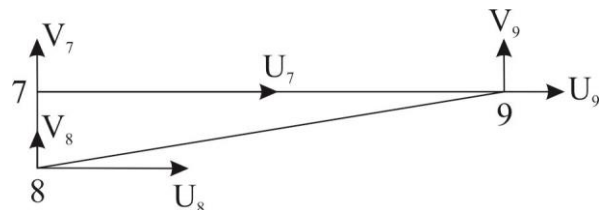
	11	12	15	16	13	14	
25	0	0	-49,78	-25	49,78		11
0	9,12	-67,3	0	0	-9,12		12
0	-67,3	496,32	0	0	67,3		15
-49,78	0	0	1359,77	49,78	-1359,77		16
-25	67,3	-496,32	49,78	25	-117,08		13
49,78	-9,12	67,3	-1359,77	-49,78	1368,89		14

- Elemen 7

Diketahui : Node 7 = (138.375 , 5)

Node 8 = (138.375 , 0)

Node 9 = (200 , 5)



Sehingga didapatkan

$$[K_7] = \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} \begin{bmatrix} 25 & -195,66 & -1386,13 & 83,19 & -25 & 112,47 \\ -83,19 & 3806,77 & 112,47 & -3797,64 & 83,19 & -9,12 \\ 0 & 112,47 & 1386,14 & 0 & 0 & -112,47 \\ 83,19 & -3797,64 & 0 & 3797,64 & -83,19 & 0 \\ -25 & 83,19 & 0 & -83,19 & 25 & 0 \\ 0 & -9,12 & -112,47 & 0 & 0 & 9,12 \end{bmatrix}$$

Maka matrik kekakuannya adalah

$$[K_7] = \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} [A_7]$$

A_7 adalah matriks :

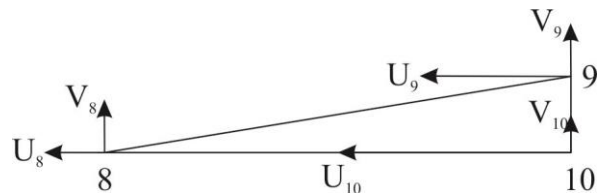
	13	14	15	16	17	18	
	25	-195,66	-1386,14	83,19	-25	112,47	13
	-83,19	3806,77	112,47	-3797,64	83,19	-9,12	14
	0	112,47	1386,14	0	0	-112,47	15
	83,19	-3797,64	0	3797,64	-83,19	0	16
	-25	83,19	0	-83,19	25	0	17
	0	-9,12	-112,47	0	0	9,12	18

- Elemen 8

Diketahui : Node 8 = (138.375 , 0)

Node 9 = (200 , 5)

Node 10 = (200 , 0)



Sehingga didapatkan

$$[K_8] = \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & -83,19 & -25 & 83,19 \\ 0 & 9,12 & -112,47 & 0 & 0 & -9,12 \\ 0 & -112,47 & 1386,14 & 0 & 0 & 112,47 \\ -83,19 & 0 & 0 & 3797,64 & 83,19 & -3797,64 \\ -25 & 112,47 & -1386,14 & 83,19 & 25 & -195,66 \\ 83,19 & -9,12 & 112,47 & -3797,64 & -83,19 & 3806,77 \end{bmatrix}$$

Maka matriks kekakuannya adalah

$$[K_8] = \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} [A_8]$$

A_8 adalah matriks :

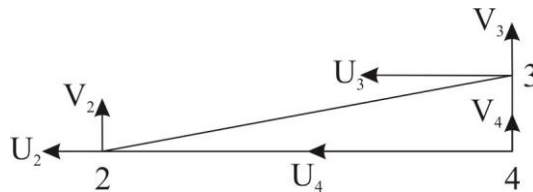
	15	16	19	20	17	18	
	25	0	0	-83,19	-25	83,19	15
	0	9,12	-112,47	0	0	-9,12	16
	0	-112,47	1386,14	0	0	112,47	19

-83,19	0	0	3797,64	83,19	-3797,64	20
-25	112,47	-1386,14	83,19	25	-195,66	17
83,19	-9,12	112,47	-3797,64	-83,19	3806,77	18

A2. Menggunakan Metode Elemen Hingga Dengan Penguat

a. Perhitungan Matrik Kekakuan Dengan Penguat

Elemen 2 :



Sehingga : Node 2 = (0 , 0)

Node 3 = (54.125 , 5)

Node 4 = (54.125 , 0)

Maka koordinat untuk elemen 2 adalah :

- $X_2 = 0$
- $X_3 = 54,125$
- $X_4 = 54,125$
- $Y_2 = 0$
- $Y_3 = 5$
- $Y_4 = 0$

Sehingga perhitungannya adalah

- $A_2 = X_3 Y_4 - X_4 Y_3 = -49,12$
- $A_3 = X_4 Y_2 - X_2 Y_4 = 0$
- $A_4 = X_2 Y_3 - X_3 Y_2 = 0$
- $B_2 = Y_3 - Y_4 = 5$
- $B_3 = Y_4 - Y_2 = 0$
- $B_4 = Y_2 - Y_3 = -5$
- $C_2 = X_4 - X_3 = 0$
- $C_3 = X_2 - X_4 = -54,12$
- $C_4 = X_3 - X_2 = 54,12$

Sehingga determinannya adalah

$$\det = X_3 Y_4 - X_4 Y_3 + X_2 (Y_3 - Y_4) + Y_2 (X_4 - X_3) = -270,62$$

Dan nodenya adalah :

$$N_2 = \frac{1}{det} (A_2 + X_2 B_2 + Y_2 C_2) = 1$$

$$N_3 = \frac{1}{det} (A_3 + X_3 B_3 + Y_3 C_3) = 1$$

$$N_4 = \frac{1}{det} (A_4 + X_4 B_4 + Y_4 C_4) = 1$$

Maka matriks kekakuannya adalah :

Diketahui : Bahan St37

$$E = 1,9 \times 10^{11} \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 19 \times 10^6 \text{ Pa (N/cm}^2\text{)}$$

$$V = 0,27$$

Maka :

$$\begin{aligned} [C] &= \frac{E}{1-v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{1-0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-0,27}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ &= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ [B] &= \frac{1}{det} \begin{bmatrix} B_2 & 0 & B_3 & 0 & B_4 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & C_3 & 0 & C_4 \\ C_2 & B_2 & C_3 & B_3 & C_4 & B_4 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{-270,62} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -54,12 & 0 & 54,12 \\ 0 & 5 & -54,12 & 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$[K] = [B]^T \cdot [C] [B]$$

$$\begin{aligned}
[K] &= \frac{1}{-270,62} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -54,12 \\ -5 & 0 & 54,12 \\ 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-270,62} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -54,12 & 0 & 54,12 \\ 0 & 5 & -54,12 & 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-270,62} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{-270,62} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -54,12 \\ 0 & -54,12 & 0 \\ -5 & 0 & 54,12 \\ 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -54,12 & 0 & 54,12 \\ 0 & 5 & -54,12 & 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -54,12 \\ -5 & 0 & 54,12 \\ 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -54,12 & 0 & 54,12 \\ 0 & 5 & -54,12 & 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -54,12 \\ -5 & 0 & 54,12 \\ 0 & 54,12 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & -14,61 & -5 & 14,61 \\ 1,35 & 0 & 0 & -54,12 & -1,35 & 54,12 \\ 0 & 1,82 & -19,76 & 0 & 0 & -1,82 \end{bmatrix} \\
[K] &= \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & -73,07 & -25 & 73,07 \\ 0 & 9,12 & -98,78 & 0 & 0 & -9,12 \\ 0 & -98,78 & 1069,27 & 0 & 0 & 98,78 \\ -73,07 & 0 & 0 & 2929,52 & 73,07 & -2929,52 \\ -25 & 98,78 & -1069,27 & 73,07 & 25 & -171,85 \\ 73,06 & -9,12 & 98,78 & -2929,52 & -73,07 & 2938,64 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

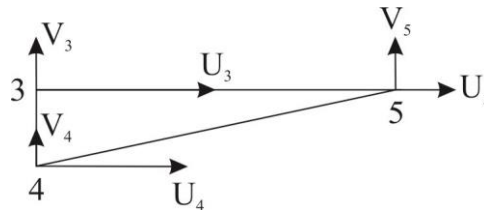
Sehingga matriks kekakuan dari elemen 2 adalah

$$[K_2] = \frac{20,5 \times 10^6}{73235,18} [A_2]$$

A_2 adalah matriks :

	3	4	7	8	5	6	
25	0	0	-73,07	-25	73,07		3
0	9,12	-98,78	0	0	-9,12		4
0	-98,78	1069,27	0	0	98,78		7
-73,07	0	0	2929,52	73,07	-2929,52		8
-25	98,78	-1069,27	73,07	25	-171,85		5
73,07	-9,12	98,78	-2929,52	-73,07	2938,64		6

Elemen 3 :



Sehingga : Node 3 = (54.125 , 5)

Node 4 = (54.125 , 0)

Node 5 = (101.5 , 5)

Maka koordinat untuk elemen 3 adalah :

$$- X_3 = 54,125 \qquad - Y_3 = 5$$

$$- X_4 = 54,125 \qquad - Y_4 = 0$$

$$- X_5 = 101,5 \qquad - Y_5 = 5$$

Sehingga perhitungannya adalah

$$- A_3 = X_4 Y_5 - X_5 Y_4 = 169,125$$

$$- A_4 = X_5 Y_3 - X_3 Y_5 = 236,875$$

$$- A_5 = X_3 Y_4 - X_4 Y_3 = -270,63$$

$$- B_3 = Y_4 - Y_5 = -5$$

$$- B_4 = Y_5 - Y_3 = 0$$

$$- B_5 = Y_3 - Y_4 = 5$$

- $C_3 = X_5 - X_4 = 47,375$
- $C_4 = X_3 - X_5 = -47,375$
- $C_5 = X_4 - X_3 = 0$

Sehingga determinannya adalah

$$\det = X_4 Y_5 - X_5 Y_4 + X_3 (Y_4 - Y_5) + Y_3 (X_5 - X_4) = 236,87$$

Dan nodenya adalah :

$$N_3 = \frac{1}{\det} (A_3 + X_3 B_3 + Y_3 C_3) = 1$$

$$N_4 = \frac{1}{\det} (A_4 + X_4 B_4 + Y_4 C_4) = 1$$

$$N_5 = \frac{1}{\det} (A_5 + X_5 B_5 + Y_5 C_5) = 1$$

Maka matriks kekakuannya adalah :

Diketahui : Bahan St37

$$E = 1,9 \times 10^{11} \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 19 \times 10^6 \text{ Pa (N/cm}^2\text{)}$$

$$\nu = 0,27$$

Maka :

$$\begin{aligned} [C] &= \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{1-0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-0,27}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ &= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [B] &= \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} B_3 & 0 & B_4 & 0 & B_5 & 0 \\ 0 & C_3 & 0 & C_4 & 0 & C_5 \\ C_3 & B_3 & C_4 & B_4 & C_5 & B_5 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{236,87} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 47,37 & 0 & -47,37 & 0 & 0 \\ 47,37 & -5 & -47,37 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$[K] = [B]^T \cdot [C] [B]$$

$$\begin{aligned}
 [K] &= \frac{1}{236,87} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 47,37 \\ 0 & 47,37 & -5 \\ 0 & 0 & -47,37 \\ 0 & -47,37 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{236,87} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 47,37 & 0 & -47,37 & 0 & 0 \\ 47,37 & -5 & -47,37 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{236,87} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{236,87} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 47,37 \\ 0 & 47,37 & -5 \\ 0 & 0 & -47,37 \\ 0 & -47,37 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 47,37 & 0 & -47,37 & 0 & 0 \\ 47,37 & -5 & -47,37 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 47,37 \\ 0 & 47,37 & -5 \\ 0 & 0 & -47,37 \\ 0 & -47,37 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 47,37 & 0 & -47,37 & 0 & 0 \\ 47,37 & -5 & -47,37 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 47,37 \\ 0 & 47,37 & -5 \\ 0 & 0 & -47,37 \\ 0 & -47,37 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 12,79 & 0 & -12,79 & 5 & 0 \\ -1,35 & 47,37 & 0 & -47,37 & 1,35 & 0 \\ 0 & -1,82 & -17,29 & 0 & 0 & -1,82 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} \begin{bmatrix} 25 & -150,42 & -819,2 & 63,96 & -25 & 86,46 \\ -63,96 & 2253,52 & 86,46 & -2244,39 & 63,96 & -9,12 \\ 0 & 86,46 & 819,2 & 0 & 0 & -86,46 \\ 63,96 & -2244,39 & 0 & 2244,39 & -63,96 & 0 \\ -25 & 63,96 & 0 & -63,96 & 25 & 0 \\ 0 & -9,12 & -86,46 & 0 & 0 & 9,12 \end{bmatrix}$$

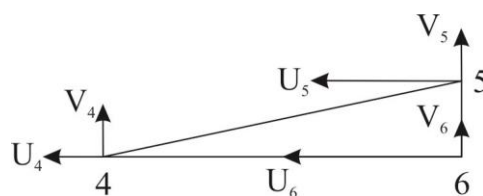
Sehingga matriks kekakuan dari elemen 3 adalah

$$[K_3] = \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} [A_3]$$

A_3 adalah matriks :

	5	6	7	8	9	10	
	25	-150,42	-819,2	63,96	-25	86,46	5
	-63,96	2253,52	86,46	-2244,39	63,96	-9,12	6
	0	86,46	819,2	0	0	-86,46	7
	63,96	-2244,39	0	2244,39	-63,96	0	8
	-25	63,96	0	-63,96	25	0	9
	0	-9,12	-86,46	0	0	9,12	10

Elemen 4 :



Sehingga : Node 4 = (54.125 , 0)

Node 5 = (101.5 , 5)

Node 6 = (101.5 , 0)

Maka koordinat untuk elemen 4 adalah :

- $X_4 = 54,125$

- $Y_4 = 0$

$$\begin{array}{ll}
 - X_5 = 101,5 & - Y_5 = 5 \\
 - X_6 = 101,5 & - Y_6 = 0
 \end{array}$$

Sehingga perhitungannya adalah

$$\begin{array}{l}
 - A_4 = X_5 Y_6 - X_6 Y_5 = -96,5 \\
 - A_5 = X_6 Y_4 - X_4 Y_6 = 0 \\
 - A_6 = X_4 Y_5 - X_5 Y_4 = 270,62 \\
 - B_4 = Y_5 - Y_6 = 5 \\
 - B_5 = Y_6 - Y_4 = 0 \\
 - B_6 = Y_4 - Y_5 = -5 \\
 - C_4 = X_6 - X_5 = 0 \\
 - C_5 = X_4 - X_6 = -47,37 \\
 - C_6 = X_5 - X_4 = 47,37
 \end{array}$$

Sehingga determinannya adalah

$$det = X_5 Y_6 - X_6 Y_5 + X_4 (Y_5 - Y_6) + Y_4 (X_6 - X_5) = -236,87$$

Dan nodenya adalah :

$$N_4 = \frac{1}{det} (A_4 + X_4 B_4 + Y_4 C_4) = 1$$

$$N_5 = \frac{1}{det} (A_5 + X_5 B_5 + Y_5 C_5) = 1$$

$$N_6 = \frac{1}{det} (A_6 + X_6 B_6 + Y_6 C_6) = 1$$

Maka matriks kekakuannya adalah :

Diketahui : Bahan St37

$$E = 1,9 \times 10^{11} \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 19 \times 10^6 \text{ Pa (N/cm}^2\text{)}$$

$$V = 0,27$$

Maka :

$$\begin{aligned}
[C] &= \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \\
&= \frac{19 \times 10^6}{1-0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-0,27}{2} \end{bmatrix} \\
&= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
[B] &= \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} B_4 & 0 & B_5 & 0 & B_6 & 0 \\ 0 & C_4 & 0 & C_5 & 0 & C_6 \\ C_4 & B_4 & C_5 & B_5 & C_6 & B_6 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-236,87} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47,37 & 0 & 47,37 \\ 0 & 5 & -47,37 & 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$\begin{aligned}
[K] &= [B]^T \cdot [C] [B] \\
[K] &= \frac{1}{-236,87} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -47,37 \\ 0 & -47,37 & 0 \\ -5 & 0 & 47,37 \\ 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-236,87} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47,37 & 0 & 47,37 \\ 0 & 5 & -47,37 & 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-236,87} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{-236,87} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -47,37 \\ 0 & -47,37 & 0 \\ -5 & 0 & 47,37 \\ 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47,37 & 0 & 47,37 \\ 0 & 5 & -47,37 & 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -47,37 \\ 0 & -47,37 & 0 \\ -5 & 0 & 47,37 \\ 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -47,37 & 0 & 47,37 \\ 0 & 5 & -47,37 & 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -47,37 \\ 0 & -47,37 & 0 \\ -5 & 0 & 47,37 \\ 0 & 47,37 & -5 \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & -12,79 & -5 & 12,79 \\ 1,35 & 0 & 0 & -47,37 & -1,35 & 47,37 \\ 0 & 1,82 & -17,29 & 0 & 0 & -1,82 \end{bmatrix} \\
[K] &= \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & -63,96 & -25 & 63,96 \\ 0 & 9,12 & -86,46 & 0 & 0 & -9,12 \\ 0 & -86,46 & 819,2 & 0 & 0 & 86,46 \\ -63,96 & 0 & 0 & 2244,39 & 63,96 & -2244,39 \\ -25 & 86,46 & -819,2 & 63,96 & 25 & -150,42 \\ 63,96 & -9,12 & 86,46 & -2244,39 & -63,96 & 2253,52 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga matriks kekakuan dari elemen 4 adalah

$$[K_4] = \frac{20,5 \times 10^6}{56107,4} [A_4]$$

A_4 adalah matriks :

	7	8	11	12	9	10	
	25	0	0	-63,96	-25	63,96	7
	0	9,12	-86,46	0	0	-9,12	8
	0	-86,46	819,2	0	0	86,46	11
	-63,96	0	0	2244,39	63,96	-2244,39	12
	-25	86,46	-819,2	63,96	25	-150,42	9
	63,96	-9,12	86,46	-2244,39	-63,96	2253,52	10

$$N_7 = \frac{1}{det} (A_7 + X_7 B_7 + Y_7 C_7) = 1$$

Maka matriks kekakuannya adalah :

Diketahui : Bahan St37

$$E = 1,9 \times 10^{11} \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 19 \times 10^6 \text{ Pa (N/cm}^2\text{)}$$

$$V = 0,27$$

Maka :

$$\begin{aligned} [C] &= \frac{E}{1-v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{1-0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-0,27}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ &= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ [B] &= \frac{1}{det} \begin{bmatrix} B_5 & 0 & B_6 & 0 & B_7 & 0 \\ 0 & C_5 & 0 & C_6 & 0 & C_7 \\ C_5 & B_5 & C_6 & B_6 & C_7 & B_7 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{184,37} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 36,87 & 0 & -36,87 & 0 & 0 \\ 36,87 & -5 & -36,87 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$[K] = [B]^T \cdot [C] [B]$$

$$[K] = \frac{1}{184,37} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 36,87 \\ 0 & 36,87 & -5 \\ 0 & 0 & -36,87 \\ 0 & -36,87 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{184,37} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 36,87 & 0 & -36,87 & 0 & 0 \\ 36,87 & -5 & -36,87 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{184,37} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{184,37} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 36,87 \\ 0 & 36,87 & -5 \\ 0 & 0 & -36,87 \\ 0 & -36,87 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 36,87 & 0 & -36,87 & 0 & 0 \\ 36,87 & -5 & -36,87 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 36,87 \\ 0 & 36,87 & -5 \\ 0 & 0 & -36,87 \\ 0 & -36,87 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 36,87 & 0 & -36,87 & 0 & 0 \\ 36,87 & -5 & -36,87 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 36,87 \\ 0 & 36,87 & -5 \\ 0 & 0 & -36,87 \\ 0 & -36,87 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} -5 & 9,96 & 0 & -9,96 & 5 & 0 \\ -1,35 & 36,87 & 0 & -36,87 & 1,35 & 0 \\ 0 & -1,82 & -13,46 & 0 & 0 & 1,82 \end{bmatrix} \\
[K] &= \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} \begin{bmatrix} 25 & -117,08 & -496,31 & 49,78 & -25 & 67,3 \\ -49,78 & 1368,89 & 67,3 & -1359,77 & 49,78 & -9,12 \\ 0 & 67,3 & 496,31 & 0 & 0 & -67,3 \\ 49,78 & -1359,77 & 0 & 1359,77 & -49,78 & 0 \\ -25 & 49,78 & 0 & 49,78 & 25 & 0 \\ 0 & -9,12 & -67,3 & 0 & 0 & 9,12 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga matriks kekakuan dari elemen 5 adalah

$$[K_5] = \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} [A_5]$$

A_5 adalah matriks :

9	10	11	12	13	14	9
25	-117,08	-496,31	49,78	-25	67,3	

Dan nodenya adalah :

$$N_6 = \frac{1}{det} (A_6 + X_6 B_6 + Y_6 C_6) = 1$$

$$N_7 = \frac{1}{det} (A_7 + X_7 B_7 + Y_7 C_7) = 1$$

$$N_8 = \frac{1}{det} (A_8 + X_8 B_8 + Y_8 C_8) = 1$$

Maka matriks kekakuannya adalah :

Diketahui : Bahan St37

$$E = 1,9 \times 10^{11} \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 19 \times 10^6 \text{ Pa (N/cm}^2\text{)}$$

$$V = 0,27$$

Maka :

$$\begin{aligned} [C] &= \frac{E}{1-v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{1-0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-0,27}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ &= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ [B] &= \frac{1}{det} \begin{bmatrix} B_6 & 0 & B_7 & 0 & B_8 & 0 \\ 0 & C_6 & 0 & C_7 & 0 & C_8 \\ C_6 & B_6 & C_7 & B_7 & C_8 & B_8 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{-184,37} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -36,87 & 0 & 36,87 \\ 0 & 5 & -36,87 & 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$[K] = [B]^T \cdot [C] [B]$$

$$\begin{aligned}
[K] &= \frac{1}{-184,37} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -36,87 \\ 0 & -36,87 & 0 \\ -5 & 0 & 36,87 \\ 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-184,37} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -36,87 & 0 & 36,87 \\ 0 & 5 & -36,87 & 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-184,37} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{-184,37} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -36,87 \\ 0 & -36,87 & 0 \\ -5 & 0 & 36,87 \\ 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -36,87 & 0 & 36,87 \\ 0 & 5 & -36,87 & 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -36,87 \\ 0 & -36,87 & 0 \\ -5 & 0 & 36,87 \\ 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -36,87 & 0 & 36,87 \\ 0 & 5 & -36,87 & 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -36,87 \\ 0 & -36,87 & 0 \\ -5 & 0 & 36,87 \\ 0 & 36,87 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & -9,96 & -5 & 9,96 \\ 1,35 & 0 & 0 & -36,87 & -1,35 & 36,87 \\ 0 & 1,82 & -13,46 & 0 & 0 & -1,82 \end{bmatrix} \\
[K] &= \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & -49,78 & -25 & 49,78 \\ 0 & 9,12 & -67,3 & 0 & 0 & -9,12 \\ 0 & -67,3 & 496,31 & 0 & 0 & 67,3 \\ -49,78 & 0 & 0 & 1359,77 & 49,78 & -1359,77 \\ -25 & 67,3 & 496,31 & 49,78 & 25 & -117,08 \\ 49,78 & -9,12 & 67,3 & -1359,77 & -49,78 & 1368,89 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

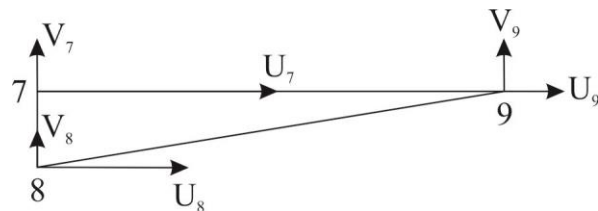
Sehingga matriks kekakuan dari elemen 6 adalah

$$[K_6] = \frac{20,5 \times 10^6}{33992,3} [A_6]$$

A_6 adalah matriks :

11	12	15	16	13	14	
25	0	0	-49,78	-25	49,78	11
0	9,12	-67,3	0	0	-9,12	12
0	-67,3	496,32	0	0	67,3	15
-49,78	0	0	1359,77	49,78	-1359,77	16
-25	67,3	-496,32	49,78	25	-117,08	13
49,78	-9,12	67,3	-1359,77	-49,78	1368,89	14

Elemen 7 :



Sehingga : Node 7 = (138.375 , 5)

Node 8 = (138.375 , 0)

Node 9 = (200 , 5)

Maka koordinat untuk elemen 7 adalah :

- $X_7 = 138,375$ - $Y_7 = 5$
- $X_8 = 138,375$ - $Y_8 = 0$
- $X_9 = 200$ - $Y_9 = 5$

Sehingga perhitungannya adalah

- $A_7 = X_8 Y_9 - X_9 Y_8 = 491,87$
- $A_8 = X_9 Y_7 - X_7 Y_9 = 308,12$
- $A_9 = X_7 Y_8 - X_8 Y_7 = -691,87$
- $B_7 = Y_8 - Y_9 = -5$
- $B_8 = Y_9 - Y_7 = 0$

- $B_9 = Y_7 - Y_8 = 5$
- $C_7 = X_9 - X_8 = 61,62$
- $C_8 = X_7 - X_9 = -61,62$
- $C_9 = X_8 - X_7 = 0$

Sehingga determinannya adalah

$$\det = X_8 Y_9 - X_9 Y_8 + X_7 (Y_8 - Y_9) + Y_7 (X_9 - X_8) = 308,12$$

Dan nodenya adalah :

$$N_7 = \frac{1}{\det} (A_7 + X_7 B_7 + Y_7 C_7) = 1$$

$$N_8 = \frac{1}{\det} (A_8 + X_8 B_8 + Y_8 C_8) = 1$$

$$N_9 = \frac{1}{\det} (A_9 + X_9 B_9 + Y_9 C_9) = 1$$

Maka matriks kekakuannya adalah :

Diketahui : Bahan St37

$$E = 1,9 \times 10^{11} \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 19 \times 10^6 \text{ Pa (N/cm}^2\text{)}$$

$$V = 0,27$$

Maka :

$$\begin{aligned} [C] &= \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{1 - 0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - 0,27}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ &= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ [B] &= \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} B_7 & 0 & B_8 & 0 & B_9 & 0 \\ 0 & C_7 & 0 & C_8 & 0 & C_9 \\ C_7 & B_7 & C_8 & B_8 & C_9 & B_9 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{308,12} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 61,62 & 0 & -61,62 & 0 & 0 \\ 61,62 & -5 & -61,62 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan :

$$[K] = [B]^T \cdot [C] [B]$$

$$[K] = \frac{1}{308,12} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 61,62 \\ 0 & 61,62 & -5 \\ 0 & 0 & -61,62 \\ 0 & -61,62 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix}.$$

$$\frac{1}{308,12} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 61,62 & 0 & -61,62 & 0 & 0 \\ 61,62 & -5 & -61,62 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{308,12} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 61,62 \\ 0 & 61,62 & -5 \\ 0 & 0 & -61,62 \\ 0 & -61,62 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 61,62 & 0 & -61,62 & 0 & 0 \\ 61,62 & -5 & -61,62 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 61,62 \\ 0 & 61,62 & -5 \\ 0 & 0 & -61,62 \\ 0 & -61,62 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 61,62 & 0 & -61,62 & 0 & 0 \\ 61,62 & -5 & -61,62 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} \begin{bmatrix} -5 & 0 & 61,62 \\ 0 & 61,62 & -5 \\ 0 & 0 & -61,62 \\ 0 & -61,62 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 16,64 & 0 & -16,64 & 5 & 0 \\ -1,35 & 61,62 & 0 & -61,62 & 1,35 & 0 \\ 0 & -1,82 & -22,49 & 0 & 0 & 1,82 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} \begin{bmatrix} 25 & -195,66 & -1386,13 & 83,19 & -25 & 112,47 \\ -83,19 & 3806,77 & 112,47 & -3797,64 & 83,19 & -9,12 \\ 0 & 112,47 & 1386,14 & 0 & 0 & -112,47 \\ 83,19 & -3797,64 & 0 & 3797,64 & -83,19 & 0 \\ -25 & 83,19 & 0 & -83,19 & 25 & 0 \\ 0 & -9,12 & -112,47 & 0 & 0 & 9,12 \end{bmatrix}$$

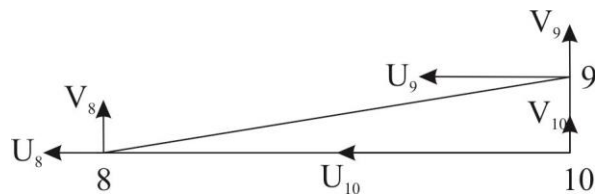
Sehingga matriks kekakuan dari elemen 7 adalah

$$[K_7] = \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} [A_7]$$

A_7 adalah matriks :

	13	14	15	16	17	18	
	25	-195,66	-1386,14	83,19	-25	112,47	13
	-83,19	3806,77	112,47	-3797,64	83,19	-9,12	14
	0	112,47	1386,14	0	0	-112,47	15
	83,19	-3797,64	0	3797,64	-83,19	0	16
	-25	83,19	0	-83,19	25	0	17
	0	-9,12	-112,47	0	0	9,12	18

Elemen 8 :



Sehingga : Node 8 = (138.375 , 0)

Node 9 = (200 , 5)

Node 10 = (200 , 0)

Maka koordinat untuk elemen 8 adalah :

- $X_8 = 138,375$ - $Y_8 = 0$
- $X_9 = 200$ - $Y_9 = 5$
- $X_{10} = 200$ - $Y_{10} = 0$

Sehingga perhitungannya adalah

- $A_8 = X_9 Y_{10} - X_{10} Y_9 = -195$
- $A_9 = X_{10} Y_8 - X_8 Y_{10} = 0$
- $A_{10} = X_8 Y_9 - X_9 Y_8 = 691,87$
- $B_8 = Y_9 - Y_{10} = 5$
- $B_9 = Y_{10} - Y_8 = 0$
- $B_{10} = Y_8 - Y_9 = -5$
- $C_8 = X_{10} - X_9 = 0$
- $C_9 = X_8 - X_{10} = -61,62$
- $C_{10} = X_9 - X_8 = 61,62$

Sehingga determinannya adalah

$$\det = X_9 Y_{10} - X_{10} Y_9 + X_8 (Y_9 - Y_{10}) + Y_8 (X_{10} - X_9) = -308,12$$

Dan nodenya adalah :

$$N_8 = \frac{1}{\det} (A_8 + X_8 B_8 + Y_8 C_8) = 1$$

$$N_9 = \frac{1}{\det} (A_9 + X_9 B_9 + Y_9 C_9) = 1$$

$$N_{10} = \frac{1}{\det} (A_{10} + X_{10} B_{10} + Y_{10} C_{10}) = 1$$

Maka matriks kekakuannya adalah :

Diketahui : Bahan St37

$$E = 1,9 \times 10^{11} \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 19 \times 10^6 \text{ Pa (N/cm}^2\text{)}$$

$$\nu = 0,27$$

Maka :

$$[C] = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{19 \times 10^6}{1 - 0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - 0,27}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
[B] &= \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} B_8 & 0 & B_9 & 0 & B_{10} & 0 \\ 0 & C_8 & 0 & C_9 & 0 & C_{10} \\ C_8 & B_8 & C_9 & B_9 & C_{10} & B_{10} \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-308,12} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -61,62 & 0 & 61,62 \\ 0 & 5 & -61,62 & 0 & 61,62 & -5 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$[K] = [B]^T \cdot [C] [B]$$

$$\begin{aligned}
[K] &= \frac{1}{-308,12} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -61,62 \\ 0 & -61,62 & 0 \\ -5 & 0 & 61,62 \\ 0 & 61,62 & 5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-308,12} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -61,62 & 0 & 61,62 \\ 0 & 5 & -61,62 & 0 & 61,62 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-308,12} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{-308,12} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -61,62 \\ 0 & -61,62 & 0 \\ -5 & 0 & 61,62 \\ 0 & 61,62 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -61,62 & 0 & 61,62 \\ 0 & 5 & -61,62 & 0 & 61,62 & -5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -61,62 \\ 0 & -61,62 & 0 \\ -5 & 0 & 61,62 \\ 0 & 61,62 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -61,62 & 0 & 61,62 \\ 0 & 5 & -61,62 & 0 & 61,62 & -5 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$= \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -61,62 \\ 0 & -61,62 & 0 \\ -5 & 0 & 61,62 \\ 0 & 61,62 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & -16,64 & -5 & 16,64 \\ 1,35 & 0 & 0 & -61,62 & -1,35 & 61,62 \\ 0 & 1,82 & -22,49 & 0 & 0 & -1,82 \end{bmatrix}$$

$$[K] = \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & -83,19 & -25 & 83,19 \\ 0 & 9,12 & -112,47 & 0 & 0 & -9,12 \\ 0 & -112,47 & 1386,14 & 0 & 0 & 112,47 \\ -83,19 & 0 & 0 & 3797,64 & 83,19 & -3797,64 \\ -25 & 112,47 & -1386,14 & 83,19 & 25 & -195,66 \\ 83,19 & -9,12 & 112,47 & -3797,64 & -83,19 & 3806,77 \end{bmatrix}$$

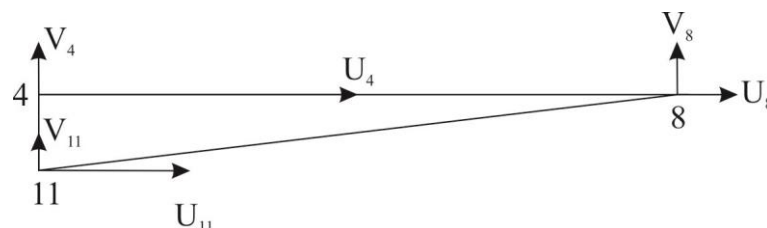
Sehingga matriks kekakuan dari elemen 8 adalah

$$[K_8] = \frac{20,5 \times 10^6}{94937,93} [A_8]$$

A_8 adalah matriks :

	15	16	19	20	17	18	
15	25	0	0	-83,19	-25	83,19	15
16	0	9,12	-112,47	0	0	-9,12	16
19	0	-112,47	1386,14	0	0	112,47	19
20	-83,19	0	0	3797,64	83,19	-3797,64	20
17	-25	112,47	-1386,14	83,19	25	-195,66	17
18	83,19	-9,12	112,47	-3797,64	-83,19	3806,77	18

Elemen 9 :



Sehingga : Node 4 = (54.125 , 0)

Node 8 = (138.375 , 0)

Node 11 = (54,125 , -5)

Maka :

$$\begin{aligned}
 [C] &= \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \\
 &= \frac{19 \times 10^6}{1-0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-0,27}{2} \end{bmatrix} \\
 &= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
 &= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
 [B] &= \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} B_4 & 0 & B_8 & 0 & B_{11} & 0 \\ 0 & C_4 & 0 & C_8 & 0 & C_{11} \\ C_4 & B_4 & C_8 & B_8 & C_{11} & B_{11} \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{-421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -84,25 & 0 & 0 & 0 & 84,25 \\ -84,25 & 5 & 0 & -5 & 84,25 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$\begin{aligned}
 [K] &= [B]^T \cdot [C] [B] \\
 [K] &= \frac{1}{-421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & -84,25 \\ 0 & -84,25 & 5 \\ -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 84,25 \\ 0 & 84,25 & 0 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{-421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -84,25 & 0 & 0 & 0 & 84,25 \\ -84,25 & 5 & 0 & -5 & 84,25 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \frac{1}{-421,25} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{-421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & -84,25 \\ 0 & -84,25 & 5 \\ -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 84,25 \\ 0 & 84,25 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -84,25 & 0 & 0 & 0 & 84,25 \\ -84,25 & 5 & 0 & -5 & 84,25 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{20,5 \times 10^6}{177451,56} \begin{bmatrix} 5 & 0 & -84,25 \\ 0 & -84,25 & 5 \\ -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 84,25 \\ 0 & 84,25 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
&\begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -84,25 & 0 & 0 & 0 & 84,25 \\ -84,25 & 5 & 0 & -5 & 84,25 & 0 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{177451,56} \begin{bmatrix} 5 & 0 & -84,25 \\ 0 & -84,25 & 5 \\ -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 84,25 \\ 0 & 84,25 & 0 \end{bmatrix} \cdot \\
&\begin{bmatrix} 5 & -22,75 & -5 & 0 & 0 & 22,75 \\ 1,35 & -84,25 & -1,35 & 0 & 0 & 84,25 \\ 0 & 1,82 & 0 & -1,82 & -1,82 & 0 \end{bmatrix} \\
[K] &= \frac{20,5 \times 10^6}{177451,56} \begin{bmatrix} 25 & -267,49 & -25 & 153,76 & 153,76 & 113,74 \\ -113,75 & 7107,19 & 113,74 & -9,12 & -9,12 & -7098,06 \\ -25 & 113,74 & 25 & 0 & 0 & -113,74 \\ 0 & -9,12 & 0 & 9,12 & 9,12 & 0 \\ 0 & 153,76 & 0 & -153,76 & -153,76 & 0 \\ 113,75 & -7098,06 & -113,74 & 0 & 0 & 7098,06 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga matriks kekakuan dari elemen 9 adalah

$$[K_9] = \frac{20,5 \times 10^6}{177451,56} [A_9]$$

A_9 adalah matriks :

	7	8	21	22	15	16	
	25	-267,49	-25	153,76	153,76	113,74	7
	-113,74	7107,19	113,74	-9,12	-9,12	-7098,06	8
	-25	113,74	25	0	0	-113,74	21
	0	-9,12	0	9,12	9,12	0	22
	0	153,76	0	-153,76	-153,76	0	15
	113,74	-7098,06	-113,74	0	0	7098,06	16

$$N_{12} = \frac{1}{det} (A_{12} + X_{12} B_{12} + Y_{12} C_{12}) = 1$$

Maka matriks kekakuannya adalah :

Diketahui : Bahan St37

$$E = 1,9 \times 10^{11} \text{ Pa (N/m}^2\text{)} = 19 \times 10^6 \text{ Pa (N/cm}^2\text{)}$$

$$V = 0,27$$

Maka :

$$\begin{aligned} [C] &= \frac{E}{1-v^2} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{1-0,27^2} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-0,27}{2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{19 \times 10^6}{0,9271} \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ &= 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\ [B] &= \frac{1}{det} \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & B_8 & 0 & B_{12} & 0 \\ 0 & C_{11} & 0 & C_8 & 0 & C_{12} \\ C_{11} & B_{11} & C_8 & B_8 & C_{12} & B_{12} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{-421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -84,25 & 0 & 84,25 \\ 0 & 5 & -84,25 & 0 & 84,25 & 5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan :

$$[K] = [B]^T \cdot [C] [B]$$

$$[K] = \frac{1}{-421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -84,52 \\ 0 & -84,25 & 0 \\ -5 & 0 & -84,25 \\ 0 & 84,25 & -5 \end{bmatrix} \cdot 20,5 \times 10^6 \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{-421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -84,25 & 0 & 84,25 \\ 0 & 5 & -84,25 & 0 & 84,25 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{-421,25} \cdot 20,5 \times 10^6 \cdot \frac{1}{-421,25} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -84,52 \\ 0 & -84,25 & 0 \\ -5 & 0 & -84,25 \\ 0 & 84,25 & -5 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -84,25 & 0 & 84,25 \\ 0 & 5 & -84,25 & 0 & 84,25 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{177451,56} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & -84,25 & 0 \\ -5 & 0 & -84,25 \\ 0 & 84,25 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,27 & 0 \\ 0,27 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,365 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -84,25 & 0 & 84,25 \\ 0 & 5 & -84,25 & 0 & 84,25 & 5 \end{bmatrix} \\
&= \frac{20,5 \times 10^6}{177451,56} \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & -84,25 & 0 \\ -5 & 0 & -84,25 \\ 0 & 84,25 & -5 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & -22,75 & -5 & 22,75 \\ 1,35 & 0 & 0 & -84,25 & -1,35 & 84,25 \\ 0 & 1,825 & -30,75 & 0 & 0 & -1,82 \end{bmatrix} \\
[K] = \frac{20,5 \times 10^6}{177451,56} \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & -113,74 & -25 & 113,74 \\ 0 & 9,12 & -153,76 & 0 & 0 & -9,12 \\ 0 & -153,76 & 2590,79 & 0 & 0 & 153,76 \\ -113,74 & 0 & 0 & 7098,06 & 113,74 & -7098,06 \\ -25 & 153,76 & -2590,79 & 113,74 & 25 & -267,49 \\ 113,74 & -9,12 & 153,76 & -7098,06 & -113,74 & 7107,19 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga matriks kekakuan dari elemen 1 adalah

$$[K_{10}] = \frac{20,5 \times 10^6}{177451,56} [A_{10}]$$

A_{10} adalah matriks :

21	22	23	24	15	16	
25	0	0	-113,74	-25	113,74	21

0	9,12	-153,76	0	0	-9,12	22
0	-153,76	2590,79	0	0	153,76	23
-113,74	0	0	7098,06	113,74	-7098,06	24
-25	153,76	-2590,79	113,74	25	-267,49	15
113,74	-9,12	153,76	-7098,06	-113,74	7107,19	16

LAMPIRAN B. GAMBAR PENELITIAN



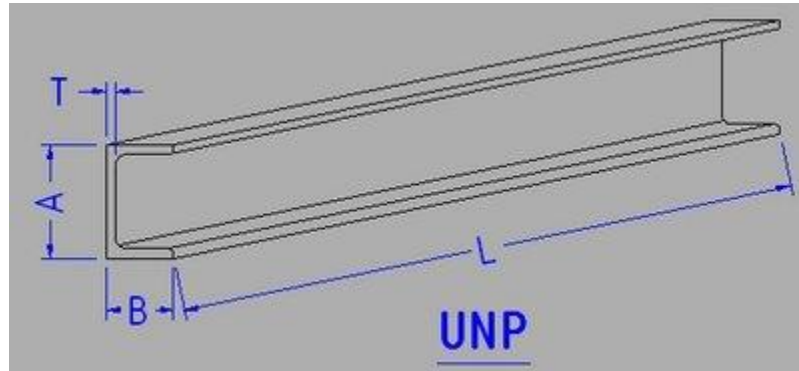
Gambar tampak depan mobil listrik Sinosi



Gambar tampak samping mobil listrik Sinosi



Gambar tampak belakang mobil listrik Sinosi



Gambar profil dari batang struktur *frame*

Keterangan : Besi UNP 65

$A = 5 \text{ cm}$, $B = 3 \text{ cm}$, $T = 3 \text{ mm}$, $L = 6 \text{ m}$