ANALISIS MASALAH NILAI DISTORSI PADA SISTEM KOMUNIKASI DENGAN DUALITAS LAGRANGE

SKRIPSI

Oleh

DIANA KHOLIDA Mr
NIM 021810101008

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2007

ANALISIS MASALAH NILAI DISTORSI PADA SISTEM KOMUNIKASI DENGAN DUALITAS LAGRANGE

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi syarat–syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

DIANA KHOLIDA Mr
NIM 021810101008

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2007

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibuku Ruhana dan Bapakku Moch. Munari Sahi tercinta, yang telah mendoakan dan memberi pengorbanan selama ini;
2. Guru-guruku sejak SD sampai PT terhormat, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran.
3. Almamater Fakultas MIPA Universitas Jember;

MOTTO

Sesungguhnya orang-orang yang berkata Tuhan kami ialah Allah; kemudian mereka berlaku lurus (dalam amalannya), niscaya turunlah kepada mereka malaikat, (katanya):Janganlah berduka cita dan bergembiralah kamu dengan surga yang telah dijanjikan kepadamu.

(QS. 41:30)

Hati suci dan welas asih adalah kesediaan menahan hawa nafsu, bersedia berkorban, tidak malas memperjuangkan kebaikan dan kebenaran, serta menjadikan keluhuran dunia sebagai jalan mencapai keluhuran akhirat.

(Kiai Ahmad Dahlan)

Menjaga diri baik-baik adalah cara agar dapat berbuat yang terbaik untuk diri sendiri, untuk orang-orang di sekitar, serta untuk semesta alam, hingga akhirnya sampai ke tempat terbaik suatu hari nanti.

(Diana Kholida Mr)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Diana Kholida Mr

NIM : 021810101008

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul: *Analisis Masalah Nilai Distorsi Pada Sistem Komunikasi Dengan Dualitas Lagrange* adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum pernah diajukan pada institusi mana pun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 20 Juni 2007

Yang menyatakan,

Diana Kholida Mr

NIM 021810101008

PEMBIMBINGAN

SKRIPSI

ANALISIS MASALAH NILAI DISTORSI PADA SISTEM KOMUNIKASI DENGAN DUALITAS LAGRANGE

Oleh

Diana Kholida Mr
NIM 021810101008

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Agustina Pradjaningsih, S.Si., M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Budi Lestari, PGD.Sc., M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Analisis Masalah Nilai Distorsi Pada Sistem Komunikasi Dengan Dualitas Lagrange* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember pada:

Hari : SABTU

Tanggal : 07 JUL 2007

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua (Dosen Pembimbing Utama),	Sekretaris (Dosen Pembimbing Anggota),
Agustina Pradjaningsih, S.Si., M.Si. NIP 132 257 933	Drs. Budi Lestari, PGD.Sc., M.Si. NIP 131 945 800
Penguji I,	Penguji II,
Ahmad Kamsyakawuni, S.Si. NIP 132 206 038	Bagus Juliyanto, S.Si. NIP 132 304 782

Mengesahkan

Dekan,

Ir. Sumadi, M.S.
NIP 130 368 784

RINGKASAN

Analisis Masalah Nilai Distorsi Pada Sistem Komunikasi Dengan Dualitas Lagrange: Diana Kholida Mr, 021810101008; 2007; 27 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Sistem komunikasi merupakan perpindahan informasi dari sumber (pengirim) ke tujuan (penerima). Distorsi pada sinyal kode menyebabkan informasi dari pengirim tidak dapat diterima secara sempurna oleh penerima. Masalah nilai distorsi merupakan salah satu masalah pemrograman geometrik. Tujuan penelitian ini adalah untuk menganalisis penyelesaian masalah nilai distorsi dalam bentuk pemrograman geometrik dengan dualitas Lagrange.

Penelitian ini dilakukan dengan menganalisis distorsi dalam sistem komunikasi dengan batasan masalah pada transmisi data, saluran diskret, dan difokuskan pada pemakaian tunggal dengan sistem tanpa memori terpisah, serta mengabaikan metode pengkodean secara khusus. Proses analisis diawali dengan menampilkan model masalah nilai distorsi $R(D)$. $R(D)$ diuraikan menjadi masalah optimasi standar. Pada masalah optimasi standar tersebut digunakan metode pengali Lagrange guna memperoleh nilai variabel optimasi yang mengoptimalkan fungsi tujuan. Berdasarkan pada nilai variabel ini, diperoleh fungsi dual Lagrange. Pada akhirnya fungsi dual Lagrange dibentuk dalam pemrograman geometrik dengan menggunakan dualitas Lagrange. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah bentuk pemrograman geometrik dalam bentuk standar dan konveks.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul *Analisis Masalah Nilai Distorsi Pada Sistem Komunikasi Dengan Dualitas Lagrange*. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Dosen Pembimbing Utama dan Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatiannya untuk memberikan bimbingan dan pengarahan demi terselesaikannya penulisan skripsi ini;
2. Dosen Penguji I dan Dosen Penguji II yang telah memberi saran dan kritik demi kesempurnaan penulisan skripsi ini;
3. Mas Andi Hariyanto dan Mas Rudiyanto Pasang sekeluarga, Aat, serta Emak Adawiyah yang telah memberi semangat dan motivasi demi terselesaikannya penulisan skripsi ini;
4. Mrs. Fumiko Negishi (PPKIJ) selaku orang tua asuhku yang telah memberikan kontribusi dalam proses pendidikanku;
5. Teman-teman seangkatan dan seperjuangan "Matematika, MIPA 2002" dan semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu, terima kasih untuk kalian.

Penulis juga menerima segala informasi dan masukan segar dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember,Juni 2007 Penulis

DAFTAR ISI

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sistem komunikasi merupakan perpindahan informasi dari sumber (pengirim) ke tujuan (penerima). Proses perpindahan informasi melibatkan *encoder* dan *decoder*. Menurut Wikipedia (Tanpa Tahun), *encoder* adalah suatu alat yang dipakai untuk mengubah informasi dari pengirim dalam bentuk kode, sedangkan *decoder* merupakan suatu alat yang membentuk kode menjadi informasi sebagaimana informasi asli yang berasal dari pengirim. Dalam sistem komunikasi, informasi dari pengirim diubah menjadi suatu kode oleh *encoder*. Kode yang dihasilkan oleh *encoder* disebut sinyal kode. Sinyal kode ini melewati saluran transmisi (Smale, 1996:1). Pada akhirnya sinyal tersebut dibentuk kembali menjadi informasi oleh *decoder*, sehingga informasi dari pengirim dapat diterima oleh penerima.

Ada kalanya informasi dari pengirim belum diterima secara sempurna oleh penerima. Hal ini terjadi karena gangguan berupa bising (*noise*) dan distorsi (kerusakan) pada sinyal kode saat melewati saluran transmisi (Schwartz, 1986:1). Gangguan tersebut merupakan akibat yang tidak diinginkan, oleh karena itu harus diminimalkan agar informasi yang dikirim dapat diterima dengan benar oleh penerima.

Salah satu cara mengatasi gangguan tersebut adalah dengan meminimalkan nilai distorsi (*rate distortion*). Peminimalan nilai distorsi dinyatakan dalam suatu masalah nilai distorsi. Masalah nilai distorsi merupakan minimum informasi timbal balik antara pengirim dan penerima (Chiang dan Boyd, 2004:251). Masalah nilai distorsi termasuk dalam masalah optimasi dengan fungsi tujuan dan fungsi kendalanya berbentuk non linier yang dapat diselesaikan dengan salah satu teknik yakni pemrograman geometrik. Pemrograman geometrik menentukan pemecahan dengan mempertimbangkan masalah dual yang berkaitan dengan masalah primal, yang penyelesaiannya lebih sederhana (Fitriya, 2003:1). Oleh karena itu dalam skripsi ini, akan ditampilkan model nilai distorsi, kemudian menunjukkan bahwa model tersebut dapat diselesaikan dengan dualitas Lagrange, agar informasi dapat diterima dengan benar oleh penerima.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan pada latar belakang, diperoleh rumusan masalah yaitu: bagaimana mendapatkan penyelesaian masalah nilai distorsi dengan dualitas Lagrange agar gangguan dalam sistem komunikasi dapat diminimalkan dengan batasan masalah pada transmisi data, saluran diskret, difokuskan pada pemakaian tunggal dengan sistem tanpa memori terpisah, serta mengabaikan metode pengkodean secara khusus.

1.3 Tujuan Penelitian

Penulisan skripsi ini bertujuan untuk menganalisis penyelesaian model masalah nilai distorsi dalam bentuk pemrograman geometrik dengan dualitas Lagrange.

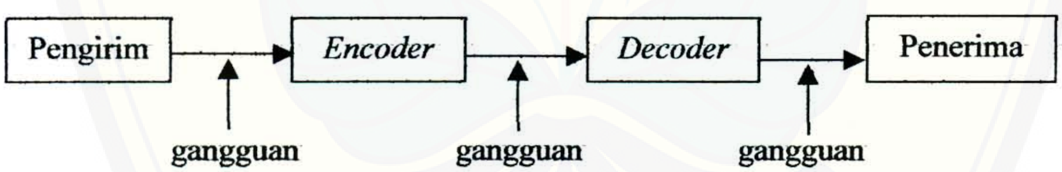
1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan mampu menambah wawasan dan pemahaman penulis serta pihak yang terkait dengan masalah sistem komunikasi tentang pemrograman geometrik untuk mengatasi gangguan dalam sistem komunikasi khususnya gangguan berupa distorsi.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Nilai Distorsi (*Rate Distortion*)

Menurut Shannon (1948:3), sistem komunikasi dibagi dalam tiga kategori yakni saluran diskret, kontinu, dan campuran. Pada saluran diskret, masing–masing informasi dan sinyal kode berbentuk sebuah barisan simbol–simbol diskret. Contoh saluran diskret adalah telegraf. Pada telegraf, informasi merupakan sebuah barisan huruf–huruf sedangkan sinyal kode berbentuk sebuah barisan titik–titik, setrip, dan spasi. Pada saluran kontinu, informasi dan sinyal kode berupa fungsi–fungsi kontinu. Contoh saluran kontinu adalah radio dan televisi. Sedangkan pada saluran campuran, informasi dan sinyal kode berupa barisan simbol diskret dan fungsi kontinu, contohnya adalah sistem telepon digital.



Gambar 2.1 Sistem Transmisi

Proses informasi dari pengirim hingga sampai ke penerima dilukiskan dalam gambar 2.1. Ketika sinyal kode telah melewati saluran transmisi tanpa gangguan, sinyal tersebut diterima oleh penerima dalam bentuk informasi asli sebagaimana informasi yang dikirim oleh pengirim. Ukuran yang menggambarkan banyaknya informasi dalam sinyal disebut dengan entropi (Wikipedia, Tanpa Tahun). Entropi dinyatakan dalam bit (Cover dan Thomas, 1991:13). Gangguan pada sinyal kode saat melewati saluran transmisi menyebabkan sinyal mengalami distorsi (kerusakan). Hal ini mengakibatkan terjadinya pengurangan entropi. Menurut Cover dan Thomas (1991:6), pengurangan entropi inilah yang disebut dengan informasi timbal balik (*mutual information*).

Definisi 2.1

Diberikan dua variabel random X dan Y dengan sebuah fungsi massa probabilitas bersama $p(x,y)$ dan fungsi massa probabilitas marjinal $p(x)$ dan $p(y)$. ***Informasi timbal balik*** $I(X;Y)$ adalah entropi relatif antara distribusi bersama dengan perkalian distribusi $p(x)$ dan $p(y)$.

$$I(X;Y)=\sum_{x\in X}\sum_{y\in Y}p(x,y)\log\frac{p(x,y)}{p(x)p(y)} \tag{2.1}$$

Agar informasi yang dikirim oleh pengirim dapat sampai ke penerima dengan benar, maka distorsi harus diminimalkan. Dengan demikian, peminimalan terhadap distorsi menghasilkan minimum informasi timbal balik. Minimum informasi timbal balik antara pengirim dan penerima dalam saluran diskret dinyatakan dalam model masalah nilai distorsi berikut:

$$R(D)=\min_{P:E[d(x,\hat{x})]\le D} I(X;\hat{X}) \tag{2.2}$$

2.2 Masalah Optimasi Standar

Dalam persoalan optimasi terdapat masalah berbentuk:

$$\begin{aligned}
&\text{minimalkan} && f_0(\boldsymbol{x});\\
&\text{kendala} && t_i(\boldsymbol{x})\ge r_i,\ \text{untuk } i=1,2,\cdots,m;\\
& && h_l(\boldsymbol{x})=s_l,\ \text{untuk } l=1,2,\cdots,M;\\
& && \boldsymbol{x}\in R^n
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Persamaan (2.3) merupakan bentuk masalah optimasi tidak standar. Apabila dalam kendala terdapat pertidaksamaan yang mengandung tanda ($\ge$) maka untuk membentuk ke dalam masalah optimasi standar dilakukan pengalian pada kedua ruas pertidaksamaan tersebut dengan -1 kemudian konstanta yang muncul di ruas kanan dipindahkan ke ruas kiri sedemikian hingga tanda $\geq$ semula berubah menjadi tanda lebih kecil sama dengan ($\leq$) dan ruas kanan bernilai nol. Apabila pada kendala terdapat pertidaksamaan yang mengandung tanda lebih kecil sama dengan ($\leq$) maka untuk membentuk ke dalam masalah optimasi standar dilakukan pemindahan konstanta yang ada di ruas kanan pertidaksamaan tersebut ke ruas kiri sedemikian hingga ruas kanan bernilai nol. Begitu juga apabila pada kendala terdapat persamaan maka untuk membentuk ke dalam masalah optimasi standar dilakukan pemindahan konstanta yang ada di ruas kanan persamaan tersebut ke ruas kiri sedemikian hingga ruas kanan bernilai nol. Pada akhirnya kendala pada masalah optimasi standar melibatkan tanda lebih kecil sama dengan $(\leq)$ atau sama dengan (=) dengan masing-masing ruas kanan bernilai nol.

Menurut Boyd dan Vandeberghe (2004:215), masalah optimasi standar dinyatakan dalam bentuk:

minimalkan $f_0(\boldsymbol{x})$;

kendala $f_i(\boldsymbol{x}) \leq 0$, untuk $i = 1, 2, \cdots, m$;

$h_i(\boldsymbol{x}) = 0$, untuk $i = 1, 2, \cdots, M$;

$$\boldsymbol{x} \in R^n \tag{2.4}$$

Pada masalah optimasi standar, ruas kanan fungsi tujuan dan fungsi kendala bernilai nol. Himpunan titik–titik dimana fungsi tujuan dan fungsi kendala terdefinisi berada dalam domain masalah optimasi. Domain tersebut dinyatakan dengan (Boyd dan Vandeberghe, 2004:127):

$$\mathrm{D} = \bigcap_{i=1}^{m} dom\, f_i \cap \bigcap_{i=1}^{M} dom\, h_i \tag{2.5}$$

2.3 Bentuk Umum Fungsi Monomial dan Posinomial

2.3.1 Fungsi Monomial

Fungsi Monomial adalah sebuah polinomial yang terdiri dari satu suku. Fungsi ini memetakan $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ yang berada dalam R_+^n ke R. R_+^n adalah ruang vektor berdimensi-n yang setiap elemen vektornya merupakan bilangan real dan bernilai positif, sedangkan R adalah himpunan bilangan real.

Fungsi monomial didefinisikan sebagai fungsi $f : R_+^n \to R$, dengan persamaan (Chiang dan Boyd, 2004:246):

$$f(\boldsymbol{x}) = c x_1^{a^{(1)}} x_2^{a^{(2)}} \ldots x_n^{a^{(n)}} \tag{2.6}$$

untuk c = konstanta pengali, $c > 0$;

$a^{(j)}$ = konstanta eksponensial, $a^{(j)} \in R,\ j = 1, 2, \ldots, n$.

Contoh: $f(x_1, x_2) = f(\boldsymbol{x}) = 2 x_1^{-\frac{1}{3}} x_2^3$

2.3.2 Fungsi Posinomial

Fungsi posinomial adalah penjumlahan beberapa fungsi monomial. Bentuk fungsi posinomial tidak sama dengan fungsi polinomial. Koefisien-koefisien pada fungsi posinomial harus bernilai positif, sedangkan pada fungsi polinomial tidak harus bernilai positif. Bilangan pangkat pada fungsi posinomial merupakan bilangan real yang bernilai positif atau negatif serta berbentuk bulat atau pecahan. Bilangan pangkat pada fungsi polinomial merupakan bilangan bulat positif.

Fungsi posinomial didefinisikan dalam persamaan berikut (Chiang dan Boyd, 2004:246):

$$F(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{K} d_k x_1^{a_k^{(1)}} x_2^{a_k^{(2)}} \ldots x_n^{a_k^{(n)}} \tag{2.7}$$

untuk $d_k > 0$ dan $a_k^{(j)} \in R$ dengan $j = 1, 2, \cdots, n$, $k = 1, 2, \cdots, K$.

Contoh: $F(x_1, x_2, x_3) = F(\boldsymbol{x}) = 2{,}7 x_1^2 x_2^{-\frac{1}{3}} x_3^{0,7} + 2 x_1^{-4} x_2^{\frac{2}{5}}$

2.4 Metode Pengali Lagrange

Salah satu langkah untuk menyelesaikan masalah optimasi adalah dengan metode pengali Lagrange. Prosedur metode tersebut dimulai dengan perumusan fungsi Lagrange (*Lagrangian*) (Hillier dan Lieberman, 1990:570).

Menurut Boyd dan Vandeberghe (2004:215), *Lagrangian* yang berhubungan dengan masalah optimasi (2.3) dinyatakan sebagai:

$$L(x,\lambda,\boldsymbol{v}) = f_0(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i f_i(x) + \sum_{i=1}^{M} v_i h_i(x) \tag{2.8}$$

Pada persamaan (2.8), λ dan $\boldsymbol{v}$ merupakan vektor–vektor pengali Lagrange. Setelah memperoleh Lagrangian maka dicari nilai x yang meminimalkan L. Namakanlah nilai tersebut dengan x optimal (x_{opt}). Berdasarkan nilai inilah diperoleh fungsi dual Lagrange yang dinyatakan sebagai:

$$g(\lambda,\boldsymbol{v}) = \inf_{x\in \mathrm{D}} L(x_{opt},\lambda,\boldsymbol{v}) = \inf_{x\in \mathrm{D}}\left(f_0(x_{opt}) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i f_i(x_{opt}) + \sum_{i=1}^{M} v_i h_i(x_{opt})\right) \tag{2.9}$$

Fungsi dual Lagrange merupakan batas bawah Lagrangian. Batas bawah tersebut bergantung pada parameter λ dan $\boldsymbol{v}$.

2.5 Bentuk Pemrograman Geometrik Standar dan Konveks

Pemrograman geometrik merupakan metode untuk memecahkan salah satu masalah dari pemrograman non linier. Pada pemrograman geometrik fungsi tujuan berupa fungsi posinomial sedangkan kendalanya berupa fungsi posinomial atau monomial. Pemrograman geometrik berbentuk standar dinyatakan sebagai:

$$\begin{aligned}
&\text{minimalkan } F_0(\boldsymbol{x});\\
&\text{kendala} \quad F_i(\boldsymbol{x}) \le 1, \quad i = 1,2,\dots,m;\\
&\qquad\qquad h_l(\boldsymbol{x}) = 1, \quad l = 1,2,\dots,M;\\
&\qquad\qquad \boldsymbol{x} \in R_+^n;
\end{aligned} \tag{2.10}$$

dimana $F_i(\boldsymbol{x})$ adalah posinomial, dengan $F_i(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{K_i} d_{ik} x_1^{a_{ik}^{(1)}} x_2^{a_{ik}^{(2)}} \cdots x_n^{a_{ik}^{(n)}}$;

$h_l(\boldsymbol{x})$ adalah monomial, dengan $h_l(\boldsymbol{x}) = d_l x_1^{a_l^{(1)}} x_2^{a_l^{(2)}} \cdots x_n^{a_l^{(n)}}$

(Chiang, Tanpa Tahun:10).

Pemrograman geometrik standar dapat diubah ke dalam bentuk pemrograman geometrik konveks dengan melakukan suatu perubahan variabel-variabel dan transformasi fungsi tujuan dan kendala dengan cara mengambil logaritmanya. Menurut Boyd dan Vandeberghe (2004:162), perubahan variabel-variabel dilakukan dengan mensubstitusikan:

$y_j = \log x_j$, untuk $j = 1, 2, \cdots, n$;

$b_{ik} = \log d_{ik}$, untuk $i = 0, 1, 2, \cdots, m$ dan $k = 1, 2, \cdots, K$; serta

$b_l = \log d_l$, untuk $l = 1, 2, \cdots, M$; (2.11)

pada persamaan (2.10). Proses perubahan variabel-variabel dijelaskan sebagai berikut:

a. Berdasarkan pada persamaan (2.11), diperoleh $x_j = e^{y_j}$, $d_{ik} = e^{b_{ik}}$, dan $d_l = e^{b_l}$.

b. bentuk yang diperoleh pada (a) disubstitusikan pada fungsi tujuan dan kendala pada persamaan (2.10), seperti dijelaskan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
F_0(\boldsymbol{x}) &= \sum_{k=1}^{K_0} d_{0k} x_1^{a_{0k}^{(1)}} x_2^{a_{0k}^{(2)}} \cdots x_n^{a_{0k}^{(n)}} \\
&= d_{01} x_1^{a_{01}^{(1)}} x_2^{a_{01}^{(2)}} \cdots x_n^{a_{01}^{(n)}} + d_{02} x_1^{a_{02}^{(1)}} x_2^{a_{02}^{(2)}} \cdots x_n^{a_{02}^{(n)}} + \cdots + d_{0K_0} x_1^{a_{0K_0}^{(1)}} x_2^{a_{0K_0}^{(2)}} \cdots x_n^{a_{0K_0}^{(n)}} \\
&= \left(e^{b_{01}} \left(e^{y_1}\right)^{a_{01}^{(1)}} \left(e^{y_2}\right)^{a_{01}^{(2)}} \cdots \left(e^{y_n}\right)^{a_{01}^{(n)}} \right) + \left(e^{b_{02}} \left(e^{y_1}\right)^{a_{02}^{(1)}} \left(e^{y_2}\right)^{a_{02}^{(2)}} \cdots \left(e^{y_n}\right)^{a_{02}^{(n)}} \right) + \cdots + \\
&\quad \left(e^{b_{0K_0}} \left(e^{y_1}\right)^{a_{0K_0}^{(1)}} \left(e^{y_2}\right)^{a_{0K_0}^{(2)}} \cdots \left(e^{y_n}\right)^{a_{0K_0}^{(n)}} \right) \\
&= e^{\left(b_{01} + y_1 a_{01}^{(1)} + y_2 a_{01}^{(2)} + \cdots + y_n a_{01}^{(n)}\right)} + e^{\left(b_{02} + y_1 a_{02}^{(1)} + y_2 a_{02}^{(2)} + \cdots + y_n a_{02}^{(n)}\right)} + \cdots +
\end{aligned}
$$

$$e^{\left(b_{0K_0}+y_1a_{0K_0}^{(1)}+y_2a_{0K_0}^{(2)}+\cdots+y_na_{0K_0}^{(n)}\right)}$$

$$= e^{b_{01}+\begin{pmatrix}a_{01}^{(1)}\\a_{01}^{(2)}\\\vdots\\a_{01}^{(n)}\end{pmatrix}(y_1\ \ y_2\ \ \cdots\ \ y_n)} + e^{b_{02}+\begin{pmatrix}a_{02}^{(1)}\\a_{02}^{(2)}\\\vdots\\a_{02}^{(n)}\end{pmatrix}(y_1\ \ y_2\ \ \cdots\ \ y_n)} + \cdots + e^{b_{0K_0}+\begin{pmatrix}a_{0K_0}^{(1)}\\a_{0K_0}^{(2)}\\\vdots\\a_{0K_0}^{(n)}\end{pmatrix}(y_1\ \ y_2\ \ \cdots\ \ y_n)}$$

$$= e^{b_{01}+\mathbf{a}_{01}^T\mathbf{y}} + e^{b_{02}+\mathbf{a}_{02}^T\mathbf{y}} + \cdots + e^{b_{0K_0}+\mathbf{a}_{0K_0}^T\mathbf{y}}$$

$$= \sum_{k=1}^{K_0} e^{b_{0k}+\mathbf{a}_{0k}^T\mathbf{y}}\ ;$$

dengan melakukan hal yang sama seperti di atas, diperoleh:

$$F_i(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{K_i} e^{b_{ik}+\mathbf{a}_{ik}^T\mathbf{y}}, \quad i = 1,2,\cdots,m;$$

$$h_l(\boldsymbol{x}) = e^{b_l+\mathbf{a}_l^T\mathbf{y}}, \qquad l = 1,2,...,M\ .$$

c. setelah memperoleh fungsi tujuan dan kendala pada proses (b), persamaan (2.10) menjadi:

minimalkan $F_0(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{K_0} e^{\left(b_{0k}+\mathbf{a}_{0k}^T\mathbf{y}\right)}$;

kendala $F_i(\boldsymbol{x}) = \sum_{k=1}^{K_i} e^{\left(b_{ik}+\mathbf{a}_{ik}^T\mathbf{y}\right)} \le 1$, untuk $i = 1,2,\cdots,m$;

$h_l(\boldsymbol{x}) = e^{\left(b_l+\mathbf{a}_l^T\mathbf{y}\right)} = 1$, untuk $l = 1,2,\cdots,M$;

variabel $\mathbf{y}$ (2.12)

dengan $\mathbf{a}_{ik} = \left(a_{ik}^{(1)}, a_{ik}^{(2)}, \cdots, a_{ik}^{(n)}\right)$

$\mathbf{a}_l = \left(a_l^{(1)}, a_l^{(2)}, \cdots, a_l^{(n)}\right)$.

d. hasil yang telah diperoleh pada (c) ditransformasi dengan cara mengambil logaritma pada fungsi tujuan dan kendalanya, sebagaimana diuraikan di bawah ini:

$$\log F_0(\boldsymbol{x}) = \log \sum_{k=1}^{K_0} e^{\left(b_{ok}+\mathbf{a}_{ok}^T\mathbf{y}\right)}$$

$$\log F_i(x) = \log \sum_{k=1}^{K_i} e^{\left(b_{ik} + \mathbf{a}_{ik}^T \mathbf{y}\right)} \le \log 1$$

$$\log \sum_{k=1}^{K_i} e^{\left(b_{ik} + \mathbf{a}_{ik}^T \mathbf{y}\right)} \le \log e^0$$

$$\log \sum_{k=1}^{K_i} e^{\left(b_{ik} + \mathbf{a}_{ik}^T \mathbf{y}\right)} \le 0 \text{, untuk } i = 1,2,\cdots,m\,;$$

$$\log h_l(x) = \log e^{\left(b_l + \mathbf{a}_l^T \mathbf{y}\right)} = \log 1$$

$$\log e^{\left(b_l + \mathbf{a}_l^T \mathbf{y}\right)} = \log e^0$$

$$\left(b_l + \mathbf{a}_l^T \mathbf{y}\right) = 0 \text{, untuk } l = 1,2,\cdots,M\,;$$

sehingga diperoleh bentuk pemrograman geometrik konveks sebagai berikut (Chiang, Tanpa Tahun):

$$\begin{array}{ll} \text{minimalkan} & p_0(\mathbf{y}) = \log \sum_{k=1}^{K_0} e^{\left(b_{0k} + \mathbf{a}_{0k}^T \mathbf{y}\right)}\,; \\ \text{kendala} & p_i(\mathbf{y}) = \log \sum_{k=1}^{K_i} e^{\left(b_{ik} + \mathbf{a}_{ik}^T \mathbf{y}\right)} \le 0, \text{ untuk } i = 1,2,\cdots,m\,; \\ & q_l(\mathbf{y}) = b_l + \mathbf{a}_l^T \mathbf{y} = 0, \text{ untuk } l = 1,2,\cdots,M\,; \\ \text{variabel} & \mathbf{y} \end{array} \tag{2.13}$$

2.6 Langkah–Langkah Penyelesaian

Langkah–langkah penyelesaian untuk mendapatkan penyelesaian model masalah nilai distorsi dalam bentuk pemrograman geometrik adalah:

a. menentukan masalah nilai distorsi berdasarkan saluran diskret, transmisi data, dan difokuskan pada pemakaian tunggal dengan sistem tanpa memori terpisah;
b. membentuk model masalah nilai distorsi ke dalam masalah optimasi standar;
c. mencari Lagrangian pada hasil dalam langkah b;

d. menghitung turunan Lagrangian terhadap variabel optimasi kemudian menyamadengankannya dengan nol untuk memperoleh nilai variabel optimasi yang mengoptimalkan fungsi tujuan;
e. menyubstitusikan nilai variabel optimasi yang diperoleh dari langkah d pada Lagrangian semula;
f. membentuk masalah optimasi semula dalam bentuk pemrograman geometrik dengan dualitas Lagrange.

BAB 4. KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pada pembahasan, diperoleh penyelesaian masalah nilai distorsi pada saluran diskret dalam bentuk pemrograman geometrik standar dan konveks sebagaimana dituliskan berikut ini:

1. Penyelesaian masalah nilai distorsi dalam bentuk pemrograman geometrik standar dituliskan sebagai berikut:

   maksimalkan $w^{-D}\prod_{i=1}^{N}(z_i)^{p_i}$;

   kendala $\sum_{i=1}^{N} p_i z_i w^{-d_{ij}} \le 1$ untuk $j = 1, 2, \cdots, M$;

   $w \ge 1,\ z_i \ge 0,$ untuk $i = 1, 2, \cdots, N$;

   dimana variabelnya adalah $\mathbf{z}$ dan w, sedangkan parameter konstannya adalah $\boldsymbol{p}, d_{ij}$, dan D.

   Bentuk pemrograman geometrik standar tersebut digunakan dalam menyelesaikan masalah nilai distorsi pada kondisi tanpa distorsi.

2. Penyelesaian masalah nilai distorsi dalam bentuk pemrograman geometrik konveks dituliskan sebagai berikut:

   maksimalkan $-\gamma D + \boldsymbol{p\alpha}$;

   kendala $\log \sum_{i=1}^{N} e^{\left(\log p_i + \alpha_i - \gamma d_{ij}\right)} \le 0$;

   $\gamma \ge 0$;

dengan variabel-variabel $\boldsymbol{\alpha} \in \boldsymbol{R}^{N\times 1}$ dan γ, serta parameter konstan $\boldsymbol{p} \in \boldsymbol{R}^{1\times N}, d_{ij},$ dan D.

Bentuk pemrograman geometrik konveks tersebut digunakan dalam menyelesaikan masalah nilai distorsi pada kondisi disertai distorsi.

4.2 Saran

Bagi peneliti lain masih terbuka peluang untuk membahas masalah nilai distorsi pada beberapa jenis saluran sistem komunikasi yakni pada saluran kontinu dan saluran campuran.

DAFTAR PUSTAKA

Boyd, S. & Vandeberghe, L. 2004. *Convex Optimization*. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press.

Chiang, M. & Boyd, S. 2004. *Geometric Programming Duals of Channel Capacity and Rate Distortion*. http://www.princeton.edu/~chiangm/gpdual.pdf.

Chiang, M. (Tanpa Tahun). *Geometric Programming for Communication Systems*. http://www.princeton.edu/~chiangm/gp.pdf.

Cover, T.M. & Thomas, C.A. 1991. *Elements of Information Theory*. New York: John Willey & Sons, Inc.

Fitriya. 2003. *Studi Masalah Pemrograman Geometrik Dengan Metode Dual*. Tidak Dipublikasikan. Skripsi. Jember: Program Sarjana Universitas Jember.

Hillier, F. S. & Lieberman, G. J. 1990. *Pengantar Riset Operasi*. Jilid 1. Edisi Kelima. Terjemahan. Jakarta: Erlangga.

Schwartz, M. 1986. *Transmisi Informasi, Modulasi, dan Bising*. Edisi Ketiga. Terjemahan. Jakarta: Erlangga.

Shannon, C.E. 1948. *A Mathematical Theory of Communication*. http://cm.bell-labs.com/cm/ms/what/shannonday/shannon.

Smale, PH. 1996. *Sistem Telekomunikasi I*. Edisi Kedua. Jakarta: Erlangga.

Wikipedia. (Tanpa Tahun)a. *Encoder*. http://en.wikipedia.org/wiki/Encoder.

Wikipedia. (Tanpa Tahun)b. *Decoder*. http://en.wikipedia.org/wiki/Decoder.

Wikipedia. (Tanpa Tahun)c. *Information Entropy*. http://en.wikipedia.org/wiki/Entropy.