



**HAMBURAN  $TM_z$  OLEH SILINDER KONDUKTIF  
KETIKA DIBERI SIGNAL MIKRO *LINE SOURCE***

**SKRIPSI**

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Ilmu Fisika (S-1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh:

**Rizky Ayu Dhiyaztari**  
**121810201034**

**JURUSAN FISIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS JEMBER**

**2018**

## PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah SWT. yang Maha Pengasih dan Maha Penyayang serta shalawat dan salam tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, dengan segala kerendahan hati dan rasa syukur mengucapkan Alhamdulillah. Tugas Akhir/ Skripsi ini saya persembahkan kepada:

1. Kedua orang tua tercinta A. Badi' dan Sulismiati, terima kasih atas doa, cinta, kasih sayang, perhatian dan pengorbanan yang telah diberikan, semoga Allah SWT melimpahkan kasih sayang-Nya pada mereka selalu;
2. Adik tercinta, Dwiky Aulia Ningrum yang selalu memberi semangat dan menghibur dalam menyelesaikan tugas akhir ini;
3. Seluruh Bapak dan Ibu guru dan Dosen yang telah mendidik dan membagikan ilmu dan bimbingan yang penuh kesabaran;
4. Sahabat-sahabatku, yang selalu mengingatkan dan memberikan semangat dalam menyelesaikan tugas akhir ini;
5. Teman-teman seperjuangan angkatan 2012 yang senantiasa mendukung, membantu dan memotivasi;
6. Teman-teman laboratorium komputasi yang sabar membantu dan menemani pada saat penelitian;
7. Almater Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

**MOTTO**

Jika kamu tidak dapat menahan lelahnya belajar, maka kamu harus sanggup menahan perihnya kebodohan.\*)



---

\*) Disadur dari kitab *Kaifa Turabbi Waladan Shalihan* (Terj. *Begini Seharusnya Mendidik Anak*), Al-Maghrbi bin As-Said Al-Maghribi, Darul Haq.

**PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rizky Ayu Dhiartzari

NIM : 121810201034

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul “Hamburan TMz oleh Silinder Konduktif Ketika Diberi Signal Mikro *Line Source*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Penelitian ini merupakan bagian dari penelitian bersama dosen dan mahasiswa dan hanya dapat dipublikasikan dengan mencantumkan nama dosen pembimbing.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2018

Yang menyatakan,

Rizky Ayu Dhiartzari

NIM 121810201034

**SKRIPSI**

**HAMBURAN  $TM_z$  OLEH SILINDER KONDUKTIF  
KETIKA DIBERI SIGNAL MIKRO *LINE SOURCE***

Oleh:

**Rizky Ayu Dhiyaztari**

**NIM 121810201034**

Pembimbing:

1. Dosen Pembimbing Utama : Agung Tajahjo Nugroho, S.Si., M. Phill. Ph.D.
2. Dosen Pembimbing Anggota : Supriyadi, S.Si., M.Si.

**PENGESAHAN**

Skripsi berjudul “Hamburan  $TM_z$  oleh Silinder Konduktif Ketika Diberi Signal Mikro Line Source” telah diuji dan disahkan pada :

Hari, tanggal :

Tempat : Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan ilmu Pengetahuan Alam,  
Universitas Jember

Tim Penguji:

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Agung T. Nugroho, S.Si., M. Phill., Ph.D.

Supriyadi, S.Si., M.Si.

NIP. 196812191994021001

NIP. 198204242006041003

Dosen Penguji I,

Dosen Penguji II,

Bowo Eko Cahyono, M.Si., Ph.D.

Nurul Priyantari, S.Si., M.Si.

NIP. 197202101998021001

NIP. 195911211991031002

Mengesahkan,

Dekan Fakultas MIPA,

Drs. Sujito, Ph.D

NIP. 196102041987111001

## RINGKASAN

**Hamburan  $TM_z$  oleh Silinder Konduktif Ketika Diberi Signal Mikro *Line Source***; Rizky Ayu Dhiastari, 121810201034, 2018: 65 halaman; Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Hamburan gelombang elektromagnetik memiliki banyak manfaat dan telah diaplikasikan pada berbagai bidang seperti terdapat penerapan sinar x pada foto Rontgen dan CT *scan* pada bidang tomografi, penghasil bibit unggul dan varietas baru pada bidang pertanian, dapat digunakan untuk memeriksa kecacatan atau keretakan pada logam di bidang industri, serta penerapan dalam sistem radar dan navigasi pada bidang telekomunikasi. Seiring dengan semakin beragamnya kebutuhan, maka perkembangan akan teknologi semakin meningkat. Prospek perkembangan teknologi berbasis hamburan gelombang elektromagnetik yang masih luas di berbagai bidang menjadi alasan untuk mengangkat topik dengan spesifikasi solusi numerik hamburan gelombang elektromagnetik pada sebuah silinder konduktif PEC (*perfect electric conducting*) pada mode  $TM_z$ .

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan medan listrik total pada *line source* oleh sebuah silinder PEC dengan solusi numerik berupa MoM (*Moment of Method*). Akurasi MoM dinyatakan oleh nilai *magnitude*  $|E_z^t|$  dan fase gelombang. Tingkat akurasi MoM di evaluasi pada berbagai transmitter melingkar di sekitar dengan sudut observasi tertentu. Jari-jari silinder PEC dan frekuensi sumber yang digunakan juga mempengaruhi nilai *magnitude*  $|E_z^t|$  dan fase gelombang yang dianalisa dalam bentuk grafik dan citra dua dimensi pada sebuah *mesh* persegi. Solusi numerik berupa MoM didasari oleh persamaan Maxwell dalam bentuk diferensial menggunakan persamaan Helmholtz berupa vektor potensial listrik dalam bentuk integral. Data penelitian dianalisis dengan dua analisis, yaitu analisis secara kuantitatif menggunakan grafik yang berupa nilai *magnitude*  $|E_z^t|$  dan fase gelombang serta analisis kualitatif berupa visualisasi nilai *magnitude*  $|E_z^t|$  dan fase gelombang dalam bentuk citra dua dimensi.

Tingkat akurasi dari MoM ditentukan dengan menggunakan nilai error relatif yang diperoleh. Nilai error relatif menunjukkan nilai selisih dari solusi analitik dan solusi numerik. Semakin kecil nilai error relatif, maka semakin akurat data yang diperoleh. Hasil penelitian menunjukkan nilai error *magnitude*  $|E_z^t|$  sebesar 0.0022% dan nilai error relatif untuk nilai fase gelombang sebesar 3.2% pada PEC dengan jari-jari silinder sebesar 0.06 m dan titik observasi sejauh 0.09 m dengan frekuensi sebesar 3GHz. Hal ini menunjukkan bahwa akurasi solusi numerik berupa MoM yang diperoleh dalam penelitian ini cukup baik didukung oleh pernyataan Peterson *et al* (1998) bahwa MoM dapat diaplikasikan dengan baik pada lebar sel tidak lebih dari  $0.1\lambda_0$  dengan akurasi nilai *error* yang dapat diterima tidak lebih dari 5%.

Perubahan jari-jari PEC yang digunakan mempengaruhi *magnitude*  $|E_z^t|$  dan fase gelombang yang diperoleh. Semakin besarnya jari-jari silinder PEC yang digunakan maka pola naik turun pada grafik *magnitude*  $|E_z^t|$  semakin banyak. Begitupun pada fase gelombangnya, pola kenaikan dan penurunan ekstrim yang terbentuk semakin banyak. Bentuk pola pada visualisasi *magnitude*  $|E_z^t|$  juga berubah untuk setiap jari-jari silinder PEC. Sedangkan visualisasi pada fase gelombang menunjukkan rapat pola warna yang sama. Selain jari-jari silinder PEC, besarnya frekuensi yang digunakan juga berpengaruh terhadap fase gelombang. Sama halnya dengan perubahan jari-jari silinder PEC, semakin besar frekuensi yang digunakan maka pola naik turun yang terbentuk pada grafik *magnitude*  $|E_z^t|$  dan pola kenaikan dan penurunan ekstrim yang terbentuk pada grafik fase gelombang semakin banyak dan rapat. Begitu pula pada visualisasi *magnitude*  $|E_z^t|$ , setiap perubahan frekuensi menunjukkan pola warna yang berbeda. Sedangkan visualisasi fase gelombang untuk variasi frekuensi yang digunakan menunjukkan pola warna yang sangat berbeda. Semakin besar frekuensi yang digunakan maka pola warna biru-merah yang terbentuk disekeliling silinder semakin banyak, sehingga pola warna dalam *mesh* menjadi semakin rapat.

**PRAKATA**



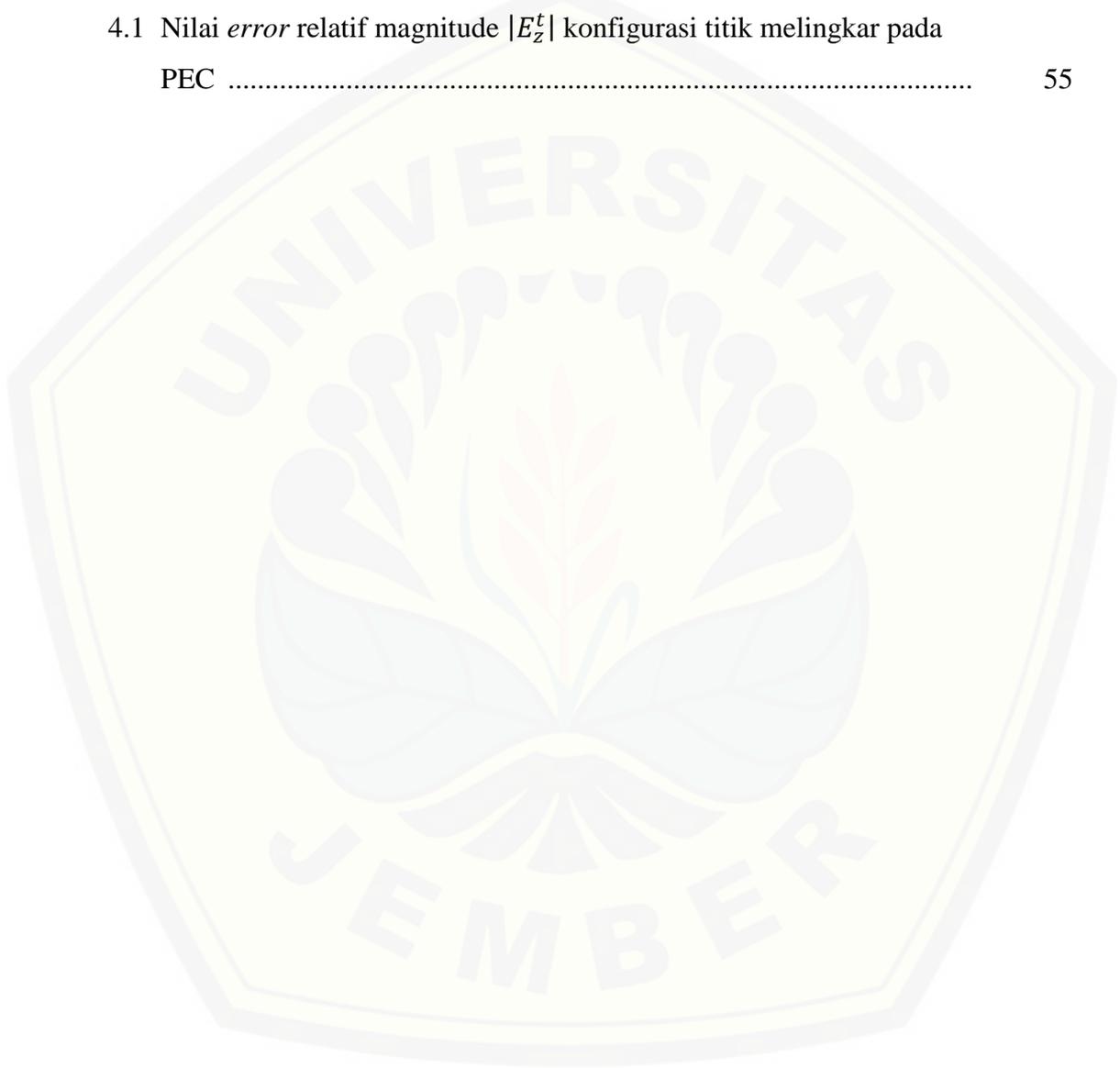
DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	ii
HALAMAN MOTTO .....	iii
HALAMAN PERNYATAAN .....	iv
HALAMAN PEMBIMBING .....	v
HALAMAN PENGESAHAN .....	vi
RINGKASAN .....	vii
PRAKATA .....	ix
DAFTAR ISI .....	x
DAFTAR TABEL .....	xi
DAFTAR GAMBAR .....	xiii
DAFTAR LAMPIRAN .....	xv
DAFTAR NOTASI .....	xvi
DAFTAR SINGKATAN .....	xviii
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	<b>1</b>
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	<b>3</b>
<b>1.3 Batasan Masalah</b> .....	<b>4</b>
<b>1.4 Tujuan</b> .....	<b>4</b>
<b>1.5 Manfaat</b> .....	<b>5</b>
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>5</b>
<b>2.1 Gelombang Elektromagnetik</b> .....	<b>5</b>
<b>2.2 Fungsi Gelombang Helmholtz</b> .....	<b>7</b>
<b>2.3 Radiasi Gelombang Silinder pada <i>Line Source</i> Tak Terhingga</b> .....	<b>8</b>
<b>2.4 Gelombang Bidang dalam Bentuk Fungsi Gelombang Silinder</b> .....	<b>11</b>
<b>2.5 Solusi Analitik Hamburan Gelombang <math>TM^Z</math> :</b>	
<i>Electric Line-Source</i> .....	15
<b>2.6 Fungsi Bessel dan Fungsi Hankel</b> .....	17

2.7 <i>Method of Moment (MoM)</i> .....	18
2.8 <i>Pulse Basis Function</i> .....	20
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b> .....	21
3.1 <b>Rancangan Penelitian</b> .....	21
3.2 <b>Jenis dan Sumber Data</b> .....	22
3.3 <b>Definisi Operasional Variabel dan Skala Pengukuran</b> .....	22
3.3.1 Variabel Bebas .....	22
3.3.2 Variabel Kontrol .....	22
3.3.3 Variabel Terikat .....	23
3.4 <b>Prosedur Penelitian</b> .....	23
3.5 <b>Langkah Kerja</b> .....	24
3.5.1 Solusi Numerik (Metode MoM) .....	24
3.5.2 Pengaruh Frekuensi dan Jari-jari terhadap $ E_z^t $ dan Fase .....	27
3.6 <b>Metode Analisis Data</b> .....	29
3.6.1 Perbandingan Solusi Analitik dan Solusi Numerik .....	29
3.6.2 Pengaruh Frekuensi dan Jari-jari terhadap $ E_z^t $ dan Fase .....	29
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	32
4.1 <b>Akurasi Solusi Numerik Metode MoM terhadap Metode Analitik</b> .....	32
4.2 <b>Pengaruh Variasi Jari-jari Silinder dan Frekuensi terhadap Magnitude <math> E_z^t </math> dan Fae Gelombang</b> .....	37
4.2.1 Pengaruh Perubahan Jari-jari Silinder terhadap Magnitude $ E_z^t $ dan Fase Gelombang .....	38
4.2.2 Pengaruh Perubahan Frekuensi terhadap Magnitude $ E_z^t $ dan Fase Gelombang .....	48
<b>BAB 5. PENUTUP</b> .....	58
5.1 <b>Kesimpulan</b> .....	58
5.2 <b>Saran</b> .....	58
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	59
<b>LAMPIRAN</b> .....	62

**DAFTAR TABEL**

	Halaman
3.1 Parameter <i>input</i> yang bersifat konstan .....	27
4.1 Nilai <i>error</i> relatif magnitude $ E_z^t $ konfigurasi titik melingkar pada PEC .....	55



DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
1. Lampiran komputasi <i>coding</i> medan listrik total solusi eksak untuk metode analitik .....	53
2. Lampiran komputasi <i>coding</i> medan listrik total solusi MoM untuk metode numerik .....	54
4.1 Lampiran grafik <i>error</i> relatif nilai <i>magnitude</i> konfigurasi titik melingkar pada PEC dengan jari-jari 0.06 m untuk variasi frekuensi	56
4.2 Lampiran grafik <i>error</i> relatif nilai <i>magnitude</i> konfigurasi titik melingkar pada PEC dengan berbagai ukuran jari-jari dan frekuensi konstan sebesar 3 GHz .....	57
4.3 Lampiran grafik nilai <i>magnitude</i> $ E_z^t $ konfigurasi titik melingkar pada PEC 0.06 m dengan frekuensi lebih dari 3 GHz .....	58

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Geometri dan sistem koordinat untuk <i>electric line source</i> yang tak terhingga (a) pada titik pusat koordinat (b) pada <i>offset</i> .....	8
2.2 Gelombang bidang seragam yang merambat dalam arah $x$ positif ...	12
2.3 Geometri untuk perpindahan <i>line source</i> .....	15
2.4 <i>Electric line source</i> dekat silinder (a) tampak samping (b) tampak atas .....	15
2.5 <i>Pulse basis functions</i> .....	20
3.1 Rancangan penelitian .....	21
3.2 Prosedur penelitian .....	24
3.3 Kontur silinder dibagi ke dalam beberapa sel .....	25
3.4 Penampang melintang silinder .....	26
3.5 Susunan <i>mesh</i> sebagai visualisasi <i>magnitude</i> dan fase .....	28
4.1 Perbandingan <i>plotting</i> nilai <i>magnitude</i> antara solusi analitik dan solusi numerik pada silinder berjari-jari 0.06 m dengan frekuensi 3 GHz dan titik observasi dari pusat silinder sejauh 0.09 m .....	33
4.2 Nilai <i>error</i> relatif <i>magnitude</i> solusi numerik terhadap solusi analitik dan pada silinder berjari-jari 0.06 m dengan frekuensi 3 GHz dan titik observasi dari pusat silinder sejauh 0.09 m .....	34
4.3 Perbandingan nilai fase gelombang antara solusi numerik terhadap solusi analitik dan pada silinder berjari-jari 0.06 m dengan frekuensi 3 GHz dan titik observasi dari pusat silinder sejauh 0.09 m .....	36
4.4 Nilai <i>error</i> relatif fase gelombang antara solusi numerik terhadap solusi analitik dan pada silinder berjari-jari 0.06 m dengan frekuensi 3 GHz dan titik observasi dari pusat silinder sejauh 0.09 m .....	37
4.5 Pengaruh perubahan jari-jari silinder terhadap nilai <i>magnitude</i> $ E_z^t $ pada frekuensi sumber 5 GHz .....	39
4.6 Pengaruh perubahan jari-jari silinder terhadap fase gelombang pada frekuensi sumber 5 GHz .....	43

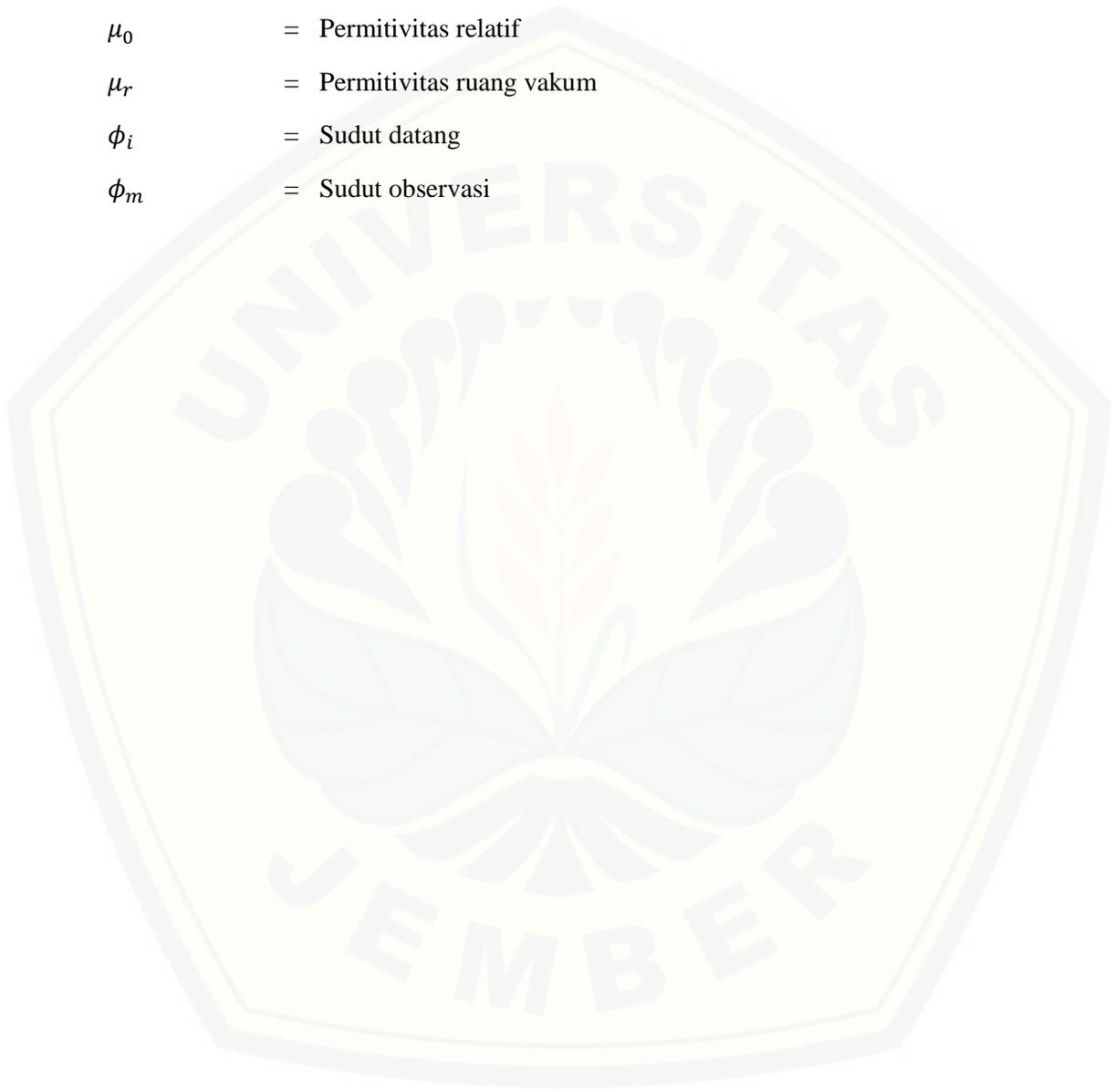
4.7 Pengaruh perubahan frekuensi terhadap nilai magnitude $ E_z^t $ pada PEC berjari-jari 0.08 m .....	45
4.8 Pengaruh perubahan frekuensi terhadap fase gelombang pada PEC berjari-jari 0.08 m .....	48



**DAFTAR NOTASI**

$E_0$	=	Amplitudo medan listrik
$k$	=	Bilangan gelombang
$e$	=	Eksponensial
$\phi$	=	Fase atau sudut
$f$	=	Frekuensi
$Y_n(x)$	=	Fungsi Bessel jenis kedua orde ke- $n$
$J_n(x)$	=	Fungsi Bessel pertama orde ke- $n$
$H_n^{(2)}$	=	Fungsi Hankel jenis kedua orde ke- $n$
$H_n^{(1)}$	=	Fungsi Hankel jenis pertama orde ke- $n$
$J$ atau $J$	=	Fungsi rapat arus permukaan
$j$	=	Imajiner
$\eta_0$	=	Impedansi intrinsik ruang vakum
$Z, Z_{mn}$	=	Impedansi intrinsik sel
$\rho_n$	=	Jarak titik tinjau ke- $n$ (permukaan) dari pusat silinder
$a$	=	Jari-jari silinder
$N$	=	Jumlah sel
$a_n, c_n$	=	Koefisien
$\gamma$	=	Koefisien Euler
$\Delta C_m$	=	Lebar sel ke- $m$
$\Delta C_n$	=	Lebar sel ke- $n$
$\rho, \rho_m$	=	Lokasi sensor atau jarak titik observasi dari pusat silinder
$ E_z^t $	=	<i>Magnitude</i> medan listrik total
$\mathbf{E}$ atau $\vec{E}$	=	Medan listrik
$E^i$	=	Medan listrik datang
$E^s$	=	Medan listrik terhambur
$E^t$	=	Medan listrik total
$\mathbf{H}$ atau $\vec{H}$	=	Medan magnet

$\alpha, \alpha_m$	=	Nilai rapat arus permukaan
$\lambda_0$	=	Panjang gelombang ruang vakum
$\epsilon_r$	=	Permeabilitas relatif
$\epsilon_0$	=	Permeabilitas ruang vakum
$\mu_0$	=	Permitivitas relatif
$\mu_r$	=	Permitivitas ruang vakum
$\phi_i$	=	Sudut datang
$\phi_m$	=	Sudut observasi



**DAFTAR SINGKATAN**

EFIE	=	<i>Electric Field Integral Equation</i>
EM	=	<i>Elektromagnetik</i>
RADAR	=	<i>Radio Detection and Ranging</i>
Linac	=	<i>Linier Accelerator</i>
CT	=	<i>Computerized Tomography</i>
MT	=	<i>Magnetotelurik</i>
VSIE	=	<i>Volume-Surface Integral Equation</i>
MoM	=	<i>Method of Moment</i>
TE	=	<i>Transverse Electric</i>
TM	=	<i>Transverse Magnetic</i>
PEC	=	<i>Perfect Electric Conducting</i>

## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Perkembangan teknologi berbasis gelombang elektromagnetik semakin meningkat, seiring kebutuhan yang semakin beragam. Gelombang elektromagnetik merupakan sebuah gelombang transversal yang dapat merambat tanpa medium dan terdiri atas medan listrik dan magnet yang saling tegak lurus. Beberapa aplikasi gelombang elektromagnetik dapat ditemukan dalam *transmission lines*, rangkaian *microwave*, antena, komunikasi serat optik, komunikasi *mobile*, dan radio astronomi (Shevgaonkar, 2006). Ada beberapa mekanisme dasar perambatan gelombang elektromagnetik, yaitu refleksi (pemantulan), *scattering* (hamburan/penyebaran), refraksi (pembiasan), dan difraksi (lenturan). Menurut Anthony (2015), hamburan terjadi ketika medium dimana gelombang merambat mengandung obyek yang lebih kecil dibandingkan dengan panjang gelombang.

Hamburan gelombang elektromagnetik diterapkan dalam berbagai bidang kehidupan, sehingga hamburan gelombang elektromagnetik merupakan permasalahan yang cukup penting. Salah satu diantaranya, yaitu dalam bidang tomografi terdapat penggunaan radiasi sinar x pada foto Rontgen, *CT scan* dan Linac (*Linier Accelerator*). Alat-alat tersebut berfungsi sebagai alat diagnosis dan terapi dalam bidang kedokteran nuklir (Suyatno, 2008). Sinar gamma juga dapat berfungsi untuk mendiagnosis penyakit serta terapi kesehatan (Kane, 2009). Selain itu, dalam bidang pertanian, gelombang elektromagnetik juga berperan untuk menghasilkan bibit unggul serta varietas baru (Heldman, 2003). Bidang industri memanfaatkan gelombang elektromagnetik untuk mengetahui struktur suatu logam dan memeriksa kecacatan atau keretakan pada logam. Sedangkan dalam bidang telekomunikasi, gelombang mikro dimanfaatkan pada sistem radar dan navigasi (Sears dan Zemansky, 2003). Beberapa manfaat dari hamburan gelombang elektromagnetik tersebut menunjukkan bahwa kebutuhan mengenai teknologi berbasis gelombang elektromagnetik semakin meningkat dan beragam.

Mushref (2006) melakukan penelitian mengenai analisis hamburan gelombang bidang *transverse electric* (TE) oleh silinder berlapis. Ia menggunakan matriks deret tertutup dan analisis nilai batas dengan penambahan fungsi Bessel. Sebuah penelitian mengenai *line source* pernah dilakukan oleh Howard (1972) pada sebuah silinder tak homogen yang berada di bawah permukaan tanah. Medan elektromagnetik terhambur dibangkitkan dengan menggunakan *line source*. Dalam penelitian tersebut, ekspansi fungsi eigen digunakan untuk menyelesaikan persamaan integral Fredholm. Frezza, *et al* (2012) meneliti masalah hamburan 2D dari *line source* oleh silinder sirkular konduktif sempurna yang terkubur dalam medium *semi-infinite*, baik dalam polarisasi TM maupun TE. Pendekatan gelombang silindris digunakan dan diterapkan pada keduanya oleh sumber dan medan terhambur dari medium. Li dan Shen (2003) menyajikan hasil numerik penampang melintang hamburan elektromagnetik dari silinder konduktif berlapis metamaterial yang memiliki nilai permitivitas maupun permeabilitas negatif menggunakan metode separasi atau pemisahan variabel. Formulasi integral *Volume-Surface Integral Equation* (VSIE) dikembangkan oleh Sakr, *et al* (2014) untuk menentukan hamburan medan magnetik oleh silinder konduktif yang dilapisi dielektrik homogen/bahan magnetik. *Electric Field Integral Equation* (EFIE) digunakan untuk memperoleh VSIE.

Metode numerik *Method of Moment* (MoM) digunakan untuk menyelesaikan persamaan integral. Beberapa metode yang dikembangkan dalam literatur digunakan untuk memecahkan masalah hamburan elektromagnetik oleh silinder konduktif berlapis berbagai macam material. Tsuji, *et al* (2010) melakukan penelitian hamburan gelombang elektromagnetik pada silinder PEC (*Perfect Electric Conductor*) oleh gelombang bidang. Ia menggunakan metode MoM yang diimplementasikan pada silinder untuk mensimulasikan hamburan dari gelombang bidang pada silinder PEC 2-D. PEC merupakan bahan konduktor yang sempurna dan didefinisikan sebagai bahan yang memungkinkan muatan bergerak bebas melalui bagian dalam dan permukaan bahan (Chen, 2005). Sebuah penelitian Ahmed dan Naqvi (2008) mengenai hamburan gelombang elektromagnetik dari sebuah silinder konduktif sempurna yang terpendam pada sebuah bahan dielektrik

*half-space*. Hamburan gelombang elektromagnetik disajikan dalam bentuk solusi analitik dengan menggunakan representasi spektral (gelombang bidang) untuk semua interaksi antara silinder dan bahan dielektrik. Sururi (2017) melakukan penelitian terhadap hamburaan gelombang *transverse magnetic* (TM) oleh silinder konduktif dengan menggunakan metode MoM. Sumber gelombang yang digunakan berupa gelombang bidang (*plane wave*). Namun dalam penelitian tersebut sumber *plane wave* berada pada jarak yang jauh dari obyek sehingga permodelan kurang spesifik pada satu titik. Penelitian ini menggunakan sumber berupa *line source* yang posisinya bisa dikondisikan dalam suatu ruangan dan permodelan yang diperoleh bisa lebih spesifik. Sehingga, sumber berupa *line source* menjadi masalah penting untuk diperhitungkan.

Penelitian hamburan gelombang  $TM^Z$  ini hanya dilakukan dengan menggunakan silinder konduktif dengan konduktor listrik sempurna, yaitu PEC dengan jari-jari ( $a$ ) yang telah ditentukan kemudian diberi gelombang mikro *line-source* dengan frekuensi ( $f$ ) dan jarak sensor yang bervariasi. Selanjutnya membandingkan *magnitude* dan fase medan yang ditimbulkan menggunakan metode yang sudah sering digunakan dalam menyelesaikan permasalahan di bidang elektromagnetik, yaitu metode numerik MoM. Hasil simulasi numerik yang telah diperoleh kemudian dibandingkan dengan hasil analitik atau solusi eksak. Apabila hasil numerik dan analitik sesuai, maka metode tersebut dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan hamburan gelombang *line-source* pada silinder konduktif dalam kasus polarisasi medan listrik.

## 1.2 Rumusan Masalah

Ketika sumber gelombang elektromagnetik dari sumber *line source* di iluminasikan terhadap PEC maka akan menghasilkan hamburan elektromagnetik. Model hamburan akan dikomputasikan secara numerik dengan metode MoM dan secara analitik. Permasalahan yang dibahas dalam penelitian ini adalah

1. Bagaimana akurasi MoM sebagai solusi numerik terhadap solusi analitik hamburan gelombang elektromagnetik oleh PEC?

2. Bagaimana pengaruh variasi jari-jari silinder dan frekuensi sumber terhadap *magnitude* dan fase medan listrik dengan menggunakan metode numerik MoM?

### 1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini difokuskan terhadap beberapa aspek kajian utama untuk mempermudah penelitian yang akan dilakukan, diantaranya:

1. Metode numerik yang digunakan adalah metode numerik MoM. Metode tersebut diaplikasikan terhadap medan terhambur pada polarisasi TM (*Transverse Magnetic*). Medan terhambur yang ditinjau adalah medan listrik total yang timbul pada silinder konduktif yang diiluminasi oleh gelombang  $TM^z$  menggunakan metode numerik MoM.
2. Jenis bahan yang digunakan berupa silinder konduktif dengan konduktor listrik yang sempurna, yaitu PEC.
3. Sumber gelombang yang digunakan berupa *line-source* dalam bentuk fungsi integral gelombang silinder yang didefinisikan sebagai dasar dari teorema fungsi Bessel jenis pertama dan fungsi Hankel jenis kedua yang digunakan untuk penyelesaian metode analitiknya.
4. Parameter yang dihitung adalah *magnitude* dan *phase*. Grafik yang dimodelkan berbentuk 2D dengan komponen medan datang  $E^i$ , medan terhambur  $E^s$  dan medan total  $E^t$  serta fase  $\phi$ .

### 1.4 Tujuan

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah yang menjadi dasar dilakukannya penelitian ini, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengetahui akurasi MoM sebagai solusi numerik terhadap solusi analitik hamburan gelombang elektromagnetik oleh PEC.
2. Mengetahui pengaruh variasi jari-jari silinder dan frekuensi sumber terhadap *magnitude* dan fase medan listrik dengan menggunakan metode numerik MoM.

### 1.5 Manfaat

Penelitian ini diharapkan mampu memberikan informasi kepada masyarakat khususnya peneliti fisika, berkaitan dengan solusi numerik menggunakan MoM untuk hamburan medan magnet pada silinder PEC. Sumber yang digunakan adalah gelombang mikro berupa *line source* menggunakan variasi frekuensi sumber dan jari-jari silinder PEC untuk menentukan perubahan *magnitude* dan fase. Hasil tersebut dapat digunakan sebagai informasi untuk penelitian mengenai hamburan gelombang elektromagnetik pada silinder konduktif lebih lanjut.

## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Gelombang Elektromagnetik

Gelombang elektromagnetik adalah kombinasi medan listrik dan medan magnet yang berosilasi dan merambat lewat ruang serta membawa energi dari satu tempat ke tempat yang lain dengan kecepatan cahaya (Glaser, 1992). Medan listrik  $\vec{E}$  dan medan magnet  $\vec{H}$  merupakan besaran vektor. Keduanya berosilasi dalam satu fase, dimana  $\vec{E}$  maksimum ketika  $\vec{H}$  maksimum namun arah dari kedua medan saling tegak lurus (Sears dan Zemansky, 2003). Besaran medan listrik dinyatakan dalam kuat medan listrik  $E$  dengan satuan volt per meter (V/m) atau kilovolt per meter (kV/M) (Anies, 2006). Kuat medan magnet mempunyai satuan tesla atau militesla, sering juga digunakan gauss atau miligauss ( $1 \text{ T} = 1000 \text{ mT}$ ;  $1 \text{ G} = 1000 \text{ mG}$  dan  $1 \text{ T} = 10.000 \text{ G}$ ) (Glaser, 1992).

Gelombang elektromagnetik memiliki beberapa parameter yang dapat diukur, yaitu panjang gelombang, frekuensi, amplitudo, dan kecepatan. (Shevgaonkar, 2006). Sumber gelombang elektromagnetik ada dimana-mana, baik sumber alamiah maupun buatan. Sumber gelombang elektromagnetik alamiah misalnya matahari, bintang dan tornado. Ada juga sumber elektromagnetik buatan seperti ledakan nuklir, rangkaian listrik dengan tabung vakum atau transistor, dioda *microwave*, laser, maser, magnetron pada *oven microwave*, antena radio, dan banyak lagi (Anies, 2005). Harefa (2011) menyebutkan salah satu ciri gelombang elektromagnetik yang dapat merambat dalam ruang tanpa medium. Peristiwa perambatan gelombang elektromagnetik terjadi dalam beberapa mekanisme, yaitu pemantulan (refleksi), pembiasan (refraksi), lenturan (difraksi), dan hamburan (*scattering*). Anthony (2015) menyatakan bahwa hamburan terjadi ketika medium dimana gelombang merambat mengandung obyek yang lebih kecil dibandingkan dengan panjang gelombang.

Gelombang elektromagnetik tidak memerlukan bahan sebagai medium perambatannya. Beberapa jenis gelombang elektromagnetik diantaranya yaitu, gelombang radio, gelombang mikro, inframerah, cahaya tampak, ultraviolet, sinar X, dan sinar gamma. Gelombang elektromagnetik dapat memiliki frekuensi ( $f$ ) dan panjang gelombang ( $\lambda$ ) berbeda, hubungan  $c = \lambda \cdot f$  dalam ruang vakum berlaku secara umum. Gelombang elektromagnetik memiliki kecepatan perambatan yang sama pada ruang hampa, yaitu  $c = 299.792.458$  m/s (Herdiansyah, 2015).

Gelombang mikro adalah gelombang elektromagnetik dengan panjang gelombang berkisar  $10^4 \mu\text{m}$  sampai  $10^6 \mu\text{m}$ . Rentang frekuensinya adalah 300 MHz hingga 30 GHz. Penelitian mengenai frekuensi gelombang mikro semakin meningkat berdasarkan kebutuhan yang semakin meningkat akan pemanfaatan spektrum frekuensi radio untuk penggunaannya terhadap alat komunikasi dan sebagainya. Gelombang mikro hampir identik dengan RADAR (*Radio Detection and Ranging*) karena sistem gelombang mikro digunakan dalam berbagai penggunaan yang bervariasi (Collin, 1992).

## 2.2 Fungsi Gelombang Helmholtz

Shevgaonkar (2006) menyatakan bahwa fenomena gelombang elektromagnetik secara keseluruhan telah diatur oleh empat persamaan Maxwell yang diperoleh dari hukum fisika. Berikut persamaan Maxwell dalam medium konduktor (persamaan 2.1 sampai 2.8 diambil dari Sadiku, 2001)

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega\varepsilon\mathbf{E} \quad (2.4)$$

Dengan menerapkan operasi curl pada persamaan (2.3) maka diperoleh

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla \times (-j\omega\mu\mathbf{H}) = -j\omega\mu(\nabla \times \mathbf{H}) \quad (2.5)$$

Persamaan (2.4) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.5), sehingga

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -j\omega\mu(\mathbf{J} + j\omega\varepsilon\mathbf{E}) \quad (2.6)$$

dengan menggunakan vektor identitas  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$ , pada persamaan (2.6) maka

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -j\omega\mu(\mathbf{J} + j\omega\varepsilon\mathbf{E}) \quad (2.7)$$

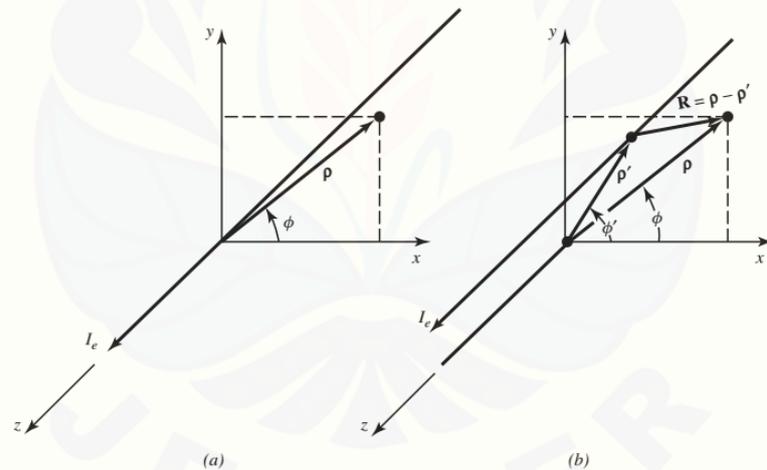
Persamaan (2.1) menyebabkan komponen  $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0$ , sehingga

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = j\omega\mu\mathbf{J} \quad (2.8)$$

Dimana  $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = 2\pi/\lambda$  adalah bilangan gelombang dan  $\lambda$  adalah panjang gelombang. Persamaan (2.8) adalah bentuk vektor dari gelombang Helmholtz.

### 2.3 Radiasi Gelombang Silinder pada *Line Source* Tak Terhingga

Balanis (1989) menyatakan bahwa *line source* yang tak terbatas akan berfungsi sebagai salah satu jenis sumber yang digunakan untuk memeriksa sifat radiasi di hadapan *scatterers* atau medan terhambur.



Gambar 2.1 Geometri dan sistem koordinat untuk *electric line-source* yang tak terhingga. (a) titik pusat koordinat. (b) pada offset. (Sumber: Balanis, 1989).

Geometri *line source* yang ditunjukkan oleh Gambar 2.1a dan 2.1b dimana panjangnya mencapai hingga tak hingga dan arus listrik dinyatakan oleh (persamaan 2.9 sampai 2.34 diambil dari Balanis, 1989)

$$\mathbf{I}_e(z') = \hat{\mathbf{a}}_z I_e \quad (2.9)$$

Dimana  $\mathbf{I}_e$  bernilai konstan. Karena arus diarahkan sepanjang sumbu z, medan yang diradiasikan oleh *line source* adalah modus TMz dan dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= 0 \\ \mathbf{A} &= \hat{a}_z A_z(\rho, \phi, z) \\ &= \hat{a}_z [C_1 H_m^{(1)}(k_\rho \rho) + D_1 H_m^{(2)}(k_\rho \rho)] \\ &\quad \times [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] (A_3 e^{-jk_z z} + B_3 e^{+jk_z z}) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Karena *line source* yang tak terhingga panjangnya, dalam koordinat bidang dua dimensi (tidak ada variasi dalam arah z) sehingga

$$k_z = 0 \Rightarrow k_\rho^2 + k_\rho^2 = k^2 \Rightarrow k_\rho = k \quad (2.11)$$

Selain itu, karena radiasi gelombang hanya ke arah luar dan kami memilih mode orde-terendah, maka

$$\begin{aligned} C_1 &= 0 \\ m &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Dengan demikian, persamaan (2.10) menjadi

$$\mathbf{A} = \hat{a}_z A_z(\rho) = \hat{a}_z A_0 H_0^{(2)}(k\rho) \quad (2.13)$$

Hubungan medan listrik dan magnet dapat dituliskan dalam sistem koordinat silinder sebagai berikut:

$$E_\rho = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \rho \partial z} = 0 \quad (2.14)$$

$$E_\phi = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \phi \partial z} = 0 \quad (2.15)$$

$$E_z = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) A_z = -j \omega A_0 H_0^{(2)}(k\rho) \quad (2.16)$$

$$H_\rho = \frac{1}{\mu} \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} = 0 \quad (2.17)$$

$$H_\phi = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} = -\frac{A_0}{\mu} H_0^{(2)'}(k\rho) = A_0 \frac{k}{\mu} H_1^{(2)}(k\rho) \quad (2.18)$$

$$H_z = 0 \quad (2.19)$$

$A_0$  konstan dapat diperoleh dengan menggunakan

$$I_e = \lim_{\rho \rightarrow 0} \oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} (\hat{\mathbf{a}}_\phi H_\phi) \cdot (\hat{\mathbf{a}}_\phi \rho d\phi) = \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} H_\phi \rho d\phi \quad (2.20)$$

Karena integrasi (2.20) harus dilakukan dalam batas  $\rho \rightarrow 0$ , maka fungsi Hankel dari (2.18) dapat didekati dengan asimtotiknya. Dengan menggunakan persamaan berikut yang diambil dari Balanis (1989),

$$\left. \begin{aligned} J_p(x) &\simeq \frac{1}{p!} \left(\frac{x}{2}\right)^p \\ Y_p(x) &\simeq -\frac{(p-1)!}{\pi} \left(\frac{2}{x}\right)^p \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} x \rightarrow 0 \\ p > 0 \end{array} \quad (2.21)$$

Dapat dinyatakan bahwa

$$H_1^{(2)}(k\rho) = J_1(k\rho) - jY_1(k\rho) \stackrel{k\rho \rightarrow 0}{\simeq} \frac{k\rho}{2} + j\frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{k\rho}\right) \stackrel{k\rho \rightarrow 0}{\simeq} j\frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{k\rho}\right) \quad (2.22)$$

Oleh karena itu, persamaan (2.20) diturunkan menggunakan (2.18) dan (2.22), menjadi

$$I_e = \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \left[ A_0 \frac{k}{\mu} H_1^{(2)}(k\rho) \right] \rho d\phi \simeq jA_0 \frac{2}{\pi \mu} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\rho} \rho d\phi = jA_0 \frac{4}{\mu} \quad (2.23)$$

atau

$$A_0 = -j\frac{\mu}{4} I_e \quad (2.24)$$

Dengan demikian, medan listrik dan magnet *line source* disederhanakan menjadi

$$E_z = -I_e \frac{\omega\mu}{4} H_0^{(2)}(k\rho) = -I_e \frac{k^2}{4\omega\varepsilon} H_0^{(2)}(k\rho) \quad (2.25)$$

$$H_\phi = -jI_e \frac{k}{4} H_1^{(2)}(k\rho) \quad (2.26)$$

Masing-masing komponen medan sebanding dengan fungsi Hankel jenis kedua dimana inputya sebanding dengan jarak dari sumber ke titik pengamatan. Jika sumber dipindahkan dari pusat koordinat dan ditempatkan seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.1b, maka persamaan (2.25) dan (2.26) dapat dituliskan menjadi

$$E_z = -I_e \frac{k^2}{4\omega\varepsilon} H_0^{(2)}(kR) = -I_e \frac{\beta^2}{4\omega\varepsilon} H_0^{(2)}(k|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|) \quad (2.27)$$

$$H_\psi = -jI_e \frac{k}{4} H_1^{(2)}(kR) = -jI_e \frac{k}{4} H_1^{(2)}(k|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|) \quad (2.28)$$

Dimana,

$$R = |\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'| = \sqrt{\rho^2 + (\rho')^2 - 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi')} \quad (2.29)$$

$\psi$  = sudut melingkar di sekitar sumber

Untuk pengamatan pada jarak jauh  $k\rho \rightarrow$  besar, fungsi Hankel pada (2.25) dan (2.26) dapat didekati dengan ekspansi asimtotik mereka untuk uraian panjang

$$H_0^{(2)}(k\rho) \stackrel{k\rho \rightarrow \text{large}}{\approx} \sqrt{\frac{2j}{\pi k\rho}} e^{-jk\rho} \quad (2.30)$$

$$H_1^{(2)}(k\rho) \stackrel{k\rho \rightarrow \text{large}}{\approx} \sqrt{\frac{2j}{\pi k\rho}} e^{-jk\rho} \quad (2.31)$$

Dengan demikian, persamaan (2.25) dan (2.26) dapat disederhanakan dari inputnya menjadi

$$E_z = -I_e \frac{k^2}{4\omega\varepsilon} H_0^{(2)}(k\rho) \stackrel{k\rho \rightarrow \text{large}}{\approx} -\eta I_e \sqrt{\frac{jk}{8\pi}} \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \quad (2.32)$$

$$H_\phi = -jI_e \frac{k}{4} H_1^{(2)}(k\rho) \stackrel{k\rho \rightarrow \text{large}}{\approx} -I_e \sqrt{\frac{jk}{8\pi}} \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \quad (2.33)$$

Rasio (2.32) terhadap (2.33) didefinisikan sebagai impedansi gelombang

$$Z_w^{+\rho} = \frac{E_z}{-H_\phi} = \eta \quad (2.34)$$

Karena impedansi gelombang sama dengan impedansi intrinsik, gelombang yang dipancarkan oleh *line source* dengan jarak yang jauh dinyatakan sebagai  $TEM^\rho$ .

## 2.4 Gelombang Bidang dalam Bentuk Fungsi Gelombang Silinder

Hamburan gelombang bidang oleh struktur silinder dianggap sebagai masalah mendasar dalam teori hamburan. Untuk menyelesaikan masalah ini, dibutuhkan solusi yang tepat untuk menyatakan gelombang bidang dalam fungsi gelombang silinder. Diasumsikan bahwa gelombang bidang seragam ternormalisasi

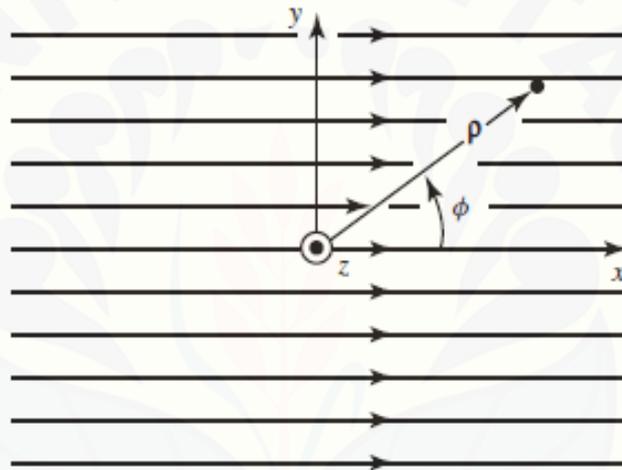
merambat dalam arah  $x$  positif, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.2, dapat ditulis sebagai

$$\vec{E} = \hat{a}_z E_z^+ = \hat{a}_z E_0 e^{-j\beta x} = \hat{a}_z e^{-j\beta x} \quad (2.35)$$

Gelombang bidang dapat diwakili oleh penjumlahan tak berhingga dari fungsi gelombang silinder berbentuk

$$E_z^+ = e^{-j\beta x} = e^{-j\beta \rho \cos \phi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n J_n(\beta \rho) e^{jn\phi} \quad (2.36)$$

Persamaan tersebut harus periodik dalam  $\phi$  dan terbatas pada  $\rho = 0$ . Langkah selanjutnya adalah menentukan koefisien amplitudo,  $a_n$ .



Gambar 2.2 Gelombang bidang seragam yang merambat dalam arah  $x$  positif (Sumber: Balanis, 1989).

Kedua sisi persamaan (2.36) dikalikan dengan  $e^{-jm\phi}$ , dimana  $m$  adalah bilangan bulat, kemudian integralkan dari 0 sampai  $2\pi$ , sehingga diperoleh

$$\int_0^{2\pi} e^{-j(\beta \rho \cos \phi + m\phi)} d\phi = \int_0^{2\pi} \left[ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n J_n(\beta \rho) e^{j(n-m)\phi} \right] d\phi \quad (2.37)$$

dengan menukar antara integrasi dan penjumlahan pada sisi kanan persamaan, didapat

$$\int_0^{2\pi} e^{-j(\beta \rho \cos \phi + m\phi)} d\phi = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n J_n(\beta \rho) \int_0^{2\pi} e^{j(n-m)\phi} d\phi \quad (2.38)$$

menggunakan kondisi orthogonal, yaitu

$$\int_0^{2\pi} e^{j(n-m)\phi} d\phi = \begin{cases} 2\pi & n = m \\ 0 & n \neq m \end{cases} \quad (2.39)$$

sehingga sisi kanan persamaan (2.38) dapat diturunkan menjadi

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n J_n(\beta\rho) \int_0^{2\pi} e^{j(n-m)\phi} d\phi = 2\pi a_m J_m(\beta\rho) \quad (2.40)$$

menggunakan bentuk integral

$$\int_0^{2\pi} e^{+j(Z \cos \phi + n\phi)} d\phi = 2\pi j^n J_n(Z) \quad (2.41)$$

sisi kiri persamaan (2.38) menjadi

$$\int_0^{2\pi} e^{-j(Z \cos \phi + m\phi)} d\phi = 2\pi j^{-m} J_{-m}(-\beta\rho) \quad (2.42)$$

Karena

$$J_{-m}(x) = (-1)^m J_m(x) \quad (2.44)$$

dan

$$J_m(-x) = (-1)^m J_m(x) \quad (2.45)$$

persamaan (2.42) dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} e^{-j(\beta\rho \cos \phi + m\phi)} d\phi &= 2\pi j^{-m} J_{-m}(-\beta\rho) \\ &= 2\pi j^{-m} (-1)^m J_m(-\beta\rho) \\ &= 2\pi j^{-m} (-1)^m (-1)^m J_m(\beta\rho) \\ &= 2\pi j^{-m} (-1)^{2m} J_m(\beta\rho) \\ &= 2\pi j^{-m} J_m(\beta\rho) \end{aligned} \quad (2.46)$$

Dengan menggunakan persamaan (2.40) dan (2.44), persamaan (2.38) dapat diturunkan menjadi

$$2\pi j^{-m} J_m(\beta\rho) = 2\pi a_m J_m(\beta\rho) \quad (2.47)$$

sehingga,

$$a_m = j^{-m} \quad (2.48)$$

Oleh karena itu, persamaan (2.49) dapat ditulis sebagai

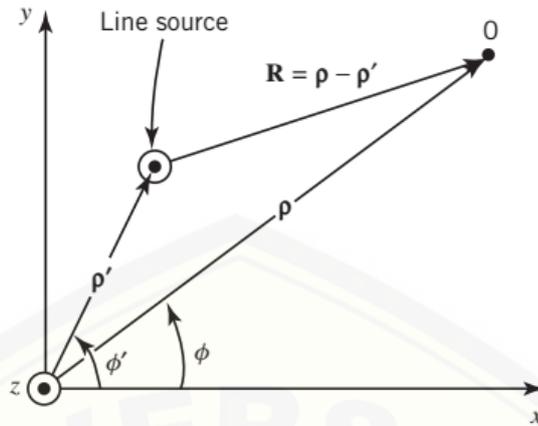
$$\begin{aligned} E_z^+ &= e^{-j\beta x} = e^{-j\beta\rho \cos\phi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n J_n(\beta\rho) e^{jn\phi} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} j^{-n} J_n(\beta\rho) e^{jn\phi} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Dengan cara yang sama dapat ditunjukkan bahwa

$$E_z^- = e^{+j\beta x} = e^{+j\beta\rho \cos\phi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} j^{+n} J_n(\beta\rho) e^{jn\phi} \quad (2.50)$$

Transformasi dalam masalah hamburan hampir selalu menggunakan teorema penambahan fungsi Hankel. Pada dasarnya, hal tersebut menunjukkan medan *line source* berbentuk silinder yang terletak sejauh  $\rho'$  dari titik awal, yang direpresentasikan oleh fungsi gelombang dalam koordinat silinder yang berasal dari sumbernya, dalam bentuk fungsi gelombang silinder yang berasal pada titik awal  $\rho = 0$  dari sistem koordinat.

Persamaan medan listrik diperoleh dengan mengasumsikan *line source* dari arus listrik  $I_0$  terletak pada  $\rho = \rho'$  dan  $\phi = \phi'$  yang ditunjukkan pada Gambar 2.3 berikut



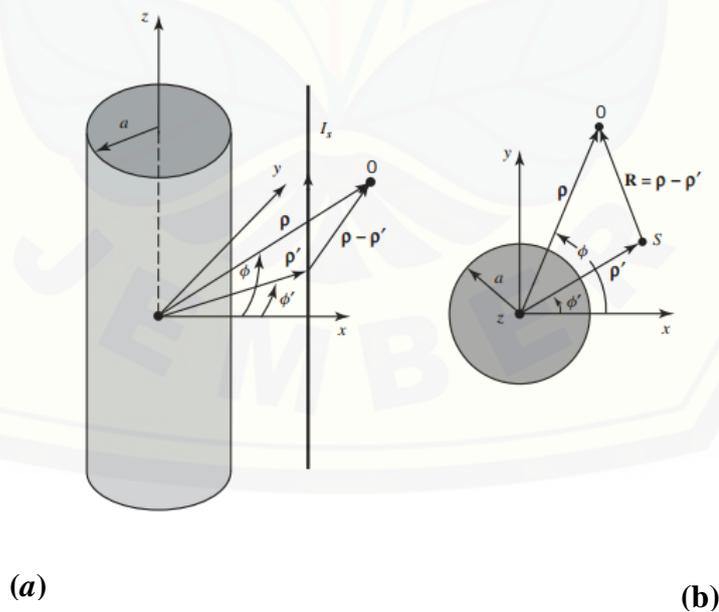
Gambar 2.3 Geometri untuk perpindahan *line source* (Sumber: Balanis, 1989).

Berdasarkan pada persamaan (2.25), medan pada *line source* diberikan oleh:

$$E_z(\rho, \phi) = -\frac{k^2 I_0}{4\omega\epsilon} H_0^{(2)}(k|\rho - \rho'|) \quad (2.51)$$

Dimana  $|\rho - \rho'|$  adalah jarak radial antara sumber dengan titik observasi

### 2.5 Solusi Analitik Hamburan Gelombang $TM^z$ : *Electric Line-Source*



Gambar 2.4 *Electric line-source* dekat silinder (a) tampak samping (b) tampak atas (Sumber: Balanis, 1989).

Geometri yang ditunjukkan oleh Gambar 2.4 dimana garis tak terhingga sebuah arus konstan ( $I_e$  untuk elektrik dan  $I_m$  untuk magnetik) ditempatkan di sekitar silinder konduktif melingkar panjang tak terhingga. Dimana  $\rho$  adalah jarak antara pusat silinder dan pancaran radiasi, sedangkan  $\rho'$  merupakan jarak antara pusat silinder dengan arus konstan elektrik ( $I_e$ ). Diasumsikan bahwa *line source* pada Gambar 2.4 adalah arus listrik bernilai konstan ( $I_e$ ), medan yang dibangkitkan dimanapun oleh sumber meskipun tidak adanya silinder, berdasarkan persamaan (2.39), maka diperoleh (persamaan 2.52 sampai 2.59 diambil dari Balanis, 1989)

$$E_z^i = -\frac{k^2 I_e}{4\omega\epsilon} H_0^{(2)}(k|\rho - \rho'|) \quad (2.52)$$

$E_z^i$  merupakan medan datang. Dengan penerapan teorema untuk fungsi Hankel jenis kedua pada persamaan medan *line source*, maka persamaan (2.53) dapat dituliskan:

$$E_z^i = -\frac{k^2 I_e}{4\omega\epsilon} \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k\rho) H_n^{(2)}(k\rho') e^{jn(\phi-\phi')} & \rho \leq \rho' \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(k\rho') H_n^{(2)}(k\rho) e^{jn(\phi-\phi')} & \rho \geq \rho' \end{cases} \quad (2.53)$$

Pada silinder, medan total terdiri dari dua bagian, yaitu medan bagian dalam silinder (*incident field*) dan *scattering field* yang dihasilkan oleh arus induksi pada permukaan silinder yang bertindak sebagai radiator sekunder. Medan terhambur juga hanya memiliki komponen  $E_z$  dan dapat dinyatakan sebagai

$$E_z^s = -\frac{k^2 I_e}{4\omega\epsilon} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n H_n^{(2)}(k\rho) \quad a \leq \rho \leq \rho', \quad \rho \geq \rho' \quad (2.54)$$

Koefisien  $c_n$  dapat ditemukan dengan menerapkan syarat batas

$$E_z^t(\rho = a, 0 \leq \phi, \phi' \leq 2\pi, z) = E_z^s + E_z^i = 0 \quad (2.55)$$

dengan menggunakan (2.52), (2.53a), dan (2.55) menghasilkan persamaan (2.56)

$$E_z^t = -\frac{k^2 I_e}{4\omega\epsilon} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ H_n^{(2)}(k\rho') J_n(ka) e^{jn(\phi-\phi')} + c_n H_n^{(2)}(ka) \right] = 0 \quad (2.56)$$

sehingga

$$c_n = -H_n^{(2)}(k\rho') \frac{J_n(ka)}{H_n^{(2)}(ka)} e^{jn(\phi-\phi')} \quad (2.57)$$

Dengan demikian, persamaan (2.54) menjadi

$$E_z^s = -\frac{k^2 I_e}{4\omega\epsilon} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n^{(2)}(k\rho') \frac{J_n(ka)}{H_n^{(2)}(ka)} H_n^{(2)}(k\rho) e^{jn(\phi-\phi')} \quad a \leq \rho \leq \rho', \quad \rho \geq \rho' \quad (2.58)$$

Sehingga solusi analitik untuk medan listrik total dapat dituliskan

$$E_z^t = -\frac{k^2 I_e}{4\omega\epsilon} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H_n^{(2)}(k\rho') \left[ J_n(k\rho) - \frac{J_n(ka)}{H_n^{(2)}(ka)} H_n^{(2)}(k\rho) \right] \times e^{jn(\phi-\phi')} \\ \alpha \leq \rho \leq \rho' \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H_n^{(2)}(k\rho) \left[ J_n(k\rho') - \frac{J_n(ka)}{H_n^{(2)}(ka)} H_n^{(2)}(k\rho') \right] \times e^{jn(\phi-\phi')} \\ \rho \geq \rho' \end{array} \right. \quad (2.59)$$

## 2.6 Fungsi Bessel dan Fungsi Hankel

Fungsi Bessel pertama kali didefinisikan oleh seorang ahli matematik Daniel Bernoulli dan diperluas oleh Friedrich Bessel, merupakan salah satu pemecahan penyelesaian dari persamaan turunan pangkat dua yang dapat ditulis sebagai berikut: (persaman 2.60 dan 2.61 diambil dari Bowman, 1958)

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0, n \geq 0 \quad (2.60)$$

Karena persamaan diferensial Bessel adalah persamaan diferensial orde dua, terdapat dua solusi fungsi, fungsi Bessel jenis pertama dan fungsi Bessel dari jenis kedua (juga dikenal sebagai fungsi Weber), yang diperlukan untuk membentuk solusi umum:

$$y = c_1 J_n(x) + c_2 Y_n(x) \quad (2.61)$$

Dimana  $n$  adalah orde fungsi Bessel,  $J_n(x)$  adalah fungsi Bessel jenis pertama, dan  $Y_n(x)$  adalah fungsi Bessel jenis kedua.

Bentuk fungsi Bessel jenis pertama dalam koordinat silinder dapat dituliskan: (persamaan 2.62 sampai 2.64 diambil dari Balanis, 1989)

$$J_0(k|\rho - \rho'|) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(k\rho) J_n(k\rho') e^{jn(\phi-\phi')} \text{ untuk } \rho \leq \rho' \quad (2.62)$$

Bentuk fungsi Bessel jenis kedua dalam koordinat silinder,

$$Y_0(k|\rho - \rho'|) = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2j} [J_n(k\rho') jY_n(k\rho') - J_n(k\rho') jY_n(k\rho')] J_n(k\rho) e^{jn(\phi-\phi')} \\ \quad = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} jY_n(k\rho') J_n(k\rho) e^{jn(\phi-\phi')} & \text{ untuk } \rho \leq \rho' \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2j} [J_n(k\rho) jY_n(k\rho) - J_n(k\rho) jY_n(k\rho')] J_n(k\rho') e^{jn(\phi-\phi')} \\ \quad = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} jY_n(k\rho) J_n(k\rho') e^{jn(\phi-\phi')} & \text{ untuk } \rho \geq \rho' \end{cases} \quad (2.63)$$

Dari bentuk fungsi Bessel  $J_n$  didapatkan fungsi Bessel jenis ketiga yang disebut dengan fungsi Hankel. Persamaan (2.53) merupakan persamaan fungsi Hankel jenis pertama dan kedua

$$H_0^{(1,2)}(k|\rho - \rho'|) = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(k\rho) H_0^{(1,2)}(k\rho') e^{jn(\phi-\phi')} & \text{ untuk } \rho \leq \rho' \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(k\rho') H_0^{(1,2)}(k\rho) e^{jn(\phi-\phi')} & \text{ untuk } \rho \geq \rho' \end{cases} \quad (2.64)$$

## 2.7 Method of Moment (MoM)

*Method of Moment* (MoM) merupakan metode untuk mendapatkan solusi dari persamaan fungsi turunan, integral dan lain-lain dengan menggunakan bentuk matrik. MoM merupakan salah satu metode analisis gelombang elektromagnetik yang memiliki nilai keakuratan yang tinggi. Namun, karena keakuratan tersebut, maka perhitungan numerik dari MoM ini sangat rumit dan kompleks sehingga

dibutuhkan *software* pemrograman untuk membantu perhitungan metode numerik tersebut (Simanjuntak, 2009). Khairi, *et al* (tanpa tahun), menjelaskan bahwa *Method of Moment* (MoM) merupakan pendekatan numerik yang tidak dapat dihindari untuk memodelkan hamburan gelombang elektromagnetik. Akurasi solusi MoM untuk masalah hamburan elektromagnetik telah dipelajari oleh banyak peneliti. Batas *error* untuk metode ini telah diperoleh dalam bentuk standart Sobolev (Davis, 2004).

MoM adalah metode elemen batas, metode numerik untuk memecahkan masalah persamaan integral dengan syarat batas. Hal ini sering diterapkan untuk persamaan integral, di mana kernel adalah fungsi Green, untuk memecahkan masalah hamburan yang melibatkan benda-benda yang kompleks. MoM ini dilakukan untuk mensimulasikan hamburan yang biasanya terjadi pada gelombang bidang 2-D silinder PEC. Untuk mengukur kinerja algoritma MoM dengan geometri silinder, hasilnya dibandingkan dengan solusi analitis yang tepat (Tsuji *et al*, 2010).

Ide dasar dari metode ini adalah menurunkan persamaan fungsional menjadi persamaan matrik kemudian menyelesaikan persamaan matriks tersebut dengan teknik atau metode yang telah diketahui. Konsep ini merupakan ekspresi terbaik dalam bahasa linier *spaces* dan operator. Persamaan tipe homogen (Persamaan 2.65 sampai 2.66 diambil dari Harrington, 1993)

$$L(f) = g \quad (2.65)$$

dengan  $L$  adalah operator,  $g$  merupakan sumber atau eksitasi (fungsi yang diketahui), dan  $f$  adalah bidang atau jawaban (variabel yang akan dicari). Dengan memperluas  $f$  menjadi sebuah deret pada fungsi  $f_1, f_2, f_3, \dots$  dalam daerah  $L$

$$f = \sum_{n=1}^N a_n f_n \quad (2.66)$$

Dengan  $a_n$  konstanta dan  $f_n$  sebagai fungsi ekspansi atau fungsi dasar. Solusi perkiraan, pada umumnya tak terhingga. Dengan mensubstitusi persamaan (2.66) ke dalam persamaan (2.65) dan menggunakan linearitas  $L$ , maka diperoleh

$$\sum_{n=1}^N a_n L(f_n) = g \quad (2.67)$$

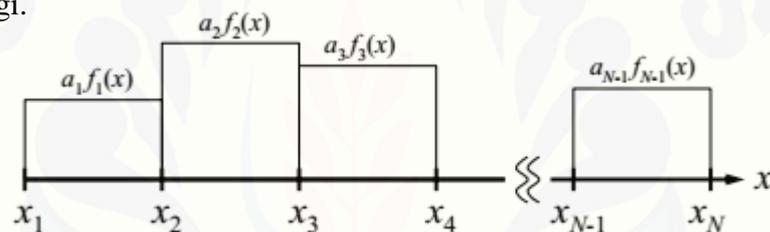
solusi untuk  $f$  diberikan oleh persamaan (2.51). Untuk ekspresi yang lebih ringkas, matrik ditetapkan dari fungsi

$$[\tilde{f}_n] = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ \dots] \quad (2.68)$$

Solusi ini tergantung pada pilihan dari  $f_n$  dan  $w_n$ , dengan  $w_n$  didefinisikan sebagai satu set fungsi pembobotan atau fungsi pengujian (Harrington, 1993).

## 2.8 Pulse Basis Function

*Pulse basis functions* merupakan salah satu pilihan untuk menentukan tingkat kesulitan mengevaluasi elemen matriks MoM, yang dalam beberapa kasus mungkin cukup tinggi.



Gambar 2.5 *Pulse functions* (Sumber: Gibson, 2008).

Satu set *pulse basis functions* digambarkan pada Gambar 2.5, di mana domain telah dibagi menjadi  $N$  poin dengan  $N-1$  merupakan sub segments / pulsa. Pada gambar tersebut semua segmen memiliki panjang yang sama, namun hal ini tidak diperlukan. *Pulse function* didefinisikan sebagai

$$f_n(x) = 1 \quad x_n \leq x \leq x_{n+1} \quad (2.69)$$

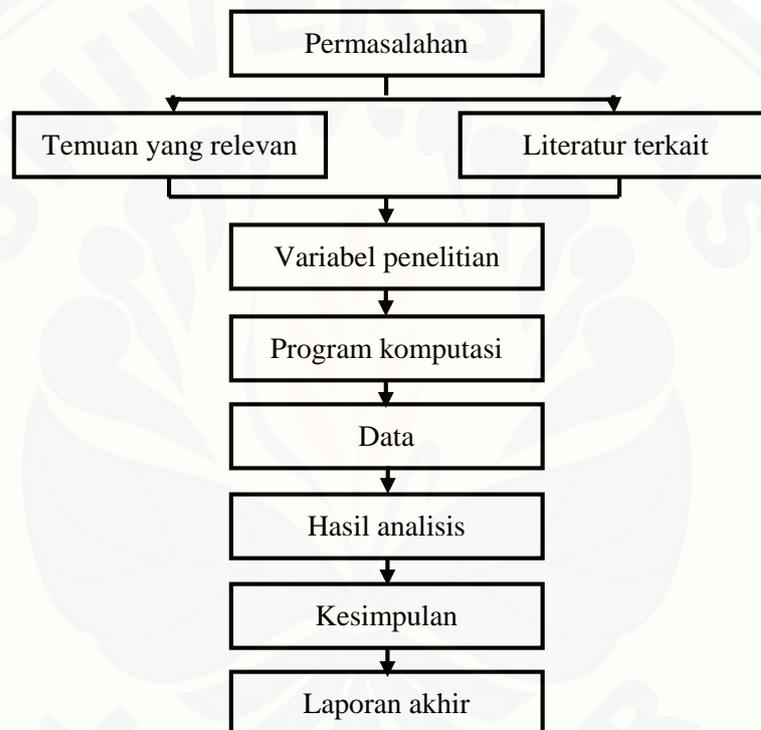
$$f_n(x) = 0 \quad \text{di tempat lain} \quad (2.70)$$

fungsi pulsa terdiri pendekatan sederhana dan perkiraan sederhana untuk solusi setiap segmen, tetapi dapat sangat menyederhanakan penaksiran elemen matriks MoM. Persamaan tersebut tidak dapat digunakan ketika integral operator mengandung turunan terhadap  $x$  (Gibson, 2008).

## BAB 3. METODE PENELITIAN

### 3.1 Rancangan Penelitian

Rancangan penelitian yang digunakan dalam penelitian terstruktur sebagaimana skema yang ditunjukkan oleh Gambar 3.1 berikut



Gambar 3.1 Rancangan penelitian

Penelitian dimulai dengan mengidentifikasi permasalahan yang diteliti mengenai hamburan elektromagnetik pada silinder konduktif. Langkah selanjutnya adalah melakukan studi pustaka dengan berbagai literatur terkait serta temuan relevan terdahulu. Kemudian menentukan variasi variabel yang digunakan dalam penelitian. Data yang diperoleh dari penelitian kemudian diolah dan dianalisis hingga mendapat suatu kesimpulan sebagai solusi permasalahan. Proses rancangan penelitian tersebut kemudian dikemas dalam sebuah karya tulis ilmiah berupa laporan tugas akhir yang dapat dipertanggungjawabkan.

### 3.2 Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data kuantitatif, yaitu jenis data yang dapat diukur atau dihitung secara langsung serta dinyatakan dalam bentuk bilangan atau angka. Data kuantitatif yang diperoleh adalah berupa nilai medan listrik total di sekitar silinder. Data tersebut diperoleh dari sumber data primer, yaitu data yang diakuisisi atau dikumpulkan oleh peneliti sendiri.

### 3.3 Definisi Operasional Variabel dan Skala Pengukuran

Variabel merupakan faktor-faktor yang berpengaruh dalam penelitian dan memiliki nilai yang dapat berubah atau diubah. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini dikelompokkan menjadi tiga bagian, yaitu:

#### 3.3.1 Variabel Bebas

Variabel bebas merupakan variabel yang mempengaruhi atau yang menjadi sebab timbulnya variabel terikat. Variabel bebas dalam penelitian ini antara lain:

- a. Frekuensi ( $f$ ), merupakan banyaknya getaran yang terjadi tiap detik. Skala frekuensi yang digunakan adalah 1 GHz, 2 GHz, 3 GHz, 4 GHz, dan 5GHz.
- b. Jari-jari silinder ( $a$ ), merupakan jarak antara titik pusat silinder dan keliling permukaan silinder. Skala jari-jari yang digunakan pada silinder utuh adalah 0.02 m, 0.04 m, 0.06 m, 0.08 m, dan 0.10m.
- c. Letak sensor ( $\rho_m$ ), merupakan jarak titik observasi dari pusat silinder. Konfigurasi titik observasi melingkar di sekitar silinder dengan jarak  $^{3/2}$  jari-jari dari pusat silinder.

#### 3.3.2 Variabel Kontrol

Variabel kontrol adalah variabel yang mengalami perubahan akibat perlakuan variabel bebas. Variabel kontrol dalam penelitian ini, yaitu:

- a. *Magnitude* ( $|E_z^t|$ ), adalah besarnya medan listrik total. Nilai medan listrik total yang dihasilkan dari solusi analitik dan solusi numerik berupa bilangan kompleks, dan *magnitude* merupakan harga mutlak dari bilangan kompleks tersebut.

- b. Fase ( $\phi$ ), merupakan sudut yang dibentuk oleh bagian riil dan imajiner pada bilangan kompleks medan listrik total.
- c. *Error* relatif, merupakan persentase kesalahan yang menunjukkan seberapa besar perbedaan nilai numerik jika dibandingkan dengan nilai analitik.

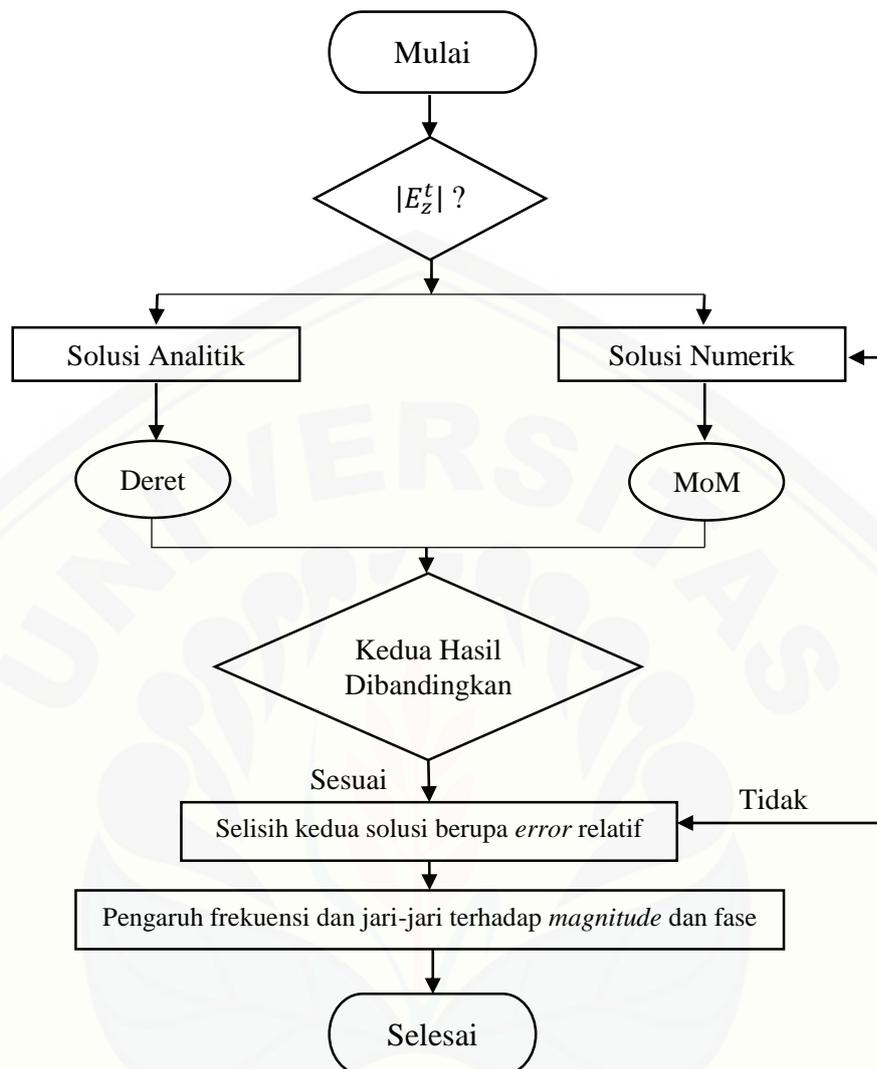
### 3.3.3 Variabel Terikat

Variabel terikat merupakan variabel yang dibuat sama atau faktor lain diluar perlakuan yang dikenakan pada objek penelitian. Terdapat dua buah variabel terikat dalam penelitian ini, yaitu:

- a. Jumlah sel ( $N$ ), merupakan banyaknya sel yang digunakan dalam penyelesaian solusi numerik. Sel dalam penelitian ini didefinisikan sebagai satuan dari kontur permukaan silinder setelah dicacah menjadi beberapa bagian. Jumlah sel yang digunakan adalah konstan 1000 sel.
- b. Sudut observasi ( $\phi_m$ ), merupakan sudut titik observasi dari sumbu  $x$  positif. Konfigurasi sudut observasi yang digunakan mulai dari sudut  $0^\circ$  (sumbu  $x$  positif) sampai dengan  $360^\circ$ .

### 3.4 Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian yang dilakukan pada penelitian hamburan gelombang mikro TMz oleh silinder konduktif ditunjukkan pada diagram alir (Gambar 3.2) sebagai berikut:



Gambar 3.2 Prosedur penelitian

### 3.5 Langkah Kerja

Langkah kerja yang dilakukan pada penelitian hamburan gelombang mikro TMz oleh silinder konduktif, yaitu:

#### 3.5.1 Akurasi Solusi Numerik MoM terhadap Solusi Analitik

Akurasi solusi numerik MoM terhadap solusi analitik dilakukan dalam beberapa tahap, yaitu:

a. Persamaan medan datang ( $E^i$ )

Medan datang yang digunakan untuk kedua solusi dalam kasus hamburan gelombang mikro *line source* dalam mode TM<sub>z</sub> merupakan sebuah persamaan yang telah dijelaskan pada bagian 2.49, yaitu sebagai berikut:

$$E_z^i = -\frac{k^2 I_e}{4\omega\epsilon} \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(k\rho) H_n^{(2)}(k\rho') e^{jn(\phi-\phi')} & \rho \leq \rho' \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(k\rho') H_n^{(2)}(k\rho) e^{jn(\phi-\phi')} & \rho \geq \rho' \end{cases} \quad (3.1)$$

Medan listrik bergerak dari kiri ke kanan ke arah sumbu x positif dengan polarisasi arah sumbu z.

b. Solusi analitik

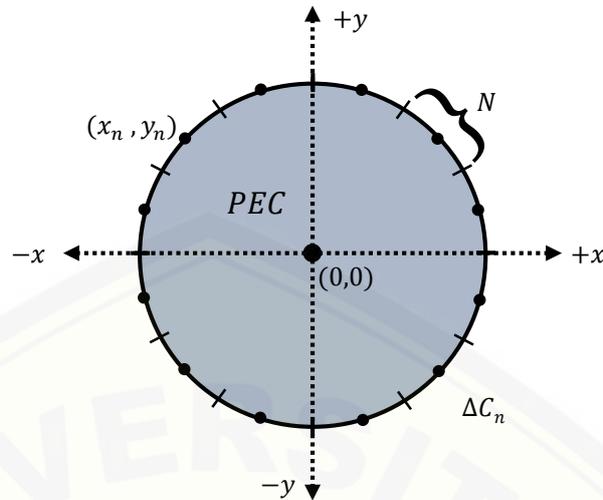
Medan listrik total  $E_z^t$  di bagian dalam silinder konduktor sempurna (PEC) bernilai nol. Medan  $E_z^i$  datang pada sebuah silinder konduktif sempurna, maka ia akan menginduksi arus permukaan  $J_z$  pada silinder konduktif, yang mana pada gilirannya menghasilkan medan terhambur  $E_z^s$ .

$$E_z^t = -\frac{k^2 I_e}{4\omega\epsilon} \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H_n^{(2)}(k\rho') \left[ J_n(k\rho) - \frac{J_n(k\alpha)}{H_n^{(2)}(k\alpha)} H_n^{(2)}(k\rho) \right] \times e^{jn(\phi-\phi')} & \alpha \leq \rho \leq \rho' \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H_n^{(2)}(k\rho) \left[ J_n(k\rho') - \frac{J_n(k\alpha)}{H_n^{(2)}(k\alpha)} H_n^{(2)}(k\rho') \right] \times e^{jn(\phi-\phi')} & \rho \geq \rho' \end{cases} \quad (3.2)$$

dimana medan listrik total terdiri dari medan datang dan medan terhambur yang dihasilkan oleh arus induksi pada silinder konduktif bernilai nol.

c. Solusi numerik dengan metode MoM

Tahap awal dalam menentukan solusi numerik menggunakan metode MoM adalah dengan mencacah kontur permukaan silinder menjadi beberapa sel ( $N$ ) seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Kontur silinder dibagi ke dalam beberapa sel

$\Delta C_n$  adalah lebar sel ke- $n$  dan  $(x_n, y_n)$  adalah koordinat titik tengah sel ke- $n$ . Setelah kontur permukaan silinder dibagi ke dalam beberapa sel, selanjutnya adalah menentukan persamaan rapat arus permukaan, yaitu dengan menerapkan teknik *pulse basis function* dan *point matching*. Persamaan rapat arus permukaan kemudian disubstitusikan ke dalam persamaan medan datang dalam bentuk integral. Selanjutnya, medan terhambur dihitung dalam bentuk operasi matriks karena terdiri dari beberapa sel. Terdapat tiga buah matriks dalam hal ini, yaitu

$$[E^i] = [Z_{mn}][\alpha] \quad (3.3)$$

indeks  $m = 1, 2, \dots, M$  menunjukkan indeks titik observasi, atau letak antena penerima di sekeliling objek.  $[E^i]$  adalah matriks medan datang berordo  $N \times 1$ ,  $[Z]$  adalah matriks impedansi intrinsik berordo  $N \times N$ , dan  $[\alpha]$  adalah matriks rapat arus permukaan berordo  $N \times 1$ . Perlu diketahui bahwa pada tahap ini, penentuan medan datang dan impedansi intrinsik ditinjau berdasarkan titik acuan dan titik observasi yang berada pada permukaan silinder. Rapat arus permukaan dapat diperoleh melalui operasi perkalian matriks persamaan (3.1), yaitu:

$$[\alpha] = [Z_{nn}]^{-1}[E_z^i] \quad (3.4)$$

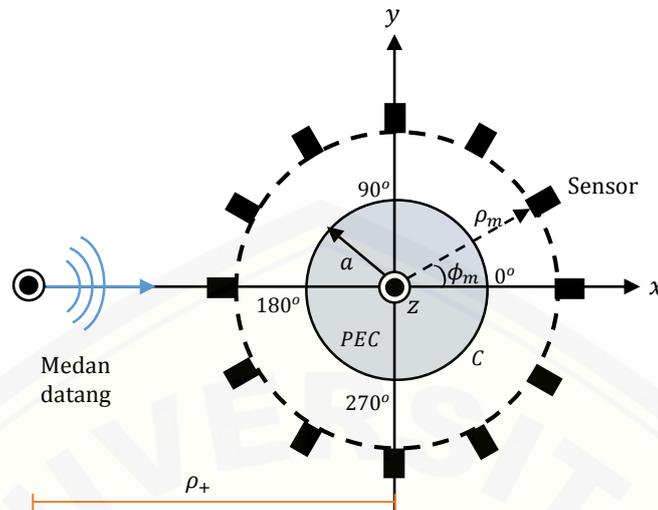
indeks  $n = 1, 2, \dots, N$  menunjukkan indeks sel silinder. Selanjutnya, rapat arus permukaan untuk setiap sel tersebut disubstitusikan ke dalam persamaan integral medan listrik terhambur yang sudah diaproksimasi untuk memperoleh nilai medan listrik terhambur di luar permukaan silinder. Terakhir adalah menentukan besar medan listrik total yaitu dengan menjumlahkan antara medan listrik terhambur dengan medan datangnya.

d. Nilai *error* relatif

Tahapan terakhir dari akurasi solusi numerik dan analitik adalah dengan membandingkan kedua solusi dengan data yang diperoleh menggunakan letak titik observasi (sensor) dengan jarak yang sama, yaitu sebanyak 256 *transmitter* dengan jumlah cacahan sel sebanyak 1000 sel. Data yang diperoleh dari hasil *running* terhadap kedua solusi tersebut berupa plot yang membentuk grafik. Selanjutnya, dari kedua plot tersebut ditentukan nilai *error* relatifnya sebagai perbedaan selisih dari solusi MoM dan solusi eksak dengan persamaan sebagai berikut:

### 3.5.2 Pengaruh Perubahan Jari-jari PEC dan Frekuensi terhadap *Magnitude* $|E_z^t|$ dan Fase Gelombang

Objek penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah berupa silinder konduktif sempurna (PEC). Meskipun silinder yang ditinjau adalah silinder dengan panjang tak berhingga, akan tetapi dalam pemodelannya menggunakan citra 2D, yaitu bagian penampang melintang silinder dengan bentuk lingkaran berjari-jari  $a$  yang berada pada sumbu  $x$  dan  $y$ . Pusat silinder berada pada titik koordinat  $(0,0)$  dan gelombang *line source* datang dari arah  $180^\circ$  seperti pada Gambar 3.4.



Gambar 3.4 Penampang melintang silinder

$C$  merupakan kontur permukaan dari silinder. Sensor diletakkan sejauh  $\rho_m$  dari pusat silinder dengan sudut observasi sebesar  $\phi_m$  (Gambar 3.4). Perbandingan solusi analitik dan numerik ditinjau pada letak sensor ( $\rho_m$ ) yang sama, yaitu dengan konfigurasi titik observasi melingkar di sekitar silinder dengan jarak dari pusat silinder sebesar  $\frac{3}{2}$  jari-jari. Sudut observasi ( $\phi_m$ ) dimulai dari sudut  $0^\circ$  (sumbu  $x$  positif) sampai dengan  $360^\circ$ . Parameter yang divariasikan dalam penelitian ini adalah jari-jari silinder dan frekuensi. Variasi jari-jari silinder yang digunakan adalah 0.02 m, 0.04 m, 0.06 m, 0.08 m, dan 0.10 m, sedangkan variasi frekuensi yang digunakan adalah 1 GHz, 2 GHz, 3 GHz, 4 GHz, dan 5 GHz. Selain parameter yang divariasikan, terdapat pula beberapa tetapan atau parameter konstan yang digunakan untuk menyelesaikan solusi analitik dan solusi numerik. Parameter konstan dalam penelitian sebagaimana yang tertera pada Tabel 3.1 berikut:

Tabel 3.1 Parameter *input* yang bersifat konstan

Parameter	Simbol	Nilai (satuan)
Permeabilitas ruang vakum	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$
Permeabilitas relatif udara	$\mu_r$	1.00000037
Permitivitas ruang vakum	$\epsilon_0$	$8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$
Permitifitas relatif udara	$\epsilon_r$	1.0006
Impedansi ruang vakum	$\eta_0$	337 $\Omega$
Konstanta Euler	$\gamma$	1.78107
Amplitudo medan listrik	$E_0$	1

Permeabilitas ruang vakum, permeabilitas relatif udara, permitivitas ruang vakum, dan permitivitas relatif udara digunakan untuk menentukan bilangan gelombang ( $k$ ):

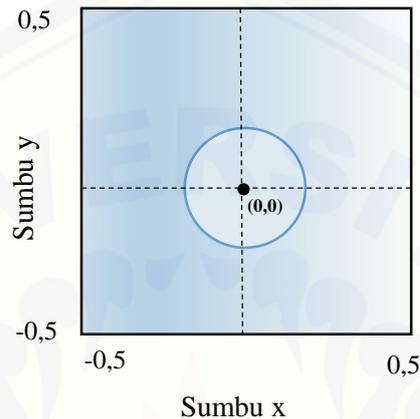
$$k = 2\pi f \sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r} \quad (3.5)$$

Impedansi ruang vakum dan konstanta Euler digunakan untuk menentukan impedansi intrinsik setiap sel menggunakan metode MoM pada solusi numerik. Penerapan metode MoM dengan cara kontur permukaan silinder akan dibagi ke dalam beberapa sel, dalam proses membandingkan antara solusi analitik dan solusi numerik ini jumlah sel yang digunakan adalah 1000 sel.

Pengaruh perubahan frekuensi dan jari-jari silinder terhadap *magnitude* dan fase diamati melalui dua analisis, yaitu analisis kuantitatif dan analisis secara visual. Analisis nilai kuantitatif dilakukan dengan mencari nilai *magnitude* dan fase pada titik observasi di sekitar silinder. Konfigurasi analisis kuantitatif yang digunakan, yaitu konfigurasi melingkar di sekitar silinder. Konfigurasi titik observasi melingkar di sekitar silinder dapat dilihat pada Gambar 3.4. Titik observasi diletakkan sejauh  $\rho_m$  dari pusat silinder dan sudut observasi ( $\phi_m$ ) berada pada rentang  $0^\circ$  sampai  $360^\circ$ . Konfigurasi melingkar ini bertujuan untuk mengetahui perubahan nilai *magnitude* ataupun fase di semua bagian dengan jarak titik observasi yang sama dari pusat silinder.

Hal pertama yang dilakukan dalam proses analisis secara visual pola-pola hamburan dari *magnitude* dan fase gelombang adalah dengan membuat sebuah *mesh*. *Mesh* didefinisikan sebagai suatu kotak kecil yang mengandung nilai permitivitas tertentu (Kurniawan, 2010). Susunan *mesh* pada penelitian ini terbentuk dari sebuah silinder tunggal yang berada pada suatu medium dengan permitivitas sama dengan udara. *Mesh* berbentuk persegi dengan ketentuan sumbu  $x$  sebagai panjang dan sumbu  $y$  sebagai lebar persegi. Batas koordinat sumbu  $x$  adalah antara  $-0.5\text{m}$  sampai  $+0.5\text{ m}$ , sedangkan batas koordinat sumbu  $y$  antara  $-0.5\text{m}$  sampai  $+0.5\text{ m}$ . Tanda positif dan negatif menunjukkan arah jika ditinjau dari

pusat koordinat (0,0). Silinder berada di dalam *mesh* tersebut dengan pusat silinder berada pada koordinat (0,0). Titik observasi diletakkan di semua titik *mesh* dengan jarak antar titik observasi sebesar 0.001 m, sehingga akan dihasilkan pola dari nilai *magnitude* dan fase. Bentuk susunan *mesh* dari sebuah silinder ditunjukkan pada Gambar 3.5 berikut:



Gambar 3.5 Susunan mesh sebagai visualisasi *magnitude* dan fase

### 3.6 Metode Analisis Data

Metode analisis yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu:

#### 3.6.1 Perbandingan antara Solusi Analitik dan Solusi Numerik

Perbandingan keduanya dilakukan dengan membandingkan nilai *magnitude* medan listrik total antara kedua solusi tersebut pada titik observasi yang sama. Perbandingan nilai-nilai *magnitude* yang diperoleh dari solusi analitik dan numerik di-plot dalam satu grafik. Grafik yang dihasilkan merupakan grafik hubungan antara sudut observasi dengan nilai *magnitude*. Semakin kurva berimpit, maka tingkat akurasi hasil numerik semakin mendekati hasil analitik. Tingkat akurasi antara hasil numerik dengan hasil analitik ditentukan oleh kuantitas *error* relatif yang diperoleh. Nilai *error* relatif dapat dihitung dengan menggunakan persamaan:

$$Error (\%) = abs \left| \frac{|E_z^t|_{analitik} - |E_z^t|_{numerik}}{rata - rata |E_z^t|_{analitik}} \right| \quad (3.6)$$

Nilai *error* relatif tersebut juga dapat digambarkan dalam sebuah grafik *error* relatif berupa grafik hubungan antara nilai *error* dengan sudut obeservasi. Pembuatan grafik tersebut bertujuan untuk mengetahui perubahan *error* relatif di setiap sudut observasi dan juga mengetahui titik observasi paling akurat.

### 3.6.2 Pengaruh Frekuensi dan Jari-jari Silinder terhadap *Magnitude* dan Fase

Ada dua analisis yang digunakan untuk mengetahui pengaruh perubahan frekuensi dan jari-jari silinder terhadap *magnitude* dan fase, yaitu analisis nilai kuantitatif dan analisis secara visual. Analisis nilai kuantitatif menggunakan konfigurasi melingkar di sekitar silinder. Hasil dari analisis nilai kuantitatif berupa sebuah grafik, yaitu grafik hubungan antara sudut observasi dengan nilai *magnitude* atau nilai fase. Grafik yang dihasilkan melalui analisis kuantitatif diharapkan memiliki perbedaan untuk setiap perubahan frekuensi dan jari-jari silinder. Analisis secara visual dilakukan dengan mengamati pola-pola perubahan nilai *magnitude* ataupun fase dalam sebuah *mesh*. Skala warna menunjukkan nilai *magnitude* atau fase, sehingga perubahan pola-pola warna menunjukkan terjadinya perubahan nilai *magnitude* atau fase. Melalui analisis secara visual dapat diketahui perubahan nilai *magnitude* ataupun fase di sekitar silinder secara keseluruhan. Setiap perubahan frekuensi atau jari-jari silinder diharapkan akan menghasilkan pola-pola warna yang berbeda pula.

## BAB 5 PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

Beberapa kesimpulan yang dapat diambil berdasarkan penelitian yang telah dilakukan antara lain:

1. Tingkat akurasi solusi MoM terhadap solusi analitik sangat baik. Hal ini ditunjukkan oleh gambar grafik numerik dan analitik yang saling berhimpit dan nilai *error* relatif yang kecil. Nilai *error* relatif *magnitude*  $|E_z^t|$  yang diperoleh sebesar 0.0022% dan nilai *error* relatif fase gelombangnya adalah sebesar 3.2 %. Peterson *et al* (1998) menyatakan bahwa MoM dapat diaplikasikan dengan baik pada lebar sel tidak lebih dari  $0.1\lambda_0$  dengan akurasi nilai *error* yang dapat diterima tidak lebih dari 5%.
2. Akurasi MoM dalam penelitian ini ditinjau dari akurasi *magnitude*  $|E_z^t|$  dan fase gelombang. Sesuai pembahasan bahwa perubahan jari-jari PEC mempengaruhi banyaknya pola naik turun *magnitude*  $|E_z^t|$  namun tidak begitu berpengaruh terhadap fase gelombang. Sedangkan perubahan frekuensi mempengaruhi keduanya, semakin tinggi frekuensi yang digunakan maka semakin besar nilai maksimum dari *magnitude*  $|E_z^t|$  dan semakin tinggi frekuensi yang digunakan semakin rapat pula fase gelombang yang terbentuk.

### 5.2 Saran

Penulis merekomendasikan beberapa saran yang dapat dijadikan sebagai proyeksi untuk penelitian-penelitian selanjutnya:

1. Penentuan jarak sudut observasi dengan pusat silinder perlu diperhatikan. Sebaiknya menggunakan jarak sudut observasi yang sama tanpa bergantung pada jari-jari PEC karena hal tersebut berpengaruh terhadap jangkauan *transimeter*.
2. Parameter variasi jumlah sel cacahan juga dapat dilakukan agar diketahui tingkat keakurasian yang paling baik.

**DAFTAR PUSTAKA**

- Ahmed, S. dan Q.A. Naqvi. 2008. Electromagnetic Scattering from a Perfect Electromagnetic Conductor Cylinder Buried in a Dielectric Half-Space. *Progress In Electromagnetic Research*. PIER **78**, 25–38. Quaid-i-Azam University.
- Anies. 2005. *Electrical Sensivity, Gangguan Kesehatan Akibat Radiasi Elektromagnetik*. Jakarta: PT. Elex Media Komputindo.
- Anies. 2006. *Potensi Gangguan Kesehatan Akibat Radiasi Elektromagnetik SUTET*. Jakarta: Gramedia.
- Anthony. 2015. “Rancang Bangun Power Harvester untuk Transfer Daya Wireless Menggunakan Antena TV Frekuensi 470 – 860 MHz”. *Skripsi*. Medan: Universitas Sumatra Utara.
- Bakshi, U.A. dan Bakshi A.V. 2009. *Electromagnetic Waves Theory*. First Edition. Shaniwar Peth: Technical Publications Pune.
- Balanis, C. A. 1989. *Advanced Engineering Electromagnetic*. Second Edition. New York: John Willey & Sons, Inc.
- Bowman, F. 1958. *Introduction for Bessel Function*. New York: Dover Publications Inc.
- Chen, W. 2005. *The Electrical Engineering Handbook*. US, America: Elsevier Academic Press.
- Collin, R. E. 1992. *Foundations for Microwave Engineering*. Second Edition. New York: Wiley Interscience Publication.
- Davis, C.P. 2004. “Understanding and Improving Moment Method Scattering Solutions”. *Tesis*. Provo: Brigham Young University.
- Frezza, F., Pajewski, L., Ponti, C., dan Schettini G. Line Source Scattering by Buried Perfectly Conducting Circular Cylinders. *International Journal of Antennas and Propagation*. doi:10.1155/2012/261818; Hindawi Publishing Corporation.
- Gibson, W. C. 2008. *The Method of Moment in Electromagnetics*. U.S.A.: CRC Press.

- Glaser ZR. 1992. *Organization and management of a non-ionizing safety program*. In: Miller KL (ed), *Handbook of management of radiation protection programs* 2nd ed. CRC Press: 43-52.
- Harrington, R. F. 1993. *Field Computation by Moment Methods*. America: IEEE Press.
- Heldman, D.R. 2003. *Encyclopedia of Agricultural, Food, and Biological Engineering*. New York: Marcel Dekker, Inc.
- Herdiansyah, B. 2015. "Optimalisasi Pembangkitan Tunable Gelombang Mikro Menggunakan Optical Amplifier pada DFB Laser". *Skripsi*. Medan: Universitas Sumatra Utara.
- Howard, A. Q. 1972. The Electromagnetic Field of Subterranean Cylindrical Inhomogeneity Excited by a Line Source. *Jurnal SEG GEOPHYSICS*, vol:37(6): 975-984.
- Kane, S.A. 2009. *Introduction to Physics in Modern Medicine*. Second Edition. USA: CRC Press.
- Khairi, R. , Arnaud Coatanhay, Ali Khenchaf. 2013. Optimal High-Order Method of Moments combined with NURBS for the scattering by a 2D cylinder. *Advance Electromagnetic*. Vol: 1.
- Kurniawan, C. 2010. Analisis Kopling Medan Elektromagnetik Transverse Magnetic (TM) pada Kristal Fotonik 2D dengan Defek Indeks Bias Simetrik Menggunakan Metode Tensor Green. *Skripsi*. Bogor: Intitut Pertanian Bogor.
- Li, C. dan Shen, Z. 2003. Electromagnetic Scattering by a Conducting Cylinder Coated With Metamaterials. *Progress In Electromagnetic Research*. PIER 42, 91-105. Nanyang Technological University.
- Mushref, Muhammad A. 2006. Matrix Solution to Electromagnetic Scattering by a Conducting Cylinder with an Eccentric Metamaterial Coating . *Jurnal analisis matematika dan aplikasi*. Vol: 335; 356-366.
- Peterson, A., Ray, S. & Mittra, R. 1998. *Comutational Methods for Electromagnetics*, Wiley-IEEE Press.
- Sadiku, M. N. O. 2001. *Numerical Technique in Electromagnetics*. Amerika: CRC Press.

- Saharini, Y. 2017. “Aplikasi Method of Moment untuk Penyelesaian Hamburan Gelombang Mikro oleh Silinder Konduktif pada Mode TE<sub>z</sub>”. *Skripsi*. Jember: Universitas Jember.
- Sakr, A.A., Soliman, E.A., dan Abdelmageed, A.K. 2014. An Integral Equation Formulation for TM Scattering by a Conducting Cylinder Coated with an Inhomogeneous Dielectric/Magnetic Material. Egypt. *Jurnal perkembangan dalam penelitian elektromagnetic*. Vol: **60**; 49-62.
- Sears, F.W. dan Zemansky M.W. 2003. *Fisika Universitas*. Edisi Kesepuluh. Jilid 2. Jakarta: Erlangga.
- Shevgaonkar, R.K. 2006. *Electromagnetic Waves*. New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited.
- Simanjuntak, S.H. 2009. “Analisis Karakterisasi Antena Mikrostrip Patch Segi Empat dengan Method of Moments”. *Skripsi*. Medan: Universitas Sumatra Utara.
- Sururi, A.A. 2017. Hamburan Gelombang Mikro TM<sup>z</sup> oleh Silinder Konduktif: Pendekatan Analitik dan Numerik. *Skripsi*. Jember: Universitas Jember.
- Suyatno, Ferry. 2008. Aplikasi Radiasi Sinar-X di Bidang Kedokteran Untuk Menunjang Kesehatan Masyarakat. *SDM Teknologi Nuklir*. Banten: BATAN.
- Tsuji, P., Parrish, K., and Xu, C. 2010. Scattering from PEC Cylinders by a Normally Incident Plane Wave. *Computational Electromagnetic: MoM Project*. Vol. **335**.

## LAMPIRAN

**Lampiran 1** Komputasi *coding* medan listrik total solusi eksak untuk metode analitik

```

function [Ez_total,phi_mA] =
EzTotalAnalitik(radius,rho,NAntA,frequency,phi_s,rho_s)

%radius      = 0.10;N
%rho         = (3/2)*radius;
%N           = 64;
%frequency   = 1*1e+9;
%phi_s       = pi;
%rho_s       = (3/2)*radius;

nu           = -100:100; % order of the Bessel function

er = 1.0006;
mr = 1;
eo = 8.8500e-12;
mo = 4*pi*1e-7;
omega = 2*pi*frequency;
k      = 2*pi*frequency*sqrt(mr*mo*er*eo);
teta   = 2*pi/NAntA;
phi_mA=zeros(size(NAntA,1));

for m = 1:NAntA;
    phi_m = (teta/2)+teta.*(m-1);
    phi_mA(m)=phi_m;
    if (rho < rho_s) % di dalam sumber
        if (rho <= radius) % di dalam silinder
            Ez_tot(m) = 0;
            Ez_total = (transpose(Ez_tot));
        else % di luar silinder (di dalam sumber)
            x = k*radius;
            a_n = -besselj(nu,x)./besselh(nu,2,x);
            Ez_tot(m) =
(k.^2./(4.*omega.*er))*sum(besselh(nu,2,k*rho_s).*(besselj(nu,k*rho_s)
o)+(a_n.*besselh(nu,2,k*rho)))...
.*exp(1i*nu*(phi_m-phi_s)));
            Ez_total = (transpose(Ez_tot));
        end
    else % di luar sumber
        x = k*radius;
        a_n = -besselj(nu,x)./besselh(nu,2,x);
        Ez_tot(m) = (-
k.^2./(4.*omega.*er))*sum(besselh(nu,2,k*rho).*(besselj(nu,k*rho_s)
)+(a_n.*besselh(nu,2,k*rho_s)))...
.*exp(1i*nu*(phi_m-phi_s)));
        Ez_total = (transpose(Ez_tot));
    end
end
end
end

```

## Lampiran 2 Komputasi *coding* medan listrik total solusi MoM untuk metode numerik

```

function [Et,phi_mN] =
EzTotalNumerik(radius,rho,NAnt,N,frequency,phi_s,rho_s)

%radius      = 0.10;
%rho         = (3/2)*radius;
%N           = 1000;
%frequency   = 1*1e+9;
%phi_s       = pi;
%rho_s       = (3/2)*radius;

nu          = -100:100; % Orde fungsi Bessel

er          = 1.0006;
mr          = 1;
eo          = 8.8500e-12;
mo          = 4*pi*1e-7;
omega       = 2*pi*frequency;
k           = 2*pi*frequency*sqrt(mr*mo*er*eo);
eta0        = sqrt(mo/eo);
gamma       = 1.781;

% ===== Perhitungan dalam sel =====
DeltaCn     = 2*pi*radius/N; %lebar sel
alpha       = 2*pi/N;
tetha       = linspace(0,2*pi,N+1);
tetha       = tetha(1:N);
phi         = tetha+(tetha(2)-tetha(1))/2;
phi_mN      = zeros(size(N,1));

%===== Rapat Arus Permukaan =====
Xn          = radius*cos(phi);
Yn          = radius*sin(phi);
[Xn2,Xn1]   = meshgrid(xn,xn);
[Yn2,Yn1]   = meshgrid(yn,yn);
Rnn         = sqrt((Xn2-Xn1).^2+(Yn2-Yn1).^2);
Zn          = (eta0*k/4)*DeltaCn*besselh(0,2,k*Rnn);
Zd          = spdiags((((eta0*k*DeltaCn/4)*(1-
1i*(2/pi)*(log(gamma*k*DeltaCn/4)-1)))*eye(length(Zn))),0);
Z_nn       = spdiags(Zd,0,Zn);
Z_nn       = full(Z_nn);

for n       = 1:N;
    phi_n    = (alpha/2)+alpha.*(n-1);
    Ei_n(n) =
(k.^2./4.*omega.*er))*sum(besselj(nu,k*radius).*besselh(nu,2,k*rho_s)
.*exp(1i*nu*(phi_n-phi_s)));
end

Jz         = inv(Z_nn)*transpose(Ei_n);

```

```

%===== Ez Total =====
if (rho <= radius)
    Z_mn = 0;
else

    % digunakan untuk mengitung sel dengan antena...tambahan
    alpha = 2*pi/NAnt;
    tetha = linspace(0,2*pi,NAnt+1);
    tetha = tetha(1:NAnt);
    phi    = tetha+(tetha(2)-tetha(1))/2;
    phi_mN= zeros(size(NAnt,1));
    % akhir dari tambahan

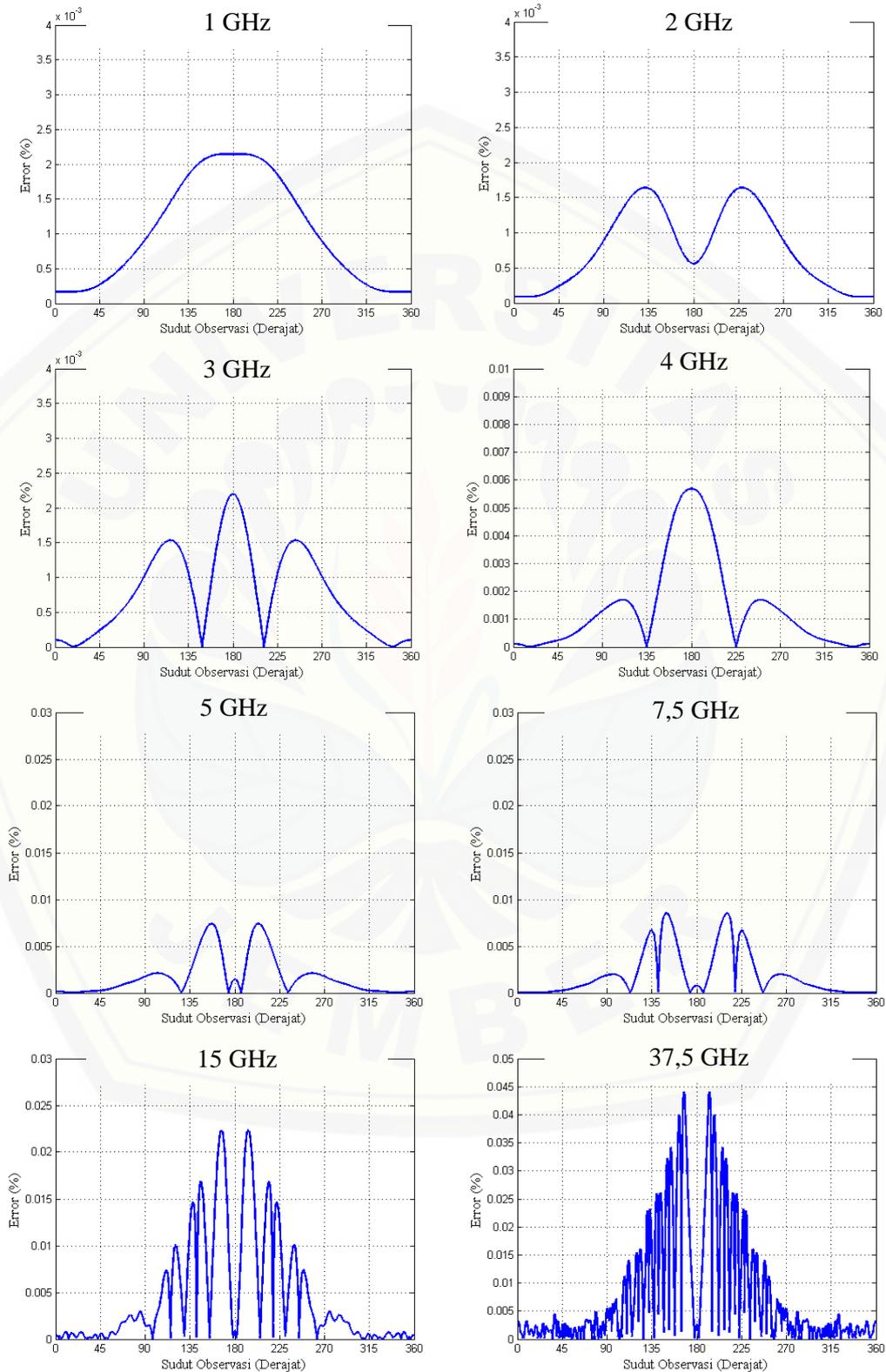
    xm = rho*cos(phi);
    ym = rho*sin(phi);
    [Xm2,Xm1] = meshgrid(xn,xm);
    [Ym2,Ym1] = meshgrid(yn,ym);
    Rmn = sqrt((Xm2-Xm1).^2+(Ym2-Ym1).^2);
    Z_mn= (-eta0*k/4)*DeltaCn*besselh(0,2,k*Rmn);
end

for m = 1:NAnt;
    phi_m = (alpha/2)+alpha.*(m-1);
    phi_mN(m) = phi_m;
    if (rho < rho_s) % di dalam sumber
        if (rho <= radius) % di dalam silinder
            Ei_m(m) = 0;
        else % di luar silinder (di dalam sumber)
            Ei_m(m) = (-
k.^2./(4.*omega.*er))*sum(besselj(nu,k*rho).*besselh(nu,2,k*rho_s)
.*exp(1i*nu*(phi_m-phi_s)));
        end
    else % di luar sumber
        Ei_m(m) = (-
k.^2./(4.*omega.*er))*sum(besselj(nu,k*rho_s).*besselh(nu,2,k*rho)
.*exp(1i*nu*(phi_m-phi_s)));
    end
end

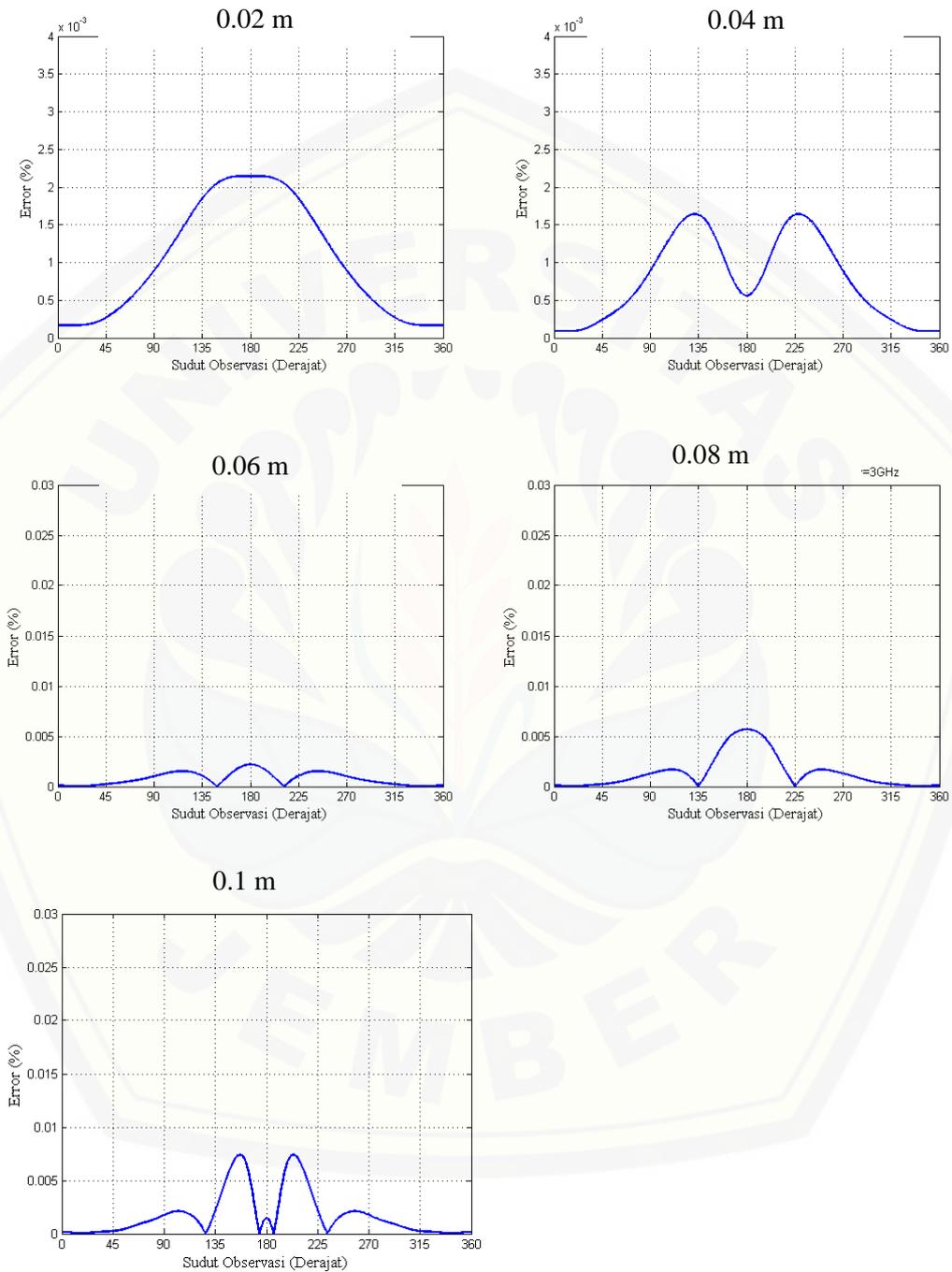
Es = Z_mn*Jz;
Et = transpose(Ei_m) + Es;
end

```

**Lampiran 4.1** Grafik *error* relatif nilai magnitude konfigurasi titik melingkar pada PEC dengan jari-jari 0.06 m untuk variasi frekuensi



**Lampiran 4.2** Grafik *error* relatif nilai *magnitude* konfigurasi titik melingkar pada PEC dengan berbagai ukuran jari-jari dan frekuensi konstan sebesar 3 GHz



**Lampiran 4.3** Grafik nilai *magnitude*  $|E_z^t|$  konfigurasi titik melingkar pada PEC 0.06 m dengan frekuensi lebih dari 3 GHz

