



**PENGGUNAAN ANALISIS KOMPONEN-UTAMA  
UNTUK MENGATASI MULTIKOLINIERITAS DALAM  
ANALISIS REGRESI LINIER BERGANDA**

**SKRIPSI**

Diajukan untuk Memenuhi Persyaratan Penyelesaian Program Sarjana Sains  
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Jember



Hadiah  
Pembelian  
Terima Tgl. 14 JUL 2003  
No. Induk: fat  
Klass  
519.536  
AND  
P  
C.1

Oleh :

**Vita Desy Andriyani**

**NIM. 981810101029**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2003**

## MOTTO

**“ Jadikanlah sabar dan sholat sebagai penolongmu, Dan  
sesungguhnya yang demikian itu berat, kecuali bagi orang-orang  
yang beriman “  
( Q S. Albaqarah, 153 )**

**“Orang yang gagal meraih sesuatu yang hebat, tidak bisa  
dikatakan gagal total. Dia selalu yakin dan percaya bahwa paling  
tidak dia telah memenangkan perang terpenting dalam  
kehidupan, yaitu mengalahkan rasa takut untuk mencoba”  
(Robert H. Schuller)**

**“ Barang siapa yang menghendaki dunia, Maka carilah itu  
dengan ilmu. Barang siapa menghendaki akhirat, Maka carilah  
dengan ilmu. Barang siapa yang menghendaki dua-duanya, Maka  
carilah dengan ilmu “  
( Khutbatul Ali Rodliyallahu' anhu)**

**“Bukanlah suatu aib jika anda gagal dalam suatu usaha, yang  
merupakan aib ialah jika anda tidak berusaha bangkit dari  
kegagalan itu”  
(Ali bin Abi Tholib ra.)**

**“Mencintai kehidupan dengan bekerja adalah menyelami rahasia  
hidup yang paling dalam”  
(Kahlil Gibran)**

**“Gapailah langit, karena jika melesetpun kau akan tetap berada  
diantara bintang-bintang”  
(Rossa Torcasio)**

Kupersembahkan Karya Tulis ini untuk:

- Ayahanda “ M. Solikhin “ dan Ibunda “ Sukartini “ tercinta, terima kasih atas semua pengorbanan, kasih sayang, nasehat serta doa yang tiada henti-hentinya.
- Adikku “ Andry Wahyudy “ yang paling aku sayangi.
- Dosen Pembimbingku “ Tanpa Tanda Jasa “ yang menjadi pelita harapanku, trimakasih atas bimbingan, nasehat dan ilmu yang telah diberikan menjadi penerang dalam kegelapan, Jasamu Tiada Tara.
- Kekasihku “ Edy Satrio Nugroho “ yang selalu memberiku semangat dan dorongan.
- Seseorang yang akan membimbing & mendampingiku kelak.
- Almamaterku yang kubanggakan.

## DEKLARASI

Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini berisi hasil kerja penelitian mulai bulan Januari 2003 sampai dengan bulan Juni 2003. Bersama ini saya nyatakan bahwa isi Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri kecuali jika disebutkan sumbernya dan Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini belum pernah diajukan pada instansi lain.

Jember, Juni 2003

Penulis,

( Vita Desy Andriyani )

## ABSTRAK

**Penggunaan Analisis Komponen Utama Untuk Mengatasi Multikolinieritas Dalam Analisis Regresi linier Berganda**, Vita Desy Andriyani, 981810101029, Skripsi, Juni 2003, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Studi ini mengkaji tentang cara mendeteksi multikolinieritas dan penggunaan analisis komponen utama untuk mengatasi multikolinieritas dalam analisis regresi linier berganda. Analisis regresi linier berganda adalah analisis yang mempelajari hubungan kausal antara satu peubah tak bebas dengan dua atau lebih peubah bebas. Salah satu asumsi yang harus dipenuhi dalam analisis regresi linier berganda berhubungan dengan peubah bebas, peubah-peubah bebas tersebut tidak boleh ada korelasi atau terjadi multikolinieritas. Adanya multikolinieritas dapat dideteksi dengan memeriksa matriks korelasi, sedangkan untuk mengukur besarnya multikolinieritas dapat digunakan *Variance Inflation Factor* (VIF). Analisis komponen utama berusaha mereduksi  $K$  peubah pengamatan menjadi  $M$  peubah baru yang saling ortogonal, masing-masing  $M$  peubah baru tersebut merupakan kombinasi linier dari  $K$  peubah lama. Data yang dianalisis dalam penelitian ini ada dua jenis yaitu data simulasi dan data riil. Untuk data jenis simulasi didibangkitkan komputer dengan kriteria hubungan diantara dua peubah yang sempurna, kuat dan sedang. Metode analisis terhadap data dilakukan dengan memeriksa matriks korelasi dan menghitung nilai VIF, penerapan metode analisis komponen utama, kemudian membandingkan nilai koefisien regresi yang mengabaikan multikolinieritas dengan nilai koefisien regresi yang menggunakan metode analisis komponen utama. Hasil yang didapat menunjukkan bahwa multikolinieritas terdapat pada data yang memiliki kriteria hubungan diantara dua peubah yang sempurna dan kuat. Metode analisis komponen utama yang diterapkan pada analisis regresi mampu menghilangkan multikolinieritas, tetapi mengakibatkan koefisien regresi mempunyai bias yang lebih besar daripada metode kuadrat terkecil yang diterapkan secara langsung.

*Kata kunci: Analisis Regresi Linier berganda, Multikolinieritas, Analisis Komponen Utama, Ortogonal, Variance Inflation Factor (VIF).*

## PENGESAHAN

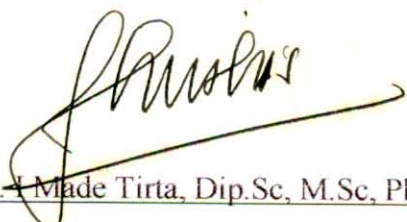
Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini diterima oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember, pada :

Hari : JUM'AT  
Tanggal : 27 JUN 2003  
Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua (Dosen Pembimbing Utama)

Sekretaris (Dosen Pembimbing Anggota)



Drs. Made Tirta, Dip.Sc, M.Sc, Ph.D

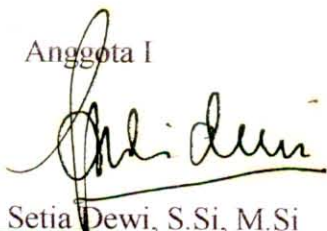
NIP : 131 474 500



Rita Ratih T, S.Si, M.Si

NIP : 132 243 343

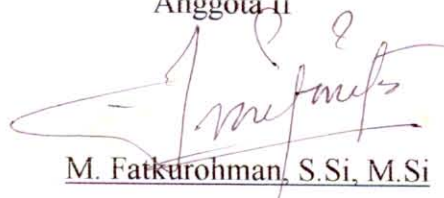
Anggota I



Yuliani Setia Dewi, S.Si, M.Si

NIP : 132 258 183

Anggota II



M. Fatkurohman, S.Si, M.Si

NIP : 132 210 538

Mengesahkan :

Dekan F. MIPA Universitas jember



Ir. Sumadi, MS

NIP : 130 368 784

## KATA PENGANTAR

Dengan memanjatkan puji syukur kehadiran Allah SWT, atas segala rahmat, taufiq serta hidayah – Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir berupa Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini.

Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini disusun untuk memenuhi persyaratan Tugas Akhir (MAU 425) pada kurikulum pendidikan di jurusan Matematika, Fakultas MIPA Universitas Jember (UNEJ).

Dengan selesainya Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini tidak lupa penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibunda dan Ayahanda tercinta atas dorongan semangat dan petuah-petuah yang menuntunku menuju pendewasaan diri,
2. Bapak. Ir. Sumadi MS, selaku Dekan Fakultas MIPA Universitas Jember,
3. Bapak. Drs. Kusno, DEA, Ph.D, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember,
4. Bapak. Drs I Made Tirta M.Sc, Ph.D, selaku Dosen Pembimbing Utama (DPU) dari Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember,
5. Ibu Rita Ratih T, S.Si, M.Si, selaku Dosen Pembimbing Anggota (DPA) dari Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember,
6. Ibu Yuliani Setia Dewi, S.Si. M.Si, selaku Dosen Penguji Utama Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) dari Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember,
7. Bapak. Fatkurahman S.Si. M.Si, selaku Dosen Penguji Anggota Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) dari jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember,
8. Sahabat-sahabatku sepejuangan “ Mifta, Ninip, Lena, Mamad, Anis”,
9. Sahabat-sahabatku yang telah membantuku “Indah, Nonik, Rina, Indri, Bagus”,
10. Rekan-rekan seperjuangan angkatan '98 Matematika UNEJ,

11. Rekan-rekan seperjuangan angkatan '97 dan '99 Matematika UNEJ,
12. Penghuni kost F mastrip 12 Jember,
13. Saudaraku seperjuangan "Laily, Dewi, Kotery, Anis (sincan)",
14. Sahabat Bermainku "Uud dan Agus, Titin, M' Desy" ,
15. Teman-temanku KKN "Adi, Yuli, Helmi, Soni, Ningsih",
16. Dan seluruh pihak terkait yang tidak dapat saya sebut satu persatu yang telah membantu penulis selama penyusunan Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini.

Penulis menyadari bahwa Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini masih jauh dari sempurna oleh karena itu saran dan koreksi atas kekurangan Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini akan diterima dengan senang hati.

Akhir kata semoga dengan tersusunnya Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini dapat memberikan manfaat.

Hormat Kami,

Penulis



## DAFTAR ISI

	Hal
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	ii
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	iii
<b>HALAMAN DEKLARASI</b> .....	iv
<b>ABSTRAK</b> .....	v
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	vi
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	ix
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xi
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xii
<b>BAB I. PENDAHULUAN</b>	
1.1. Latar Belakang .....	1
1.2. Permasalahan .....	2
1.3. Tujuan Penelitian.....	2
1.4. Manfaat Penelitian.....	2
<b>BAB II. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1. Analisis Regresi Linier Berganda .....	3
2.2. Asumsi-asumsi dalam Model Regresi Linier Berganda ..	4
2.3. Estimasi Parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil.....	4
2.4. Interval Konfidensi untuk Koefisien Regresi.....	5
2.5. Pengujian Hipotesis.....	6
2.5.1. Pengujian Hipotesis untuk Koefisien Regresi Parsial secara Keseluruhan .....	6
2.5.2. Pengujian Hipotesis untuk Koefisien Regresi Parsial secara Individual.....	9
2.6. Koefisien Determinasi dan Korelasi Berganda.....	9
2.7. Multikolinieritas .....	10

2.8. Analisis Komponen Utama.....	12
<b>BAB III. METODOLOGI</b>	
3.1. Sumber Data .....	16
3.1.1. Data Simulasi.....	16
3.1.2. Data Riil.....	17
3.2. Analisis Data Simulasi .....	17
3.3. Perbandingan Nilai Koefisien Regresi pada Data Simulasi	18
3.4. Analisis Data Riil .....	18
<b>BAB IV. HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
4.1. Ilustrasi Data Simulasi.....	19
4.2. Analisis Data Simulasi .....	19
4.2.1. Analisa Data Simulasi 1.....	19
4.2.1.1. Metode Kuadrat Terkecil .....	19
4.2.1.2. Metode Analisis Komponen Utama.....	19
4.2.2. Analisa Data Simulasi 2.....	22
4.2.2.1. Metode Kuadrat Terkecil .....	22
4.2.2.2. Metode Analisis Komponen Utama.....	23
4.2.3. Analisa Data Simulasi 3.....	25
4.2.3.1. Metode Kuadrat Terkecil .....	25
4.2.3.2. Metode Analisis Komponen Utama.....	26
4.3. Perbandingan Nilai Koefisien Regresi pada Data Simulasi	28
4.4. Analisa Data Riil .....	19
4.3.1. Pendeteksian Multikolinieritas.....	19
4.3.2. Metode Analisis Komponen Utama.....	30
<b>BAB V. KESIMPULAN DAN SARAN</b>	
5.1. Kesimpulan.....	33
5.2. Saran.....	33
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	
<b>LAMPIRAN-LAMPIRAN</b>	

## DAFTAR TABEL

No	Judul	Hal
Tabel 2. 1	Analisis Ragam dalam Analisis Regresi Linier berganda .....	8
Tabel 2. 2	Kriteria Hubungan diantara Dua Peubah.....	11
Tabel 4. 1	Penjelasan Varian Total Data 1 .....	20
Tabel 4. 2	ANOVA Model Regresi (4.3) .....	21
Tabel 4. 3	Pengujian Koefisien Regresi secara Individual Model (4.3).....	21
Tabel 4. 4	Koefisien Regresi Data 2.....	22
Tabel 4. 5	Penjelasan Varian Total Data 2.....	23
Tabel 4. 6	ANOVA Model Regresi (4.8) .....	24
Tabel 4. 7	Pengujian Koefisien Regresi secara Individual Model (4.8).....	24
Tabel 4. 8	Koefisien Regresi Data 3.....	25
Tabel 4. 9	Penjelasan Varian Total Data 3.....	26
Tabel 4. 10	ANOVA Model Regresi (4.13) .....	27
Tabel 4. 11	Pengujian Koefisien Regresi secara Individual Model (4.13).....	27
Tabel 4. 12	Perbandingan Koefisien regresi .....	28
Tabel 4. 13	Penjelasan Varian Total Data Riil.....	30
Tabel 4. 14	ANOVA Model Regresi (4.19) .....	31
Tabel 4. 15	Pengujian Koefisien Regresi secara Individual Model (4.19).....	31

## DAFTAR LAMPIRAN

No	Judul	Hal
Lampiran 1.	Data Simulasi 1(Korelasi Sempurna).....	34
Lampiran 2.	Analisa Data Simulasi 1 .....	36
Lampiran 3.	Data Simulasi 2 (Korelasi Kuat) .....	39
Lampiran 4.	Analisa Data Simulasi 2 .....	42
Lampiran 5.	Data Simulasi 3 (Korelasi Sedang) .....	46
Lampiran 6.	Analisa Data Simulasi 3 .....	49
Lampiran 7.	Data Riil .....	53
Lampiran 8.	Analisa Data Riil .....	54



## BAB I PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pada saat ini model regresi semakin populer dan familiar di kalangan mahasiswa, dosen, praktisi dan terlebih lagi bagi para peneliti. Aplikasi dari model ini sudah tidak didominasi oleh bidang ilmu matematika, statistika ataupun ekonometrika saja, akan tetapi sudah merambah ke berbagai bidang ilmu seperti biologi, pertanian dan seterusnya. Dengan didukung banyaknya paket program komputer para pengguna regresi dengan mudah dapat mengolah data, akan tetapi terkadang penafsiran dan pengambilan keputusan dari model regresi tidak semudah dibandingkan mengolah datanya. Dalam analisis regresi terdapat batasan-batasan (asumsi) yang menjadi dasar apakah model regresi secara tepat dapat digunakan atau tidak. Jika model tersebut bermasalah maka berakibat fatal, misalnya pengambilan kesimpulan (pengujian hipotesis) akan menyesatkan, koefisien regresi menjadi tidak dapat ditafsirkan dan walaupun dipaksakan hasil yang diperoleh menjadi tidak tepat dan tidak signifikan.

Salah satu asumsi dalam analisis regresi linier berganda berhubungan dengan peubah bebas. Peubah-peubah tersebut tidak boleh ada korelasi. Dengan demikian diasumsikan tidak terjadi multikolinieritas pada peubah-peubah bebas (Gaspersz, 1991). Sebagai ilustrasi situasi adanya multikolinieritas dalam kehidupan sehari-hari, misalnya dalam menganalisis hubungan antara pendapatan dan kekayaan terhadap konsumsi. Ahli ekonomi berpendapat selain pendapatan, kekayaan, juga suatu penentu penting dari belanja konsumsi, sehingga modelnya dapat ditulis:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

dengan  $Y$  konsumsi,  $X_1$  pendapatan,  $X_2$  kekayaan dan  $\beta_0$  konstanta regresi,  $\beta_1$  dan  $\beta_2$  koefisien regresi serta  $\varepsilon$  galat.

Pada ilustrasi tersebut, dapat dipahami adanya korelasi antara pendapatan dan kekayaan sehingga penggunaan metode kuadrat terkecil (*Ordinary Least Squares Method*) adalah tidak tepat. Ada beberapa metode untuk mengatasi masalah multikolinieritas yang dapat digunakan sebagai petunjuk untuk memperbaiki model regresi diantaranya adalah metode regresi terbaik, dengan menambah data baru, penerapan analisis multivariat seperti analisis komponen utama, dan yang paling mudah adalah dengan membuang peubah-peubah yang diketahui menyebabkan multikolinieritas.

Dalam penelitian ini akan digunakan analisis komponen utama. Analisis komponen utama merupakan cara yang cukup baik untuk mengatasi masalah multikolinieritas (Sembiring, 1995). Cara kerja analisis komponen utama adalah dengan membuat peubah baru yang saling ortogonal dan jumlahnya lebih kecil dari peubah asal. Dari sifat keortogonalan peubah asal ini maka model regresi yang dibentuk tidak lagi mengalami masalah multikolinieritas.

## **1.2 Perumusan Masalah**

1. Bagaimana mendeteksi adanya multikolinieritas pada analisis regresi linier berganda.
2. Bagaimanakah cara menganalisis data yang mengandung multikolinieritas dengan analisis komponen utama.

## **1.3 Tujuan**

1. Mengetahui bagaimana cara mendeteksi adanya multikolinieritas pada analisis regresi linier berganda.
2. Membangun model regresi bila terdapat multikolinieritas pada peubah bebas dengan analisis komponen utama.

## **1.4 Manfaat**

Penulis berharap bagi para pengguna regresi dapat menerapkan hasil penelitian ini sebagai metode perbaikan bila dalam analisis regresi terdapat masalah multikolinieritas pada peubah-peubah bebasnya.



## BAB II TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Analisis Regresi Linier Berganda

Dalam penelitian yang menggunakan analisis regresi, sering kali dijumpai lebih dari satu peubah bebas, untuk itu diperlukan model regresi berganda. Jika model regresi berganda yang ditunjukkan oleh koefisiennya adalah linier maka dinamakan model regresi linier berganda (Netty & Linggawati, 1988).

Jika terdapat  $k$  peubah bebas  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$  dan  $n$  pengamatan  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$  maka masing-masing pengamatan  $Y_i$  dapat ditulis dalam model:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad \dots(2.1)$$

dengan

$\beta_0$  = konstanta regresi

$\beta_1$  = koefisien regresi untuk peubah  $X_1$

$\beta_2$  = koefisien regresi untuk peubah  $X_2$

$\beta_k$  = koefisien regresi untuk peubah  $X_k$

$k$  = banyaknya peubah bebas

$\varepsilon_i$  = galat pada pengamatan ke  $i$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Persamaan (2.1) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{n1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{n2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & X_{1k} & X_{2k} & \cdot & \cdot & \cdot & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad \dots(2.2)$$

Persamaan (2.2) dapat ditulis kembali dalam bentuk matriks yang lebih sederhana:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad \dots(2.3)$$

dengan  $\mathbf{Y}$  matriks berordo  $(n \times 1)$ ,  $\mathbf{X}$  adalah matriks berordo  $(n \times (k+1))$ ,  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  adalah matriks berordo  $((k+1) \times 1)$ , dan  $\boldsymbol{\varepsilon}$  adalah matriks berordo  $(n \times 1)$ .

## 2.2 Asumsi-asumsi dalam Model Regresi Linier Berganda

Asumsi-asumsi dasar dalam model regresi linier berganda (Drapper & Smith, 1991):

1.  $\varepsilon_i$  merupakan suatu peubah acak normal dengan nilai tengah nol dan ragam  $\sigma^2$  konstan atau  $\varepsilon_i \sim NID(0, \sigma^2)$  dan *NID* adalah *Normal Identic Distribution*;
2.  $\varepsilon_i$  dan  $\varepsilon_j$  saling bebas untuk  $i \neq j$  sehingga peragam  $(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$  ;  
 $E(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki}$  dan ragam  $(Y_i) = \sigma^2$  ,  $Y_i$  independen dengan  $Y_j$  untuk  $i \neq j$  atau  $Y \sim NID(E(Y), \sigma^2)$  ;
3. tidak terjadi multikolinieritas pada peubah bebas  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$ .

## 2.3 Estimasi Parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil

Pendugaan terhadap parameter  $\hat{\beta}$  dalam model regresi linier berganda dapat dilakukan dengan metode kuadrat terkecil. Fungsi dari metode kuadrat terkecil adalah dengan meminimumkan jumlah dari kuadrat galat.

$$\begin{aligned} S &= \varepsilon^T \varepsilon \quad \text{dengan } \varepsilon = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) \\ &= (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\beta}) \\ &= \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - 2\hat{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{Y} + \hat{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\beta}. \end{aligned} \quad \dots(2.4)$$

Selanjutnya  $S$  diturunkan terhadap  $\hat{\beta}$  dan disamakan dengan nol

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \hat{\beta}} &= 0 \\ \left( \frac{-2\hat{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{Y} + \hat{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\beta}}{\partial \hat{\beta}} \right) &= 0, \end{aligned}$$

diperoleh:

$$\begin{aligned} -2\mathbf{X}^T \mathbf{Y} - 2\mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\beta} &= 0 \\ \mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\beta} &= \mathbf{X}^T \mathbf{Y}. \end{aligned} \quad \dots(2.5)$$



Kedua ruas pada persamaan (2.5) dikalikan dengan  $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$  dan jika  $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$  tidak singular maka penduga kuadrat terkecil untuk  $\hat{\beta}$  adalah

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}, \quad \dots(2.6)$$

dan  $var(\hat{\beta})$  adalah

$$var(\hat{\beta}) = var((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}). \quad \dots(2.7)$$

Ruas kanan pada persamaan (2.7) dikalikan dengan  $((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T)^T$

$$\begin{aligned} var(\hat{\beta}) &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T var(\mathbf{Y}) \cdot ((\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T)^T \\ &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T (\sigma^2) \cdot \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \\ &= \sigma^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \\ &= \sigma^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}. \end{aligned} \quad \dots(2.8)$$

#### 2.4 Interval Konfidensi untuk Koefisien Regresi

Menurut Montgomery & Peck (1991), dari asumsi  $\varepsilon_i \sim NID(0, \sigma^2)$ , statistik uji  $t$  akan diberikan sebagai berikut:

$$t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}} \quad j = 0, 1, 2, \dots, k.$$

Statistik uji tersebut berdistribusi  $t$  dengan derajat kebebasan  $n-k-1$ , dengan  $C_{jj}$  adalah elemen ke- $j$  dari diagonal matrik  $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$  dan  $\hat{\sigma}^2$  adalah penduga dari ragam galat ( $\hat{\sigma}^2 = KTG$  (Kuadrat Tengah Galat)). Interval konfidensi  $(100 - \alpha)\%$  untuk koefisien regresi  $\hat{\beta}_j$  adalah:

$$\hat{\beta}_j - t_{(\alpha/2; n-k-1)} \sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}} < \beta_j < \hat{\beta}_j + t_{(\alpha/2; n-k-1)} \sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}.$$

dan biasanya  $\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}$  disebut sebagai standar galat koefisien regresi  $\hat{\beta}_j$ .

## 2.5 Pengujian Hipotesis

### 2.5.1 Pengujian Koefisien Regresi Parsial secara Keseluruhan

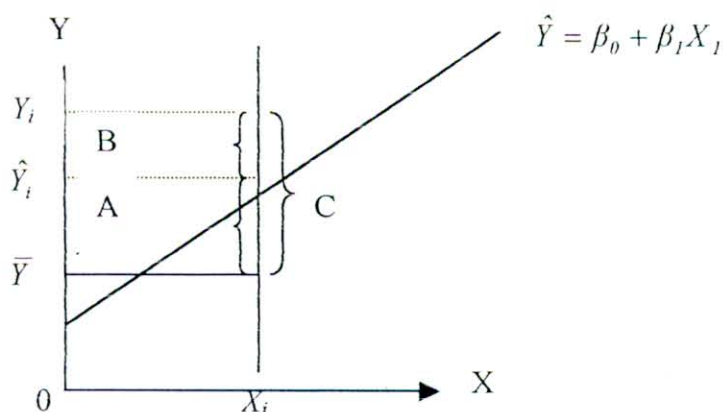
Pengujian hipotesis koefisien regresi parsial secara keseluruhan digunakan untuk menguji kecocokan model regresi yang ditentukan oleh hubungan linier antara peubah tak bebas  $Y$  dengan peubah bebas  $X_1, X_2, \dots, X_k$ . Pengujian hipotesis ini menggunakan uji statistik  $F$  dan pengujian hipotesisnya adalah :

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_j \neq 0.$$

Dasar dari metode ini adalah pemecahan jumlah kuadrat total ( $JKT$ ) menjadi jumlah kuadrat regresi ( $JKR$ ) dan jumlah kuadrat galat ( $JKG$ ) (Netty & Linggawati, 1988). Perhatikan pemecahannya sebagai berikut:

Pemecahan  $JKT$  menjadi  $JKR$  dan  $JKG$



Gambar 4.1 Pemecahan  $JKT$  menjadi  $JKR$  dan  $JKG$

Keterangan gambar

$$C = (Y_i - \bar{Y})$$

$$A = (\hat{Y}_i - \bar{Y})$$

$$B = (Y_i - \hat{Y}_i)$$

$$C = A + B$$

$$\sum (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2.$$

$$JKT = JKR + JKG \quad \dots(2.9)$$

Menurut Gaspersz (1991), persamaan (2.9) dapat diinterpretasikan bahwa jumlah kuadrat total ( $JKT$ ) merupakan jumlah dari jumlah kuadrat regresi ( $JKR$ ) dan jumlah kuadrat galat ( $JKG$ ). Jumlah kuadrat regresi ( $JKR$ ) merupakan jumlah dari total keragaman yang dijelaskan oleh persamaan regresi. Jumlah kuadrat galat ( $JKG$ ) merupakan jumlah dari total keragaman yang tidak dapat dijelaskan oleh persamaan regresi.

Prosedur pengujian untuk  $H_1 : \hat{\beta}_j \neq 0$ .

$$F_0 = \frac{JKR/k}{JKE/(n-k-1)} = \frac{KTR}{KTG}$$

$H_0$  ditolak jika  $F_0 > F_{(\alpha; k; n-k-1)}$

Selanjutnya, menghitung jumlah kuadrat regresi ( $JKR$ ) dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat.

$$JKG = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2 = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}$$

Dari persamaan (2.4) telah diperoleh:

$$JKG = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - 2\hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{Y} + \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}}$$

Pada persamaan (2.5) telah diketahui bahwa  $\mathbf{X}^T \mathbf{X} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$  sehingga:

$$JKG = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{Y}; \quad \dots(2.10)$$

$$\begin{aligned} JKT &= \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (Y_i - 2Y_i\bar{Y} + \bar{Y}^2) \\ &= \sum_{i=1}^n \left( Y_i^2 - 2Y_i \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} + \left( \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} \right)^2 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n Y_i^2 - 2 \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n} + n \left(\frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}\right)^2 \\
&= \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n} = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n} \quad \dots(2.11)
\end{aligned}$$

Persamaan (2.10) dapat ditulis sebagai berikut:

$$JKG = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n} - \left[ \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{Y} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n} \right] \quad \text{atau}$$

$$JKG = JKT - JKR \quad (\text{dari persamaan(2.9)}).$$

Diperoleh 
$$JKR = \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{Y} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n}, \quad \dots(2.12)$$

$$JKG = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad \text{dan}$$

$$JKT = \mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n}.$$

**Tabel 2.1 Analisis Ragam dalam Analisis Regresi Linier Berganda.**

Sumber Keragaman	Jumlah Kuadrat ( <i>sum of Square</i> ) (JK)	Derajat bebas (Db)	Kuadrat Tengah ( <i>Mean Square</i> ) (KT)	$F_0$
Regresi	JKR	$k$	$KTR = JKR/k$	$\frac{KTR}{KTG}$
Galat	JKG	$n-k-1$	$KTG = JKG/n-k-1$	
Total	JKT	$n-1$		

### 2.5.2 Pengujian Koefisien Regresi secara Individual

Pengujian hipotesisnya adalah:

$$H_0: \hat{\beta}_j = 0$$

$$H_1: \hat{\beta}_j \neq 0$$

$H_0$  tidak ditolak artinya peubah bebas  $X_j$  bisa dihilangkan dari model. Uji statistiknya adalah :

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}} = \frac{\hat{\beta}_j}{\text{se}(\hat{\beta}_j)}$$

dengan  $C_{jj}$  adalah elemen ke- $j$  dari diagonal matriks  $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$  yang berkorespondensi dengan  $\hat{\beta}_j$  dan  $\hat{\sigma}^2 = KTG$ .

$H_0$  ditolak jika  $|t_0| > t_{(\alpha/2; n-k-1)}$ .

### 2.6 Koefisien Determinasi Berganda dan Koefisien Korelasi Berganda

Koefisien determinasi berganda ( $R^2$ ) mengukur proporsi keragaman total peubah tak bebas  $Y$  yang dijelaskan oleh peubah bebas  $X$  yang ada dalam model persamaan regresi secara bersama, sedangkan koefisien korelasi berganda ( $R$ ) tidak lain merupakan akar pangkat dua dari koefisien determinasi berganda. Koefisien korelasi berganda ( $R$ ) mengukur keeratan hubungan linier diantara peubah tak bebas  $Y$  dengan semua peubah bebas yang ada dalam model persamaan regresi (Gaspersz, 1991).

Koefisien determinasi dan korelasi berganda ditentukan berdasarkan formula:

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT} \quad \text{dan} \quad R = \sqrt{\frac{JKR}{JKT}}$$

Menurut Sembiring (1995), makin dekat  $R^2$  dengan 1 makin baik kecocokan data dengan model, dan makin dekat  $R^2$  Dengan 0 makin jelek kecocokan data dengan model.

## 2.7 Multikolinieritas

Istilah multikolinieritas digunakan untuk hubungan linier pada peubah-peubah bebas dalam model regresi. Multikolinieritas ada yang sempurna dan juga tidak sempurna. Untuk hubungan yang terdiri dari  $k$  peubah bebas  $X_1, X_2, \dots, X_k$  dan satu peubah tak bebas  $Y$  dari persamaan regresi (2.1), maka hubungan linier sempurna terjadi jika:

$$\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k = 0 \quad \dots(2.13)$$

dengan  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  merupakan konstanta yang tidak seluruhnya nol atau paling sedikit ada satu yang tidak sama dengan nol, yaitu  $\beta_j \neq 0$ , ( $j = 1, 2, \dots, k$ ), dan untuk hubungan linier tapi tidak sempurna:

$$\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon_i = 0 \quad \dots(2.14)$$

dengan  $\varepsilon_i$  = kesalahan pengganggu (galat).

Adanya multikolinieritas yang sempurna dapat menyebabkan koefisien regresi tidak menentu (*Indeterminate*) dan nilai standar galat koefisien regresi menjadi tidak terbatas (*Infinite*). bila multikolinieritas tidak sempurna maka koefisien regresi dapat dicari, tetapi standar galatnya besar, sehingga interval koefisiennya menjadi lebar dan mengakibatkan tingkat ketelitian untuk menguji koefisiennya berkurang. Adanya multikolinieritas yang tinggi tidak memungkinkan untuk memecah pengaruh secara terpisah individu dari peubah bebas  $X$  terhadap peubah tak bebas  $Y$  (Gujarati, 1992).

Ada beberapa cara mendeteksi multikolinieritas diantaranya adalah dengan memeriksa matriks korelasi, *Variance Inflation Factor* (VIF) dan dengan nilai *Condition Number*. Dalam penelitian ini untuk mendeteksi multikolinieritas akan digunakan matriks korelasi sedangkan untuk mengukur derajat kolinieritas pada peubah bebas akan digunakan *Variance Inflation Factor* (VIF).

Menurut Montgomery & Peack (1991), matriks korelasi dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1k} \\ r_{12} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{1k} & r_{2k} & r_{3k} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad \dots(2.15)$$

Dengan 
$$r_{ij} = \frac{S_{ij}}{(S_{ii}S_{jj})^{1/2}}$$

$$S_{ij} = \sum_{u=1}^n (X_{ui} - \bar{X}_{ui})(X_{uj} - \bar{X}_{uj})$$

$$S_{ii} = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 .$$

Menurut Sugiarto (1992), besarnya nilai  $r$  dapat digunakan untuk menentukan kuat lemahnya hubungan diantara dua peubah. Kuat lemahnya hubungan tersebut dapat ditunjukkan dalam tabel berikut:

**Tabel 2.2 Kriteria Hubungan antara Dua Peubah.**

Nilai $ r $	Kriteria Hubungan
$r = 0$	Tidak ada korelasi
$0 < r \leq 0,5$	Korelasi lemah
$0.5 < r \leq 0,8$	Korelasi sedang
$0.8 < r < 1$	Korelasi kuat
$r = 1$	Korelasi sempurna

Menurut Montgomery & Peck (1991), *Variance Inflation Factor* (VIF) merupakan elemen diagonal utama dari invers matriks korelasi dan persamaannya dapat ditulis sebagai berikut:

$$VIF_{ij} = \frac{1}{(1 - R_{ij}^2)}$$

dengan  $R_{ij}^2$  adalah koefisien determinasi dari peubah bebas  $X_{ij}$  jika diregresikan terhadap peubah bebas yang lain.  $R_{ij}^2$  bernilai kecil jika peubah bebas  $X_{ij}$  tidak berkorelasi dengan peubah bebas yang lain sehingga  $VIF_{ij}$  bernilai mendekati satu, dan  $R_{ij}^2$  bernilai mendekati satu jika peubah bebas  $X_{ij}$  berkorelasi dengan peubah bebas yang lain sehingga  $VIF_{ij}$  bernilai besar. Jika dari beberapa nilai  $VIF_{ij}$  bernilai lebih dari 10 maka adanya multikolinieritas tidak dapat diabaikan.

## 2.8 Analisis Komponen Utama

Multikolinieritas dalam analisis regresi dapat diatasi dengan beberapa cara yaitu dengan metode regresi terbaik, penambahan data baru, penerapan analisis multivariat seperti analisis komponen utama, dan yang paling mudah adalah dengan membuang peubah-peubah yang diketahui penyebab multikolinieritas. Dalam penelitian ini akan digunakan analisis komponen utama, karena dengan analisis komponen utama peubah-peubah bebas akan saling ortogonal sehingga tidak ada lagi masalah multikolinieritas.

Analisis komponen utama berusaha mereduksi  $K$  peubah pengamatan menjadi  $M$  peubah baru yang saling ortogonal, masing-masing  $M$  peubah baru tersebut merupakan kombinasi linier dari  $K$  peubah lama (Mattjik, dkk, 2002). Pemilihan  $M$  peubah baru ini sedemikian rupa sehingga keragaman yang dimiliki oleh  $K$  peubah lama sebagian besar dapat diterangkan oleh  $M$  peubah baru, dan  $M$  peubah baru ini kemudian diregresikan dengan peubah tak bebas  $Y$  atau dapat disebut dengan regresi komponen utama.

Tahap-tahap yang dilakukan dalam analisis komponen utama ini dimulai dari prosedur seleksi akar eigen, Jika  $K$  peubah bebas tidak menghadapi masalah perbedaan dalam skala pengukuran maka akar eigen diperoleh dari suatu persamaan  $|\sum - \lambda \mathbf{I}| = 0$  dengan  $\sum$  adalah matriks peragam atau matriks varian-covarian. Matriks peragam dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} X_{11} - \bar{X}_1 & \dots & X_{1k} - \bar{X}_1 \\ \vdots & \dots & \vdots \\ X_{k1} - \bar{X}_k & \dots & X_{kn} - \bar{X}_k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X_{11} - \bar{X}_1 & \dots & X_{1k} - \bar{X}_1 \\ \vdots & \dots & \vdots \\ X_{k1} - \bar{X}_k & \dots & X_{kn} - \bar{X}_k \end{bmatrix}$$

Jika  $K$  peubah bebas menghadapi masalah perbedaan dalam skala pengukuran maka akar eigen diperoleh dari suatu persamaan  $|\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I}| = 0$ , dengan

$\mathbf{R} = \frac{1}{n-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{Z}$  dan  $\mathbf{Z}$  adalah matriks  $\mathbf{X}$  yang dibakukan dengan persamaan.

$$Z_{ji} = \frac{(X_{ji} - \bar{X}_j)}{S_j} \quad \dots(2.16)$$



dengan

$Z$  = peubah baku

$X$  = peubah bebas

$\bar{X}$  = nilai rata-rata peubah bebas

$S$  = simpangan baku peubah bebas  $X$

$i = 1, 2, \dots, n$

$j = 1, 2, \dots, k$ .

Jika akar eigen  $\lambda$  diurut dari nilai terbesar sampai nilai terkecil, maka pengaruh komponen utama  $W_i$  berpadanan dengan mengurut  $\lambda_i$ . Ini berarti komponen-komponen tersebut menerangkan proporsi keragaman terhadap peubah  $W_i$  yang semakin lama semakin kecil. Menurut Gaspersz (1992), dengan menggunakan kriteria Kaiser dipilih komponen utama dengan akar eigen yang lebih besar dari satu. Vektor eigen  $V_i$  diperoleh dari setiap akar eigen  $\lambda_i$  yang memenuhi suatu persamaan:

$$(\sum - \lambda) V_i = 0 \text{ atau } (R - \lambda_i I) V_i = 0$$

dengan

$$V_i = (V_{1i}, V_{2i}, \dots, V_{ki}) \text{ dan } V_i^T V_i = 0. \quad \dots(2.17)$$

Dari persamaan (2.16) dan persamaan (2.17) komponen utama  $W_i$  dapat dirumuskan:

$$W_i = V_{1i}Z_1 + V_{2i}Z_2 + \dots + V_{ki}Z_k. \quad \dots(2.18)$$

Dengan demikian  $W_1, W_2, W_3, \dots, W_m$  sebagai banyaknya komponen utama yang dilibatkan dalam analisis regresi dan komponen-komponen utama ini saling ortogonal sesamanya.

Tahap selanjutnya adalah meregresikan komponen utama  $W_1, W_2, W_3, \dots, W_m$  dengan peubah tak bebas  $Y$ , maka model regresi komponen utama dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$Y_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 W_1 + \hat{a}_2 W_2 + \dots + \hat{a}_m W_m + \varepsilon_i. \quad \dots(2.19)$$

Model persamaan regresi (2.19) identik dengan model persamaan regresi (2.1), dan dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$Y = \hat{a}W + \varepsilon. \quad \dots(2.20)$$

Persamaan (2.20) identik dengan persamaan (2.3) maka taksiran parameternya adalah:

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{Y} \quad \text{dan} \quad \text{var}(\hat{\mathbf{a}}) = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \boldsymbol{\sigma}^2. \quad \dots(2.21)$$

Persamaan regresi komponen utama (2.19) dengan peubah bebas  $W_i$  dapat ditransformasikan ke peubah baku  $Z$  sebagai berikut:

$$Y = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 Z_1 + \hat{b}_2 Z_2 + \dots + \hat{b}_k Z_k. \quad \dots(2.22)$$

Untuk menghitung nilai  $\hat{b}$  substitusikan persamaan (2.18) ke persamaan (2.19)

$$\begin{aligned} Y &= \hat{a}_0 + \hat{a}_1(V_{11}Z_1 + V_{21}Z_2 + \dots + V_{k1}Z_k) + \hat{a}_2(V_{12}Z_1 + V_{22}Z_2 + \dots + V_{k2}Z_k) \\ &\quad + \dots + \hat{a}_m(V_{1m}Z_1 + V_{2m}Z_2 + \dots + V_{km}Z_k) \\ &= \hat{a}_0 + (\hat{a}_1V_{11} + \hat{a}_2V_{12} + \dots + \hat{a}_mV_{1m})Z_1 + (\hat{a}_1V_{21} + \hat{a}_2V_{22} + \dots + \hat{a}_mV_{2m})Z_2 \\ &\quad + \dots + (\hat{a}_1V_{k1} + \hat{a}_2V_{k2} + \dots + \hat{a}_mV_{km})Z_k, \end{aligned}$$

diperoleh:

$$\hat{b}_0 = \hat{a}_0$$

$$\hat{b}_1 = \hat{a}_1V_{11} + \hat{a}_2V_{12} + \dots + \hat{a}_mV_{1m}$$

$$\hat{b}_2 = \hat{a}_2V_{21} + \hat{a}_2V_{22} + \dots + \hat{a}_mV_{2m}$$

.....

$$\hat{b}_k = \hat{a}_1V_{k1} + \hat{a}_2V_{k2} + \dots + \hat{a}_mV_{km}$$

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{b}) &= \text{var}(\hat{a}_1V_{i1} + \hat{a}_2V_{i2} + \dots + \hat{a}_mV_{im}) \\ &= V_{i1}^2 \text{var}(\hat{a}_1) + V_{i2}^2 \text{var}(\hat{a}_2) + \dots + V_{im}^2 \text{var}(\hat{a}_m) \end{aligned} \quad \dots(2.23)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, k.$$

Untuk membandingkan hasil taksiran koefisien regresi yang menggunakan analisis komponen utama dengan koefisien regresi yang menggunakan metode kuadrat terkecil secara langsung, persamaan model regresi dengan peubah baku  $Z$  (2.22) ditransformasi ke peubah asal  $X$ :

$$Y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \dots + \hat{\beta}_k X_k. \quad \dots(2.24)$$

Untuk menghitung nilai  $\hat{\beta}_i$  substitusikan persamaan (2.16) ke persamaan (2.22)

$$Y = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 \left( \frac{X_1 - \bar{X}_1}{S_1} \right) + \hat{b}_2 \left( \frac{X_2 - \bar{X}_2}{S_2} \right) + \dots + \hat{b}_k \left( \frac{X_k - \bar{X}_k}{S_k} \right)$$

$$Y = \hat{b}_0 - \left( \hat{b}_1 \frac{\bar{X}_1}{S_1} + \hat{b}_2 \frac{\bar{X}_2}{S_2} + \dots + \hat{b}_k \frac{\bar{X}_k}{S_k} \right) + \frac{\hat{b}_1}{S_1} X_1 + \frac{\hat{b}_2}{S_2} X_2 + \dots + \frac{\hat{b}_k}{S_k} X_k,$$

diperoleh:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_0 &= \hat{b}_0 - \left( \hat{b}_1 \frac{\bar{X}_1}{S_1} + \hat{b}_2 \frac{\bar{X}_2}{S_2} + \dots + \hat{b}_k \frac{\bar{X}_k}{S_k} \right) \\ \hat{\beta}_1 &= \frac{\hat{b}_1}{S_1} \\ \hat{\beta}_2 &= \frac{\hat{b}_2}{S_2} \\ &\dots\dots\dots \\ \hat{\beta}_k &= \frac{\hat{b}_k}{S_k} \end{aligned} \quad \dots(2.25)$$

$var(\hat{\beta}_i)$  sama dengan  $var(\hat{b}_i)$  pada persamaan (2.23).

Pengujian hipotesis terhadap koefisien regresi parsial komponen utama pada persamaan (2.21) baik secara keseluruhan atau individual digunakan rumus seperti dalam sub bab 2.5.

## BAB III METODOLOGI



### 3.1 Sumber Data

Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini ada dua, yaitu data simulasi dan data riil.

#### 3.1.1 Data simulasi

Data simulasi dibangkitkan melalui komputer menggunakan program statistika S-plus versi 4.5 dengan peubah tak bebas  $Y$  dan peubah bebas  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$ . Data simulasi diasumsikan berdistribusi normal dan terjadi multikolinieritas pada peubah bebas. Prosedur simulasi :

1. menentukan nilai parameter  $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k)$ ;
2. membangkitkan peubah bebas  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$  yang berkorelasi;  
Untuk membangkitkan data ini  $X_3 = \alpha X_2 + \delta$ , dalam penelitian ini jenis peubah bebas yang dibangkitkan ada tiga:
  - a. membangkitkan peubah bebas yang memiliki hubungan diantara dua peubah yang sempurna. Untuk membangkitkan data ini  $\delta = 0$ ;
  - b. membangkitkan peubah bebas yang memiliki hubungan diantara dua peubah yang kuat. Untuk membangkitkan data ini  $\delta \sim N(0, 0.4)$ ;
  - c. membangkitkan peubah bebas yang memiliki hubungan diantara dua peubah yang sedang. Untuk membangkitkan data ini  $\delta \sim N(0, 3.3)$ .
3. menentukan nilai mean:

$$\mu = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki};$$

4. membangkitkan peubah tak bebas  $Y$ :

$$Y = \text{norm} (n, \mu, \sigma^2).$$

### 3.1.2 Data Riil

Untuk data riil dalam penelitian ini diambil dari skripsi Tinuk Fitriani yang berjudul "Faktor-Faktor Sosial Ekonomi Terhadap Pendapatan Petani Pisang Kuba" Fakultas Pertanian Jurusan Sosial Ekonomi Pertanian. Penelitian ini dilakukan di kecamatan Ajung Kabupaten Jember.

Adapun peubah yang digunakan dalam analisis adalah:

- peubah tak bebas ( $Y$ ):  
pendapatan;
- peubah bebas ( $X$ ):  
 $X_1$  = umur  
 $X_2$  = pendidikan formal  
 $X_3$  = jumlah anggota keluarga  
 $X_4$  = luas lahan  
 $X_5$  = biaya produksi  
 $X_6$  = produksi  
 $X_7$  = harga jual.

### 3.2 Analisis Data Simulasi

Untuk mengolah data simulasi digunakan program SPSS versi 10.00, sedangkan untuk mencari vektor eigen digunakan program S-plus versi 4.5. Adapun langkah-langkah yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. menganalisis semua data dengan metode kuadrat terkecil, pendeteksian multikolinieritas dengan memeriksa matriks korelasi dan menghitung besarnya multikolinieritas dengan *Variance Inflation Factor* (VIF).
2. penerapan metode analisis komponen utama.
  - menentukan peubah  $Z$  hasil pembakuan dari peubah  $X$ ;
  - menentukan nilai akar eigen dengan persamaan :

$$|\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I}| = 0;$$

- menentukan nilai vektor eigen dengan persamaan:

$$(\mathbf{R} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{V}_i = 0;$$

- menentukan komponen utama  $W_i$  melalui kombinasi linier antara vektor eigen dan peubah baku  $Z$ :

$$W_i = V_{1i}Z_1 + V_{2i}Z_2 + \dots + V_{ki}Z_k;$$

- meregresikan  $W_i$  terpilih berdasarkan keragamannya dengan peubah tak bebas  $Y$  sehingga didapat persamaan model regresi komponen utama:

$$Y_i = \hat{a}_0 + \hat{a}_1W_1 + \hat{a}_2W_2 + \dots + \hat{a}_mW_m + \varepsilon_i;$$

- menentukan nilai koefisien regresi ( $\hat{a}$ );
- menentukan  $JKG$ ,  $JKT$ ,  $JKR$  serta  $R^2$ ;
- menguji koefisien regresi ( $\hat{a}$ ) baik secara keseluruhan atau individual dengan menggunakan rumus seperti dalam sub bab 2.5 ;
- mentransformasi persamaan regresi dengan peubah bebas  $W_i$  ke peubah baku  $Z$ ;
- mentransformasi persamaan regresi dengan peubah baku  $Z$  ke peubah bebas  $X$ .

### 3.3 Perbandingan Nilai Koefisien Regresi pada Data Simulasi

Membandingkan nilai taksiran koefisien regresi ( $\hat{\beta}$ ) yang mengabaikan multikolinieritas pada persamaan (2.1) dengan koefisien regresi ( $\hat{\beta}$ ) yang menggunakan analisis komponen utama pada persamaan (2.25).

### 3.4 Analisis Data Riil

Untuk mengolah data riil digunakan program SPSS versi 10.00 dan untuk mencari vektor eigen digunakan program S-plus versi 4.5. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam analisa data riil sama seperti dalam sub bab 3.2.



## BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

1. Multikolinieritas dapat dideteksi dengan memeriksa matriks korelasi, multikolinieritas terjadi pada data yang memiliki kriteria hubungan sempurna dan kuat ( $0.8 < r \leq 1$ ). Untuk mengukur besarnya multikolinieritas dapat digunakan *Variance Inflation Factor* (VIF), multikolinieritas tidak dapat diabaikan jika nilai VIF lebih besar dari 10.
2. Analisis komponen utama merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk menghilangkan multikolinieritas. Cara menganalisis data dengan analisis komponen utama adalah dengan membuat peubah-peubah baru yang saling ortogonal.
3. Hasil simulasi menunjukkan bahwa, jika koefisien regresi dikembalikan pada peubah asal maka penerapan metode analisis komponen utama pada analisis regresi menghasilkan taksiran koefisien regresi yang biasanya lebih besar daripada taksiran koefisien regresi yang menggunakan metode kuadrat terkecil secara langsung.

### 5.2 Saran

Dari hasil penelitian ini, diharapkan ada yang akan melanjutkan untuk meneliti dengan menggunakan metode lain sehingga hasilnya dapat dibandingkan.