



**BILANGAN DOMINASI LOKASI PADA GRAF HASIL OPERASI  
KORONA SISI GRAF LINTASAN DAN GRAF LINGKARAN  
SERTA KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN  
BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

**SKRIPSI**

Oleh

**Nur Lailiyah**

**NIM 140210101095**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2018**



**BILANGAN DOMINASI LOKASI PADA GRAF HASIL OPERASI  
KORONA SISI GRAF LINTASAN DAN GRAF LINGKARAN  
SERTA KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN  
BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

**Nur Lailiyah**

**NIM 140210101095**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

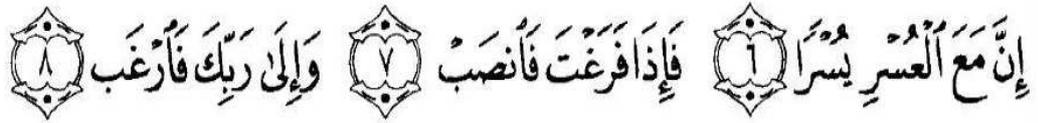
**2018**

## PERSEMBAHAN

Puji syukur kehadiran Allah yang Maha Pengasih dan Maha Penyayang atas segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan Nabi besar, Nabi Muhammad SAW. Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibu Nur Ainiyah dan Bapak Sailin yang senantiasa mencurahkan rasa cinta, kasih sayang, dukungan, nasihat dan do'a yang tiada henti;
2. Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. dan Bapak Dr. Hobri, S.Pd., M.Pd. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
3. Ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. dan Bapak Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. selaku penguji skripsi yang telah memberikan masukan demi perbaikan skripsi yang lebih baik;
4. Bapak Ridho Alfarisi, S.Pd., M.Si., Ibu Robiatul Adawiyah, S.Pd., M.Si., dan Ibu Ermita Rizki A, S.Pd., M.Si. yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini;
5. Para guru dan dosen yang telah memberikan ilmu dan membimbing dalam banyak hal;
6. Keluarga besar Pondok Pesantren Mahasiswi Al-Husna yang sudah menjadi keluarga kedua selama berada di Jember;
7. Keluarga besar MATRIC'14 dan *Mathematics Students Club* (MSC) yang telah memberikan cerita dan pengalaman yang berharga;
8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

HALAMAN MOTTO



"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Maka apabila kamu telah selesai (dari suatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain. Dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap."

(Terjemahan QS. Al-Insyirah: 6-8)

"Jika nasib adalah titik, dan usaha adalah sisi, maka hidup adalah sebuah graf. Tantangan kita adalah bagaimana merangkai titik dan sisi tersebut agar tercipta sebuah graf yang keindahannya dapat dinikmati bersama."

(Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.)

\*) Kementerian Agama Republik Indonesia. 2014. Al Qur'anulkarim Al Ihsan. Bandung : Al Hambra.

\*\*\*) <http://respository.unej.ac.id>

**HALAMAN PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nur Lailiyah

NIM : 140210101095

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Bilangan Dominasi Lokasi pada Graf Hasil Operasi Korona Sisi Graf Lintasan dan Graf Lingkaran serta Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 30 Mei 2018

Yang menyatakan,

Nur Lailiyah  
NIM. 140210101095

SKRIPSI

BILANGAN DOMINASI LOKASI PADA GRAF HASIL OPERASI  
KORONA SISI GRAF LINTASAN DAN GRAF LINGKARAN  
SERTA KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN  
BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Oleh

Nur Lailiyah

NIM 140210101095

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Dr. Hobri, S.Pd., M.Pd.

**PERSETUJUAN PEMBIMBING**

Skripsi berjudul "Bilangan Dominasi Lokasi pada Graf Hasil Operasi Korona Sisi Graf Lintasan dan Graf Lingkaran serta Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi" telah disetujui pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.  
NIP. 19680802 199303 1 004

Dr. Hobri, S.Pd., M.Pd.  
NIP. 19730506 199702 1 001

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "**Bilangan Dominasi Lokasi pada Graf Hasil Operasi Korona Sisi Graf Lintasan dan Graf Lingkaran serta Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi**" karya Nur Lailiyah telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.  
NIP. 19680802 199303 1 004

Dr. Hobri, S.Pd., M.Pd.  
NIP. 19730506 199702 1 001

Anggota 1,

Anggota 2,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.  
NIP. 19700307 199512 2 001

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.  
NIP. 19820529 200912 1 003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

## RINGKASAN

**Bilangan Dominasi Lokasi pada Graf Hasil Operasi Korona Sisi Graf Lintasan dan Graf Lingkaran serta Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi**; Nur Lailiyah, 140210101095; 2018; 176 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika diskrit yang digunakan sebagai alat bantu untuk mendeskripsikan persoalan agar lebih mudah dipahami dan diselesaikan. Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler, seorang matematikawan berkebangsaan Swiss pada tahun 1736 melalui tulisannya yang berisi upaya pemecahan masalah Jembatan Konigsberg yang sangat sulit dipecahkan pada masa itu.

Salah satu teori yang dikembangkan dalam teori graf adalah himpunan dominasi lokasi. Himpunan dominasi lokasi merupakan suatu konsep penentuan titik seminimal mungkin dalam suatu graf yang dapat mendominasi titik-titik terhubung disekitarnya dengan syarat himpunan titik tetangga dari setiap titik selain himpunan dominasi lokasi memiliki irisan berbeda dengan himpunan dominasi lokasinya. Kardinalitas minimum dari himpunan dominasi lokasi disebut bilangan dominasi lokasi yang dinotasikan dengan  $\gamma_L(G)$ . Graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan graf lingkaran.

Graf hasil operasi korona sisi merupakan operasi dari dua buah graf dengan menduplikat graf  $H$  sebanyak sisi graf  $G$  dan menghubungkan kedua titik ujung sisi ke- $i$  graf  $G$  ke setiap titik di graf duplikat  $H_i$ . Operasi korona sisi dinotasikan dengan  $G \diamond H$ . Graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf lintasan  $P_n$  dan graf lingkaran  $C_n$ .

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif aksiomatik yaitu metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan definisi atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu

masalah. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan graf lingkaran serta kaitannya dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Pada penelitian ini dihasilkan 3 teorema baru, antara lain:

**Teorema 1.** Bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dengan graf lintasan adalah

$$\gamma_L(P_n \diamond P_m) = \begin{cases} 3 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } 2 \leq m \leq 5 \\ 4 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m = 6 \\ \lceil \frac{2m}{5} \rceil & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m \geq 7, m \bmod 5 \equiv \text{ganjil} \\ \lceil \frac{2m}{5} \rceil + 1 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m \geq 7, m \bmod 5 \equiv \text{genap} \\ n + 1 & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m = 2 \\ 2(n - 1) & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m = 3 \text{ atau } m = 4 \\ 2n & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m = 5 \\ \lceil \frac{2m}{5} \rceil (n - 1) & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m \geq 6 \end{cases}$$

**Teorema 2.** Bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dengan graf lingkaran adalah

$$\gamma_L(P_n \diamond C_m) = \begin{cases} 4 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m = 3 \text{ atau } m = 5 \\ 3 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m = 4 \\ \lceil \frac{2m}{5} \rceil + 1 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m \geq 6 \\ 2n & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m = 3 \text{ atau } m = 5 \\ 2(n - 1) & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m = 4 \\ \lceil \frac{2m}{5} \rceil (n - 1) & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m \geq 6 \end{cases}$$

**Teorema 3.** Bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lingkaran dengan graf lintasan  $C_n \diamond P_m$  atau graf lingkaran dengan graf lingkaran  $C_n \diamond C_m$  adalah  $\gamma_L(C_n \diamond P_m) = \gamma_L(C_n \diamond C_m) = \lceil \frac{2m}{5} \rceil n$ .

Kaitan antara keterampilan berpikir tingkat tinggi dengan bilangan dominasi lokasi yakni dalam penemuan teorema dimulai dari tahap menganalisis dengan mengenali pola himpunan dominasi lokasi dan memisahkan menjadi

beberapa kasus, selanjutnya tahap mengevaluasi dengan memprediksi batas atas dan batas bawah serta mengecek kebenaran rumus, dan yang terakhir mencipta dengan menggeneralisasikan rumus yang telah diperoleh menjadi teorema baru.



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Bilangan Dominasi Lokasi pada Graf Hasil Operasi Korona Sisi Graf Lintasan dan Graf Lingkaran serta Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen Penguji yang telah memberikan perbaikan dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen Pendidikan Matematika Jember;

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 30 Mei 2018

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	iii
HALAMAN MOTTO .....	iv
HALAMAN PERNYATAAN .....	v
HALAMAN PEMBIMBINGAN .....	vi
PERSETUJUAN PEMBIMBING .....	vii
PENGESAHAN .....	viii
RINGKASAN .....	ix
KATA PENGANTAR .....	xii
DAFTAR ISI .....	xiii
DAFTAR GAMBAR .....	xv
DAFTAR TABEL .....	xviii
DAFTAR LAMPIRAN .....	xix
DAFTAR LAMBANG .....	xx
<b>BAB 1. PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Batasan Masalah .....	4
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian .....	4
1.6 Kebaharuan Penelitian .....	5
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>6</b>
2.1 Terminologi Dasar Graf .....	6
2.2 Graf Khusus .....	8
2.3 Operasi Graf .....	9
2.4 Bilangan Dominasi Lokasi .....	11
2.5 Hasil Penelitian Bilangan Dominasi Lokasi .....	13
2.6 Fungsi Atap dan Fungsi Lantai .....	13

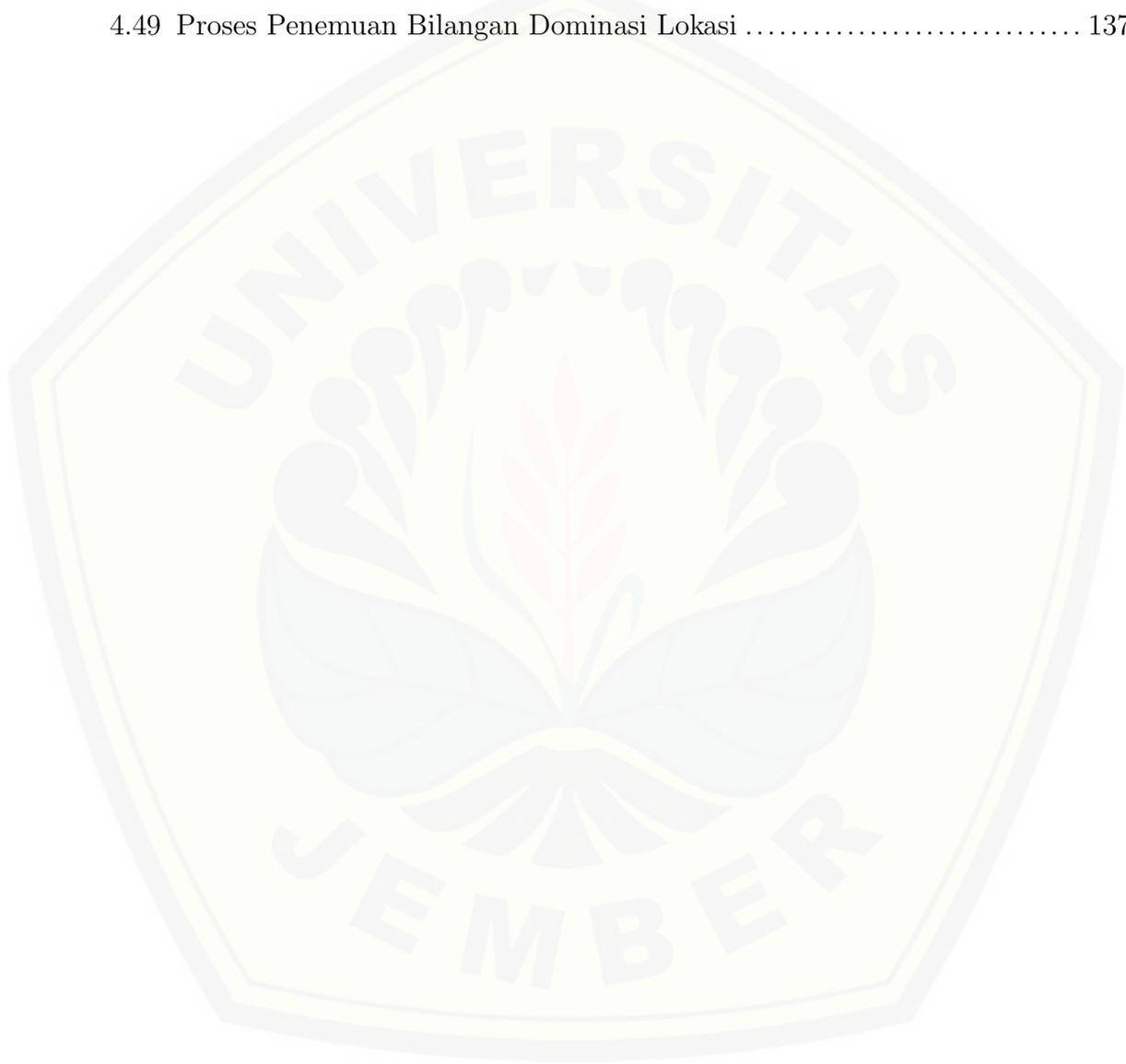
2.7	Istilah Matematika .....	14
2.8	Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi .....	15
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN .....</b>		<b>19</b>
3.1	Jenis Penelitian .....	19
3.2	Metode Penelitian .....	19
3.3	Definisi Operasional.....	19
3.4	Prosedur Penelitian .....	22
3.5	Instrumen Penelitian .....	24
3.6	Metode Analisis Validasi Instrumen .....	24
3.7	Observasi Awal.....	26
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>		<b>27</b>
4.1	Bilangan Dominasi Lokasi pada Graf Hasil Operasi Korona Sisi Graf Lintasan $P_n$ dan Graf Lingkaran $C_n$ .....	27
4.2	Kaitan Bilangan Dominasi Lokasi pada Graf Hasil Operasi Korona Sisi dari Graf Lintasan $P_n$ dan Graf Lingkaran $C_n$ terhadap Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi .....	126
4.3	Pembahasan .....	133
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>		<b>138</b>
5.1	Kesimpulan .....	138
5.2	Saran .....	139
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>		<b>140</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>		<b>143</b>
A.	Matrik Penelitian .....	143
B.	Lembar Penilaian .....	144
C.	Pedoman Penilaian .....	146
D.	Hasil Penilaian .....	149
E.	Analisis Hasil Penilaian .....	155

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 (a) Jembatan <i>Konigsberg</i> , (b) Representasi Jembatan <i>Konigsberg</i> .....	6
2.2 Contoh Graf Secara Umum .....	7
2.3 Keisomorfisan Graf .....	8
2.4 Contoh Graf Lintasan $P_n$ .....	9
2.5 Contoh Graf Lingkaran $C_n$ .....	9
2.6 Contoh Operasi Korona .....	10
2.7 Contoh Operasi Korona Sisi .....	11
2.8 Himpunan Dominasi .....	11
2.9 Himpunan Dominasi Lokasi .....	12
2.10 Taksonomi Bloom yang Telah Direvisi .....	16
3.1 Graf Hasil Operasi Korona Sisi ( $P_n \diamond P_m$ ) .....	20
3.2 Graf Hasil Operasi Korona Sisi ( $C_n \diamond P_m$ ) .....	21
3.3 Graf Hasil Operasi Korona Sisi ( $P_n \diamond C_m$ ) .....	21
3.4 Graf Hasil Operasi Korona Sisi ( $C_n \diamond C_m$ ) .....	22
3.5 Bagan Alir Penelitian .....	23
3.6 Observasi awal pada graf ( $P_4 \diamond P_5$ ) .....	26
4.1 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_2 \diamond P_2$ ) .....	29
4.2 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_2 \diamond P_3$ ) .....	30
4.3 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_2 \diamond P_4$ ) .....	32
4.4 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_2 \diamond P_5$ ) .....	33
4.5 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_2 \diamond P_6$ ) .....	34
4.6 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_2 \diamond P_7$ ) .....	36
4.7 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_2 \diamond P_8$ ) .....	38
4.8 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_2 \diamond P_9$ ) .....	40
4.9 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_2 \diamond P_{10}$ ) .....	42
4.10 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_2 \diamond P_{11}$ ) .....	44
4.11 Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf ( $P_4 \diamond P_2$ ) .....	45

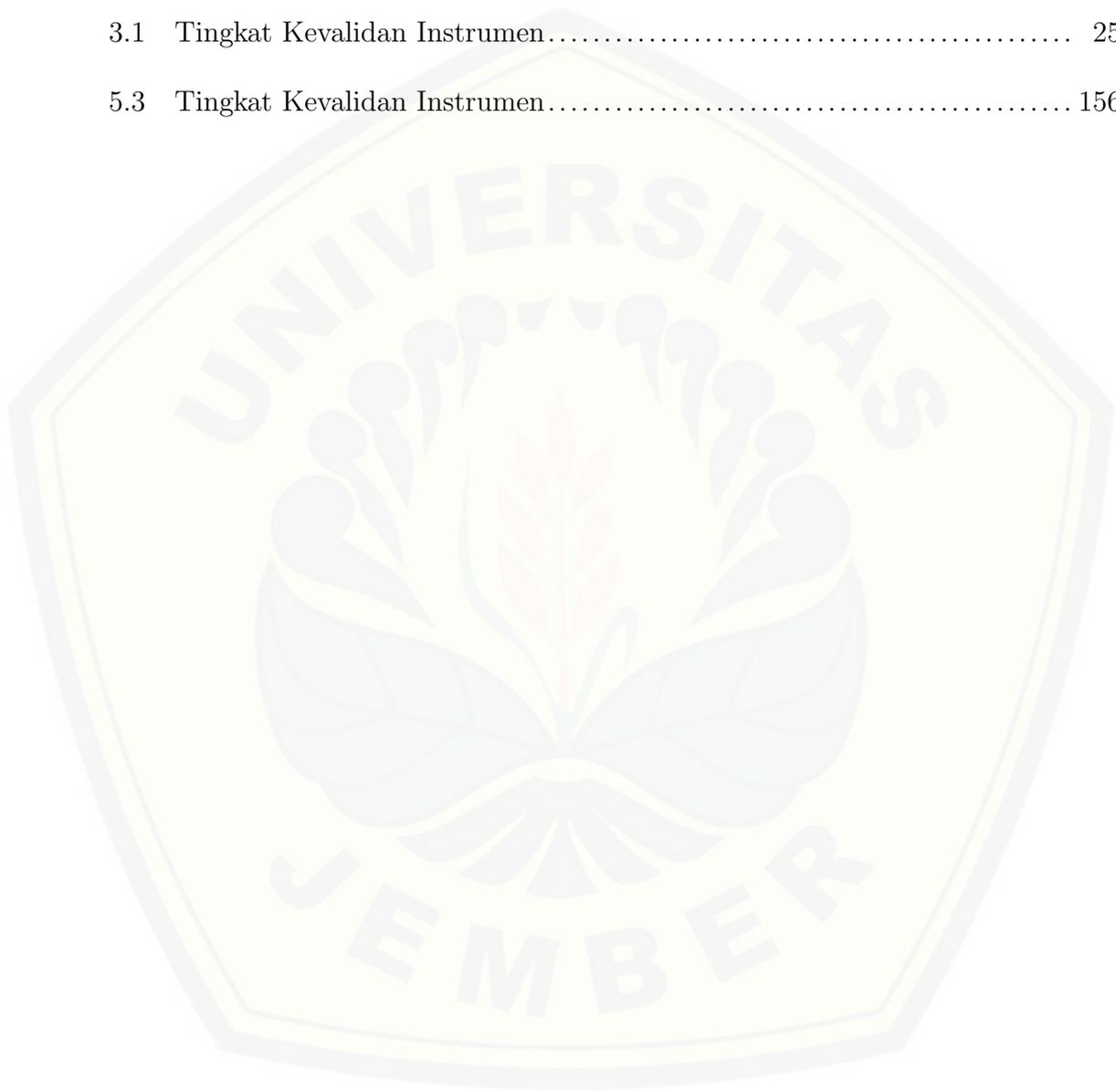
4.12	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond P_3)$ .....	47
4.13	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond P_4)$ .....	49
4.14	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond P_5)$ .....	52
4.15	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond P_6)$ .....	54
4.16	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond P_7)$ .....	56
4.17	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond P_8)$ .....	59
4.18	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond P_9)$ .....	61
4.19	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond P_{10})$ .....	64
4.20	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond C_3)$ .....	67
4.21	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_2 \diamond C_4)$ .....	69
4.22	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_2 \diamond C_5)$ .....	70
4.23	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_2 \diamond C_6)$ .....	72
4.24	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_2 \diamond C_7)$ .....	74
4.25	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_2 \diamond C_8)$ .....	76
4.26	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_2 \diamond C_9)$ .....	77
4.27	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_2 \diamond C_{10})$ .....	79
4.28	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond C_3)$ .....	81
4.29	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond C_4)$ .....	83
4.30	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond C_5)$ .....	86
4.31	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond C_6)$ .....	88
4.32	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond C_7)$ .....	91
4.33	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond C_8)$ .....	94
4.34	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond C_9)$ .....	96
4.35	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(P_4 \diamond C_{10})$ .....	99
4.36	Dominasi Lokasi pada Graf $C_4 \diamond P_2$ .....	103
4.37	Dominasi Lokasi pada Graf $C_4 \diamond P_3$ .....	106
4.38	Dominasi Lokasi pada Graf $C_4 \diamond P_4$ .....	108
4.39	Dominasi Lokasi pada Graf $C_4 \diamond P_5$ .....	110
4.40	Dominasi Lokasi pada Graf $C_4 \diamond P_6$ .....	113
4.41	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(C_3 \diamond C_3)$ .....	116
4.42	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(C_3 \diamond C_4)$ .....	118

4.43	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(C_3 \diamond C_5)$ .....	121
4.44	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(C_3 \diamond C_6)$ .....	123
4.45	Ilustrasi Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(C_3 \diamond C_7)$ .....	126
4.46	Graf $(C_n \diamond P_m)$ .....	128
4.47	Pola Geometrik Himpunan Dominasi Lokasi pada $P_m$ .....	129
4.48	Himpunan Dominasi Lokasi pada Graf $(C_3 \diamond P_5)$ .....	132
4.49	Proses Penemuan Bilangan Dominasi Lokasi .....	137



DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Hasil Penelitian Bilangan Dominasi Lokasi .....	13
3.1 Tingkat Kevalidan Instrumen.....	25
5.3 Tingkat Kevalidan Instrumen.....	156



DAFTAR LAMPIRAN



DAFTAR LAMBANG

$G$	=	Graf $G$
$H$	=	Graf $H$
$D$	=	Himpunan Dominasi
$V(G)$	=	Himpunan Titik pada Graf $G$
$E(G)$	=	Himpunan Sisi pada Graf $G$
$p =  V(G) $	=	Banyaknya Titik pada Graf $G$
$q =  E(G) $	=	Banyaknya Sisi pada Graf $G$
$\Delta(G)$	=	Derajat Terbesar pada Graf $G$
$\delta(G)$	=	Derajat Terkecil pada Graf $G$
$P_n$	=	Graf Lintasan dengan $n$ Titik
$C_n$	=	Graf Lingkaran dengan $n$ Titik
$\gamma(G)$	=	Bilangan Dominasi pada Graf $G$
$\gamma_L(G)$	=	Bilangan Dominasi Lokasi pada Graf $G$
$G \odot H$	=	Operasi Korona dari Graf $G$ dan $H$
$G \diamond H$	=	Operasi Korona Sisi dari Graf $G$ dan $H$
$N(u)$	=	Himpunan Titik Tetangga ( <i>Neighbour</i> ) dari Setiap Titik di $G$

## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pendidikan merupakan hal yang sangat penting bagi kelangsungan hidup manusia, terutama dalam menyiapkan sumber daya manusia yang berkualitas sehingga diharapkan mampu memberikan perubahan untuk perkembangan bangsa dan negara. Berdasarkan Undang-Undang No 20 Tahun 2003 Bab II Pasal 4 menyatakan bahwa pendidikan nasional berfungsi mengembangkan kemampuan, membentuk watak dan peradaban bangsa yang bermartabat untuk mencerdaskan kehidupan bangsa, serta bertujuan untuk mengembangkan potensi manusia. Adapun Ilmu Pengetahuan dan Teknologi (IPTEK) sebagai landasan pendidikan akan terus berkembang seiring perkembangan zaman mengakibatkan munculnya berbagai permasalahan di kehidupan sehari-hari. Dibutuhkan pemikiran yang kritis dan ide-ide inovatif dalam memecahkan permasalahan tersebut. Salah satu ilmu yang memerlukan keterampilan berpikir adalah matematika.

Matematika merupakan *queen of science* yang merupakan sumber ilmu dari berbagai disiplin ilmu yang lain, banyak bidang ilmu yang tidak terlepas dari peran ilmu matematika seperti fisika, biologi, ekonomi, bahkan bidang ilmu sosial. Matematika memiliki peranan penting untuk perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi karena dapat menumbuhkan pemikiran yang kritis, logis dan sistematis sehingga diharapkan mampu membekali para penerus bangsa untuk kemajuan suatu negara di masa yang akan datang dalam menghadapi berbagai permasalahan. Salah satu cabang dalam ilmu matematika yaitu Matematika Diskrit yang didalamnya memuat tentang Teori Graf.

Teori Graf pertama kali diperkenalkan pada tahun 1736 oleh Leonhard Euler seorang matematikawan Swiss. Ia berhasil memecahkan masalah jembatan Konisberg di Eropa dengan menggunakan graf. Di Konisberg terdapat tujuh jembatan di atas sungai Pregal. Permasalahannya yaitu orang-orang ingin membuat rute agar dapat menyebrangi 7 jembatan tersebut satu kali saja dan kembali ke tempat asal. Tidak seorangpun berhasil melakukannya,

namun Leonhard Euler mampu memecahkan ketidakmungkinan itu dengan merepresentasikannya melalui graf. Ide tersebut membuat ilmuwan lain mengembangkan ilmu teori graf dalam berbagai bidang ilmu diantaranya ilmu kimia, ilmu komputer, transportasi, jaringan komunikasi, dan lain sebagainya.

Salah satu topik yang terdapat dalam Teori Graf adalah himpunan dominasi. Teori himpunan dominasi telah dipelajari dari tahun 1960, akan tetapi tingkat pengkajiannya berkembang dan meningkat secara pesat pada tahun 1970-an. Himpunan dominasi merupakan konsep penentuan titik dalam suatu graf yang dapat menjangkau atau mendominasi titik-titik yang terhubung dengan ketentuan seminimal mungkin. Kardinalitas minimum dari himpunan dominasi disebut bilangan dominasi yang dinotasikan dengan  $\gamma(G)$ . Teori himpunan dominasi ini dapat diterapkan dalam kehidupan sehari-hari untuk memudahkan berbagai permasalahan seperti penempatan CCTV, alat pemadam kebakaran, alat detektor, dan sebagainya. Terdapat perluasan dari himpunan dominasi yaitu himpunan dominasi lokasi. Menurut Foucaud (2016) penerapan teori himpunan dominasi lokasi dimulai pada tahun 1980 oleh Slater dengan membuat sebuah kode lokasi perlindungan untuk beberapa fasilitas dengan menggunakan jaringan detektor. Menurut Slater (2002) suatu himpunan titik  $D$  pada graf  $G = (V, E)$  dikatakan himpunan dominasi lokasi jika untuk setiap pasangan titik yang berbeda  $u$  dan  $v$  pada  $V(G) - D$  memenuhi syarat  $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$  dimana  $N(u)$  adalah himpunan titik tetangga dari  $u$ . Himpunan dominasi lokasi merupakan himpunan dominasi dengan ketentuan himpunan tetangga dari setiap titik selain himpunan dominasi lokasi jika diiriskan dengan himpunan dominasi lokasinya tidak memiliki irisan yang sama. Kardinalitas minimum dari himpunan dominasi lokasi disebut bilangan dominasi lokasi yang dinotasikan dengan  $\gamma_L(G)$ . Bilangan dominasi lokasi tidak hanya dapat diterapkan pada graf khusus, tetapi juga dapat diterapkan pada graf hasil operasi. Operasi pada graf merupakan operasi dari dua buah atau lebih graf khusus yang sama ataupun berbeda sehingga menghasilkan suatu graf baru. Terdapat banyak operasi graf diantaranya adalah operasi *shackle*, amalgamasi, perkalian kartesian, korona, dan lain-lain. Pada penelitian ini

peneliti hanya mengkaji bilangan dominasi lokasi dari graf yang menggunakan operasi korona sisi. Adapun graf khusus yang digunakan yaitu graf lintasan  $P_n$  dan graf lingkaran  $C_n$  dikarenakan dua buah graf tersebut merupakan graf yang paling sering digunakan untuk merepresentasikan permasalahan di kehidupan sehari-hari dan memungkinkan untuk dicari bilangan dominasi lokasinya karena graf tersebut merupakan graf terhubung. Dibutuhkan suatu keterampilan berpikir dalam menemukan bilangan dominasi lokasi pada suatu graf.

Menurut Arends (2000), berpikir merupakan suatu kemampuan untuk menganalisis berdasarkan pertimbangan untuk mencapai suatu kesimpulan. Glass dan Holyoak (dalam Suharman 2005) mengatakan bahwa berpikir merupakan proses menghasilkan informasi yang melibatkan penilaian, abstraksi, penalaran, imajinasi dan pemecahan masalah. Dari beberapa pendapat tersebut dapat dikatakan bahwa berpikir merupakan proses pencarian kebenaran sehingga seseorang menemukan kesimpulan untuk memecahkan suatu masalah. Seseorang yang mampu memecahkan masalah dengan baik maka dapat dikatakan bahwa seseorang tersebut memiliki kemampuan berpikir yang baik.

Salah satu keterampilan berpikir dalam permasalahan matematika adalah keterampilan berpikir tingkat tinggi. Keterampilan berpikir tingkat tinggi dapat membantu manusia untuk memecahkan suatu permasalahan yang membutuhkan pemikiran yang tinggi atau tidak mudah untuk diselesaikan. Adapun tahapan dalam keterampilan berpikir tingkat tinggi antara lain adalah menganalisis, mengevaluasi, dan menciptakan.

Penelitian ini akan mengkaji keterkaitan antara proses menciptakan suatu teorema dari bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan  $P_n$  dan graf lingkaran  $C_n$  dengan keterampilan proses berpikir tingkat tinggi yang mengacu pada tahapan teori taksonomi Bloom yang telah direvisi. Sehingga dalam penelitian ini penulis memilih judul ” *Bilangan Dominasi Lokasi pada Graf Hasil Operasi Korona Sisi Graf Lintasan dan Graf Lingkaran Serta Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi.*”

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

- berapa bilangan dominasi lokasi pada graf  $P_n \diamond P_m$ ,  $C_n \diamond P_m$ ,  $P_n \diamond C_m$ ,  $C_n \diamond C_m$ ?
- bagaimana keterkaitan proses menemukan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran dengan tumbuhnya keterampilan berpikir tingkat tinggi?

## 1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi sebagai berikut:

- graf khusus yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf lintasan  $P_n$  dan graf lingkaran  $C_n$ ;
- operasi graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah korona sisi;
- menggunakan tahapan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- menentukan bilangan dominasi lokasi pada graf  $P_n \diamond P_m$ ,  $C_n \diamond P_m$ ,  $P_n \diamond C_m$ ,  $C_n \diamond C_m$ ;
- mengetahui keterkaitan proses menemukan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran dengan tumbuhnya keterampilan berpikir tingkat tinggi.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a. menambah pengetahuan baru dalam bidang teori graf mengenai bilangan dominasi lokasi pada graf;
- b. menambah wawasan baru dalam menciptakan keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam proses menemukan bilangan dominasi lokasi pada suatu graf;
- c. hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai perluasan ilmu atau pengembangan ilmu dalam masalah dominasi lokasi.

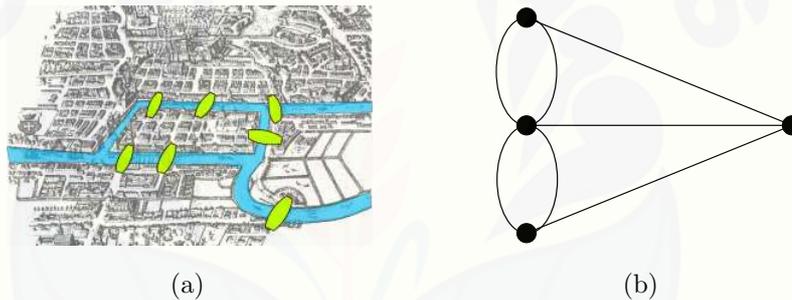
### 1.6 Kebaharuan Penelitian

Penelitian ini merupakan salah satu pengembangan dari topik himpunan dominasi lokasi. Terdapat beberapa penelitian sebelumnya yang menganalisis tentang bilangan dominasi lokasi pada graf khusus dan hasil operasi graf yang terdiri dari beberapa operasi. Namun peneliti hanya mengkaji bilangan dominasi lokasi dari graf yang menggunakan operasi korona sisi yang sebelumnya belum pernah diteliti. Adapun graf khusus yang digunakan yaitu graf lintasan  $P_n$  dan graf lingkaran  $C_n$ .

## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Terminologi Dasar Graf

Teori graf pertama kali dikenalkan oleh seorang ilmuwan Swiss bernama Leonhard Euler pada tahun 1736. Leonhard Euler berhasil memecahkan permasalahan jembatan Konigsberg di sungai Pregal Jerman. Terdapat tujuh jembatan yang menghubungkan empat daerah di atas sungai Pregal, untuk mencapai area kota yang lainnya penduduk harus berjalan melalui jembatan yang jumlahnya ada tujuh tersebut. Menggunakan istilah graf, Leonhard Euler merepresentasikan empat daerah tersebut sebagai titik dan tujuh jembatan sebagai sisi lalu menghubungkannya dengan tujuan agar para penduduk dapat melewati jembatan tersebut satu kali saja dan kembali ke titik asal (Dafik, 2011: 18).

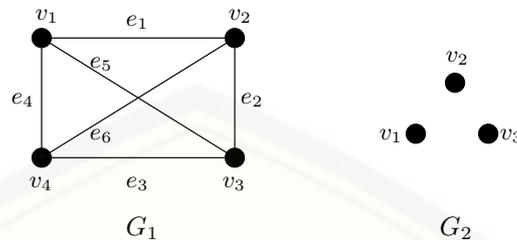


Gambar 2.1 (a) Jembatan *Konigsberg*, (b) Representasi Jembatan *Konigsberg*

**Definisi 2.1.1.** Sebuah graf  $G$  adalah pasangan  $(V(G), E(G))$ , dimana  $V(G)$  merupakan himpunan tidak kosong dan berhingga dari elemen yang disebut titik, dan  $E(G)$  merupakan himpunan (boleh kosong) pasangan tak terurut dari titik-titik yang berbeda di  $V(G)$  yang disebut sisi (Slamin, 2009).

Berdasarkan definisi tersebut dapat dikatakan bahwa sebuah graf  $G$  minimal terdiri dari himpunan titik (tanpa sisi), graf yang tidak memiliki sisi ini disebut dengan graf kosong yang dinotasikan dengan  $N_n$ , dimana  $n$  adalah banyaknya titik pada graf.

Banyaknya titik pada graf  $G$  disebut *order* dari  $G$  dinotasikan dengan  $p$  atau  $|V(G)|$ , sedangkan banyaknya sisi dari sebuah graf  $G$  disebut *size* dari  $G$  dinotasikan dengan  $q$  atau  $|E(G)|$  (Iswadi, 2011).



Gambar 2.2 Contoh Graf Secara Umum

Pada Gambar 2.2 graf  $G_1$  merupakan suatu contoh graf yang memiliki 4 *order* dan 6 *size* dengan himpunan titik  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  dan himpunan sisi  $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ . Sedangkan graf  $G_2$  merupakan contoh graf kosong atau graf yang memiliki 3 *order* dengan himpunan titik  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3\}$  dan tidak memiliki *size*.

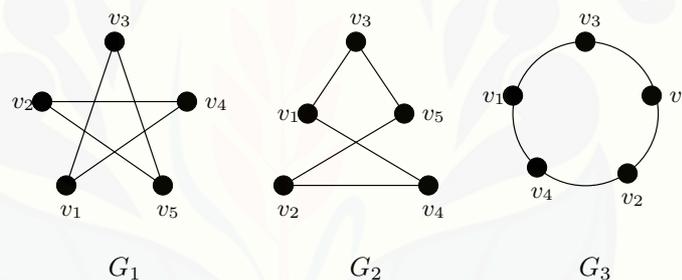
Dua buah titik pada suatu graf dikatakan bertetangga atau *adjacent* apabila terdapat sebuah sisi yang menghubungkan dua buah titik tersebut. Misalkan pada graf  $G_1$  Gambar 2.2 titik  $v_1$  *adjacent* dengan titik  $v_2$  karena ada sisi  $e_1$  yang menghubungkan titik  $v_1$  dan titik  $v_2$ , yaitu  $e_1 = v_1v_2$ . Menurut Hartsfield dan Ringel (1990), sebuah titik  $v_1$  dikatakan *incident* dengan sebuah sisi  $e_1$  atau sebaliknya jika titik  $v_1$  merupakan titik ujung dari sisi  $e_1$ . Misalkan pada graf  $G_1$  gambar 2.3, titik  $v_1$  dan titik  $v_2$  *incident* dengan sisi  $e_1$  dan sebaliknya sisi  $e_1$  *incident* dengan titik  $v_1$  dan titik  $v_2$ .

Banyaknya sisi yang *incident* pada suatu titik disebut derajat atau *degree*. Derajat dinotasikan dengan  $d_i$ , dimana indeks  $i$  menunjukkan titik ke- $i$  pada suatu graf. Sebuah titik yang memiliki derajat 0 (nol) disebut titik terisolasi yang artinya titik tersebut tidak bertetangga dengan titik lain. Jika terdapat suatu graf yang setiap titiknya berderajat sama, maka graf tersebut disebut graf regular (Chartrand, 2009). Derajat terkecil dari suatu graf  $G$  adalah banyaknya minimal sisi yang *incident* pada suatu titik  $v_i$  diantara titik-titik lainnya pada graf  $G$  dan dinotasikan dengan  $\delta(G)$ . Sedangkan derajat terbesar dari suatu graf  $G$  adalah

banyaknya maksimal sisi yang *incident* pada suatu titik  $v_i$  diantara titik-titik lainnya pada graf  $G$  dan dinotasikan dengan  $\Delta(G)$ . Sebagai contoh pada graf  $G_1$  gambar 2.3 memiliki  $\delta(G) = 3$  dan  $\Delta(G) = 3$ , setiap titik pada graf tersebut memiliki derajat yang sama sehingga graf  $G_1$  disebut graf regular.

Graf sederhana adalah graf yang tidak memuat loop dan sisi rangkap. Loop adalah sisi yang menghubungkan suatu titik dengan dirinya sendiri. Sisi rangkap adalah sisi yang menghubungkan dua titik dengan banyak lebih dari satu. Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak memiliki orientasi arah, dan urutan pasangan titik-titik yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan (Harary, 1969).

Menurut Chartrand dan Zhang (2011), sebuah graf  $G$  isomorfis dengan graf  $H$  ( $G \cong H$ ) jika dan hanya jika terdapat fungsi injektif  $\phi : V(G) \rightarrow V(H)$  sedemikian hingga dua titik  $u$  dan  $v$  yang bertetangga di  $G$  jika dan hanya jika  $\phi(u)$  dan  $\phi(v)$  juga bertetangga di  $H$ . Berikut disajikan pada Gambar 2.3 contoh graf yang isomorfis.



Gambar 2.3 Keisomorfisan Graf

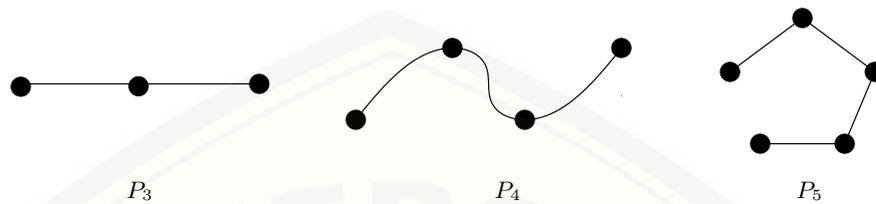
## 2.2 Graf Khusus

Graf khusus adalah graf yang memiliki karakteristik bentuk khusus dan memiliki keunikan yaitu tidak isomorfis dengan graf lainnya. Bentuk graf khusus akan tetap simetris meskipun diperbanyak sampai order ke- $n$  dan kardinalitasnya tidak ada yang sama dengan graf lain. Adapun beberapa contoh graf khusus adalah sebagai berikut.

### a. Graf Lintasan $P_n$

Sebuah graf lintasan adalah graf sederhana dengan  $|V_p| = |E_p| + 1$  dapat

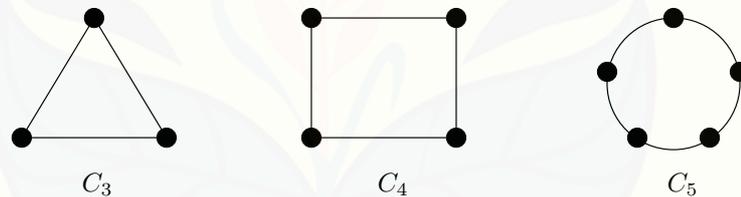
digambarkan dengan semua titik dan sisi yang berada pada sebuah garis. Sebuah graf lintasan dengan  $n$  titik dan  $n - 1$  sisi dapat dinotasikan dengan  $P_n$  dimana  $n \geq 2$  (Gross dan Yellen, 2006). Contoh graf lintasan dapat dilihat pada Gambar 2.4 berikut.



Gambar 2.4 Contoh Graf Lintasan  $P_n$

b. Graf lingkaran  $C_n$

Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap titiknya berderajat dua. Graf lingkaran dengan  $n$  titik dinotasikan dengan  $C_n$  dimana  $n \geq 3$  (Gallian, 2009). Contoh graf lingkaran dapat dilihat pada Gambar 2.5 berikut.



Gambar 2.5 Contoh Graf Lingkaran  $C_n$

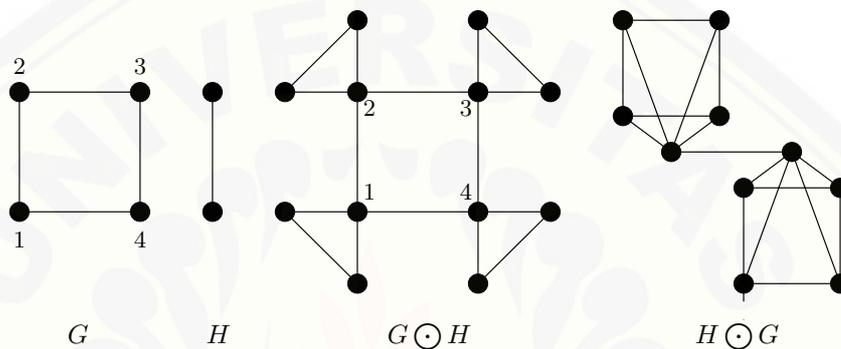
### 2.3 Operasi Graf

Operasi graf dapat digunakan untuk menghasilkan graf baru dari dua buah graf khusus. Dalam penelitian ini, operasi yang digunakan adalah operasi korona sisi. Berikut definisi operasi graf tersebut.

1. Operasi Korona

Operasi korona dari dua buah graf khusus dapat menghasilkan sebuah graf baru yang diperoleh dengan mengambil sebuah duplikat dari graf  $G$  dan  $|G|$  dari duplikat graf  $H$  yaitu  $H_i$  dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, |G|$  kemudian menghubungkan titik ke- $i$  di  $G$  ke setiap titik di  $H_i$ . Operasi korona dari dua buah graf dinotasikan dengan  $G \odot H$  (Harary dan Frucht, 1970).

Contoh penerapan operasi korona pada graf disajikan pada Gambar 2.6.

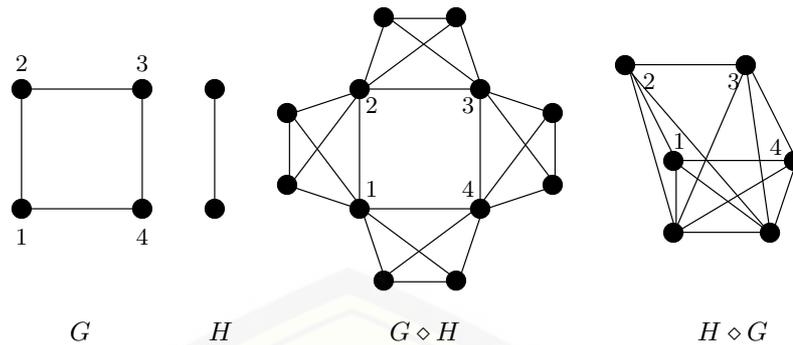


Gambar 2.6 Contoh Operasi Korona

2. Operasi Korona Sisi

Misalkan  $G$  dan  $H$  merupakan dua graf khusus yang terpisah yang masing-masing memiliki himpunan titik-titik sebanyak  $n_G$  dan  $n_H$ , serta banyaknya himpunan sisi-sisinya yaitu  $m_G$  dan  $m_H$ . Operasi korona sisi  $G \diamond H$  dari  $G$  dan  $H$  didefinisikan sebagai graf yang dihasilkan dengan mengambil satu buah duplikat dari  $G$  dan duplikat  $H$  sebanyak  $m_G$ , dan kemudian menghubungkan dua titik-titik ujung sisi ke- $i$  di  $G$  ke setiap titik graf  $H_i$  duplikat dari  $H$ . Sehingga operasi korona sisi dari  $G$  dan  $H$  memiliki titik sebanyak  $n_G + m_G n_H$  dan sisi sebanyak  $m_G + 2m_G n_H + m_G m_H$  (Yaoping, 2011: 587).

Contoh penerapan operasi korona sisi pada graf disajikan pada Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Contoh Operasi Korona Sisi

### 2.4 Bilangan Dominasi Lokasi

Himpunan dominasi merupakan sebuah konsep penentuan himpunan titik pada graf dengan ketentuan titik tersebut dapat menjangkau titik-titik yang terhubung dan anggotanya seminimal mungkin. Menurut Haynes dan Henning dalam Agustin dan Dafik (2014), himpunan  $D$  dari titik graf sederhana  $G$  dinamakan himpunan dominasi jika setiap titik  $u \in V(G) - D$  adjacent ke beberapa titik  $v \in D$ .

**Definisi 2.4.1.** Diberikan sebuah graf tidak berarah  $G = (V, E)$ , himpunan dominasi merupakan subset  $D \subseteq V$  dari titik di  $G$  sedemikian hingga untuk semua titik  $v \in V$ , salah satu dari  $v \in D$  atau sebuah tetangga  $u$  dari  $v$  ada di  $D$  (Haynes dkk, 2002).

Kardinalitas minimum dari himpunan dominasi disebut bilangan dominasi yang dinotasikan dengan  $\gamma(G)$ . Batas atas dari bilangan dominasi adalah banyaknya titik di graf. Ketika paling sedikit satu titik yang dibutuhkan untuk himpunan dominasi di graf, maka  $1 \leq \gamma(G) \leq n$  untuk setiap graf berorder  $n$ . Nilai dari bilangan dominasi selalu  $\gamma(G) \leq |V(G)|$ .



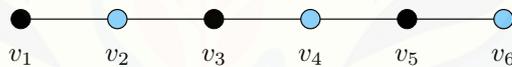
Gambar 2.8 Himpunan Dominasi

Himpunan dominasi lokasi merupakan pengembangan konsep himpunan dominasi dengan penambahan syarat. Konsep himpunan dominasi lokasi pertama kali dikenalkan dan dipelajari oleh Slater pada tahun 1987. Kardinalitas minimum dari himpunan dominasi lokasi disebut bilangan dominasi lokasi yang dinotasikan dengan  $\gamma_L(G)$  (Foucaud, 2016).

**Definisi 2.4.2.** Diberikan sebuah graf terhubung  $G = (V, E)$ , himpunan dominasi lokasi pada graf  $G$  adalah himpunan dominasi  $D$  pada  $G$  dengan syarat setiap dua titik berbeda  $u$  dan  $v$  dimana  $u, v \in V - D$  berlaku  $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$  (Slater, 1987).

Suatu graf  $G = (V, E)$  dikatakan himpunan dominasi lokasi jika himpunan titik pendominasi  $D$  memenuhi syarat yaitu himpunan titik tetangga dari setiap titik di luar  $D$  atau  $V - D$  jika diiriskan dengan  $D$  menghasilkan irisan yang berbeda. Misal  $V$  merupakan himpunan titik dan  $E$  merupakan himpunan sisi dari graf  $G$  sehingga  $\{u, v \in V - D\}$  maka berlaku  $u \neq v$  maka  $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$ .

Contoh himpunan dominasi lokasi dapat dilihat pada Gambar 2.9 dimana titik biru merupakan anggota dari himpunan dominasi lokasinya.



Gambar 2.9 Himpunan Dominasi Lokasi

Pada Gambar 2.9 memiliki himpunan titik  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$  dan himpunan himpunan dominasi lokasi  $D = \{v_2, v_4, v_6\}$ , sedangkan titik selain himpunan dominasi lokasi yaitu  $V - D = \{v_1, v_3, v_5\}$ . Berikut ini merupakan irisan antara himpunan titik tetangga dari anggota  $V - D$  dengan  $D$ .

$$N(v_1) \cap D = \{v_2\}$$

$$N(v_3) \cap D = \{v_2, v_4\}$$

$$N(v_5) \cap D = \{v_6\}$$

Berdasarkan uraian terlihat  $N(v_1) \cap D \neq N(v_3) \cap D \neq N(v_5) \cap D$ , sehingga syarat himpunan dominasi lokasi terpenuhi dengan bilangan dominasi lokasi  $\gamma_L(G) = 3$ .

## 2.5 Hasil Penelitian Bilangan Dominasi Lokasi

Berikut ini merupakan beberapa rangkuman terkait bilangan dominasi lokasi yang dapat digunakan sebagai rujukan. Beberapa hasil penelitian tersebut dapat dilihat pada tabel 2.1.

Tabel 2.1 Hasil Penelitian Bilangan Dominasi Lokasi

Graf	$\gamma_L(G)$	Keterangan
$P_n$	$\lceil \frac{2n}{5} \rceil, n > 3$	Slater
$C_n$	$\lceil \frac{2n}{5} \rceil, n > 6$	Slater
Graf Lengkap $K_n$	$n - 1, n > 1$	Slater
Graf Roda ( $W_{1,n-1}$ )	$\lceil \frac{2n-2}{5} \rceil, n > 7$	Slater
<i>Thin Sun</i> ( $T_n$ )	$n, n \geq 4$	Argiroffo <i>et.al.</i> , 2015
<i>Twin Free</i> ( $G$ )	$\frac{n}{2}$	Argiroffo <i>et.al.</i> , 2015
<i>Trees</i> ( $T$ )	$\frac{n}{2}, n \geq 2$	Argiroffo <i>et.al.</i> , 2015
<i>Twin Free</i> ( $G$ )	$\frac{n}{2}$	Argiroffo <i>et.al.</i> , 2015
Helm ( $H_n$ )	$n, n \geq 3$	Desvandai, 2016
Parasut ( $PC_n$ )	$\lceil \frac{4n}{5} \rceil, n \geq 4$	Desvandai, 2016
Kipas ( $F_n$ )	$\lceil \frac{4n}{5} \rceil, n \geq 4, n \neq 5$	Desvandai, 2016
Amal ( $H_n, v, m$ )	$n \times m, n \geq 3, m \geq 2$	Desvandai, 2016
Shack ( $F_n, v, m$ )	$\lceil \frac{2mn-2m+2}{5} \rceil, n \geq 5, m \geq 3$	Desvandai, 2016
$P_n + H_m$	$\lceil \frac{2n}{5} \rceil + m, n \geq 2, m \geq 3$	Desvandai, 2016
$P_n \odot H_m$	$n \times m, n \geq 2, m \geq 3$	Desvandai, 2016
$P_n^{H_m}$	$m(n-1), n \geq 3, m \geq 3$	Desvandai, 2016
$Bt_n$	$n$	Rofikah, 2017
$C_m \supseteq H_n$	$mn, n \geq 3, m \geq 3$	Rofikah, 2017
$P_m \supseteq Bt_n$	$mn - n - 1, n \geq 2, m \geq 4$	Rofikah, 2017
$C_m \supseteq Bt_n$	$mn - 1, n \geq 2, m \geq 3$	Rofikah, 2017

## 2.6 Fungsi Atap dan Fungsi Lantai

Fungsi lebih dikenal sebagai pemetaan. Pada umumnya, fungsi dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  didefinisikan sebagai aturan yang memetakan setiap anggota himpunan daerah domain kepada anggota himpunan daerah kodomain. Anggota himpunan yang dipetakan dapat berupa apa saja (kata, orang, atau objek lain), namun biasanya yang dibahas adalah besaran matematika seperti

bilangan riil. Fungsi didefinisikan dengan notasi  $f : A \rightarrow B$ , yang artinya bahwa fungsi  $f$  yang memetakan setiap elemen himpunan  $A$  kepada  $B$ .

Menurut Hartsfield dan Ringel (1994), terdapat cara menuliskan fungsi yang berkaitan dengan dimensi secara ganjil dan genap yaitu menggunakan simbol Gauss untuk fungsi bilangan bulat terbesar  $\lceil x \rceil =$  bilangan bulat terkecil  $\geq x$  yang disebut dengan simbol *ceiling* (atap). Sedangkan  $\lfloor x \rfloor =$  bilangan bulat terbesar  $\leq x$  yang disebut dengan simbol *floor* (lantai).

Saputro (2015) menyatakan sifat-sifat fungsi atap dan fungsi lantai sebagai berikut: (1)  $\lfloor x \rfloor = n$  bila  $n \leq x < n+1$ , (2)  $\lceil x \rceil = n$  bila  $n-1 < x \leq n$ , (3)  $\lfloor x \rfloor = n$  bila  $x-1 < n < x$ , (4)  $\lceil x \rceil = n$  bila  $x \leq n < x+1$ , (5)  $x-1 < \lfloor x \rfloor \leq x \leq \lceil x \rceil < x+1$ , (6)  $\lceil -x \rceil = -\lfloor x \rfloor$ , (7)  $\lfloor -x \rfloor = -\lceil x \rceil$ , (8)  $\lfloor x+n \rfloor = \lfloor x \rfloor + n$ , (9)  $\lceil x+n \rceil = \lceil x \rceil + n$ .

## 2.7 Istilah Matematika

Aksioma adalah proposisi yang diasumsikan benar. Aksioma tidak memerlukan pembuktian kebenaran lagi. Teorema adalah proposisi yang sudah terbukti benar. Bentuk khusus dari teorema adalah lemma dan *corollary* (akibat). Lemma adalah teorema sederhana yang digunakan dalam pembuktian teorema lain. Lemma biasanya tidak menarik namun berguna pada pembuktian proposisi yang lebih kompleks, yang dalam hal ini pembuktian tersebut dapat lebih mudah dimengerti apabila menggunakan sederetan lemma, setiap lemma dibuktikan secara individual. *Corollary* (akibat) adalah teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema yang telah dibuktikan, atau dapat dikatakan *corollary* adalah teorema teorema yang mengikuti dari teorema yang lain. Konjektur adalah sebuah proposisi yang dipradugakan sebagai hal yang nyata, benar, atau asli, sebagian besarnya didasarkan pada landasan inkonklusif (tanpa simpulan). Konjektur bertentangan dengan hipotesis (oleh karenanya bertentangan pula dengan teori, aksioma, atau prinsip), yang merupakan pernyataan yang mengandung perjanjian menurut landasan yang dapat diterima. Di dalam matematika, konjektur adalah proposisi yang tidak terbukti atau tidak memerlukan bukti atau juga teorema yang dianggap pasti benar adanya. *Open problem* (masalah terbuka atau pernyataan terbuka) adalah beberapa masalah yang dapat secara akurat dinyatakan, dan belum

diselesaikan (tidak ada solusi untuk diketahui). Contoh *open problem* yang belum terselesaikan contohnya adalah permasalahan jembatan Konisberg.

## 2.8 Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

Menurut Santrock (2008) berpikir melibatkan kegiatan memanipulasi dan mentransformasi informasi dalam memori. Setiap individu memiliki kemampuan berpikir yang berbeda. Tingkat kemampuan berpikir diklasifikasikan menjadi dua yaitu, kemampuan berpikir tingkat rendah dan kemampuan berpikir tingkat tinggi. Kemampuan berpikir tingkat rendah (*Low Order Thinking Skill*) adalah kemampuan berpikir yang hanya menuntut seseorang untuk mengingat, memahami, dan mengaplikasikan suatu rumus atau hukum. Sedangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi (*High Order Thinking Skill*) adalah kemampuan yang lebih dari sekedar mengingat, memahami, dan mengaplikasikan.

Krathwohl (2002) menyatakan bahwa taksonomi Bloom dianggap merupakan dasar berpikir tingkat tinggi, pemikiran ini didasarkan bahwa beberapa jenis pembelajaran memerlukan proses kognisi yang lebih daripada yang lain, tetapi memiliki manfaat-manfaat lebih umum. Indikator untuk mengukur kemampuan berpikir tingkat tinggi sebagai berikut.

### a. Menganalisis

- 1) Menganalisis informasi yang masuk dan membagi-bagi atau menstrukturkan informasi kedalam bagian yang lebih kecil untuk mengenali pola atau hubungannya.
- 2) Mampu mengenali dan membedakan faktor penyebab dan akibat dari sebuah skenario yang rumit.
- 3) Mengidentifikasi atau merumuskan pertanyaan.

### b. Mengevaluasi

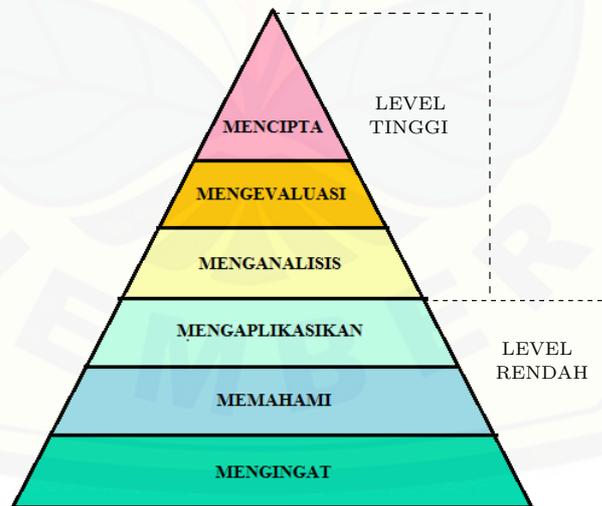
- 1) Memberikan penilaian terhadap solusi, gagasan, dan metodologi dengan menggunakan kriteria yang cocok atau standar yang ada untuk memastikan nilai efektivitas atau manfaat.

- 2) Membuat hipotesis atau mengkritik dan melakukan pengujian.
- 3) Menerima atau menolak suatu pernyataan berdasarkan kriteria yang telah ditetapkan.

c. Mencipta

- 1) Membuat generalisasi suatu ide atau cara pandang terhadap sesuatu.
- 2) Merancang suatu cara untuk menyelesaikan masalah
- 3) Mengorganisasikan unsur-unsur atau bagian-bagian menjadi struktur baru yang belum ada sebelumnya.

Beberapa pembelajaran memerlukan kemampuan berpikir tingkat tinggi, beberapa peneliti menganggap bahwa taksonomi bloom merupakan dasar dari kemampuan berpikir tingkat tinggi. Taksonomi bloom memiliki enam tahapan yaitu pengetahuan, pemahaman, aplikasi, analisis, sintesis, dan evaluasi. Kemudian taksonomi bloom tersebut direvisi sehingga meliputi tahap mengingat (*remembering*), memahami (*understanding*), menerapkan (*applying*), menganalisis (*analysing*), mengevaluasi (*evaluating*), dan menciptakan (*creating*) (Madya, 2011).

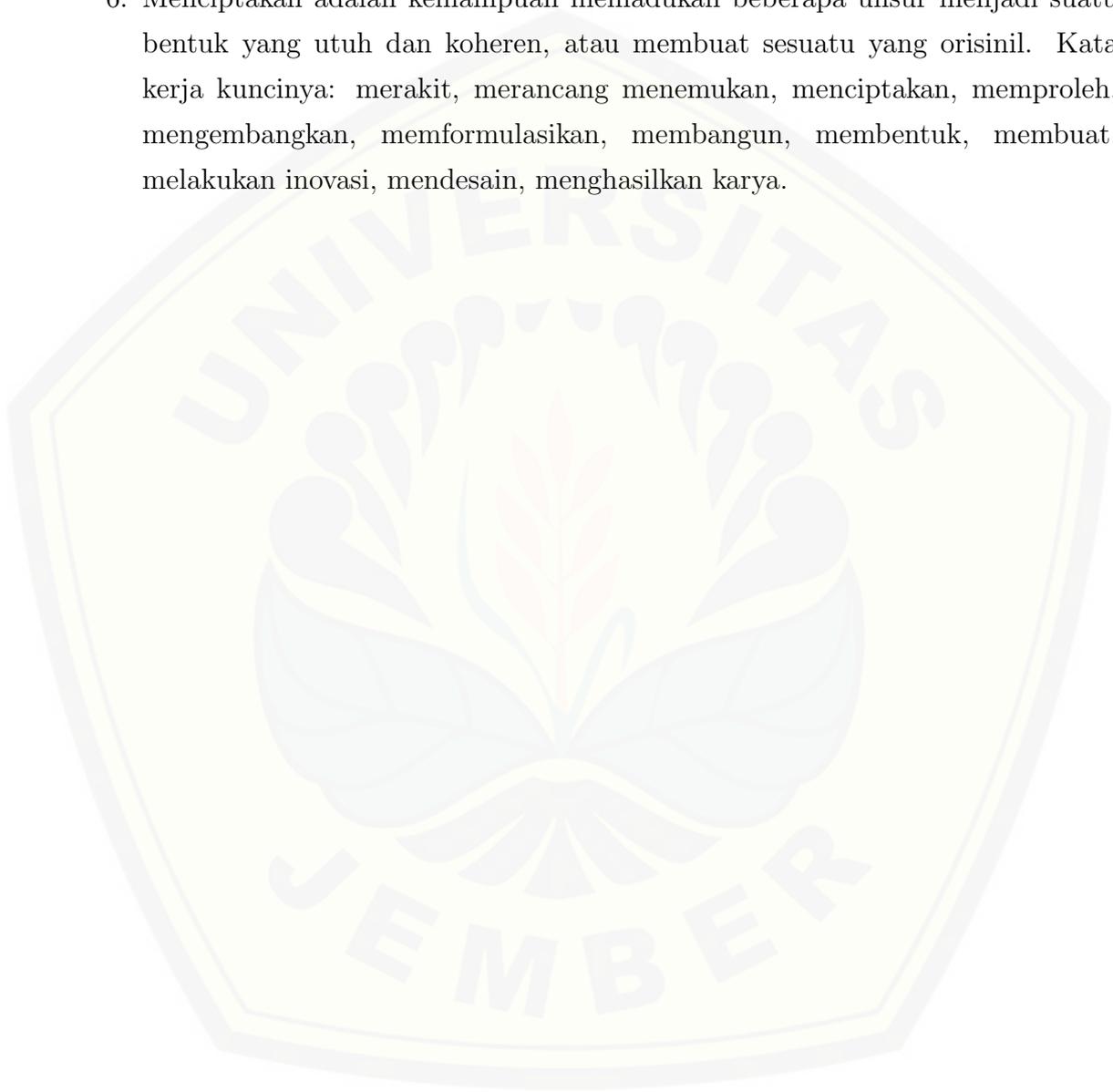


Gambar 2.10 Taksonomi Bloom yang Telah Direvisi  
(Sumber: <http://gurupembaharu.com>).

Taksonomi bloom memiliki tiga ranah kemampuan intelektual yaitu kognitif, afektif dan psikomotorik. Ranah kognitif meliputi aspek intelektual berupa pengetahuan dan keterampilan berpikir yang dimiliki oleh setiap individu. Berikut penjelasan dan pilihan kata kerja kunci dari ranah kognitif yang telah direvisi (Utari, 2013):

1. Mengingat adalah kemampuan menyebutkan kembali informasi atau pengetahuan yang tersimpan di dalam ingatan. Kata kerja kuncinya: Mendefinisikan, menyusun daftar, menjelaskan, mengingat, menemukan kembali, menyatakan, mengulang, mengurutkan, menamai, menempatkan, menyebutkan.
2. Memahami adalah kemampuan memahami intruksi dan menegaskan pengertian makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis maupun grafik/diagram. Kata kerja kuncinya: Menerangkan, menjelaskan, menerjemahkan, menguraikan, mengartikan, menafsirkan, menginterpretasikan, mendiskusikan, mendeteksi, melaporkan, menduga, mengelompokkan, memberi contoh, merangkum, menganalogikan, mengubah, memperkirakan.
3. Menerapkan adalah kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu. Kata kerja kuncinya: memilih, menerapkan, melaksanakan, menggunakan, mendemonstrasikan, memodifikasi, menunjukkan, membuktikan, menggambarkan, memprogramkan, mempraktekkan.
4. Menganalisis adalah kemampuan memisahkan konsep kedalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep tersebut secara utuh. Kata kerja kuncinya: mengkaji ulang, membedakan, mengenali, membandingkan, memisahkan, menghubungkan, menunjukkan hubungan antara variabel, memecah menjadi beberapa bagian, menyisahkan menjadi beberapa bagian, mengorganisir, mengkerangkakan.

5. Mengevaluasi adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria atau patokan tertentu. Kata kerja kuncinya: menilai, mengevaluasi, menjustifikasi, mengecek, mengkritik, memprediksi, membenarkan, menyalahkan, menyeleksi.
6. Menciptakan adalah kemampuan memadukan beberapa unsur menjadi suatu bentuk yang utuh dan koheren, atau membuat sesuatu yang orisinal. Kata kerja kuncinya: merakit, merancang menemukan, menciptakan, memperoleh, mengembangkan, memformulasikan, membangun, membentuk, membuat, melakukan inovasi, mendesain, menghasilkan karya.



## BAB 3. METODE PENELITIAN

### 3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dikategorikan ke dalam jenis penelitian eksploratif yaitu penelitian yang bertujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dengan menggambarkan subjek atau obyek penelitian dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya.

### 3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode deduktif aksiomatik dan pendeteksian pola dalam menyelesaikan permasalahan. Metode deduktif aksiomatik merupakan metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan definisi atau teorema yang telah ada untuk memecahkan masalah. Metode pendeteksian pola pada penelitian ini yaitu mencari pola peletakan himpunan dominasi lokasi sehingga mendapatkan bilangan dominasi lokasi.

Penelitian ini menggunakan tahapan-tahapan proses berpikir tingkat tinggi yang mengacu pada Taksonomi Bloom yang telah direvisi yaitu menganalisis, mengevaluasi, dan mencipta. Setiap langkah dalam penelitian ini akan dikaitkan dengan tahapan-tahapan tersebut.

### 3.3 Definisi Operasional

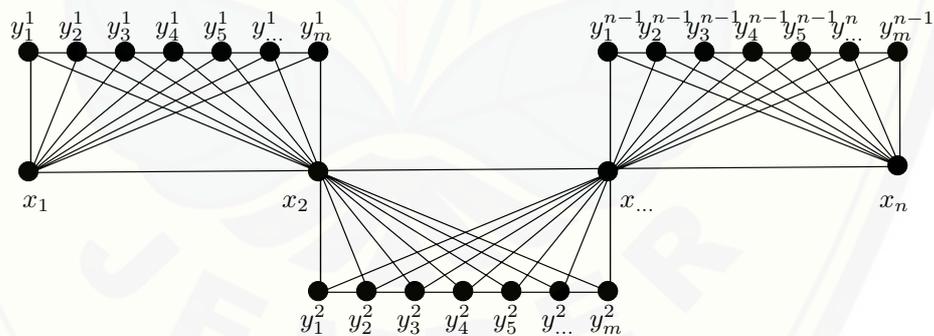
Denisi operasional variabel digunakan untuk memberikan gambaran secara sistematis dalam penelitian serta untuk menghindari terjadinya perbedaan pengertian makna. Adapun definisi operasional variabel yang dimaksud adalah sebagai berikut.

a. Bilangan Dominasi Lokasi

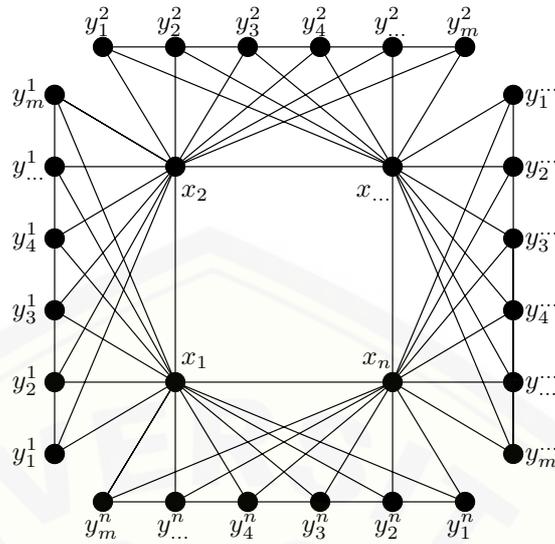
Suatu Graf  $G = (V, E)$  dikatakan himpunan dominasi lokasi jika himpunan titik pendominasi  $D$  memenuhi syarat yaitu himpunan titik tetangga dari setiap titik yang berbeda di luar  $D$  atau  $V - D$  jika diiriskan dengan  $D$  memiliki irisan yg berbeda. Misal  $V$  merupakan himpunan titik dan  $E$  merupakan himpunan sisi dari graf  $G$  sehingga berlaku  $u \neq v$  maka  $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D, \{u, v \in V - D\}$ . Banyaknya anggota dari himpunan dominasi lokasi disebut dengan bilangan dominasi lokasi yang dinotasikan dengan  $\gamma_L(G)$ .

a. Operasi Korona Sisi

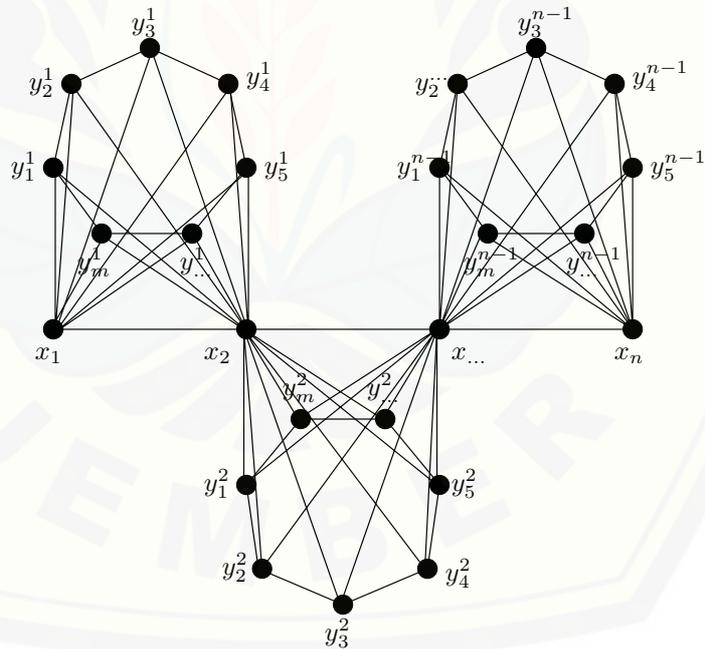
Korona sisi dinotasikan dengan  $G \diamond H$  merupakan dua graf khusus yang terpisah yang masing-masing memiliki himpunan titik sebanyak  $n_G$  dan  $n_H$ , serta banyaknya himpunan sisinya  $m_G$  dan  $m_H$ . Operasi korona sisi  $G \diamond H$  dari  $G$  dan  $H$  didefinisikan sebagai graf yang dihasilkan dengan mengambil satu buah duplikat dari  $G$  dan duplikat  $H$  sebanyak  $m_G$ , dan kemudian menghubungkan dua titik-titik ujung sisi ke- $i$  di  $G$  ke setiap titik graf  $H_i$  duplikat dari  $H$ .



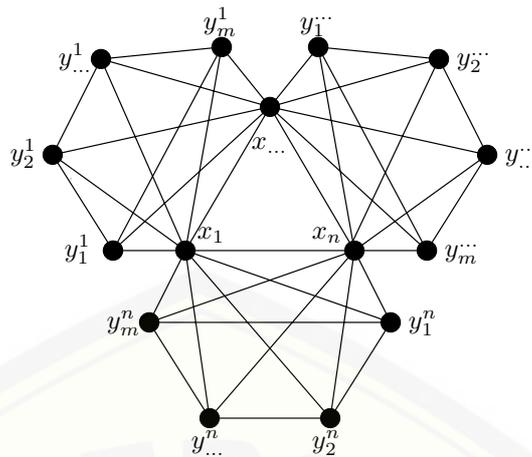
Gambar 3.1 Graf Hasil Operasi Korona Sisi ( $P_n \diamond P_m$ )



Gambar 3.2 Graf Hasil Operasi Korona Sisi ( $C_n \diamond P_m$ )



Gambar 3.3 Graf Hasil Operasi Korona Sisi ( $P_n \diamond C_m$ )



Gambar 3.4 Graf Hasil Operasi Korona Sisi ( $C_n \diamond C_m$ )

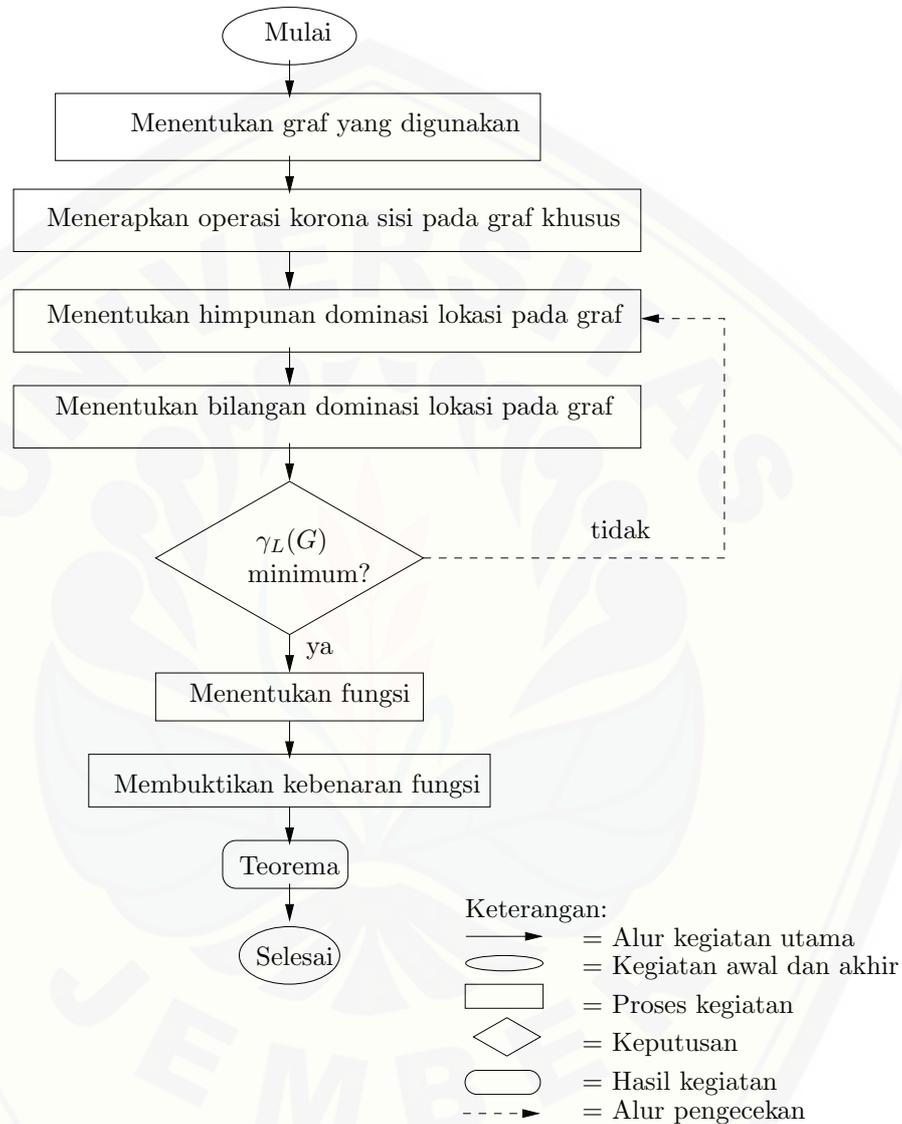
### 3.4 Prosedur Penelitian

Rancangan penelitian untuk graf  $(P_n \diamond P_m)$ ,  $(C_n \diamond P_m)$ ,  $(P_n \diamond C_m)$ , dan  $(C_n \diamond C_m)$  dapat digambarkan dalam bagan yang diilustrasikan pada Gambar 3.2. Adapun uraian dari rancangan penelitian ini adalah sebagai berikut:

- 1) Menentukan graf khusus yang akan digunakan.
- 2) Menerapkan operasi korona sisi pada graf khusus yang telah ditentukan.
- 3) Menerapkan konsep himpunan dominasi lokasi yaitu menentukan pola letak titik pendominasi yang sesuai dengan definisi himpunan dominasi lokasi.
- 4) Menentukan bilangan dominasi lokasi dari himpunan dominasi lokasi.
- 5) Mengevaluasi apakah bilangan dominasi lokasi sudah minimum dengan memprediksi batas atas dan batas bawahnya. Jika belum minimum maka dianalisis kembali himpunan dominasi lokasinya.
- 6) Menciptakan teorema baru berdasarkan bilangan dominasi lokasi yang telah ditemukan.
- 7) Memvalidasi instrumen keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menentukan bilangan dominasi lokasi dengan melakukan penilaian hasil capaian peneliti

oleh tiga dosen.

- 9) Menganalisis hasil validasi instrumen keterampilan berpikir tingkat tinggi untuk memperoleh tingkat kevalidan .



Gambar 3.5 Bagan Alir Penelitian

### 3.5 Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian adalah alat atau fasilitas yang digunakan untuk mengumpulkan data agar mempermudah pekerjaan dan hasil yang diperoleh lebih cermat, lengkap, dan sistematis sehingga lebih mudah diolah. Instrumen penelitian dapat berupa angket, tes, skala bertingkat, pedoman wawancara, pedoman observasi, dan *check list* (Arikunto.2010:262).

Instrumen yang digunakan pada penelitian ini adalah dengan menggunakan lembar penilaian. Instrumen yang harus divalidasi adalah kaitan dari hasil bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lingkaran dan graf lintasan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

### 3.6 Metode Analisis Validasi Instrumen

Instrumen validasi digunakan peneliti untuk memperoleh tingkat kevalidan instrumen keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menentukan bilangan dominasi lokasi. Validasi suatu instrumen adalah ukuran seberapa tepat instrumen tersebut mampu menghasilkan data sesuai dengan ukuran sesungguhnya yang ingin diukur (Mustafa, 2009). Penilaian dilaksanakan oleh tiga dosen dari Program Studi Pendidikan Matematika anggota CGANT (*Combinatorics Graph Theory and Network Topology Research Group*) Universitas Jember. Perhitungan tingkat kevalidan dilakukan setelah tiga dosen tersebut melakukan penilaian terhadap hasil capaian peneliti berdasarkan nilai rata-rata total untuk semua aspek ( $V_a$ ).

Adapun langkah-langkah untuk menentukan tingkat kevalidan instrumen dijelaskan sebagai berikut.

- a. Rata-rata nilai untuk setiap indikator dirumuskan:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^v V_{ji}}{v}$$

Keterangan :

$V_{ji}$  : data nilai dari penilai ke- $j$  terhadap indikator ke- $i$

$I_i$  : rata-rata nilai indikator ke- $i$

$j$  : penilai ke-

$i$  : indikator ke-

$v$  : banyaknya penilai

- b. Rumus untuk rata-rata setiap aspek adalah:

$$A_k = \frac{\sum_{k=1}^n I_{ki}}{m}$$

Keterangan :

$A_k$  : rata-rata nilai aspek ke- $k$

$I_{ki}$  : rata-rata nilai untuk aspek ke- $k$  indikator ke- $i$

$m$  : banyak kriteria dalam aspek ke- $k$

- c. Setiap aspek penilaian memperoleh nilai rata-rata semua kriteria. Selanjutnya menghitung rata-rata total semua aspek dengan rumus :

$$V_a = \frac{\sum_{k=1}^n A_k}{n}$$

Keterangan :

$V_a$  : nilai rata-rata total semua aspek ke- $k$

$k$  : aspek yang dinilai

$n$  : banyak aspek

- d. Langkah terakhir adalah menentukan tingkat kevalidan instrumen sesuai tabel berikut.

**Tabel 3.1 Tingkat Kevalidan Instrumen**

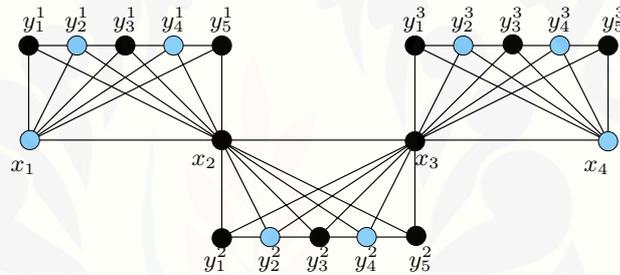
Nilai $V_a$	Tingkat kevalidan
$V_a = 5$	Sangat valid
$4 \leq V_a < 5$	Valid
$3 \leq V_a < 4$	Cukup valid
$2 \leq V_a < 3$	Kurang valid
$1 \leq V_a < 2$	Tidak valid

(dimodifikasi dari Hobri, 2010).

Instrumen dapat digunakan jika telah memenuhi kriteria valid atau sangat valid sesuai dengan tabel di atas. Apabila instrumen masih dikategorikan cukup valid, maka peneliti harus melakukan revisi sesuai saran dari validator.

### 3.7 Observasi Awal

Penelitian ini menggunakan data sekunder berupa graf khusus yang dioperasikan. Tahap awal, peneliti menentukan graf yang akan dicari bilangan dominasi lokasinya. Selanjutnya peneliti menentukan himpunan dominasi lokasi dengan syarat himpunan titik tetangga dari setiap titik selain himpunan dominasi lokasi tidak memiliki irisan yang sama jika diiriskan dengan himpunan dominasi lokasinya. Jika belum sesuai diulangi pada tahap menentukan himpunan dominasi lokasi yaitu menentukan letak himpunan titik pendominasinya. Kemudian observasi awal dikaitkan dengan proses berpikir tingkat tinggi. Berdasarkan semua tahapan tersebut, peneliti menemukan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi  $(P_4 \diamond P_5)$ . Gambar 3.6 merupakan observasi awal yaitu bilangan dominasi lokasi pada graf  $(P_4 \diamond P_5)$ .



Gambar 3.6 Observasi awal pada graf  $(P_4 \diamond P_5)$

$$\begin{aligned}
 D &= \{x_1, x_4, y_2^1, y_4^1, y_2^2, y_4^2, y_2^3, y_4^3\} \\
 V - D &= \{x_2, x_3, y_1^1, y_3^1, y_5^1, y_1^2, y_3^2, y_5^2, y_1^3, y_3^3, y_5^3\} \\
 N(x_2) \cap D &= \{x_1, y_2^1, y_4^1, y_2^2, y_4^2\}; \quad N(x_3) \cap D = \{x_4, y_2^2, y_4^2, y_2^3, y_4^3\} \\
 N(y_1^1) \cap D &= \{x_1, y_2^1\}; \quad N(y_3^1) \cap D = \{x_1, y_2^1, y_4^1\}; \quad N(y_5^1) \cap D = \{x_1, y_4^1\} \\
 N(y_1^2) \cap D &= \{y_2^2\}; \quad N(y_3^2) \cap D = \{y_2^2, y_4^2\}; \quad N(y_5^2) \cap D = \{y_4^2\} \\
 N(y_1^3) \cap D &= \{x_4, y_4^3\}; \quad N(y_3^3) \cap D = \{x_4, y_2^3, y_4^3\}; \quad N(y_5^3) \cap D = \{x_4, y_4^3\}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil tersebut dapat dilihat bahwa  $N(v_1) \cap D \neq N(v_2) \cap D, \forall v \in \{(V - D)(P_n \diamond P_m)\}$ , berarti memenuhi Definisi 2.4.2 dengan himpunan dominasi lokasinya yaitu  $D = \{x_1\} \cup \{y_{2j}^i; 1 \leq i \leq 3, 1 \leq j \leq 2\} \cup \{x_4\}$  sehingga  $\gamma_L(P_n \diamond P_m) = 1 + 3 \cdot 2 + 1 = 8$ .

## BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa didapatkan tiga teorema bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan graf lingkaran yaitu :

a. Bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan graf lingkaran dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- **Teorema 1** Bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dengan graf lintasan adalah

$$\gamma_L(P_n \diamond P_m) = \begin{cases} 3 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } 2 \leq m \leq 5 \\ 4 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m = 6 \\ \lceil \frac{2m}{5} \rceil & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m \geq 7, m \bmod 5 \equiv \text{ganjil} \\ \lceil \frac{2m}{5} \rceil + 1 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m \geq 7, m \bmod 5 \equiv \text{genap} \\ n + 1 & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m = 2 \\ 2(n - 1) & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m = 3 \text{ atau } m = 4 \\ 2n & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m = 5 \\ \lceil \frac{2m}{5} \rceil (n - 1) & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m \geq 6 \end{cases}$$

- **Teorema 2** Bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dengan graf lingkaran adalah

$$\gamma_L(P_n \diamond C_m) = \begin{cases} 4 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m = 3 \text{ atau } m = 5 \\ 3 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m = 4 \\ \lceil \frac{2m}{5} \rceil + 1 & \text{jika } n = 2 \text{ dan } m \geq 6 \\ 2n & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m = 3 \text{ atau } m = 5 \\ 2(n - 1) & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m = 4 \\ \lceil \frac{2m}{5} \rceil (n - 1) & \text{jika } n \geq 3 \text{ dan } m \geq 6 \end{cases}$$

- **Teorema 3** Bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lingkaran dengan graf lintasan  $C_n \diamond P_m$  atau graf lingkaran dengan graf lingkaran  $C_n \diamond C_m$  adalah  $\gamma_L(C_n \diamond P_m) = \gamma_L(C_n \diamond C_m) = \lceil \frac{2m}{5} \rceil n$ .
- b. Kaitan antara bilangan dominasi lokasi dan tahapan keterampilan berpikir tingkat tinggi yaitu menganalisis (mengenali pola himpunan dominasi lokasi dan memisahkannya ke dalam beberapa kasus), mengevaluasi (memprediksi batas atas dan batas bawah serta mengecek kebenaran rumus bilangan dominasi lokasi), dan mencipta (menciptakan teorema baru dari formulasi rumus yang ditemukan).

## 5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan graf lingkaran, sebaiknya perlu dikembangkan untuk graf operasi lainnya sehingga ditemukan karakteristik operasi tersebut.

DAFTAR PUSTAKA

- Agustin, I.H. dan Dafik. 2014. "On The Domination Number of Some Families of Special Graphs". *Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Jember*, **1**(1): 139-147.
- Arends, R.I. 2000. *Learning to Teach. Fifth Edition*. New York: McGraw Hill Companies, Inc.
- Argiroffo, G. R., dan S.M. Bianchi. 2015. *A Polyhedral Approach to Locating Dominating Sets in Graphs. Electronic Notes in Discrete Mathematics*. **50**: 89-94.
- Arikunto. 2010. *Prosedur Penelitian: Suatu Pendekatan Praktek*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Chartrand, G. 2009. *Introduction Graph Teory*. United Stated of America: dover publication inc.
- Chartrand, G. dan P. Zhang. 2011. *Discrete Mathematics*. Long Grove: Eaveland Press.
- Dafik. 2011. *Antimagic Total Labelling of Disjoint Union of Disconnected Graphs*. Jember: CSS.
- Dafik. 2015. *Teori Graf, Aplikasi dan Tumbuhnya Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi*. Jember: Universitas Jember.
- Dafik, Slamini, F. Eka dan L. Sya'diyah. 2013. *Super Antimagicness of Triangular Book and Diamon Ladder Graph*. Proceedings of IICMA 2013.
- Foucaud, F., Henning, M.A. 2016. "Locating-Dominating Sets in Twin-Free Graphs". *Journal of Discrete Applied Mathematics*, **200**: 52-58.

- Gallian, J.A. 2009. "Dynamic survey of graph labeling". *The Electronic Journal of Combinatorics*. 11-16.
- Gross, J. L., dan J. Yellen. 2006. *Graph Theory and Its Applications Second Edition*. Boca Raton: Chapman dan Hall/CRC.
- Harary, F. 1969. *Graph Theory*. Wesley: Publishing Company, Inc.
- Hartsfield, N. dan Ringel, G. 1994. *Pearls in Graph Theory*. Boston - San Diego - New York - London: Academic Press.
- Haynes, T.W., Henning M.A. 2002. "Total Domination Good Vertices in Graphs". *Australian Journal of Combinatorics*, **26**: 305-315.
- Hobri. 2010. *Metodologi Penelitian Pengembangan Aplikasi pada Penelitian Pendidikan Matematika*. Jember: Pena Salsabila.
- Hou, Yaoping and Shiu, Wai-Chee. 2010. "The spectrum of the edge corona of two graphs". *Electronic Journal of Linear Algebra*. Volume 20.
- Iswadi, H. 2011. "Batas Atas Bilangan Dominasi Lokasi Metrik dari Graf Hasil Korona". *Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika*, **1**(1).
- Krathwohl. 2002. *A Revision of Bloom's Taxonomy: An Overview Theory Into Practice*. Ohio: Ohio State University
- Lin, Y. dan Slamin. 2004. *On d-antimagic labelings of prisms*. *Ars Combinatoria* 72: 65-76.
- Mustafa, Zainal. 2009. *Mengurai Variabel Hingga Instrumentasi*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Santrock, John. 2008. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta: Salemba Humanika.

Slamin. 2009. *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf*. Jember: Universitas Jember.

Slamin, M. Bača, Y. Lin, M. Miller and R. Simanjuntak. 2002. *Edge-magic total labelings of wheels, fans and friendship graphs*. Bulletin of the ICA, 35 : 89-98.

Slater, P. J. 2002. *Fault-Tolerant Locating-Dominating Sets Discrete Mathematics*. **249** :179-189.

Suharman. 2005. *Psikologi Kognitif*. Surabaya: Srikandi.

Utari, R. 2013. *Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Cara Menggunakannya*. Pusdiklat KNPk, Widyaaiswara Madya.

LAMPIRAN

A. Matrik Penelitian

Judul	Latar Belakang	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Jenis Penelitian	Metode Penelitian
Bilangan Dominasi Lokasi pada Graf Hasil Operasi Korona Sisi Graf Lintasan dan Graf Lingkaran serta Kaitannya dengan Keterampilan Tingkat Tinggi	1. Pendidikan 2. Matematika 3. Teori graf 4. Bilangan dominasi lokasi 5. Proses berpikir tingkat tinggi 6. Penelitian yang akan dilakukan	1. Berapa bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi $(P_n \diamond P_m)$ , sisi $(P_n \diamond C_m)$ , $(C_n \diamond P_m)$ , $(C_n \diamond C_m)$ ? 2. Bagaimana kaitan menentukan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dengan tumbuhnya keterampilan berpikir tingkat tinggi?	1. Graf hasil operasi korona sisi 2. Bilangan dominasi lokasi 3. Keterampilan berpikir tingkat tinggi	1. Mampu menentukan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi $(P_n \diamond P_m)$ , $(P_n \diamond C_m)$ , $(C_n \diamond P_m)$ , $(C_n \diamond C_m)$ , 2. Mampu mengetahui kaitan proses menemukan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dengan tumbuhnya keterampilan berpikir tinggi	Kepustakaan -Artikel Ilmiah -Buku -Hasil Penelitian	Penelitian terapan	1. Metode pendeteksian 2. Metode deduktif aksiomatik

**B. Lembar Penilaian**

**LEMBAR PENILAIAN  
KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

NAMA MAHASISWA : NUR LAILIYAH  
 NIM : 140210101095  
 JUDUL SKRIPSI : BILANGAN DOMINASI LOKASI PADA  
 GRAF HASIL OPERASI KORONA SISI GRAF  
 LINTASAN DAN GRAF LINGKARAN SERTA  
 KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN  
 TINGKAT TINGGI

Petunjuk!

- 1) Berilah tanda (✓) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
- 2) Berilah saran pada lembar penilaian jika diperlukan.
- 3) Berilah tanggal, nama dan tanda tangan pada tempat yang tersedia.

Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
		1	2	3	4	5
Menganalisis	a. Peneliti mampu <i>mengenali</i> pola himpunan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.					
	b. Peneliti mampu <i>memisahkan</i> hasil perhitungan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran menjadi beberapa kasus.					

Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
		1	2	3	4	5
Mengevaluasi	a. Peneliti mampu <i>memprediksi</i> batas atas dan batas bawah dari rumus bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.					
	b. Peneliti mampu <i>mengecek</i> kebenaran rumus bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran					
Mencipta	Peneliti mampu <i>menciptakan</i> teorema baru terkait bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.					

Saran :

.....

.....

.....

.....

Jember, .....2018

Dosen

(.....)

### C. Pedoman Penilaian

#### 1) Menganalisis

Untuk aspek no 1a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu mengenali pola himpunan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
2	Peneliti kurang mampu mengenali pola himpunan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
3	Peneliti cukup mampu mengenali pola himpunan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
4	Peneliti mampu mengenali pola himpunan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
5	Peneliti sangat mampu mengenali pola himpunan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.

Untuk aspek no 1b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu memisahkan hasil perhitungan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran menjadi beberapa kasus.
2	Peneliti kurang mampu memisahkan hasil perhitungan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran menjadi beberapa kasus.
3	Peneliti cukup mampu memisahkan hasil perhitungan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran menjadi beberapa kasus.
4	Peneliti mampu memisahkan hasil perhitungan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran menjadi beberapa kasus.
5	Peneliti sangat mampu memisahkan hasil perhitungan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran menjadi beberapa kasus.

## 2) Mengevaluasi

Untuk aspek no 2a

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu memprediksi batas atas dan batas bawah dari bilangan dominasi lokasi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
2	Peneliti kurang mampu memprediksi batas atas dan batas bawah dari bilangan dominasi lokasi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
3	Peneliti cukup mampu memprediksi batas atas dan batas bawah dari bilangan dominasi lokasi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
4	Peneliti mampu memprediksi batas atas dan batas bawah dari bilangan dominasi lokasi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
5	Peneliti sangat mampu memprediksi batas atas dan batas bawah bilangan dominasi lokasi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.

Untuk aspek no 2b

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu mengecek kebenaran rumus bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
2	Peneliti kurang mampu mengecek kebenaran rumus bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
3	Peneliti cukup mampu mengecek kebenaran rumus bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
4	Peneliti mampu mengecek kebenaran rumus bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.

Skor	Keterangan
5	Peneliti sangat mampu mengecek kebenaran rumus bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.

## 3) Mencipta

Skor	Keterangan
1	Peneliti tidak mampu menciptakan teorema baru terkait bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
2	Peneliti kurang mampu menciptakan teorema baru terkait bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
3	Peneliti cukup mampu menciptakan teorema baru terkait bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
4	Peneliti mampu menciptakan teorema baru terkait bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.
5	Peneliti sangat mampu menciptakan teorema baru terkait bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi graf lintasan dan graf lingkaran.

D. Hasil Penilaian

LEMBAR PENILAIAN  
KEMAMPUAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

NAMA MAHASISWA : NUR LAILIYAH  
 NIM : 140210101095  
 JUDUL SKRIPSI : BILANGAN DOMINASI LOKASI PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA SISI GRAF LINTASAN DAN LINGKARAN SERTA KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Petunjuk:

- 1) Berilah tanda (√) dalam kolom skor yang sesuai menurut pendapat Anda.
- 2) Berilah saran pada lembar penilaian jika diperlukan.
- 3) Berilah tanggal, nama dan tanda tangan pada tempat yang tersedia.

No.	Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
1.	Menganalisis	a. Peneliti mampu <i>membedakan</i> pola himpunan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.					√
		b. Peneliti mampu <i>memisahkan</i> hasil perhitungan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran menjadi beberapa kasus.					√
2.	Mengevaluasi	a. Peneliti mampu <i>memprediksi</i> batas atas dan batas bawah dari fungsi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.				√	

No.	Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
		b. Peneliti mampu <i>mengecek</i> kebenaran fungsi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.					✓
3.	Mencipta	Peneliti mampu <i>menciptakan</i> teorema baru terkait bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.					✓

Saran :

.....

.....

.....

.....

Jember, 02-Mei - 2018

Dosen

  
 (Ridho Alfarisi, S.Pd, M.Si.  
 NIDN. 0007119401

**LEMBAR PENILAIAN  
KEMAMPUAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

**NAMA MAHASISWA** : NUR LAILIYAH  
**NIM** : 140210101095  
**JUDUL SKRIPSI** : **BILANGAN DOMINASI LOKASI PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA SISI GRAF LINTASAN DAN LINGKARAN SERTA KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

Petunjuk:

- 1) Berilah tanda (√) dalam kolom skor yang sesuai menurut pendapat Anda.
- 2) Berilah saran pada lembar penilaian jika diperlukan.
- 3) Berilah tanggal, nama dan tanda tangan pada tempat yang tersedia.

No.	Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
1.	Menganalisis	a. Peneliti mampu <i>membedakan</i> pola himpunan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.				√	
		b. Peneliti mampu <i>memisahkan</i> hasil perhitungan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran menjadi beberapa kasus.					√
2.	Mengevaluasi	a. Peneliti mampu <i>memprediksi</i> batas atas dan batas bawah dari fungsi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.				√	

No.	Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
		b. Peneliti mampu <i>mengecek</i> kebenaran fungsi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.				✓	
3.	Mencipta	Peneliti mampu <i>menciptakan</i> teorema baru terkait bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.					✓

Saran :  
 Perlu diperbaiki kata-kata dalam indikator sehingga tidak menimbulkan mis perception.

Jember, 2 Mei 2018

Dosen



(... Robatul A. S. Pd. M. Si)  
 0031 07 92 01

**LEMBAR PENILAIAN**  
**KEMAMPUAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI**

**NAMA MAHASISWA** : NUR LAILIYAH  
**NIM** : 140210101095  
**JUDUL SKRIPSI** : BILANGAN DOMINASI LOKASI PADA GRAF HASIL OPERASI KORONA SISI GRAF LINTASAN DAN LINGKARAN SERTA KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Petunjuk:

- 1) Berilah tanda (√) dalam kolom skor yang sesuai menurut pendapat Anda.
- 2) Berilah saran pada lembar penilaian jika diperlukan.
- 3) Berilah tanggal, nama dan tanda tangan pada tempat yang tersedia.

No.	Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
1.	Menganalisis	a. Peneliti mampu <i>membedakan</i> pola himpunan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.				√	
		b. Peneliti mampu <i>memisahkan</i> hasil perhitungan bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran menjadi beberapa kasus.					√
2.	Mengevaluasi	a. Peneliti mampu <i>memprediksi</i> batas atas dan batas bawah dari fungsi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.				√	

No.	Aspek Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Skor				
			1	2	3	4	5
		b. Peneliti mampu <i>mengecek</i> kebenaran fungsi bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.					✓
3.	Mencipta	Peneliti mampu <i>menciptakan</i> teorema baru terkait bilangan dominasi lokasi pada graf hasil operasi korona sisi dari graf lintasan dan lingkaran.					✓

Saran :

.....

.....

.....

.....

Jember, 3 Mei .....2018

Dosen

ERMITA RIZKI A.Sidiq, M.Si.  
NIDN. 0027029201

### E. Analisis Hasil Penilaian

Rata-rata nilai untuk setiap indikator dirumuskan:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^n V_{ji}}{v}$$

Keterangan :

$V_{ji}$  : data nilai dari penilai ke- $j$  terhadap indikator ke- $i$

$I_i$  : rata-rata nilai indikator ke- $i$

$j$  : penilai ke-

$i$  : indikator ke-

$v$  : banyaknya penilai

Rumus untuk rata-rata setiap aspek adalah:

$$A_k = \frac{\sum_{i=1}^m I_{ki}}{m}$$

Keterangan :

$A_k$  : rata-rata nilai aspek ke- $k$

$I_{ki}$  : rata-rata nilai untuk aspek ke- $k$  indikator ke- $i$

$m$  : banyak kriteria dalam aspek ke- $k$

Setiap aspek penilaian memperoleh nilai rata-rata semua kriteria. Selanjutnya menghitung rata-rata total semua aspek dengan rumus :

$$V_a = \frac{\sum_{k=1}^n A_k}{n}$$

Keterangan :

$V_a$  : nilai rata-rata total semua aspek ke- $k$

$k$  : aspek yang dinilai

$n$  : banyak aspek

Capaian Teoritis =  $A_k \times \Sigma \text{indikator tiap aspek}$

Persentase Capaian Teoritis =  $\frac{\Sigma \text{indikator tiap aspek}}{\Sigma \text{indikator seluruh aspek}} \times 100\%$

Persentase Capaian Validasi =  $\frac{\text{Capaian Teoritis tiap aspek}}{\Sigma \text{Skor Maksimal}} \times 100\%$

Langkah terakhir adalah menentukan tingkat kevalidan instrumen sesuai tabel berikut.

**Tabel 5.3 Tingkat Kevalidan Instrumen**

Nilai $V_a$	Tingkat kevalidan
$V_a = 5$	Sangat valid
$4 \leq V_a < 5$	Valid
$3 \leq V_a < 4$	Cukup valid
$2 \leq V_a < 3$	Kurang valid
$1 \leq V_a < 2$	Tidak valid

Hasil analisis validasi oleh validator dijelaskan pada tabel berikut.

Aspek Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi	Indikator	Penilaian Validator ke-			$I_i$	$A_k$	Capaian Teori	Capaian Kumulatif Teoritis	Capaian Kumulatif Validasi	$V_a$
		1	2	3						
Menganalisis	1a	5	4	4	4,3	40%	40%	37%	37%	4,7
	1b	5	5	5	5	40%	80%	72%	72%	
Mengevaluasi	2a	4	4	4	4	40%	35%	20%	20%	4,7
	2b	5	4	5	4,7	20%	100%	92%	92%	
Mencipta	3	5	5	5	5	20%	20%	20%	20%	

Berdasarkan hasil analisis tingkat kevalidan instrumen mengenai keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah valid.