ANALISIS DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI SISI DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Zahirotul 'Ula

NIM 140210101037

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

JURUSAN PENDIDIKAN MIPA

FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN

UNIVERSITAS JEMBER

2017

ANALISIS DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI SISI DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Zahirotul 'Ula
NIM 140210101037

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2017

HALAMAN PERSEMBAHAN

Puji syukur dipanjatkan kehadirat Allah S.W.T., Tuhan yang Maha Pengasih dan Maha Penyayang dengan segala limpahan rahmat dan hidayah-Nya. Sholawat dan salam semoga selalu tercurahkan kepada junjungan Nabi besar kita, Nabi Muhammad S.A.W., atas kebesaran itu kupersembahkan sebagai rasa hormat dan rasa terima kasihku kepada:

1) Kakek Kaelani dan Nenek Siami yang telah membesarkanku dengan penuh kasih sayang, kesabaran, perhatian, dan doa yang selalu diberikan;
2) Abi Abd. Manab dan Umi Isti Azizah yang senantiasa mencurahkan rasa cinta, kasih sayang, dan doa;
3) Adik-adikku, Bulek, sepupu-sepupuku dan keluarga besarku yang memberikan dukungan dan doanya;
4) Guru TPQ, TK, SD, SMP, SMA dan dosen yang saya hormati;
5) Sahabat kecil hingga sekarang, Indah Verjayanti yang selalu menemaniku;
4) Sahabat-sahabat dari Math Lovers, ARIP, ICIP, ECA, dan Pejuang Graf yang telah menemani perjuangan dan selalu memberikan dukungan;
8) Teman-teman KKMT SMA Negeri 1 Jember atas segenap dukungannya;
9) Keluarga besar Matric '14, HMPS MSC, UKM PELITA, dan IMW yang telah memberikan cerita dan pengalaman yang berharga;
10) Keluarga Cabe 18 yang telah mendukung dalam menjalani perkuliahan.

MOTTO

إِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ﴿٦﴾ فَإِذَا فَرَغْتَ فَٱنصَبْ ﴿٧﴾ وَإِلَىٰ رَبِّكَ فَٱرْغَب ﴿٨﴾

" sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan, maka apabila Engkau telah selesai (dari suatu urusan), tetaplah bekerja keras (untuk urusan yang lain), dan hanya kepada Tuhanmulah maka hendaknya Engkau berharap"
*(terjemahan Surat Al- Insyiroh ayat 6-8)**

"Jika nasib adalah titik, dan usaha adalah sisi; maka hidup adalah sebuah graf. Tantangan kita adalah bagaimana merangkai titik dan sisi tersebut agar tercipta sebuah graf yang keindahannya dapat dinikmati bersama"
(Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.)**

*) Kementerian Agama Republik Indonesia. 2014. Al Qur'anulkarim Al Ihsan. Bandung : Al Hambra.

**) http://respository.unej.ac.id

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Zahirotul 'Ula

NIM : 140210101037

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Analisis Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi Pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Sisi dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan kepada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Desember 2017

Yang menyatakan,

Zahirotul 'Ula

NIM. 140210101037

HALAMAN PEMBIMBINGAN

ANALISIS DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI SISI DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh
Zahirotul 'Ula
NIM 140210101037

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing 2 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

HALAMAN PENGAJUAN

ANALISIS DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI SISI DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan syarat untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama	: Zahirotul 'Ula
NIM	: 140210101037
Tempat dan Tanggal Lahir	: Tanjung Redeb, 10 Februari 1996
Jurusan / Program Studi	: Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. NIP. 19670420 199201 1 001	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. NIP. 19680802 199303 1 004

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul : Analisis Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Sisi dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari, tanggal : Jumat, 22 Desember 2017
Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,	Sekretaris,
Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. NIP. 19670420 199201 1 001	Prof. Drs. Dafik, M.Sc,.Ph.D. NIP. 19680802 199303 1 004
Anggota I,	Anggota II,
Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si. NIP. 19581209 198603 1 003	Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. NIP. 19700307 199512 2 001

Mengetahui,
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Analisis Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi Pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Sisi dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi; Zahirotul 'Ula, 140210101037; 2017: 122 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Dimensi metrik merupakan bagian teori graf yang banyak manfaatnya dalam kehidupan. Dimensi metrik merupakan kardinalitas minimum dari himpunan pembeda pada suatu graf. $W = \{w_1, w_2, ..., w_k\}$ adalah himpunan terurut dari himpunan titik di graf terhubung G direpresentasikan titik v berada di G terhadap W adalah k-tupel $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), ..., d(v, w_k))$, merupakan representasi titik dari v terhadap W. Himpunan W disebut himpunan pembeda tidak terisolasi untuk G jika setiap titik pada G terhadap W mempunyai representasi yang tidak sama dan himpunan pembeda tersebut tidak terisolasi. Kardinalitas minimum dari himpunan pembeda tidak terisolasi tersebut dinotasikan $nr(G)$. Graf yang digunakan untuk penelitian dalam dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi adalah graf hasil operasi amalgamasi sisi untuk graf persahabatan, lengkap, dan lingkaran.

Pada penelitian ini menggunakan metode pendeteksian pola dan metode deduktif aksiomatik dalam menentukan nilai dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi yang dikaitkan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Penelitian ini menghasilkan tiga teorema antara lain :

Teorema 1. *Untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$ nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dari graf hasil operasi amalgamasi sisi pada graf persahabatan adalah $nr(amal(f_n, e, m)) = mn + 1$.*

Teorema 2. *Untuk $n \geq 4$ dan $m \geq 2$ nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dari graf hasil operasi amalgamasi sisi pada graf lengkap adalah $nr(amal(K_n, e, m)) = m(n - 3) + 1$.*

Teorema 3. *Untuk $n \geq 6$ dan $m \geq 3$ nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dari graf hasil operasi amalgamasi sisi pada graf lingkaran adalah $nr(amal(C_n, e, m)) = 2m$.*

Kaitan antara keterampilan berpikir tingkat tinggi dan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi yaitu mengingat (mengingat kembali dasar-dasar graf, mengenali graf yang digunakan beserta operasinya, mengingat kembali definisi, lemma, teorema, dan *corollary* yang berkaitan dengan dimensi metrik), memahami (menjelaskan graf hasil operasi yang diteliti seperti definisi dan kardinalitasnya), menerapkan (memilih himpunan pembeda yang akan dihitung representasi setiap titik di graf yang akan diteliti sesuai kemungkinan melalui ilustrasi gambar), menganalisis (memisahkan hasil perhitungan representasi titik menjadi beberapa kasus, menghubungkan variabel hasil penelitian yang didapatkan, dan membandingkan penelitian sebelumnya), mengevaluasi (menyeleksi hasil yang dapat di-*expand* untuk digeneralisasi menjadi teorema, memprediksi batas atas dan bawah dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi serta mengecek kebenarannya), dan mencipta (menemukan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi sehingga tercipta teorema baru).

PRAKATA

Segala puji syukur dipanjatkan kehadirat Allah SWT atas segala rahmat, taufik, dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Analisis Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi Pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Sisi dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada :

1) Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2) Ibu Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes. selaku Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3) Ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. selaku Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4) Ibu Dian Kurniati, S.Pd., M.Pd. selaku Ketua Laboratorium Matematika Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan;
5) Bapak Drs. Suharto, M.Kes. selaku Ketua Komisi Bimbingan Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan;
6) Bapak Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. dan Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku pembimbing skripsi yang sangat sabar dalam membimbing;
7) Ibu Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd. dan Bapak Ridho Alfarisi, S.Pd., M.Si. yang telah membantu dalam penyusunan dan perbaikan skripsi ini;
8) Bapak Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si. dan Ibu Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. selaku penguji skripsi yang telah memberikan saran demi perbaikan skripsi yang lebih baik;

9) Bapak Dr. Susanto, M.Pd. selaku dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing dan memberikan arahan;
10) Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
11) Teman seperjuangan mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika angkatan 2014;
12) Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bimbingan, bantuan, dan dukungan yang diberikan dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhir kata penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Desember 2017

Penulis

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMBANG

G	=	Graf G
v_n	=	Titik ke-n dari suatu graf G
e_n	=	Titik ke-n dari suatu graf G
$V(G)$	=	Himpunan titik pada Graf G
$E(G)$	=	Himpunan sisi pada Graf G
$\|V(G)\|$	=	Kardinalitas titik pada Graf G
$\|E(G)\|$	=	Kardinalitas sisi pada Graf G
f_n	=	Graf persahabatan dengan n Titik
K_n	=	Graf lengkap dengan n Titik
C_n	=	Graf lingkaran dengan n Titik
$Amal\ (G, v, r)$	=	Operasi amalgamasi titik dari Graf G
$Amal\ (G, e, r)$	=	Operasi amalgamasi sisi dari Graf G
W	=	Himpunan pembeda
$dim(G)$	=	Dimensi Metrik dari Graf atau kardinalitas minimum dari himpunan pembeda G
$cr(G)$	=	*connected resolving set* atau Kardinalitas minimum dari himpunan pembeda terhubung dari Graf G
$nr(G)$	=	*non isolated resolving set* atau Kardinalitas minimum dari himpunan pembeda tidak terisolasi dari Graf G

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pendidikan adalah aspek yang sangat berpengaruh dalam meningkatkan kualitas sumber daya manusia demi kemajuan suatu negara. Pendidikan dapat mempengaruhi aspek lain seperti perkembangan teknologi, kesehatan, ekonomi dan lainnya. Semakin baik pendidikan maka akan semakin baik aspek lainnya. Pendidikan nasional memiliki peranan penting bagi generasi penerus bangsa Indonesia. Berdasarkan Undang-undang nomor 20 tahun 2003 pasal 3 menyebutkan bahwa pendidikan nasional berfungsi mengembangkan kemampuan dan membentuk watak serta peradaban bangsa yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa. Pendidikan nasional bertujuan untuk berkembangnya potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab. Pendidikan sangat dibutuhkan oleh setiap orang sepanjang masa karena pendidikan akan selalu berkembang untuk memenuhi kebutuhan manusia baik berupa penyelesaian permasalahan dan penemuan hal baru. Saat ini pendidikan menuntut manusia untuk berpikir kritis dan analisis dalam menyelesaikan masalah yang semakin kompleks sebagai bentuk perkembangan kualitas berpikir. Oleh karena itu manusia memerlukan keterampilan berpikir yang lebih baik daripada sebelumnya. Salah satu cara meningkatkan keterampilan berpikir adalah dengan membiasakan mengasahnya dalam kehidupan sehari-hari.

Berpikir terdiri atas berpikir dasar (*lower order thinking*) dan berpikir tingkat tinggi (*higher order thinking*). Keterampilan berpikir tingkat tinggi atau dikenal dengan istilah *Higher Order Thinking Skills* (HOTS) termasuk dalam ranah kognitif. Tingkatan taksonomi Bloom pada awalnya yakni: (1) pengetahuan (*knowledge*); (2) pemahaman (*comprehension*); (3) penerapan (*application*); (4) analisis (*analysis*); (5) sintesis (*synthesis*); (6) evaluasi (*evaluation*). Revisi dilakukan terhadap taksonomi Bloom, yakni perubahan dari kata benda menjadi kata kerja. Perubahan ini dibuat agar sesuai dengan tujuan pendidikan yang mengindikasikan bahwa siswa akan dapat melakukan sesuatu (kata kerja) dengan sesuatu (kata benda). Revisi dilakukan oleh Krathwohl dan Anderson yang membagi taksonomi Bloom menjadi: (1) mengingat (*remember*); (2) memahami (*understand*); (3) mengaplikasikan (*apply*); (4) menganalisis (*analysis*); (5) mengevaluasi *(evaluate)*; dan (6) mencipta/mengkreasi (*create*). Kemampuan yang melibatkan menganalisis, mengevaluasi dan mencipta/mengkreasi inilah yang dinamakan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

Keterampilan berpikir tingkat tinggi dapat diterapkan dalam bidang ilmu misalnya matematika. Matematika merupakan dasar berbagai disiplin ilmu yang memiliki peranan penting untuk perkembangan sains, teknologi modern, dan memajukan daya pikir manusia. Berkembangnya zaman, kebudayaan, dan peradaban manusia selalu berkaitan dengan matematika. Matematika merupakan ilmu yang mengajarkan seseorang untuk berpikir secara sistematis, terstruktur, dan konseptual dalam memecahkan masalah. Konsep dan aturan tersebut terlebih dahulu ditemukan melalui serangkaian penemuan dan pembuktian. Dalam menemukan aturan tersebut dibutuhkan keterampilan matematika untuk memecahkan dan menemukan solusi dari permasalahan.

Salah satu cabang ilmu matematika yang relevan dalam mengasah dan meningkatkan keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah matematika diskrit dengan fokus kajian teori graf. Graf telah dikenal sejak lama dan diterapkan pada segala bidang. Graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) yang dinotasikan $G = (V, E)$. V adalah himpunan titik *(vertex)* dan tidak kosong dengan $V = \{v_1, v_2, v_3, ..., v_n\}$, sedangkan E adalah himpunan sisi, boleh kosong, dan menyambungkan dua titik dengan $E = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), ..., (v_{n-1}, v_n)\}$ atau $E = \{e_1, e_2, e_3, ..., e_n\}$ dimana e sisi yang menghubungkan titik v_i dan v_j.

Teori graf diperkenalkan pertama kali pada tahun 1736 oleh Leonhard Euler ketika membahas permasalahan yang terjadi di kota Konigsberg Jerman. Dia membuktikan kemungkinan seseorang untuk mengunjungi empat wilayah yang dihubungkan dengan tujuh jembatan di atas Sungai Pregel tanpa harus melewati jembatan lebih dari satu kali dan kembali ke tempat asal adalah mustahil. Permasalahan Jembatan Konigsberg dapat direpresentasikan dalam graf dengan merepresentasikan keempat wilayah tersebut sebagai titik dan ketujuh jembatan sebagai sisi. Hal ini menunjukkan bahwa teori graf membantu dalam memudahkan suatu permasalahan untuk dipahami dan diselesaikan. Objek yang diteliti dalam teori graf sangat sederhana yaitu sisi dan titik, namun manfaat teori graf sangat besar dalam kehidupan sehari-hari dalam merepresentasikan situasi. Oleh karena itu perkembangan teori graf semakin meningkat sampai sekarang.

Beberapa topik terkini dan menarik dalam teori graf antara lain pelabelan, pewarnaan, bilangan dominasi, dimensi partisi, dan dimensi metrik. Dimensi metrik mulai diperkenalkan secara terpisah oleh Slater pada tahun 1975 dan Harary bersama Melter pada tahun 1976. Mereka memperkenalkan gagasan tentang himpunan pembeda. Himpunan W didefinisikan sebagai himpunan pembeda G jika titik G mempunyai representasi berbeda. Dimensi metrik dari suatu graf G yang dinotasikan $dim(G)$ adalah penentuan kardinalitas titik pada graf G yang minimum. Himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, ..., w_k\}$ merupakan himpunan titik di graf terhubung G dan sebuah titik v di G sedemikian hingga $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), ..., d(v, w_k))$. Dimensi metrik banyak variasinya seperti yang dikenalkan oleh Marsidi (2016) tentang dimensi metrik lokal, sedangkan Citra dan Arumugam (2015) memperkenalkan variasi lain yaitu dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi atau biasa dinotasikan dengan $nr(G)$. Dimensi metrik dapat diterapkan untuk merepresentasikan permasalahan yang ada dalam kehidupan seperti pengkodean, navigasi robot, jaringan televisi, jaringan radio, penempatan tempat usaha tertentu dan lainnya. Representasi setiap titik yang saling berbeda dari dimensi metrik dapat dijadikan sebagai kode rahasia sehingga bermanfaat dalam bidang keamanan.

Operasi antara dua graf merupakan salah satu cara untuk memperoleh bentuk graf-graf baru. Salah satu operasi graf adalah amalgamasi sisi. Penelitian yang dilakukan tentang dimensi metrik dalam operasi amalgamasi sisi yang dikaitkan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Hal ini didasarkan penelitian oleh Chitra dan Arumugam (2015) yang telah meneliti dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf khusus lalu dikembangkan oleh Sulistio (2016) dan Sholihah (2016) untuk graf khusus lainnya. Penelitian untuk graf hasil operasi diteliti oleh Tauhida (2017) untuk amalgamasi titik, sedangkan hasil operasi amalgamasi sisi untuk membentuk graf baru belum ada yang meneliti. Graf yang digunakan adalah graf khusus yang belum pernah diteliti karena graf khusus dapat mendasari pengembangan penelitian untuk keluarga graf. Berdasarkan uraian sebelumnya dan observasi awal yang telah dilakukan maka terdapat peluang pengembangan penelitian lebih lanjut, maka peneliti mengambil judul "**Analisis Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi Pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Sisi dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi**"

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

a. berapa nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf hasil operasi $amal(f_n, e, m)$, $amal(K_n, e, m)$, dan $amal(C_n, e, m)$?
b. bagaimana kaitan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi terhadap keterampilan berpikir tingkat tinggi?

1.3 Batasan Masalah

Menghindari meluasnya permasalahan yang akan diteliti maka dalam penelitian ini masalah dibatasi pada :

a. graf khusus yang digunakan adalah graf persahabatan, graf lengkap, dan graf lingkaran;
b. operasi yang dipakai adalah operasi amalgamasi dengan terminal sisi;
c. menggunakan operasi pada sebuah graf;
d. dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi;
e. taksonomi bloom yang digunakan adalah yang telah direvisi.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. menentukan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf hasil operasi amalgamasi sisi;
b. menganalisis kaitan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi terhadap keterampilan berpikir tingkat tinggi.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. memberikan kontribusi terhadap perkembangan pengetahuan baru dalam bidang teori graf khususnya tentang dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi;
b. memberikan motivasi kepada pembaca untuk mengembangkan penelitian tentang dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf hasil operasi lainnya atau pengembangan konsep;
c. sebagai sumber referensi dalam mengembangkan penelitian tentang dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi untuk menciptakan suatu rumus umum untuk sembarang graf hasil operasi;
d. sebagai sumber referensi tentang gambaran tahapan keterampilan berpikir tingkat tinggi yang ada dalam menentukan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi;
e. hasil penelitian dapat dijadikan sebagai pengembangan keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam disiplin ilmu lain.

1.6 Kebaruan Penelitian

Kebaruan dari penelitian ini adalah pengembangan dari topik mengenai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi. Berdasarkan penelitian sebelumnya telah banyak diteliti tentang dimensi metrik pada beberapa graf. Namun untuk dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi masih terbatas. Hal ini ditandai dengan munculnya artikel internasional yang ditulis oleh Chitra dan Arumugam (2015) yang berjudul "*Resolving Sets without Isolated vertices*". Selanjutnya topik ini diteliti lebih lanjut untuk graf khusus oleh Sulistio (2016) yang berjudul Analisis Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Terhubung pada Graf Khusus Keluarga Pohon Dikaitkan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi" dan Sholihah (2016) yang berjudul "Dimensi Metrik dan *Non-Isolated Resolving Number* pada Beberapa Graf Khusus". Sedangkan untuk graf hasil operasi diteliti oleh Tauhida (2017) yang berjudul "Nilai Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Titik dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi". Penelitian dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf hasil operasi amalgamasi sisi belum diteliti sehingga peneliti tertarik untuk meneliti graf hasil operasi amalgamasi sisi pada beberapa graf.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Menurut Hollands (1980) Definisi adalah pernyataan yang menggunakan suatu aturan yang telah dideskripsikan secara tepat. Aksioma adalah pernyataan yang diasumsikan benar dan tidak memerlukan pembuktian kebenaran. Aksioma disebut juga postulat. Teorema adalah pernyataan atau proposisi yang sudah terbukti benar. Bentuk khusus dari teorema adalah lemma dan *corolarry* (akibat). Lemma adalah teorema sederhana yang digunakan dalam pembuktian teorema lain. Lemma biasanya tidak menarik namun berguna pada pembuktian proposisi yang lebih kompleks. Dalam hal ini pembuktian tersebut dapat lebih mudah dimengerti bila menggunakan sederetan lemma, setiap lemma dibuktikan secara individual. *Corollary* (akibat) adalah teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema yang telah dibuktikan, atau dapat dikatakan *corollary* adalah teorema yang mengikuti dari teorema lain. *Open problem* (masalah terbuka atau pertanyaan terbuka) adalah beberapa masalah yang dapat secara akurat dinyatakan, dan belum diselesaikan (tidak ada solusi untuk diketahui).

2.1 Terminologi Dasar Graf

Sebuah graf G merupakan himpunan $(V(G), E(G))$, dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut simpul/titik, dan $E(G)$ adalah sebuah himpunan (boleh kosong) dari pasangan tak terurut u, v dari titik-titik $u, v \in V(G)$ yang disebut sisi. $V(G)$ disebut himpunan titik dari G dan $E(G)$ disebut himpunan sisi dari G (Slamin, 2009).

Graf sederhana adalah graf yang tidak memuat loop dan sisi rangkap (*multiple edge*). Loop adalah sisi yang menghubungkan suatu titik dengan dirinya sendiri. Sisi rangkap adalah sisi yang menghubungkan dua titik dengan banyak lebih dari satu. Graf tak berarah (*undirected graf*) adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah, dan urutan pasangan titik-titik yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan (Harary, 1969)

Pada Gambar 2.1 (a) merupakan contoh graf yang mempunyai $|V(G)|$ sebanyak 5 yaitu $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, dan $|E(G)|$ sebanyak 6 yaitu

$E = \{(v_1v_2), (v_2v_3), (v_2v_4), (v_3v_4), (v_4v_5), (v_5v_1)\}$. Graf pada Gambar 2.1 (b) memiliki $|V(G)|$ sebanyak 3 dan $|E(G)|$ sebanyak 3. Graf tersebut memiliki sisi rangkap yang menghubungkan v_2 dan v_3. Sedangkan Graf pada Gambar 2.1 (c) memiliki $|V(G)|$ sebanyak 3 dan $|E(G)|$ sebanyak 4. Graf tersebut memiliki loop di v_2. Pada Gambar 2.1 merupakan graf-graf yang tidak berarah.

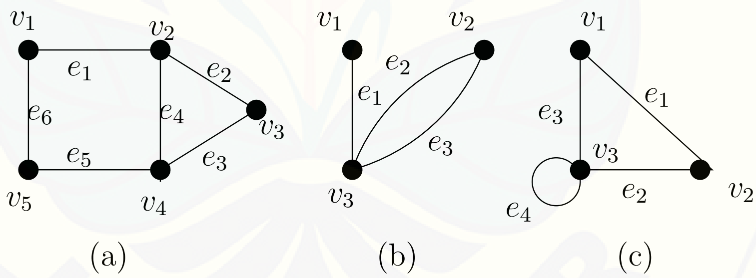
Suatu sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi pada graf G maka u dan v disebut terhubung langsung/bertetangga (*adjacent*), sedangkan u dengan e atau v dengan disebut bersisian (*incident*) (Chartrand dan Lesniak, 1986). Pada Gambar 2.1 (a) v_3 dikatakan bertetangga dengan v_2 dan v_4. Sedangkan e_1 dikatakan bersisian dengan v_1 dan v_2.

Misalkan Graf G memiliki suatu jalan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graf G adalah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk $Y = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, ...e_{n-1}, v_{n-1}, e_n, v_n$ sedemikian sehingga $v_0, v_1, v_2, ..., v_n$ adalah titik-titik dari graf dan $e_1 = (v_0v_1), e_2 = (v_1v_2), ..., e_n = (v_{n-1}v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G. Jika $v_0 \neq v_n$, maka jalan disebut jalan terbuka dan jika $v_0 = v_n$, maka jalan disebut jalan tertutup, simpul dan sisi mungkin diulang dalam suatu jalan. Panjang suatu jalan adalah banyaknya sisi yang terdapat pada jalan. *Trail* dalam graf G adalah suatu jalan di G dengan sifat tidak ada sisi yang diulang. Lintasan dalam graf G adalah suatu *trail* di G dengan sifat tidak ada simpul yang diulang (Hartsfield dan Ringel, 1994). Pada Gambar 2.1 (a) $v_1 - e_1 - v_2 - e_2 - v_3 - e_3 - v_4 - e_5 - v_5$ dengan panjang 4 merupakan contoh jalan terbuka. $v_1 - e_1 - v_2 - e_2 - v_3 - e_3 - v_4 - e_5 - v_5 - e_6 - v_1$ dengan panjang 5 merupakan contoh jalan tertutup. Sedangkan contoh *Trail* adalah $v_1 - e_1 - v_2 - e_2 - v_3 - e_3 - v_4 - e_4 - v_2$ dan lintasan adalah $v_1 - e_1 - v_2 - e_2 - v_3 - e_3 - v_4$.

Menurut Hartsfield dan Ringel (1994) jika sebuah jalan memiliki titik-titik ujung yang sama, maka jalan tersebut jalan tertutup (sirkuit). Jika sebuah jalan tidak memiliki titik dan sisi yang berulang/berbeda, maka jalan tersebut disebut lintasan (*path*). Suatu lintasan dinamakan *cycle* jika lintasan tersebut membentuk lintasan tertutup. Panjang dari *cycle* terpendek disebut *girth*. Pada Gambar 2.1

(a) $v_2 - e_2 - v_3 - e_3 - v_4 - e_4 - v_2$ dengan panjang 3 dan $v_1 - e_1 - v_2 - e_4 - v_4 - e_5 - v_5 - e_5 - v_1$ dengan panjang 4 merupakan *cycle* sehingga *girth* dari graf tersebut adalah $v_2 - e_2 - v_3 - e_3 - v_4 - e_4 - v_2$.

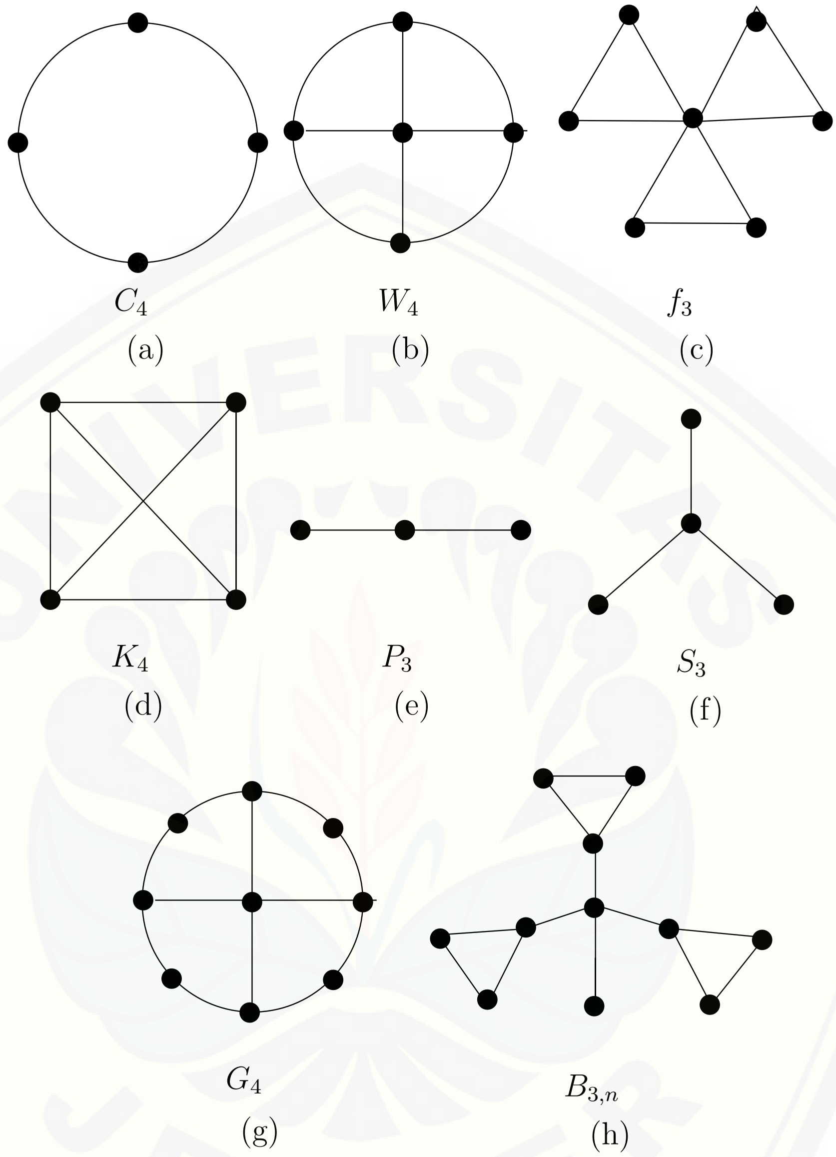
Menurut Gross dan Yellen (2006) sebuah graf G dikatakan terhubung (*connected*) jika untuk setiap pasang simpul u dan v yang berbeda di graf G maka terdapat jalan yang menghubungkan kedua simpul tersebut. Jarak $d(s,t)$ dari sebuah simpul s ke simpul t dengan panjang lintasan terpendek jika ada. Eksentrisitas dalam graf G adalah jarak dari simpul v ke simpul terjauh dari v di G $ecc(v) = max\{d(v,x), x \in V_G\}$. Diameter dari sebuah graf G yang dinotasikan dengan $diam(G)$ didefinisikan jarak terjauh antara dua simpul di $V(G)$ atau suatu nilai maksimum dari eksentrisitas. Secara matematis didefinisikan sebagai $diam(G) = max\{ecc(x), x \in V_G\} = max\{d(x,y),(x,y \in V_G)\}$. Jari-jari (*radius*) yang dinotasikan $rad(G)$ dari graf G adalah eksentrisitas minimum di antara simpul-simpul di G. Secara matematis didefiniskan sebagai $rad(G) = min\{ecc(x), x \in V_G\}$. Simpul pusat v dari graf G adalah simpul dengan eksentrisitas minimum. $ecc(v) = rad(G)$. Pada Gambar 2.1 (a) untuk graf G memiliki diameter sebesar 2 dan jari-jari sebesar 1 dengan lintasan $v_1 - v_2 - v_3$.



Gambar 2.1 Contoh-contoh graf

2.2 Graf Khusus

Graf khusus adalah graf yang memiliki keunikan (tidak isomorfis dengan graf lainnya) dan karakteristik bentuk khusus (dapat diperluas sampai *order* n dan simetris). Graf khusus yang belum populer namun memiliki karakteristik graf khusus dinamakan *well-defined special graph*, sedangkan graf khusus yang sudah populer dinamakan *well-known special graph*.



Gambar 2.2 Graf khusus

a. Graf Lingkaran (*Cycle Graph*)

   Sebuah graf lingkaran adalah sebuah titik dengan loop pada dirinya sendiri atau graf sederhana C dengan $|V_C| = |E_C|$ yang dapat digambarkan dengan semua titik dan sisi yang berada pada lingkaran tunggal. Sebuah graf lingkaran dengan n titik dinotasikan dengan C_n. (Gross dan Yellen, 2006). Contoh gambar graf lingkaran pada Gambar 2.2 (a).

b. Graf Roda (*Wheel Graph*)

Sebuah graf roda adalah graf lingkaran yang menghubungkan semua titiknya dengan sebuah titik yang disebut pusat. Graf roda dinotasikan dengan W_n dengan $n+1$ titik antara lain $c, v_1, v_2, ..., v_n$ dan $2n$ sisi antara lain $cv_1, cv_2, ..., cv_n, v_1v_2, v_2v_3, ..., v_{n-1}v_n, v_nv_1$ (Slamin, dkk, 2002). Contoh graf roda pada Gambar 2.2 (b).

c. Graf Persahabatan (*Friendship Graph*)

Menurut Daoud (2017) menyatakan bahwa graf persahabatan adalah graf dengan $2n+1$ titik dan $3n$ sisi yang dikontruksi dengan menggabungkan sebanyak n dari graf lingkaran dengan $n = 3$ yang memiliki sebuah titik pusat. Pendefinisian lainnya sebuah graf persahabatan adalah n segitiga dengan tepat satu titik sebagai pusat. Sebuah graf persahabatan dapat dikontruksi dari graf roda W_{2n} dengan menghilangkan setiap sisi pada lingkaran yang kedua. Graf persahabatan dinotasikan dengan f_n (Slamin, dkk, 2002). Contoh graf persahabatan pada Gambar 2.2 (c).

d. Graf Lengkap (*Complete Graph*)

Sebuah graf lengkap adalah graf sederhana yang setiap pasang titiknya terhubung langsung (bertetangga) dengan sebuah garis. Graf lengkap dengan n buah titik dinotasikan dengan K_n (Gross dan Yellen, 2006). Contoh graf lengkap pada Gambar 2.2 (d).

e. Graf Lintasan (*Path Graph*)

Sebuah graf lintasan P adalah graf sederhana dengan $|V_P| = |E_P| + 1$ dapat digambarkan dengan semua titik dan sisi yang berada pada sebuah garis lurus. Sebuah graf lintasan dengan n titik dan $n-1$ sisi dapat dinotasikan dengan P_n. Derajat titik untuk graf lintasan dengan dua titik adalah 1 dan untuk yang lain berderajat titik 2 (Gross dan Yellen, 2006). Contoh graf lintasan pada Gambar 2.2 (e).

f. Graf Bintang (*Star Graph*)

Sebuah graf bintang adalah graf pohon yang terdiri dari satu titik pusat berderajat n dan n titik yang berderajat 1. Jadi graf bintang S_n terdiri dari $n+1$ titik dan n sisi dengan $n \geq 2$ (Slamin, 2009). Contoh graf bintang pada Gambar 2.2 (f).

g. Graf Gir (*Gear Graph*)

Sebuah graf gir adalah graf roda dengan penambahan sebuah titik diantara setiap pasang titik yang bertetangga di lingkaran luar (bukan titik pusat). Graf gir dinotasikan dengan G_n (Weisstein, 2017). Contoh graf bintang pada Gambar 2.2 (g).

h. Graf Baling-baling

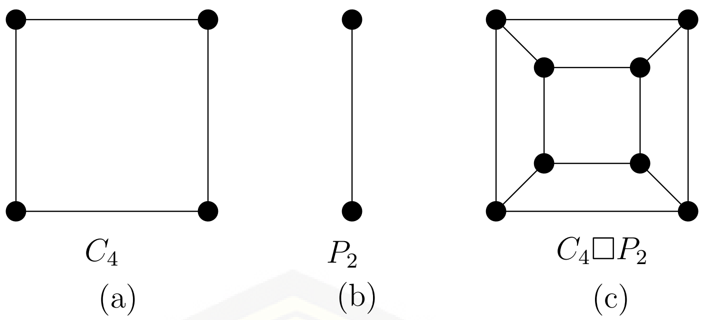
Sebuah graf baling-baling diperoleh dengan cara menambahkan suaru segitiga (C_3) pada setiap ujung simpul pada graf bintang sehingga salah satu titik sudut segitiga berhimpit dengan ujung simpul pada graf bintang lalu tambahkan satu buah busur dari titik pusat. Graf baling-baling dinotasikan dengan $B_{3,n}$ (Indarti dan Wahyuni, 2013). Contoh graf bintang pada Gambar 2.2 (h).

2.3 Operasi Graf

Operasi graf adalah operasi terhadap dua graf atau lebih untuk menghasilkan graf baru. Beberapa operasi graf antara lain perkalian kartesian, korona, dan amalgamasi.

a. Perkalian kartesian (*Cartesian Product*)

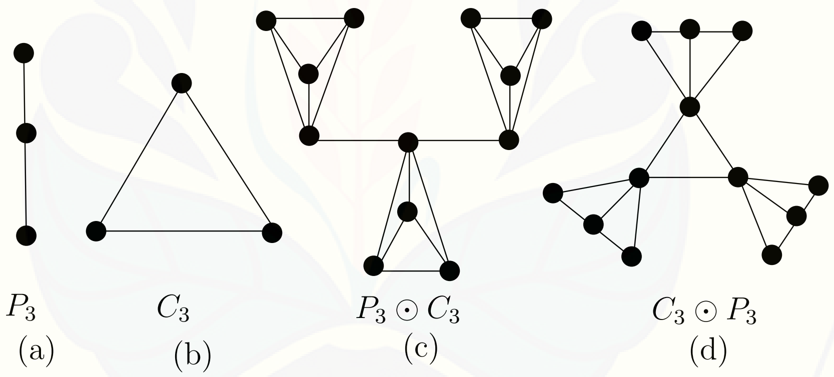
Perkalian kartesian dari graf G dan H dinotasikan sebagai $G\Box H$ yang memiliki himpunan titik-titik $V_{G\Box H} = \{V_G \times V_H\}$ dan sisi-sisinya adalah gabungan dari dua perkalian $E_{G\Box H} = \{V_G \times E_H\} \cup \{E_G \times V_H\}$ (Gross dan Yellen, 2006). Pendefinisian lain oleh Koh dan Soh (2016) dari perkalian kartesian dari graf G dan H adalah $G\Box H$ memiliki $V(G) \times V(H) = \{(x_1, x_2)|x_i \in V(G\Box H)$ untuk $i = 1, 2\}$ dan dua titik (u_1, u_2) dan (v_1, v_2) dari graf G bertetangga jika dan hanya jika $u_1 = v_1$ dan $u_1v_1 \in E(H)$ atau $u_2 = v_2$ dan $u_2v_2 \in E(G)$. Graf hasil perkalian kartesian dapat dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.3 (a) Graf lingkaran (C_4), (b) Graf lintasan (P_2), dan (c) Graf hasil operasi perkalian kartesian ($C_4 \square P_2$)

b. Korona (*Corona*)

Harary dan Frunct dalam Yero (2011) mendefinisikan operasi korona dari graf G dan graf H adalah sebagai graf yang diperoleh dengan mengambil sebuah duplikat dari graf G dan $|G|$ duplikat dari graf H yaitu H_i dengan $i = 1, 2, 3, ..., |G|$ lalu menghubungkan setiap titik ke-i dari G ke setiap titik di H_i. Graf hasil operasi korona pada Gambar 2.5.



Gambar 2.4 (a) Graf lintasan (P_3), (b) Graf lingkaran (C_3), (c) Graf hasil operasi korona ($P_3 \odot C_3$), dan (d) Graf hasil operasi korona ($C_3 \odot P_3$)

c. Amalgamasi (*Amalgamation*)

Operasi amalgamasi terdiri atas tiga macam yaitu amalgamasi titik, amalgamasi sisi, dan amalgamasi subgraf.

1) Amalgamasi titik

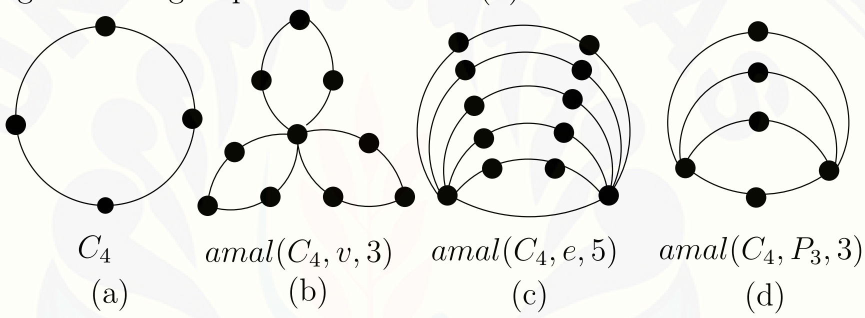
Amalgamasi titik dari graf H_i yang dinotasikan $amal(H, v, k)$ adalah suatu keluarga graf berhingga dan setiap H_i mempunyai suatu titik v_{0i} yang disebut titik terminal sehingga seluruh titik terminal disatukan menjadi sebuah titik (Carlos, 2006). Contoh graf hasil operasi amalgamasi subgraf pada Gambar 2.5 (b).

2) Amalgamasi sisi

Amalgamasi sisi yang dinotasikan $amal(H, e, k)$ adalah suatu keluarga graf berhingga dan setiap H_i mempunyai suatu sisi e_{0i} yang disebut titik terminal sehingga seluruh sisi terminal disatukan menjadi sebuah sisi (Carlos, 2006). Contoh graf hasil operasi amalgamasi subgraf pada Gambar 2.5 (c).

3) Amalgamasi subgraf

Amalgamasi subgraf yang dinotasikan $amal(H, S, k)$ adalah suatu keluarga graf berhingga dan setiap H_i mempunyai suatu subgraf terhubung tak trivial yang disebut subgraf terminal (Carlos, 2006). Contoh graf hasil operasi amalgamasi subgraf pada Gambar 2.5 (d).



Gambar 2.5 (a) Graf lingkaran (C_4), (b) Graf hasil operasi amalgamasi titik ($amal(C_4, v, 3)$), (c) Graf hasil operasi amalgamasi sisi ($amal(C_4, e, 5)$), dan (d) Graf hasil operasi amalgamasi subgraf ($amal(C_4, P_3, 3)$)

2.4 Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi

Dimensi metrik berkaitan dengan aljabar linier karena representasi titik pada graf dapat disusun menjadi suatu matriks.

Definisi 2.4.1. *Misal G adalah graf dengan n titik dan m sisi yang memiliki himpunan sisi $V = \{v_1, ..., v_n\}$ dan $E = \{e_1, ..., e_m\}$. Incidence Matrix (matrik kesisian) adalah matriks $C(G)$ berukuran $m \times n$ yang didefinisikan berikut ini* (Farmer, 2008)

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ jika } v_i \text{ adalah salah satu titik di } e_j \\ 0 \text{ untuk lainnya} \end{cases}$$

Definisi 2.4.2. *Misal G adalah graf dengan n titik memiliki himpunan titik $V = \{v_1, ..., v_n\}$. Adjacency Matrix (matrik ketetanggaan) adalah matriks $A(G)$ berukuran $n \times n$ yang didefinisikan berikut ini* (Farmer, 2008)

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ jika } v_i v_j \in E(G) \\ 0 \text{ untuk lainnya} \end{cases}$$

Berdasarkan definisi tersebut maka matriks yang menyatakan komponen graf dapat diterapkan aturan dalam aljabar linier seperti basis, dimensi, dan lainnya. Oleh karena itu dimensi pada graf yang menyatakan ukuran dinamakan dimensi metrik.

Saputro, dkk (2012) menyatakan bahwa definisi jarak pada graf terhubung G dengan titik u dan v yang dinotasikan dengan $(d(u, v))$ adalah panjang lintasan terpendek antara u dan v di G. Jika $d(u, w) \neq d(v, w)$, dapat dikatakan w adalah pembeda untuk u dan v. Untuk himpunan terurut k-tupel $W = \{w_1, w_2, ..., w_k\}$ dari himpunan titik di graf terhubung G direpresentasikan sebuah titik v di G terhadap W adalah k-tupel $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), ..., d(v, w_k))$, merupakan representasi metrik dari v terhadap W. Himpunan W disebut himpunan pembeda untuk sembarang titik v jika $r(u|W) \neq r(v|W)$, setiap titik pada G memiliki representasi titik yang berbeda. Sebuah himpunan pembeda di G dengan kardinalitas minimum disebut basis dan kardinalitas tersebut menyatakan dimensi metrik dari G dan dinotasikan dengan $dim(G)$.

Chitra dan Arumugam (2015) menyatakan bahwa himpunan pembeda terhubung jika subgraf $\langle W \rangle$ diinduksi oleh W adalah subgraf terhubung nontrivial. Kardinalitas minimum dari himpunan pembeda terhubung W dinotasikan dengan $cr(G)$. nilai himpunan pembeda terhubung terhadap dimensi metrik adalah $cr(G) \geq dim(G)$.

Chitra dan Arumugam (2015) mendefinisikan bahwa himpunan pembeda W dari sebuah graf G dikatakan sebagai himpunan pembeda tidak terisolasi jika diinduksi subgraf $\langle W \rangle$ yang tidak mempunyai titik terisolasi. Kardinalitas minimum dari sebuah himpunan pembeda tidak terisolasi dari sebuah graf G adalah banyaknya elemen himpunan pembeda tidak terisolasi paling sedikit.

Sebuah himpunan pembeda tidak terisolasi dari kardinalitas, $(nr(G))$ disebut himpunan nr dari G. Batas bawah dari suatu dimensi metrik dari sebuah graf G adalah nilai terkecil dari himpunan pembedanya W. Batas bawah dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi adalah nilai terkecil dari himpunan pembeda W dari sebuah graf G dimana semua himpunan pembeda W saling tidak mengisolasi satu dengan yang lain. Menurut Chitra dan Arumugam (2015) hubungan nilai terkecil dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda W dan himpunan pembeda tidak terisolasi adalah $nr(G) \geq dim(G)$. Sedangkan hubungan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dan himpunan pembeda tidak terisolasi adalah $cr(G) \geq nr(G)$.

Lemma 2.4.1. *Untuk setiap titik u anggota himpunan pembeda W pasti memiliki representasi yang berbeda terhadap W* (Permana dan Darmaji, 2012)

Teorema 2.4.1. *Untuk sembarang graf G memiliki $nr(G) \leq 2dim(G)$* (Chitra dan Arumugam, 2015)

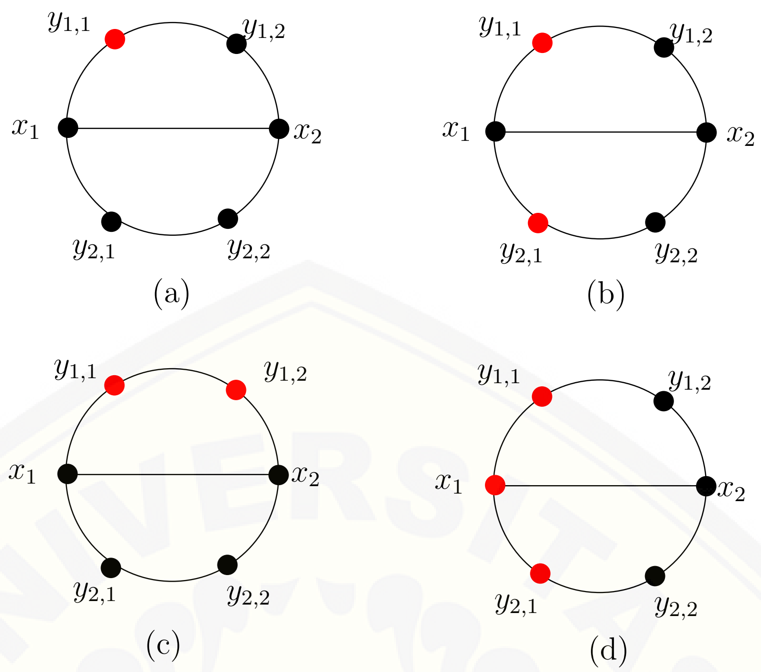
Teorema 2.4.2. *Misal $\{K_{k_1}, K_{k_2}, ..., K_{k_n}\}$ adalah gabungan dari n_3 graf lengkap berorde 3. Jika G adalah amalgamasi titik dari $K_{k_1}, K_{k_2}, ..., K_{k_n}$ maka nilai dimensi metrik dari amalgamasi titik graf lengkap sebagai berikut* (Simanjuntak dan Danang, 2014)

$$dim(G) = \begin{cases} \sum dim(K_{ki}) - 2n + 1, n_3 = 0 \\ \sum dim(K_{ki}) - 2n + 2, n_3 = 1 \text{ dan } n = 2 \\ \sum dim(K_{ki}) - 2n + n_3, \text{ untuk lainnya} \end{cases}$$

Teorema 2.4.3. *Misal $\{C_{c1}, C_{c2}, ..., C_{cn}\}$ adalah gabungan dari n graf lingkaran dengan n_e lingkaran berorder genap. H adalah amalgamasi sisi dari $C_{c1}, C_{c2}, ..., C_{cn}$. Nilai dimensi metrik dari amalgamasi graf lingkaran sebagai berikut* (Simanjuntak dan Danang 2014)

$$\sum dim(C_e i) - n - 2 \leq dim(H) \leq dim(C_{ci}) - n$$

Pada Gambar 2.6 (a) dipilih himpunan pembeda $W = \{y_{1,1}\}$ untuk graf hasil operasi $amal(C_4, e, 2)$, maka representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda yaitu:



Gambar 2.6 Graf hasil operasi $amal(C_4, e, 2)$

$$\begin{array}{lll} r(x_1|W) = (1) & r(y_{1,1}|W) = (0) & r(y_{2,1}|W) = (2) \\ r(x_2|W) = (2) & r(y_{1,2}|W) = (1) & r(y_{2,2}|W) = (3) \end{array}$$

dapat diperhatikan bahwa terdapat dua representasi yang sama yaitu $r(x_1|W)$ dengan $r(y_{1,2}|W)$ dan $r(x_2|W)$ dengan $r(y_{2,1}|W)$, maka $W = \{y_{1,1}\}$ bukan himpunan pembeda untuk graf $amal(C_4, e, 2)$.

Selanjutnya pada Gambar 2.6 (b) jika dipilih himpunan pembeda $W = \{(y_{1,1}, y_{2,1}\}$ untuk graf $amal(C_4, e, 2)$, maka representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda yaitu:

$$\begin{array}{lll} r(x_1|W) = (1,1) & r(y_{1,1}|W) = (0,2) & r(y_{2,1}|W) = (2,0) \\ r(x_2|W) = (2,2) & r(y_{1,2}|W) = (1,3) & r(y_{2,2}|W) = (3,1) \end{array}$$

dapat dilihat bahwa tidak ada representasi yang sama maka $W = \{y_{1,1}, y_{2,1}\}$ merupakan himpunan pembeda untuk graf $amal(C_4, e, 2)$. Hal ini memenuhi ketentuan dimensi metrik.

Kemudian pada Gambar 2.6 (c) jika dipilih himpunan pembeda $W = \{y_{1,1}, y_{1,2}\}$ untuk graf $amal(C_4, e, 2)$, maka representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda yaitu:

$$r(x_1|W) = (1,2) \qquad r(y_{1,1}|W) = (0,1) \qquad r(y_{2,1}|W) = (2,3)$$
$$r(x_2|W) = (2,1) \qquad r(y_{1,2}|W) = (1,0) \qquad r(y_{2,2}|W) = (3,2)$$

dapat diamati bahwa tidak ada representasi yang sama maka $W = \{y_{1,1}, y_{2,1}\}$ merupakan himpunan pembeda untuk graf $amal(C_4, e, 2)$ dan titiknya saling tidak terisolasi. Hal ini memenuhi ketentuan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.

Kemungkinan lain pada Gambar 2.6 (d) jika dipilih himpunan pembeda $W = \{x_1, y_{1,1}, y_{2,1}\}$ untuk graf $amal(C_4, e, 2)$, maka representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda yaitu:

$$r(x_1|W) = (0,1,1) \qquad r(y_{1,1}|W) = (1,0,2) \qquad r(y_{2,1}|W) = (1,2,0)$$
$$r(x_2|W) = (1,2,2) \qquad r(y_{1,2}|W) = (2,1,3) \qquad r(y_{2,2}|W) = (2,3,1)$$

dapat diperiksa bahwa tidak ada representasi yang sama maka $W = \{x_{1,1}, x_{2,1}\}$ merupakan himpunan pembeda untuk graf $amal(C_4, e, 2)$ dan titiknya saling tidak mengisolasi. Namun jumlah anggota/kardinalitas tidak minimum. Hal ini menunjukkan bahwa tidak memenuhi ketentuan dimensi metrik maupun dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.

2.5 Hasil Penelitian Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi

Pada bagian ini disajikan beberapa hasil penelitian terkait dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi yang dapat digunakan sebagai rujukan. Beberapa hasil penelitian tersebut diantaranya dapat dilihat pada tabel 2.1.

Tabel 2.1: Hasil penelitian dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi sebelumnya

Graf	Hasil $nr(G)$	Keterangan Sumber
P_n	$2; n \geq 2$	Chitra dan Arumugam, 2015
K_n	$n-1; n \geq 3$	Chitra dan Arumugam, 2015
$K_{m,n}$	$m+n-2; m,n \geq 2$	Chitra dan Arumugam, 2015
T_n dengan k segitiga	$k+1; k \geq 2$	Chitra dan Arumugam, 2015

Graf	Hasil $nr(G)$	Keterangan Sumber
$P_n + K_1$	$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor; n \geq 2$	Chitra dan Arumugam, 2015
$P_n \square P_n$	$4; n \geq 2$	Chitra dan Arumugam, 2015
$C_n \square K_2$	$3; n \geq 4$	Chitra dan Arumugam, 2015
$B_{4,n}$	$5; n \geq 2$	Sholihah, 2016
H_n	$3; n \geq 2$	Sholihah, 2016
S_n	$n; n \geq 2$	Sulistio, 2016
E_n	$3; n \geq 2$	Sulistio, 2016
$C_{m,n}$	$mn; m, n \geq 2$	Sulistio, 2016
$Amal(C_n, v, m)$	$2m; n \geq 3, m \geq 2$	Tauhida, 2017
$Amal(S_n, v = a, m)$	$nm; n \geq 3, m \geq 2$	Tauhida, 2017
$Amal(P_n, v = x_n, m)$	$mn - m + 1; m \geq 2$	Tauhida, 2017
$C_n \trianglerighteq K_m$	$n(m-2) - 1; n \geq 3, m \geq 3$	Dafik,dkk 2017
$P_n + C_m$	$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + \lfloor \frac{m}{2} \rfloor, n \geq 3, ; m \geq 7$	Dafik,dkk, 2017
$K_n \odot P_m$	$n(\lfloor \frac{m}{2} \rfloor + 1); n \geq 3, m \geq 2$	Yunika, 2017
$P_m \odot K_n$	$mn; n \geq 3, m \geq 2$	Yunika, 2017
${S_n}^{P_m}$	$n; n \geq 3, m \geq 4$	Yunika,dkk, 2017

2.6 Aplikasi Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi

Salah satu aplikasi teori graf pada topik dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi adalah pendistribusian soal ujian masuk perguruan tinggi di Jawa Timur. Jika gudang penyimpanan soal di kabupaten tidak terletak terpisah dengan maksud jika terdapat soal yang kurang dan cacat dapat langsung ditindaklanjuti. Setiap gudang melayani permintaan setiap kabupaten di Jawa Timur. Dalam memahami permasalahan tersebut kabupaten direpresentasikan sebagai titik. Sedangkan jalan raya yang menghubungkan antarkabupaten direpresentasikan dengan sisi. Setiap kabupaten harus memiliki representasi yang berbeda dan gudang berdekatan (tidak terisolasi) untuk pendataan letak gudang dan dapat saling melengkapi stok soal ujian yang di gudang yang berbeda. Representasi yang berbeda dibentuk dari jarak titik terhadap himpunan pembeda dan banyak gudang yang minimal. Gudang sebagai kabupaten memasok soal ujian ke kabupaten lain, maka letak dan banyak gudang dapat menerapkan aturan dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.

Permasalahan pendistribusian soal ujian dapat diselesaikan menggunakan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi. Himpunan pembeda untuk peta Jawa Timur dipilih $W = \{\text{Surabaya, Sidoarjo, Malang, Blitar}\}$. Representasi setiap kabupaten terhadap W dapat dilihat berikut ini.

$r(\text{Lamongan}|W) = (2,2,3,3)$ $r(\text{Tuban}|W) = (3,3,4,4)$
$r(\text{Bojonegoro}|W) = (3,3,3,3)$ $r(\text{Ngawi}|W) = (4,5,4,4)$
$r(\text{Magetan}|W) = (6,5,5,4)$ $r(\text{Madiun}|W) = (5,4,3,3)$
$r(\text{Ponorogo}|W) = (6,5,4,3)$ $r(\text{Pacitan}|W) = (7,6,4,3)$
$r(\text{Probolinggo}|W) = (3,2,2,3)$ $r(\text{Nganjuk}|W) = (4,3,2,2)$
$r(\text{Tulungagung}|W) = (5,4,2,1)$ $r(\text{Blitar}|W) = (4,3,1,0)$
$r(\text{Trenggalek}|W) = (6,5,3,2)$ $r(\text{Malang}|W) = (3,2,0,1)$
$r(\text{Lumajang}|W) = (4,3,1,2)$ $r(\text{Jember}|W) = (5,4,2,3)$
$r(\text{Banyuwangi}|W) = (6,4,3,4)$ $r(\text{Kediri}|W) = (4,3,1,1)$
$r(\text{Bondowoso}|W) = (5,4,3,4)$ $r(\text{Gresik}|W) = (1,2,4,4)$
$r(\text{Pasuruan}|W) = (2,1,1,2)$ $r(\text{Sidoarjo}|W) = (1,2,2,3)$
$r(\text{Mojokerto}|W) = (2,1,2,3)$ $r(\text{Jombang}|W) = (3,2,2,2)$
$r(\text{Situbondo}|W) = (4,3,3,4)$ $r(\text{Surabaya}|W) = (0,1,3,4)$
$r(\text{Bangkalan}|W) = (1,2,7,5)$ $r(\text{Sampang}|W) = (2,3,8,6)$
$r(\text{Pamekasan}|W) = (3,4,9,7)$ $r(\text{Sumenep}|W) = (4,5,0,8)$

Selanjutnya ditentukan gudang soal di Kota Surabaya untuk jumlah representasi titik yang kurang dari 9, Kabupaten Sidoarjo untuk jumlah representasi titik dari 9 sampai 13. Kabupaten Pasuruan untuk jumlah representasi titik dari 14 sampai 18. Kabupaten Malang untuk jumlah representasi titik dari 19 sampai 23. Kabupaten Blitar untuk jumlah representasi titik yang lebih dari 23. Selain itu representasi yang ditunjukkan setiap kabupaten dapat dijadikan sebagai kode untuk identitas soal karena representasinya berbeda.

Sumber : http://www.kopi-ireng.com/2017/01/Peta-Jawa-Timur-Lengkap-Dengan-Daftar-29-Nama-Kabupaten-dan-9-Kota.html

Gambar 2.7 Graf representasi Kabupaten di Jawa Timur

Permasalahan yang serupa dapat diterapkan untuk konsep dimensi metrik dan dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung. Penentuan tempat gudang yang menerapkan konsep dimensi metrik yaitu memilih letak gudang (himpunan pembeda) yang memperhatikan kardinalitas minimal tanpa memperhatikan letak gudang berhubungan atau tidak. Dalam hal ini letak gudang yang didapat adalah Kota Surabaya, Malang dan Blitar. Disisi lain, penentuan tempat gudang yang menerapkan konsep dimensi metrik dengan himpunan terhubung didapatkan himpunan pembeda Kota Surabaya, Sidoarjo, Pasuruan, Malang, dan Blitar. Letak kota atau Kabupaten tersebut saling terhubung. Ketiga penerapan tersebut dapat diamati bahwa nilai dimensi metrik lebih kecil dibandingkan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dan terhubung sedangkan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung lebih besar dibandingkan dimensi metrik dan dimensi metrik dengan himpunan tidak terisolasi.

2.7 Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi

Santrock (2008) menjelaskan bahwa berpikir melibatkan kegiatan memanipulasi dan mentransformasi informasi dalam memori. Keterampilan berpikir dapat didefinisikan sebagai proses kognitif yang dipecah-pecah ke dalam langkah-langkah nyata yang kemudian digunakan sebagai pedoman berpikir. Satu contoh keterampilan berpikir adalah menarik kesimpulan, yang didefinisikan sebagai kemampuan untuk menghubungkan berbagai petunjuk dan fakta atau informasi dengan pengetahuan yang telah dimiliki untuk membuat suatu prediksi hasil akhir yang terumuskan.

Amalia (2013) mengatakan bahwa salah satu yang berperan penting dalam keberhasilan matematika adalah kemampuan berpikir. Salah satu kemampuan berpikir yang penting dikuasai adalah kemampuan berpikir tingkat tinggi karena kemampuan berpikir tinggi merupakan salah satu tahapan berpikir yang tidak dapat dilepaskan dari kehidupan sehari-hari dan membuat seseorang berpikir kritis.

Pola berpikir pada aktivitas matematika terbagi menjadi dua ditinjau dari kedalaman atau kekompleksan kegiatan matematik yang terlibat yaitu berpikir tingkat rendah (*low-order mathematical thinking*) dan berpikir tingkat tinggi (*high-order mathematical thinking*) (Sumarmo, 2010). Menurut Krathwohl (2002) menyatakan bahwa taksonomi Bloom dianggap merupakan dasar bagi berpikir tingkat tinggi, pemikir ini didasarkan bahwa beberapa jenis pembelajaran memerlukan proses kognisi yang lebih daripada yang lain, tetapi memiliki manfaat-manfaat lebih umum. Indikator untuk mengukur kemampuan berpikir tingkat tinggi sebagai berikut.

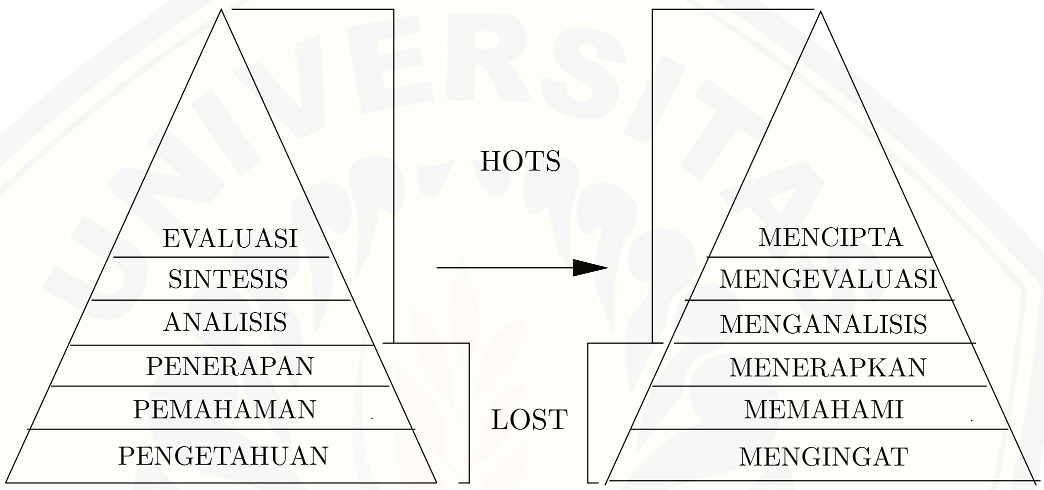
a. Menganalisis
   1) Menganalisis informasi yang masuk dan membagi-bagi atau menstrukturkan informasi kedalam bagian yang lebih kecil untuk mengenali pola atau hubungannya.
   2) Mampu mengenali dan membedakan faktor penyebab dan akibat dari sebuah skenario yang rumit.
   3) Mengidentifikasi/merumuskan pertanyaan.

b. Mengevaluasi
   1) Memberikan penilaian terhadap solusi, gagasan, dan metodologi dengan menggunakan kriteria yang cocok atau standar yang ada untuk memastikan nilai efektivitas atau manfaat.
   2) Membuat hipotesis atau mengkritik dan melakukan pengujian.
   3) Menerima atau menolak suatu pernyataan berdasarkan kriteria yang telah ditetapkan.

c. Mencipta
   1) Membuat generalisasi suatu ide atau cara pandang terhadap sesuatu.
   2) Merancang suatu cara untuk menyelesaikan masalah
   3) Mengorganisasikan unsur-unsur atau bagian-bagian menjadi struktur baru yang belum ada sebelumnya.

Taksonomi Bloom revisi dianggap merupakan dasar bagi proses berpikir. Taksonomi Bloom revisi yang digambarkan dalam Gambar 2.8 memuat enam level : mengingat (*remembering*), memahami (*understanding*), menerapkan (*applying*), menganalisis (*analysing*), mengevaluasi (*evaluating*), dan mencipta (*creating*). Kebiasaan berpikir akan memacu munculnya kreativitas, inovasi, dan kecerdasan. Semakin tinggi level berpikir seseorang dikatakan semakin tinggi pula keterampilan berpikir. Sebaliknya semakin rendah level berpikir seseorang dikatakan semakin rendah pula keterampilan berpikirnya.

Berdasarkan Kasturi (2015) menyatakan bahwa Taksonomi Bloom pada ranah kognitif merupakan dasar bagi keterampilan berpikir tingkat tinggi atau dikenal dengan istilah *Higher Order Thinking Skills* (HOTS). Tingkatan taksonomi Bloom pada awalnya yakni: (1) pengetahuan (*knowledge*); (2) pemahaman (*comprehension*); (3) penerapan (*application*); (4) analisis (*analysis*); (5) sintesis (*synthesis*); (6) evaluasi (*evaluation*). Revisi dilakukan terhadap taksonomi Bloom, yakni perubahan dari kata benda menjadi kata kerja. Perubahan ini dibuat agar sesuai dengan tujuan pendidikan yang mengindikasikan bahwa siswa akan dapat melakukan sesuatu (kata kerja) dengan sesuatu (kata benda). Revisi dilakukan oleh Krathwohl dan Anderson, taksonomi Bloom menjadi: (1) mengingat (*remember*); (2) memahami (*understand*); (3) mengaplikasikan (*apply*); (4) menganalisis (*analysis*); (5) mengevaluasi (*evaluate*); dan mencipta/mengkreasi (*create*). Kemampuan yang melibatkan menganalisis, mengevaluasi dan mencipta/mengkreasi inilah yang dinamakan keterampilan berpikir tingkat tinggi atau dikenal dengan istilah *Higher Order Thinking Skills* (HOTS). Sedangkan Kemampuan sebatas mengingat, memahami, dan mengaplikasikan dinamakan *Lower Order Thinking Skill* (LOTS).



Gambar 2.8 Taksonomi Bloom sebelum dan setelah direvisi

Aspek mengingat, memahami, dan menerapkan merupakan kategori berpikir tingkat rendah, sedangkan aspek menganalisis, mengevaluasi, dan mengkreasi termasuk kategori berpikir tingkat tinggi. Dalam hal ini keduanya penting karena aspek mengingat, memahami, dan menerapkan merupakan tahapan yang harus dilalui seseorang untuk menuju dalam aspek menganalisis, mengevaluasi, dan mengkreasi dengan kata lain untuk menuju keterampilan berpikir tingkat tinggi seseorang harus mampu melakukan keterampilan berpikir tingkat rendah. Berikut ini adalah penjelasan dan pilihan kata kerja kunci dari taksonomi Bloom yang telah direvisi dalam ranah kognitif:

a. Mengingat adalah kemampuan menyebutkan kembali informasi atau pengetahuan yang tersimpan dalam ingatan. Kata kerja kuncinya:

mendefinisikan, menyusun daftar, menjelaskan, mengingat, mengenali, menemukan kembali, menyatakan, mengulang, mengurutkan, menamai, menempatkan, menyebutkan.

b. Memahami adalah kemampuan dalam memahami instruksi dan menegaskan pengertian makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis maupun grafik diagram. Kata kerja kuncinya: Menerangkan, menjelaskan, menerjemahkan, menguraikan, mengartikan, menyatakan kembali, menafsirkan, menginterpretasikan, mendiskusikan, menyeleksi, mendeteksi, melaporkan, menduga, mengelompokkan, memberi contoh, merangkum, menganalogikan, mengubah, memperkirakan.

c. Menerapkan adalah kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu. Kata kerja kuncinya: memilih, menerapkan, melaksanakan, mengubah, menggunakan, mendemonstrasikan, memodifikasi, menunjukkan, membuktikan, menggambarkan, mengoperasikan, menjalankan, memprogramkan, mempraktikkan, memulai.

d. Menganalisis adalah kemampuan memisahkan konsep ke dalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep secara utuh. Kata kerja kuncinya: mengkaji ulang, membedakan, membandingkan, mengkontraskan, memisahkan, menghubungkan, menunjukkan hubungan antara variabel, memecah menjadi beberapa bagian, menyisihkan, menduga, mempertimbangkan mempertentangkan, menata ulang, mencirikan, mengubah struktur, melakukan pengetesan, mengintegrasikan, mengorganisir, mengkerangkakan.

e. Mengevaluasi adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria atau patokan tertentu. Kata kerja kuncinya: mmengkaji ulang, mempertahankan, menyeleksi, mempertahankan, mengevaluasi, mendukung, menilai, menjustifikasi, mengecek, mengkritik, memprediksi, membenarkan, menyalahkan.

f. Mencipta adalah kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi suatu bentuk yang utuh dan koheren, atau membuat sesuatu yang orisinil. Kata kuncinya: merakit, merancang, menemukan, menciptakan, memperoleh, mengembangkan, memformulasikan, membangun, membentuk, melengkapi, membuat, menyempurnakan, melakukan inovasi, mendesain, menghasilkan karya. (Utari, 2008)

2.8 Kaitan Dimensi Metrik dengan Keterampilan Berfikir Tingkat Tinggi

Menurut Tauhida (2017) berpikir tingkat tinggi dalam menentukan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi yakni:

a. mengingat (menentukan graf yang digunakan);
b. memahami (menentukan kardinalitas himpunan pembeda tidak terisolasi);
c. menerapkan(menentukan himpunan pembeda pada graf yang akan diteliti);
d. menganalisis (menghitung representasi koordinat setiap titik terhadap himpunan pembeda dan melakukan pengecekan);
e. mengevaluasi (menentukan fungsi untuk mencari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi);
f. mencipta (menemukan teorema baru yang terkait dengan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi).

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian ini terdiri dua jenis, yaitu :

a. Penelitian Eksploratif

Penelitian eksploratif adalah penelitian yang bertujuan mengungkap hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti seperti penjelasan masalah yang akan diteliti dengan menggambarkan subyek atau obyek penelitian. Gambaran tersebut dapat berupa kedudukan dan hubungan antarvariabel berdasarkan fakta yang ada dan hasil penelitian yang diperoleh dapat digunakan sebagai dasar penelitian berikutnya.

b. Penelitian Terapan

Penelitian terapan adalah penelitian yang dilakukan secara hati-hati, sistematis, dan berkelanjutan terhadap suatu permasalahan yang bertujuan untuk keperluan tertentu. Hasil penelitian ini untuk memberikan pemecahan masalah, menggeneralisasi gagasan, dan mengembangkan teori yang masih dapat diubah, dan membuka kemungkinan untuk penelitian selanjutnya.

3.2 Definisi Operasional

Definisi operasional adalah variabel yang digunakan untuk memberikan penjelasan sistematis dalam penelitian yang dilakukan dan untuk menghindari adanya perbedaan pengetian makna. Definisi operasional untuk penelitian ini sebagai berikut.

a. Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi

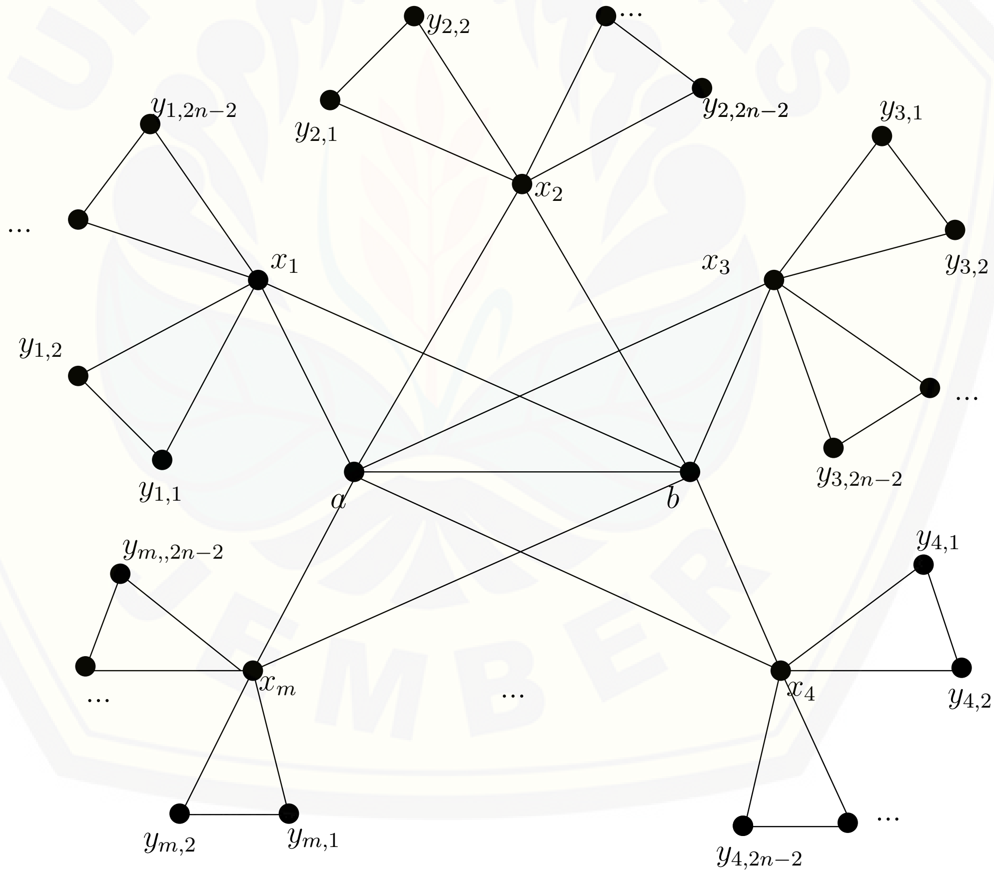
Dimensi metrik adalah kardinalitas minimum himpunan pembeda pada graf G. Jarak $d(u,v)$ adalah panjang lintasan terpendek antara u dan v di graf terhubung G. Himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, ..., w_k\}$ dari himpunan titik di graf terhubung G dan sebuah titik v di G, $r(v|W) = (d(v,w_1), d(v,w_2), ..., d(v,w_k))$, menunjukkan representasi dari v terhadap W. Himpunan W dikatakan himpunan pembeda untuk G jika semua titik pada G mempunyai representasi berbeda dan himpunan tersebut tidak terisolasi.

b. Graf Hasil Operasi Amalgamasi Sisi

Amalgamasi dinotasikan dengan $amal(G, e, m)$ untuk setiap G memiliki suatu sisi e yang disebut terminal (pusat), dan m menyatakan banyaknya graf G yang diamalgamasikan. Graf amalgamasi sisi ini merupakan graf buku yang digeneralisasi.

1) Graf Hasil Operasi $amal(f_n, e, m)$

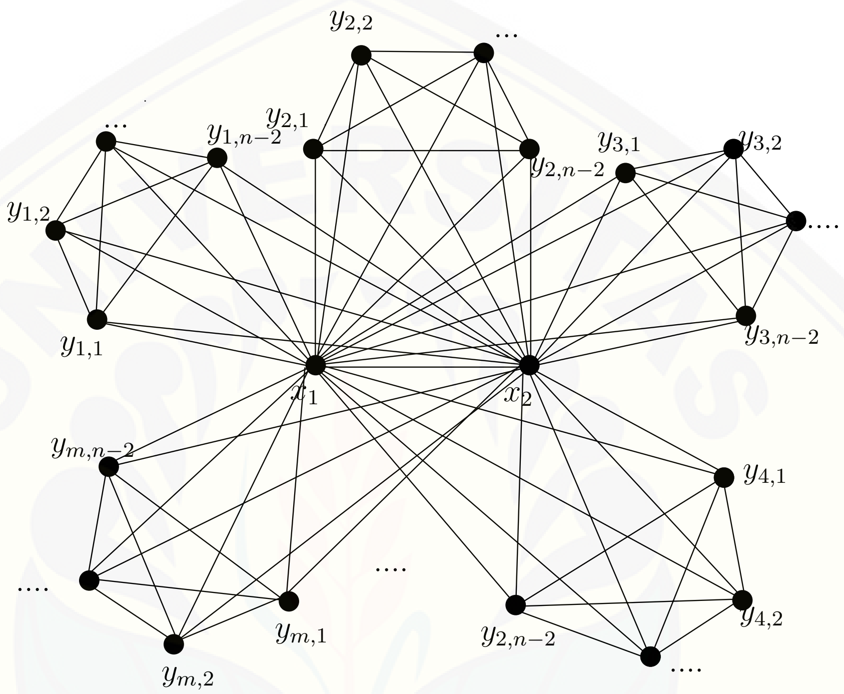
Graf hasil operasi $amal(f_n, e, m)$ adalah salah satu hasil operasi amalgamasi sisi pada graf persahabatan dengan $m \geq 2$. $Amal(f_n, e, m)$ memiliki himpunan titik adalah $V(amal\ (f_n, e, m)) = \{a, b\} \cup \{x_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{y_{i,j}; 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq 2n-2\}$ dan himpunan sisi adalah $E(amal(f_n, e, m)) = \{ab\} \cup \{ax_i, bx_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{x_iy_{i,j}; 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq 2n-2\} \cup \{y_{i,2j-1}y_{i,2j}; 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n-1\}$.



Gambar 3.1 $Amal(f_n, e, m)$

2) Graf Hasil Operasi $amal(K_n, e, m)$

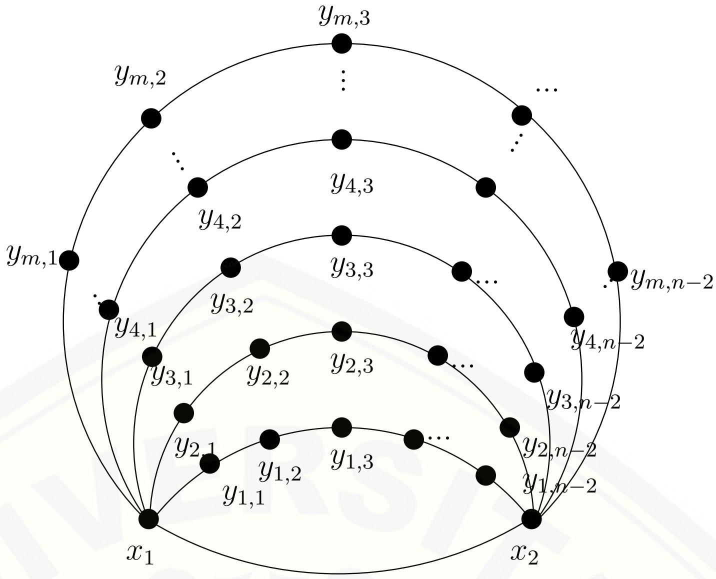
Graf hasil operasi $amal(K_n, e, m)$ adalah salah satu hasil operasi amalgamasi sisi pada graf lengkap dengan $m \geq 2$. $Amal(K_n, e, m)$ memiliki himpunan titik adalah $V(amal\ (K_n, e, m)) = \{x_1, x_2\} \cup \{y_{i,j}; 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n-2\}$ dan himpunan sisi adalah $E(amal(K_n, e, m)) = \{x_1x_2\} \cup \{x_1y_{i,j}, x_2y_{i,j}; 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n-2\} \cup \{y_{i,j}y_{i,k}; 1 \leq i \leq m, 1 \leq j < k \leq n-2\}$.



Gambar 3.2 $Amal(K_n, e, m)$

3) Graf Hasil Operasi $amal(C_n, e, m)$

Graf hasil operasi $amal(C_n, e, m)$ adalah salah satu hasil operasi amalgamasi sisi pada graf lingkaran dengan $m \geq 2$. $Amal\ (C_n, e, m)$ memiliki himpunan titik adalah $V(amal(C_n, e, m)) = \{x_1, x_2\} \cup \{y_{i,j}; 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n-2\}$ dan himpunan sisi adalah $E(amal(C_n, e, m)) = \{x_1x_2\} \cup \{x_1y_{i,1}; 1 \leq i \leq m\} \cup \{y_{i,j}y_{i,(j+1)}; 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n-3\} \cup \{y_{i,(n-2)}x_2; 1 \leq i \leq m\}$.



Gambar 3.3 $Amal(C_n, e, m)$

3.3 Metode Penelitian

Metode penelitian ini memakai metode pendeteksian pola dan deduktif aksiomatik.

a. Metode Pendeteksian Pola

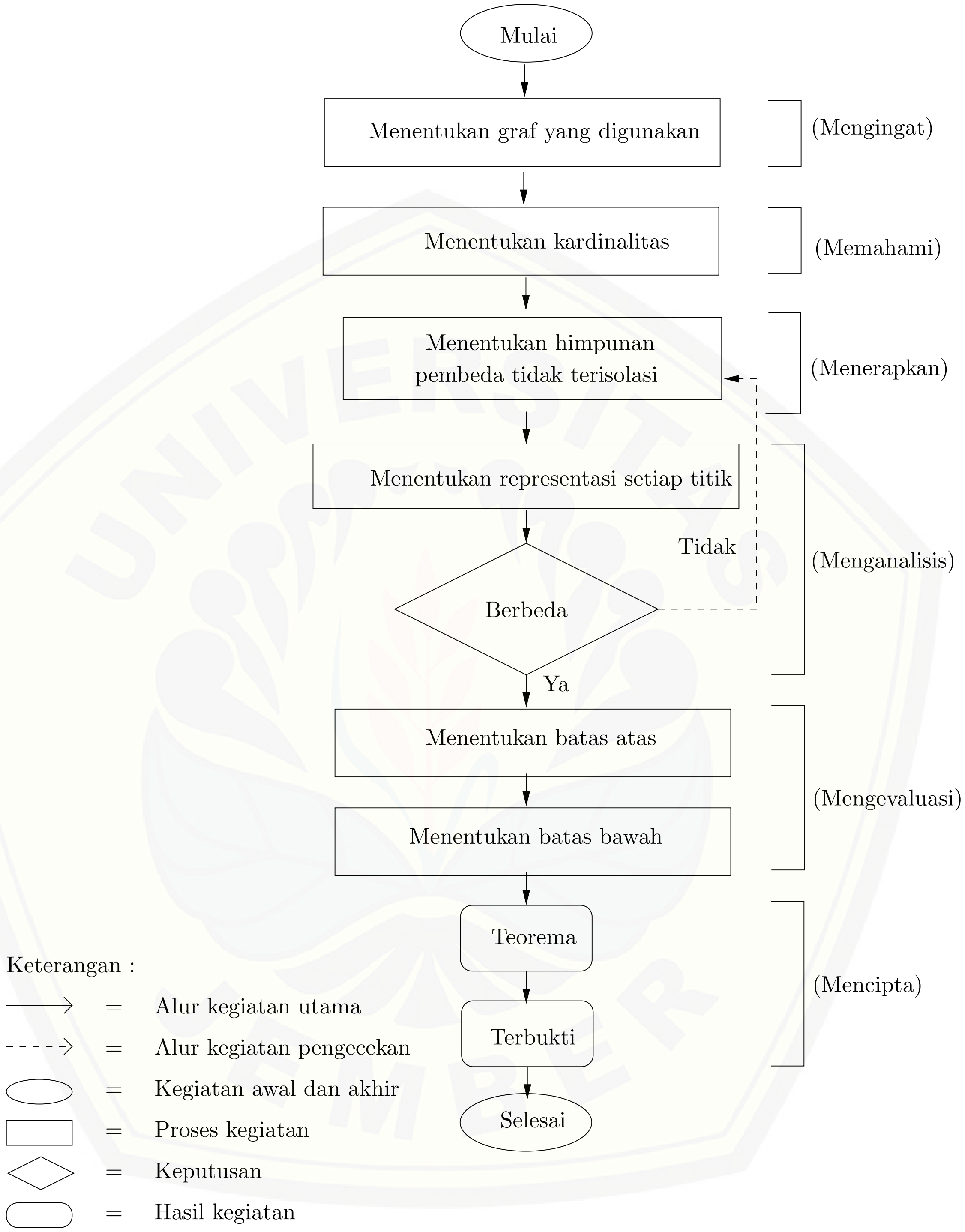
Metode pendeteksian pola adalah metode pencarian pola untuk mengontruksi himpunan pembeda sehingga didapatkan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi yang nilai kardinalitasnya minimum dan representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda yang berbeda.

b. Metode Deduktif Aksiomatik

Metode deduktif aksiomatik adalah metode penelitian yang memakai prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan memakai aksioma, lemma, atau teorema yang sudah ada agar memberikan solusi terhadap suatu permasalahan.

3.4 Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf hasil operasi amalgamasi sisi diilustrasikan pada Gambar 3.4. Penjelasan dari prosedur penelitian ini adalah sebagai berikut.



Gambar 3.4 Diagram alir penelitian

a. Menentukan graf yang diteliti;

b. Menerapkan operasi amalgamasi sisi pada graf khusus yang digunakan;

c. Menentukan penamaan setiap titik;

d. Menentukan himpunan pembeda;

e. Menghitung representasi titik terhadap himpunan pembeda sehingga memperoleh hasil yang berbeda untuk setiap titik;

f. Menghitung kardinalitas minimum himpunan pembeda untuk memperoleh nilai dimensi matrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi;

g. Memprediksi $nr(G)$;

h. Membuktikan dengan memeriksa batas atas dan bawah;

i. Menentukan teorema hasil penelitian pada graf yang diteliti.

3.5 Observasi Awal Penelitian

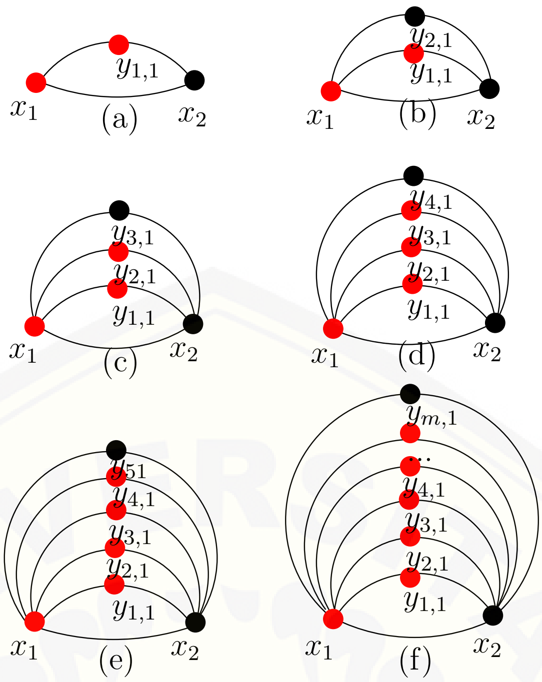
Penelitian ini menggunakan graf khusus yang dioperasikan amalgamasi sisi sebagai data sekunder. Penelitian awal memperoleh hasil pada Gambar 3.5 untuk nilai dimensi metrik dengan himpunan tidak terisolasi dari graf hasil operasi $amal(C_3, e, m)$ dan letak dari himpunan tersebut.

Pada Gambar 3.5 (a) dikontruksi himpunan pembeda tidak terisolasi $W = \{x_1, y_{1,1}\}$ untuk graf hasil operasi $amal(C_3, e, m)$, maka representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda adalah $r(x_2|W) = (1, 1)$.

Pada Gambar 3.5 (b) dikontruksi himpunan pembeda tidak terisolasi $W = \{x_1, y_{1,1}\}$ untuk graf hasil operasi $amal(C_3, e, m)$, maka representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda adalah $r(x_2|W) = (1, 1)$ dan $r(y_{2,1}|W) = (1, 2)$.

Pada Gambar 3.5 (c) dikontruksi himpunan pembeda tidak terisolasi $W = \{x_1, y_{1,1}, y_{2,1}\}$ untuk graf hasil operasi $amal(C_3, e, m)$, maka representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda adalah $r(x_2|W) = (1, 1, 1)$ dan $r(y_{3,1}|W) = (1, 2, 2)$.

Pada Gambar 3.5 (d) dikontruksi himpunan pembeda tidak terisolasi $W = \{x_1, y_{1,1}, y_{2,1}, y_{3,1}\}$ untuk graf hasil operasi $amal(C_3, e, m)$, maka representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda adalah $r(x_2|W) = (1, 1, 1, 1)$ dan $r(y_{4,1}|W) = (1, 2, 2, 2)$.



Gambar 3.5 Observasi awal terhadap graf hasil operasi $amal(C_n, e, m)$

Pada Gambar 3.5 (e) dikontruksi himpunan pembeda tidak terisolasi $W = \{x_1, y_{1,1}y_{2,1}, y_{3,1}, y_{4,1}\}$ untuk graf hasil operasi $amal(C_3, e, m)$, maka representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda adalah $r(x_2|W) = (1, 1, 1, 1, 1)$ dan $r(y_{5,1}|W) = (1, 2, 2, 2, 2)$.

Pada Gambar 3.5 (f) dikontruksi himpunan pembeda tidak terisolasi $W = (x_1, y_{1,1}, y_{2,1}, y_{3,1}, y_{4,1}, ..., y_{m-1,1})$, maka representasi setiap titik terhadap himpunan pembeda menggunakan Lemma 2.4.1 yaitu: $r(x_2|W) = (1, 1, 1, 1, 1, ..., 1)$ dan $r(y_{m,1}|W) = (1, 2, 2, 2, 2, ..., 2)$.

Sehingga didapat hasil sebagai berikut. Nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi adalah

$$nr(amal(C_3, e, m)) = \begin{cases} 2, \text{untuk } m = 1 \\ m, \text{untuk } m \geq 2 \end{cases}$$

sedangkan representasi titik yaitu $r(x_2|W) = (\underbrace{1, ..., 1}_{m})$ dan $r(y_{i,1}|W) = (1, \underbrace{2..., 2}_{m-1})$ $1 \leq i \leq m$.

DAFTAR PUSTAKA

Alfarisi, R. 2017. Dimensi Partisi dan Dimensi Partisi Bintang Graf Hasil Operasi Comb Dua Graf Terhubung. *Tesis*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Amalia, R. 2013. Penerapan Model Pembelajaran Pembuktian untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematis Tingkat Tinggi Siswa SMA. *Skripsi*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.

Carlson, K. 2006. Generalized Book and C_m Snakes and Prime Graphs.*Ars Combinatoria*, 80:215-221.

Chartrand, G, dan L. Lesniak. 1986. *Graph and Digraph*. California: Pacific Graw.

Chartrand, G, dan P. Zhang. 2011. *Discrete Mathematics*. Long Grove: Eaveland Press.

Chartrand, G, C. Poisson, dan P. Zhang. 2000. Resolvability and the Upper Dimension of Graphs. *Computers and Mathematics with Applications*, (29):19-28.

Chitra, P. J, dan S. Arumugam. 2015. Resolving Sets without Isolated vertices. *International Conference on Graph Theory and Information Security*, (74):38-42.

Dafik, I. H. Agustin, Syafrizal, dan R. Alfarisi. 2017. On Non-Isolated Resolving Number Some Graph Operations. *Procedia Computer Science*,submit

Daoud, S.N. 2017. Edge Odd Graceful Labeling of Some Path and Cycle Related Graphs. *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics* 14:178-203

Farmer, J. 2008. Graph Teory: Part II (Linier Algebra).20bits. http://20bits.com/article/graph-theory-part-ii-linear-algebra. [Diakses 26

Desember 2017]

Gross, J. L., dan J. Yellen. 2006. *Graph Teory and Its Applications Second Edition*. Boca Raton:Chapman dan Hall/CRC.

Harary, F. 1969. *Graph Teory*. Wesley:Publishing Company, Inc.

Harary, F, dan R. Melter. 1976. On The Metric Dimension of a Graph. *Ars Combinatorics*, 2:191-195.

Hartsfield, N, dan G. RingeL. 1994.*Peals in Graph Theory*. London: Academic Press Inc.

Hollands, R. 1990.*A Dictionary of Mathematics*. England: Longman.

Iswadi, H. E. T. Baskoro, A. N. M. Salman, dan R.Simanjuntak. 2010. The Resolving Graph of Amalgamation of Cycles.*Utilitas Math*, 83: 121-132.

Kasturi, Dafik, dan O. Darojat. 2015.Pengembangan Perangkat Pembelajaran Problem Posing Berorientasi Penerapan HOTS pada Materi Kesembangunan Kelas IX. *Pancaran*,1(4):11-32.

Koh, K.M dan Soh, K. W. 2016. Power Domination of the Cartesian Product of Graphs. *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*, 13:22-30

Krathwohl. 2002. *A Revision of Bloom's Taxonomy: An Overview-Theory Into Practice*. Ohio: Ohio State University.

Marsidi, Dafik, I.H. Agustin, dan R. Alfarisi. 2016. On The Local Metric Dimension of Line Graph of Special Graph.*Cauchy-Jurnal Matematika Murni dan Aplikasi*, 4(3):125-130

Permana, A, dan Darmaji. 2012. Dimensi Metrik Graf Pohon Bentuk Tetentu. *Jurnal Teknik Pomits*, 1(1):1-4.

Santrock, J. 2008. *Psikologi Pendidikan*. Jakarta: Salemba Humani.

Saputro, S.W, D. Suprijanto, E.T. Baskoro, dan A. N. M Salman. 2012. The Metric Dimension of A Graph Composition Products with Star. *J.Indones. Math.Soc.* 18(2) :85-92

Sholihah, W. N. 2016. Dimensi Metrik dan Non Isolated Resolving Number pada Beberapa Graf Khusus. *Skripsi.* Jember: Universitas Jember.

Simanjuntak, R. dan Danang, T.M. 2014. Metric Dimension of Amalgamation of Regular Graphs. *ResearchGate*, preprint.

Slamin. 2009. *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf.* Jember: Universitas Jember.

Slamin, M. Baca, Y. Lin, M. Miller, dan R. Simanjuntak. 2002. Edge-magic Total Labelings of Wheels,Fans, and Friendship graphs. *ICA*, 35:89-98.

Slater, P. J. 1975. Leaves of trees. *Congressus Numerantium*, 14:549-559.

Sulistio, W. 2016. Analisis Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Terhubung Pada Graf Khusus Keluarga Pohon Dikaitkan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi .*Skripsi.* Jember: Universitas Jember.

Sumarmo, U. 2010. *Berpikir dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagimana Dikembangkan Pada Peserta Didik.* Bandung : UPI.

Tauhida, A. Z. 2017. Nilai Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Titik dalam Mengasah Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. *Skripsi.* Jember: Universitas Jember.

Utari, R. 2008. *Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Cara Menggunakannya.* Pusdiklat KNPK: Widyaiswara Madya.

Weisstein, E. 2017. WolframMathWorld. Wolfram Research. http://mathworld.wolfram.com/GearGraph.html. [Diakses 25 Desember 2017]

Yero, I. 2011. On The Metric Dimension of Corona Product Graphs. *Computers and Mathematics with Applications*, 61(9):2793-2798.

Yunika, S. M. 2017. Dimensi Metrik dengan Non-Isolated Resolving Set pada Graf Hasil Operasi Corona. *Tesis*. Jember: Universitas Jember.

Yunika, S. M. Slamin, dan Kusbudiono. 2017. On The Metric Dimension with Non-Solated Resolving Number of Some Exponential Graph. *Proceeding The 1st IBSC*, No.978-602-60569-5-5:328-330

LAMPIRAN A. Matrik Penelitian

MATRIK PENELITIAN

Judul	Rumusan Masalah	Variabel	Indikator	Sumber Data	Jenis Penelitian	Metode
Analisis Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi Pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Sisi dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi	• Berapa nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi pada graf hasil operasi $amal(C_n, e, m)$, $amal(f_n, e, m)$, dan $amal(K_n, e, m)$? • Bagaimana kaitan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi terhadap keterampilan berpikir tingkat tinggi?	• Graf hasil operasi amalgamasi sisi $amal(C_n, e, m)$, $amal(f_n, e, m)$, dan $amal(K_n, e, m)$ • Dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi • Keterampilan berpikir tingkat tinggi	• Definisi graf hasil operasi $amal(C_n, e, m)$, $amal(f_n, e, m)$, dan $amal(K_n, e, m)$ • Definisi dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi • Tahapan-tahapan keterampilan berpikir tingkat tinggi	Kepusta-kaan	• Penelitian eksploratif • Penelitian terapan	• Metode pende-teksian pola • Metode deduktif aksio-matik.

LAMPIRAN B. Pedoman Peer Validation

PEDOMAN PEER VALIDATION
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : ZAHIROTUL 'ULA
NIM : 140210101037
JUDUL SKRIPSI : ANALISIS DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI SISI DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Petunjuk!

a) Berilah tanda (√) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
b) Keterangan
   1 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun SANGAT TIDAK JELAS.
   2 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan TIDAK JELAS.
   3 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS.
   4 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS.
   5 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat	Peneliti mampu mengingat kembali dasar-dasar graf seperti banyak titik, banyak sisi, jalan, dan lainnya.					√
	Peneliti mampu mengenali jenis-jenis graf dan operasinya.					√
	Peneliti mampu mendefinisikan graf-graf khusus yang akan dioperasikan.					√
	Peneliti mampu mengulang kembali definisi, lemma, teorema, dan *corollary* yang berkaitan dengan dimensi metrik					√

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
	Peneliti mampu menyebutkan nilai dimensi metrik dengan himpunan tidak terisolasi dari hasil penelitian sebelumnya					✓
	Peneliti mampu menemukan kembali hasil teorema yang pernah ada sebelumnya berkaitan dengan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.					✓
Memahami	Peneliti mampu menjelaskan graf hasil operasi yang diteliti					✓
	Peneliti mampu menguraikan definisi graf hasil operasi yang diteliti					✓
	Peneliti mampu menafsirkan kardinalitas sisi dan titik masing-masing graf hasil operasi.					✓
Menerapkan	Peneliti mampu memilih himpunan pembeda yang akan dihitung representasi setiap titik di graf yang akan diteliti.					✓
	Peneliti mampu menunjukkan kemungkinan-kemungkinan dari himpunan pembeda					✓
	Peneliti mampu mendemonstrasikan letak himpunan pembeda melalui gambar					✓
Menganalisis	Peneliti mampu memisahkan hasil perhitungan representasi titik menjadi beberapa kasus.					✓
	Peneliti mampu menghubungkan pengaruh graf khusus yang di-*expand* dengan banyak amalgamasi sisi					✓
	Peneliti mampu membandingkan hasil dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dengan dimensi metrik					✓

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai 1	2	3	4	5
Mengevaluasi	Peneliti mampu menyeleksi hasil yang dapat di-*expand* untuk digeneralisasi menjadi teorema				✓	
	Peneliti mampu memprediksi batas atas dan bawah dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi				✓	
	Peneliti mampu mengecek kebenaran fungsi					✓
Mencipta	Peneliti mampu menemukan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi				✓	
	Peneliti mampu membangun representasi titik terhadap himpunan pembeda secara umum				✓	
	Peneliti mampu menciptakan teorema baru					✓

IDENTITAS PEER VALIDATOR

NAMA : M. Ali Hasyan

NIM : 140210101054

Jember, 26 Desember 2017

Peer Validator

(..)

PEDOMAN PEER VALIDATION
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : ZAHIROTUL 'ULA
NIM : 140210101037
JUDUL SKRIPSI : ANALISIS DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI SISI DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Petunjuk!

a) Berilah tanda (√) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
b) Keterangan
   1 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun SANGAT TIDAK JELAS.
   2 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan TIDAK JELAS.
   3 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS.
   4 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS.
   5 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat	Peneliti mampu mengingat kembali dasar-dasar graf seperti banyak titik, banyak sisi, jalan, dan lainnya.					✓
	Peneliti mampu mengenali jenis-jenis graf dan operasinya.					✓
	Peneliti mampu mendefinisikan graf-graf khusus yang akan dioperasikan.					✓
	Peneliti mampu mengulang kembali definisi, lemma, teorema, dan *corollary* yang berkaitan dengan dimensi metrik				✓	

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai 1	2	3	4	5
	Peneliti mampu menyebutkan nilai dimensi metrik dengan himpunan tidak terisolasi dari hasil penelitian sebelumnya					✓
	Peneliti mampu menemukan kembali hasil teorema yang pernah ada sebelumnya berkaitan dengan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.					✓
Memahami	Peneliti mampu menjelaskan graf hasil operasi yang diteliti					✓
	Peneliti mampu menguraikan definisi graf hasil operasi yang diteliti					✓
	Peneliti mampu menafsirkan kardinalitas sisi dan titik masing-masing graf hasil operasi.					✓
Menerapkan	Peneliti mampu memilih himpunan pembeda yang akan dihitung representasi setiap titik di graf yang akan diteliti.					✓
	Peneliti mampu menunjukkan kemungkinan-kemungkinan dari himpunan pembeda					✓
	Peneliti mampu mendemonstrasikan letak himpunan pembeda melalui gambar				✓	
Menganalisis	Peneliti mampu memisahkan hasil perhitungan representasi titik menjadi beberapa kasus.				✓	
	Peneliti mampu menghubungkan pengaruh graf khusus yang di-*expand* dengan banyak amalgamasi sisi					✓
	Peneliti mampu membandingkan hasil dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dengan dimensi metrik					✓

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai 1	2	3	4	5
Mengevaluasi	Peneliti mampu menyeleksi hasil yang dapat di-*expand* untuk digeneralisasi menjadi teorema					✓
	Peneliti mampu memprediksi batas atas dan bawah dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi				✓	
	Peneliti mampu mengecek kebenaran fungsi					✓
Mencipta	Peneliti mampu menemukan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi					✓
	Peneliti mampu membangun representasi titik terhadap himpunan pembeda secara umum					✓
	Peneliti mampu menciptakan teorema baru					✓

IDENTITAS PEER VALIDATOR

NAMA : Lusia Dewi Minarti

NIM : 140210101051

Jember, 26-12-2017

Peer Validator

(..)

PEDOMAN PEER VALIDATION
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : ZAHIROTUL 'ULA
NIM : 140210101037
JUDUL SKRIPSI : ANALISIS DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI SISI DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Petunjuk!

a) Berilah tanda (√) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.

b) Keterangan

1 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun SANGAT TIDAK JELAS.
2 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan TIDAK JELAS.
3 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS.
4 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS.
5 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat	Peneliti mampu mengingat kembali dasar-dasar graf seperti banyak titik, banyak sisi, jalan, dan lainnya.					√
	Peneliti mampu mengenali jenis-jenis graf dan operasinya.					√
	Peneliti mampu mendefinisikan graf-graf khusus yang akan dioperasikan.					√
	Peneliti mampu mengulang kembali definisi, lemma, teorema, dan *corollary* yang berkaitan dengan dimensi metrik				√	

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai 1	2	3	4	5
	Peneliti mampu menyebutkan nilai dimensi metrik dengan himpunan tidak terisolasi dari hasil penelitian sebelumnya					✓
	Peneliti mampu menemukan kembali hasil teorema yang pernah ada sebelumnya berkaitan dengan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.					✓
Memahami	Peneliti mampu menjelaskan graf hasil operasi yang diteliti					✓
	Peneliti mampu menguraikan definisi graf hasil operasi yang diteliti					✓
	Peneliti mampu menafsirkan kardinalitas sisi dan titik masing-masing graf hasil operasi.					✓
Menerapkan	Peneliti mampu memilih himpunan pembeda yang akan dihitung representasi setiap titik di graf yang akan diteliti.					✓
	Peneliti mampu menunjukkan kemungkinan-kemungkinan dari himpunan pembeda				✓	
	Peneliti mampu mendemonstrasikan letak himpunan pembeda melalui gambar					✓
Menganalisis	Peneliti mampu memisahkan hasil perhitungan representasi titik menjadi beberapa kasus.					✓
	Peneliti mampu menghubungkan pengaruh graf khusus yang di-*expand* dengan banyak amalgamasi sisi					✓
	Peneliti mampu membandingkan hasil dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dengan dimensi metrik					✓

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengevaluasi	Peneliti mampu menyeleksi hasil yang dapat di-*expand* untuk digeneralisasi menjadi teorema					√
	Peneliti mampu memprediksi batas atas dan bawah dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi					√
	Peneliti mampu mengecek kebenaran fungsi					√
Mencipta	Peneliti mampu menemukan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi					√
	Peneliti mampu membangun representasi titik terhadap himpunan pembeda secara umum					√
	Peneliti mampu menciptakan teorema baru					√

IDENTITAS PEER VALIDATOR

NAMA : Nafidatun Nikmah

NIM : 140210101063

Jember, 26 Desember 2017

Peer Validator

Nafuf

(..)

PEDOMAN PEER VALIDATION

TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : ZAHIROTUL 'ULA

NIM : 140210101037

JUDUL SKRIPSI : ANALISIS DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI SISI DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Petunjuk!

a) Berilah tanda (√) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.

b) Keterangan

1 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun SANGAT TIDAK JELAS.

2 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan TIDAK JELAS.

3 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS.

4 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS.

5 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat	Peneliti mampu mengingat kembali dasar-dasar graf seperti banyak titik, banyak sisi, jalan, dan lainnya.					✓
	Peneliti mampu mengenali jenis-jenis graf dan operasinya.					✓
	Peneliti mampu mendefinisikan graf-graf khusus yang akan dioperasikan.				✓	
	Peneliti mampu mengulang kembali definisi, lemma, teorema, dan *corollary* yang berkaitan dengan dimensi metrik				✓	

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai 1	2	3	4	5
	Peneliti mampu menyebutkan nilai dimensi metrik dengan himpunan tidak terisolasi dari hasil penelitian sebelumnya					✓
	Peneliti mampu menemukan kembali hasil teorema yang pernah ada sebelumnya berkaitan dengan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.					✓
Memahami	Peneliti mampu menjelaskan graf hasil operasi yang diteliti					✓
	Peneliti mampu menguraikan definisi graf hasil operasi yang diteliti					✓
	Peneliti mampu menafsirkan kardinalitas sisi dan titik masing-masing graf hasil operasi.					✓
Menerapkan	Peneliti mampu memilih himpunan pembeda yang akan dihitung representasi setiap titik di graf yang akan diteliti.				✓	
	Peneliti mampu menunjukkan kemungkinan-kemungkinan dari himpunan pembeda				✓	
	Peneliti mampu mendemonstrasikan letak himpunan pembeda melalui gambar				✓	
Menganalisis	Peneliti mampu memisahkan hasil perhitungan representasi titik menjadi beberapa kasus.					✓
	Peneliti mampu menghubungkan pengaruh graf khusus yang di-*expand* dengan banyak amalgamasi sisi					✓
	Peneliti mampu membandingkan hasil dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dengan dimensi metrik					✓

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengevaluasi	Peneliti mampu menyeleksi hasil yang dapat di-*expand* untuk digeneralisasi menjadi teorema					√
	Peneliti mampu memprediksi batas atas dan bawah dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi					√
	Peneliti mampu mengecek kebenaran fungsi					√
Mencipta	Peneliti mampu menemukan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi					√
	Peneliti mampu membangun representasi titik terhadap himpunan pembeda secara umum					√
	Peneliti mampu menciptakan teorema baru					√

IDENTITAS PEER VALIDATOR

NAMA : Sofi

NIM : 140210101065

Jember, 26 Desember 2017

Peer Validator

(Sofi)

PEDOMAN PEER VALIDATION
TUGAS AKHIR SARJANA PENDIDIKAN MATEMATIKA

NAMA MAHASISWA : ZAHIROTUL 'ULA
NIM : 140210101037
JUDUL SKRIPSI : ANALISIS DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA TIDAK TERISOLASI PADA GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI SISI DAN KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

Petunjuk!

a) Berilah tanda (√) dalam kolom penilaian yang sesuai menurut pendapat Anda.
b) Keterangan
   1 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan namun SANGAT TIDAK JELAS.
   2 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan TIDAK JELAS.
   3 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan CUKUP JELAS.
   4 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan JELAS.
   5 : mampu menunjukkan indikator yang diinginkan dengan SANGAT JELAS

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengingat	Peneliti mampu mengingat kembali dasar-dasar graf seperti banyak titik, banyak sisi, jalan, dan lainnya.				✓	
	Peneliti mampu mengenali jenis-jenis graf dan operasinya.					✓
	Peneliti mampu mendefinisikan graf-graf khusus yang akan dioperasikan.					✓
	Peneliti mampu mengulang kembali definisi, lemma, teorema, dan *corollary* yang berkaitan dengan dimensi metrik				✓	

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
	Peneliti mampu menyebutkan nilai dimensi metrik dengan himpunan tidak terisolasi dari hasil penelitian sebelumnya				✓	
	Peneliti mampu menemukan kembali hasil teorema yang pernah ada sebelumnya berkaitan dengan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi.				✓	
Memahami	Peneliti mampu menjelaskan graf hasil operasi yang diteliti					✓
	Peneliti mampu menguraikan definisi graf hasil operasi yang diteliti					✓
	Peneliti mampu menafsirkan kardinalitas sisi dan titik masing-masing graf hasil operasi.					✓
Menerapkan	Peneliti mampu memilih himpunan pembeda yang akan dihitung representasi setiap titik di graf yang akan diteliti.				✓	
	Peneliti mampu menunjukkan kemungkinan-kemungkinan dari himpunan pembeda					✓
	Peneliti mampu mendemonstrasikan letak himpunan pembeda melalui gambar					✓
Menganalisis	Peneliti mampu memisahkan hasil perhitungan representasi titik menjadi beberapa kasus.			✓		
	Peneliti mampu menghubungkan pengaruh graf khusus yang di-*expand* dengan banyak amalgamasi sisi				✓	
	Peneliti mampu membandingkan hasil dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dengan dimensi metrik				✓	

Taksonomi Bloom	Indikator	Nilai				
		1	2	3	4	5
Mengevaluasi	Peneliti mampu menyeleksi hasil yang dapat di-*expand* untuk digeneralisasi menjadi teorema					✓
	Peneliti mampu memprediksi batas atas dan bawah dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi				✓	
	Peneliti mampu mengecek kebenaran fungsi				✓	
Mencipta	Peneliti mampu menemukan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi					✓
	Peneliti mampu membangun representasi titik terhadap himpunan pembeda secara umum					✓
	Peneliti mampu menciptakan teorema baru					✓

IDENTITAS PEER VALIDATOR

NAMA : PETRINA TALITA PUTRI

NIM : 140210101048

JEMBER, 26 DESEMBER 2017

Peer Validator

(PETRINA T.P.)

LAMPIRAN C. Analisis Hasil Validasi

Rata-rata nilai hasil validasi dari semua validator untuk setiap indikator dirumuskan:

$$I_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} V_{ji}}{v}$$

Keterangan :

V_{ji} : data nilai dari validator ke-j terhadap indikator ke-i

I_{ji} : rata-rata nilai indikator ke-i

j : validator ke-

i : indikator ke-

v : banyak validator

Rumus untuk rata-rata setiap aspek adalah:

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} I_{ji}}{m}$$

Keterangan :

A_i : rata-rata nilai untuk aspek ke-i

I_{ji} : rata-rata nilai untuk aspek ke-i indikator ke-j

i : aspek ke-

j : indikator ke-

m : banyak kriteria dalam aspek ke-i

Setiap aspek penilaian memperoleh nilai rata-rata semua kriteria. Selanjutnya menghitung rata-rata total semua aspek dengan rumus :

$$V_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i}{n}$$

Keterangan :

V_a : nilai rata-rata total semua aspek

i : aspek yang dinilai

n : banyak aspek

Langkah terakhir adalah menentukan tingkat kevalidan instrumen sesuai tabel berikut.

Nilai V_a	Tingkat kevalidan
$V_a = 5$	Sangat valid
$4 \leq V_a < 5$	Valid
$3 \leq V_a < 4$	Cukup valid
$2 \leq V_a < 3$	Kurang valid
$1 \leq V_a < 2$	Tidak valid

Hasil analisis validasi oleh validator dijelaskan pada tabel berikut.

Aspek Taksonomi Bloom	**Indi-kator**	**Penilaian**					$\boldsymbol{I_i}$	$\boldsymbol{A_i}$	**Capa-ian Teo-ritis**	**Capa-ian Vali-dasi**	**Capaian Kumu-latif Teoritis**	**Capaian Kumu-latif Validasi**	$\boldsymbol{V_a}$
		Vali-dator 1	**Vali-dator 2**	**Vali-dator 3**	**Vali-dator 4**	**Vali-dator 5**							
Mengingat	1a	5	5	5	5	4	4,8	4,7	28,6%	27,0%	29%	27%	4,8
	1b	5	5	5	5	5	5						
	1c	5	5	5	4	5	4,8						
	1d	5	4	4	4	4	4,2						
	1e	5	5	5	5	4	4,8						
	1f	5	5	5	5	4	4,8						
Memahami	2a	5	5	5	5	5	5	5	14,3%	14,3%	43%	41%	
	2b	5	5	5	5	5	5						
	2c	5	5	5	5	5	5						

Aspek Taksonomi Bloom	Indikator	Penilaian					I_i	A_i	Capaian Teoritis	Capaian Validasi	Capaian Kumulatif Teoritis	Capaian Kumulatif Validasi	V_a
		Validator 1	Validator 2	Validator 3	Validator 4	Validator 5							
Menerapkan	3a	5	5	5	4	4	4,6	4,6	14,3%	13,1%	57%	54%	
	3b	5	5	4	4	5	4,6						
	3c	5	4	5	4	5	4,6						
Menganalisis	4a	5	4	5	5	3	4,4	4,7	14,3%	13,3%	72%	68%	
	4b	5	5	5	5	4	4,8						
	4c	5	5	5	5	4	4,8						
Mengevaluasi	5a	4	5	5	5	5	4,8	4,7	14,3%	13,3%	86%	81%	
	5b	4	4	5	5	4	4,4						
	5c	5	5	5	5	4	4,8						
Mencipta	6a	4	5	5	5	5	5	4,8	13,9%	14,1%	100%	95%	
	6b	4	5	5	5	5	5						
	6c	5	5	5	5	5	4,8						

Berdasarkan hasil analisis tingkat kevalidan instrumen mengenai keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah valid.

LAMPIRAN D. Lembar Revisi

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI DAN PENDIDIKAN TINGGI
UNIVERSITAS JEMBER
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
Jalan Kalimantan Nomor 37 Kampus Bumi Tegalboto Jember 68121
Telepon: 0331- 334988, 330738 Faks: 0331-334988
Laman: www.fkip.unej.ac.id

LEMBAR REVISI SKRIPSI

NAMA MAHASISWA : Zahirotul 'Ula
NIM : 140210101037
JUDUL SKRIPSI : Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Tidak Terisolasi Pada Graf Hasil Operasi Amalgamasi Sisi dan Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi
TANGGAL UJIAN : 22 Desember 2017
PEMBIMBING : Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.
Prof . Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

MATERI PEMBETULAN / PERBAIKAN

No.	HALAMAN	HAL-HAL YANG HARUS DIPERBAIKI
1.	iii	Halaman persembahan perlu dikhususkan
2.	iv	Motto diberikan tulisan arab jika mengutip dari Al Quran
3.	v	Halaman pernyataan ditandatangi dahulu
4.	4	Jawaban rumusan masalah poin b didasarkan pengalaman
5.	10	Ditambahkan graf lain agar memberikan informasi perbedaan graf lain
6.	10	Membedakan graf persahabatan dengan graf baling-baling
7.	11	Definisi graf lengkap diperbaiki
8.	11	Operasi graf dipisah-pisah dijadikan poin-poin.
9.	12	Ditambahkan sejarah dimensi metrik
10.	22	Ditambahkan subbab yang menjelaskan kaitan dimensi metrik dengan himpunan pembeda tidak terisolasi dan keterampilan berpikir tingkat tinggi
11.	59	Tulisan tangan diketik ulang dan dijabarkan maksudnya
12.	73	Gambar diperbaiki persentasenya

PERSETUJUAN TIM PENGUJI

JABATAN	NAMA TIM PENGUJI	TTD danTanggal
Ketua	Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.	28/12 2017
Sekretaris	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	2/1 2018
Anggota	Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si.	8/12 2017
	Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.	5/1 2018

Jember, 26 Desember 2017
Mengetahui / menyetujui :

Dosen Pembimbing I,

Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

Dosen Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP.19680802 199303 1 004

Mahasiswa Yang Bersangkutan

Zahirotul 'Ula
NIM. 140210101037

Mengetahui,
Ketua Jurusan P.MIPA

Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes.
NIP. 19600309 198702 2 002