

# ALGORITMA ITERATIF PADA REKONSTRUKSI CITRA TOMOGRAFI KAPASITANSI

## SKRIPSI



Mark UPT Perpustakaan  
UNIVERSITAS JEMBER



Diajukan Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh  
Gelar Sarjana Sains pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Jember

Asal	Hadiah	Klass
	Pembelian	511.8
Terima	: Tgl. 3 MAR 2003	DEW
No. Induk		a
		(...)

Oleh

*Vivi Tramaya Dewi*

NIM. 971810201042

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2003

## MOTTO

Sayangilah apa yang telah menjadi milik mu agar tidak menyesal saat kamu mulai kehilangan karena itu satu dari sekian banyak anugrah **Ilahi**.

Hidup merupakan perjuangan panjang (Kahlil Gibran).

Orang-orang yang mulia dan hebat tidak pernah memandang suatu masalah sebagai hambatan. Sebaliknya mereka memandang masalah sebagai tantangan yang harus dijawab dengan kesungguhan.

Kesuksesan sejati adalah ketika hidup seseorang benar-benar sesuai dengan nilai-nilai kebenaran Islam, bukan dengan standart duniawi yang setiap orang punya ukuran yang berbeda.

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan kepada :

- 1) Ayahanda **Kusnan** atas segala untaian do'a, bimbingan, motivasi dan segalanya yang tak dapat terungkap dengan kata-kata;
- 2) Ibunda **Istimaroh** yang selalu mencurahkan waktu, tenaga, do'a dan kasih sayangnya demi keberhasilan penulis dalam menyelesaikan studi;
- 3) Yang terhormat **Agung Tjahjo Nugroho, SSi, MPhil** dan **Sutisna, MSi** yang senantiasa memberikan bimbingan dan arahan demi terselesainya Tugas Akhir ini;
- 4) **Hadi Santoso** yang senantiasa memberikan semangat, dorongan dan kemudahan-kemudahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini;
- 5) Adik-adikku : **Yeni Triwahyu Agustin, Farida Kuswandari** dan **Vinda Fidyiantika Maulidya** yang banyak membangkitkan semangat demi terselesainya penulisan skripsi ini.

Almamaterku yang ku banggakan, khususnya Jurusan Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

## DEKLARASI

Skripsi ini berisi hasil kerja/penelitian mulai bulan September 2001 sampai dengan Januari 2003 di Laboratorium Fisika Komputasi FMIPA UNEJ. Bersama ini saya menyatakan bahwa isi skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya kecuali jika disebutkan sumbernya dan skripsi ini belum pernah diajukan pada instansi lain.

Jember, Januari 2003

Vivi Iramaya Dewi

## ABSTRAK

**Algoritma Iteratif Pada Rekonstruksi Citra Tomografi Kapasitansi.** Vivi Iramaya Dewi, 981810201042, Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Sistem tomografi adalah suatu metode penggambaran penampang lintang obyek. Citra obyek dibangun dari data proyeksi yang terukur dengan menggunakan algoritma perekonstruksi citra. Data proyeksi diperoleh dengan cara menyinari obyek dengan gelombang elektromagnetik misalnya menggunakan sinar-x dan sinar- $\gamma$ . Pada penelitian ini obyek diapit oleh plat-plat kapasitor. Selanjutnya data yang diperoleh diolah menggunakan metode perekonstruksi citra yaitu SIRT dan Gauss-Seidel. Kedua metode tersebut telah diaplikasikan pada beberapa permasalahan, akan tetapi belum ada studi tentang sensitifitas algoritma terhadap kontras obyek dan pengaruh *noise*, sehingga perlu diadakan penelitian lebih lanjut. Adapun tujuan penelitian diantaranya untuk mengetahui algoritma mana (SIRT dan Gauss-Seidel) yang lebih tangguh untuk menghasilkan rekonstruksi yang cepat dan akurat. Selain itu untuk mengetahui pengaruh kontras obyek dan *noise* terhadap kualitas citra yang tergambarkan. Penelitian ini dilakukan dengan metode simulasi data pengamatan. Obyek yang disimulasi berbentuk bujur sangkar yang dicacah dalam  $m \times n$  sel. Dimana distribusi atenuasi ditentukan dan dibuat bervariasi. Untuk membedakannya, atenuasi dibuat secara homogen (obyek homogen) dan tak homogen (obyek tak homogen). Data yang dihasilkan direkonstruksi menggunakan algoritma SIRT dan Gauss-Seidel. Hasil rekonstruksi dimonitor dengan melihat *error*. Kontras obyek pada hasil pencitraan diperlihatkan dengan cara memvariasikan atenuasi. Akan tetapi, pemberian atenuasi yang berbeda tidak mempengaruhi hasil pencitraan. Dari sini memperlihatkan bahwa kontras obyek tidak mempengaruhi citra yang dihasilkan. Kestabilan proses iterasi diuji dengan menambahkan *noise* pada penjumlahan sinar yang diukur. Dari hasil penelitian didapat bahwa citra hasil rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel apabila dibandingkan untuk data tanpa *noise* dan data dengan *noise* dengan *signal-to-noise* yang telah ditentukan, terlihat bahwa SIRT secara umum mampu menghasilkan citra yang lebih bagus, tetapi lebih sensitif terhadap gangguan *noise*. Sedangkan citra yang dihasilkan Gauss-Seidel tampak lebih jelek namun lebih tahan terhadap *noise* dibandingkan SIRT.

Kata kunci : Pencitraan, Rekonstruksi, *Noise*, *Error*, *Signal-to-noise*, *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*.

## HALAMAN PENGESAHAN

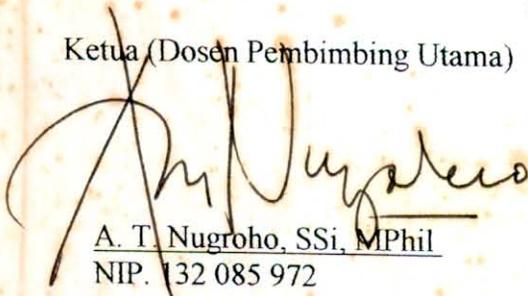
Telah dipertahankan didepan Tim Penguji dan diterima olah Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Pada hari : RABU  
Tanggal : 26 FEB 2003  
Tempat : Ruang Sidang Jurusan Fisika

### Tim Penguji

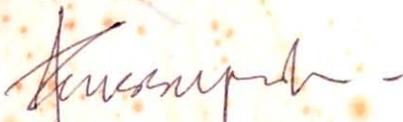
Ketua (Dosen Pembimbing Utama)

Sekretaris (Dosen Pembimbing Anggota)

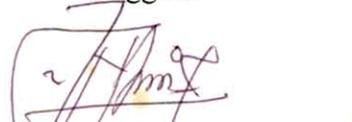
  
A. T. Nugroho, SSi, MPhil  
NIP. 132 085 972

  
Sutisna, MSi  
NIP. 132 257 929

Anggota

  
Agus Suprianto, SSi, MT  
NIP. 132 162 507

Anggota

  
Dra. Nanik Yulianti, MSi  
NIP. 132 162 508

Mengetahui  
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

  
  
H. Sumadi, MS  
NIP. 130 368 784

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat, taufik dan hidayahNya, sehingga skripsi yang berjudul Algoritma Iteratif pada Rekonstruksi Citra Tomografi Kapasitansi dapat terselesaikan.

Penulisan skripsi ini guna memenuhi tugas akademis FMIPA UNEJ, untuk memperoleh gelar kesarjanaan. Berbagai kendala dalam penyusunan skripsi tidak dapat dihindari. Kendala tersebut dapat diatasi berkat adanya bantuan dan dorongan dari semua pihak. Banyaknya pengarahan, bimbingan dan saran serta do'a sangat membantu sampai akhir penulisan. Dengan terwujudnya skripsi ini, tidak berlebihan jika penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

- 1) **Agung Tjahjo Nugroho, SSi, MPhil** sebagai Dosen Pembimbing Utama (DPU) dan **Sutisna, MSi** sebagai Dosen Pembimbing Anggota (DPA) yang penuh kesabaran membimbing penulis dari awal sampai terbentuknya skripsi;
- 2) Ayahanda dan Ibunda terhormat, tercinta dan terkasih : **Kusnan dan Istimaroh**;
- 3) **Hadi Santoso** yang banyak memberikan dukungan dan bantuan untuk meringankan penyelesaian skripsi ini;
- 4) Ketiga adikku **Yeni, Farida dan Vinda** yang selalu memberi semangat dan dukungan dalam penyelesaian skripsi ini;
- 5) **Tim Rental 33.Com** yang banyak memberikan kemudahan fasilitas guna kelancaran penyelesaian skripsi;
- 6) Teman-temanku : **Titik, Erni, Yuni, Febi, Defi, Bayu, Benny, Pa'i, Wawan dan Dian** atas segala dukungan dan motivasinya;
- 7) Semua pihak yang turut memberikan dukungan, baik moril maupun materi dalam penyusunan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Semoga semua pihak yang telah membantu penyelesaian skripsi ini mendapatkan yang sepadan dari Allah SWT. Amin. Penulis masih banyak kekurangan dalam menyusun skripsi ini, kritik dan saran dari pembaca sangat penulis harapkan.

Jember, Januari 2003

Vivi Iramaya Dewi

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>Halaman Judul</b>	
<b>Halaman Motto</b> .....	i
<b>Halaman Persembahan</b> .....	ii
<b>Halaman Deklarasi</b> .....	iii
<b>Halaman Abstrak</b> .....	iv
<b>Halaman Pengesahan</b> .....	v
<b>Kata Pengantar</b> .....	vi
<b>Daftar Isi</b> .....	vii
<b>Daftar Tabel</b> .....	ix
<b>Daftar Gambar</b> .....	x
<b>Daftar Lampiran</b> .....	xii
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Permasalahan .....	5
1.3 Tujuan .....	5
1.4 Manfaat .....	6
1.5 Organisasi Penulisan .....	6
<b>BAB II TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	8
2.1 Tomografi .....	9
2.2 Proyeksi obyek .....	10
2.3 Algebraic Reconstruction Technique (ART) .....	11
2.4 Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT) ...	20
2.5 Gauss-Seidel .....	21
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b> .....	24
3.1 Waktu dan Tempat Pelaksanaan .....	24
3.2 Metode Penelitian .....	24
3.2.1 Obyek yang Diteliti .....	24

3.2.2	Konfigurasi Antena .....	25
3.2.3	Metode Simulasi Data Pengukuran .....	26
3.2.4	Metode Rekonstruksi Citra .....	27
3.2.5	Metode Analisis Citra .....	28
<b>BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN .....</b>		<b>29</b>
4.1	Implementasi Penelitian .....	29
4.1.1	Obyek yang Disimulasi .....	29
4.1.2	Metode Mensimulasi Data .....	30
4.1.3	Cara Merekonstruksi Citra Tomografi .....	31
4.1.4	Metode Penguji Algoritma .....	36
4.2	Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel .....	37
4.1.1	Obyek Homogen .....	37
4.1.2	Obyek Tak Homogen .....	45
<b>BAB V KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>		<b>55</b>
5.1	Kesimpulan .....	55
5.2	Saran .....	55
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>		<b>56</b>

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Kualitas citra yang dihasilkan .....	53

## DAFTAR GAMBAR

Gambar	Halaman
2.1 Susunan perangkat pengukuran .....	9
2.2 Prinsip kerja rekonstruksi dalam tomografi .....	10
2.3 Gambaran proyeksi benda ( $g(y)$ ) pada arah $x$ , saat $\theta = 0$ .....	10
2.4 Metode aljabar pada cacahan persegi empat (square grid) dilapisi pencitraan yang tidak diketahui .....	12
2.5 Metode Kaczmarz pada penyelesaian persamaan aljabar untuk dua kasus yang tidak diketahui .....	14
2.6 <i>Hyperplane</i> ( $\vec{w}_i \cdot \vec{f} = g(y_i)$ ) yang dihadirkan oleh sebuah garis dalam gambar dua dimensi .....	15
2.7 Sistem ART .....	17
2.8 Matrik proyeksi pengukuran dan gabungan proyeksi-proyeksi pengukuran .....	18
3.1 Penampang lintang pipa .....	24
3.2 Konfigurasi antena .....	25
3.3 Gambaran proyeksi benda pada arah $x$ saat $\theta = 0$ .....	26
3.4 Cacahan data proyeksi 100 piksel .....	26
4.1 Metode cacahan data proyeksi 100 piksel .....	29
4.2 Proyeksi benda pada arah $x$ saat $\theta = 0$ .....	31
4.3 Hasil rekonstruksi data proyeksi objek homogen pada $f=3$ dengan menggunakan metode SIRT pada iterasi 10 .....	38
4.4 Hasil rekonstruksi data proyeksi objek homogen pada $f=3$ dengan menggunakan metode Gauss-Seidel pada iterasi 10 .....	38
4.5 Hasil rekonstruksi data proyeksi objek homogen pada $f=5$ dengan menggunakan metode SIRT pada iterasi 10 .....	39
4.6 Hasil rekonstruksi data proyeksi objek homogen pada $f=5$ dengan menggunakan metode Gauss-Seidel pada iterasi 10 .....	39

4.7	Error data proyeksi ( <i>errs</i> ) dan error citra ( <i>errq</i> ) hasil rekonstruksi SIRT pada $f=3$ .....	43
4.8	Error citra ( <i>errq</i> ) pada rekonstruksi Gauss-Seidel $f=3$ .....	43
4.9	Error data proyeksi ( <i>errs</i> ) dan error citra ( <i>errq</i> ) hasil rekonstruksi SIRT pada $f=5$ .....	44
4.10	Error citra ( <i>errq</i> ) pada rekonstruksi Gauss-Seidel $f=5$ .....	44
4.11	Hasil rekonstruksi data proyeksi objek tak homogen pada 50% $f_1=2$ , $f_2=5$ menggunakan SIRT pada iterasi 10 .....	46
4.12	Hasil rekonstruksi data proyeksi objek tak homogen pada 50% $f_1=2$ , $f_2=5$ menggunakan Gauss-Seidel pada iterasi 10 .....	46
4.13	Hasil rekonstruksi data proyeksi objek tak homogen pada 25% $f_1=2$ , 75% $f_2=5$ menggunakan SIRT pada iterasi 10 .....	47
4.14	Hasil rekonstruksi data proyeksi objek tak homogen pada 25% $f_1=2$ , 75% $f_2=5$ menggunakan Gauss-Seidel pada iterasi 10 .....	47
4.15	Error data proyeksi ( <i>errs</i> ) dan error citra ( <i>errq</i> ) hasil rekonstruksi SIRT pada 50% $f_1=2$ , $f_2=5$ .....	50
4.16	Error citra rekonstruksi Gauss Seidel pada 50% $f_1=2$ , $f_2=5$ .....	50
4.17	Error data proyeksi ( <i>errs</i> ) dan error citra ( <i>errq</i> ) hasil rekonstruksi SIRT pada 25% $f_1=2$ , 75% $f_2=5$ .....	51
4.18	Error citra rekonstruksi Gauss Seidel pada 25% $f_1=2$ , 75% $f_2=5$ ..	51

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1. Pemrograman matlab .....	58
Lampiran 2. Kualitas citra yang dihasilkan SIRT, Gauss-Seidel, SIRT dengan <i>noise</i> , dan Gauss-Seidel dengan <i>noise</i> .....	67
Lampiran 3. Surat keterangan penelitian .....	73

# BAB I PENDAHULUAN



## 1.1 Latar Belakang

Akhir-akhir ini perkembangan sistem pencitraan dengan tomografi mendapat perhatian yang sangat besar. Tomografi sebagai teknologi baru mampu menggambarkan obyek secara cepat dan mudah. Selain mudah juga dapat memberikan informasi lengkap dalam menggambarkan keadaan benda. Kelengkapan informasi didapat dengan semakin banyaknya informasi yang tergambar dalam kondisi psikologis obyek. Baik struktur internal maupun eksternalnya seperti suhu, kandungan air, dan lain-lain. Teknik ini banyak dikembangkan pada bidang industri maupun medis. Pada bidang industri, tomografi dapat menganalisa struktur tampang lintang pipa, tegangan permukaan, dan sebagainya. Aplikasi bidang medis misalnya pada *CT Scanner*.

Teknologi tomografi melibatkan pengukuran sinyal pada sensor yang ditempatkan pada tepi obyek. Sumber sinyal dapat berasal dari antena disekeliling obyek seperti dalam *CT Scanner*, sumber gelombang yang dimasukkan ke dalam obyek seperti Emisi Tomograf, atau gelombang dari gejala acak seperti gempa bumi. Data terukur selanjutnya direkonstruksi sesuai dengan kebutuhan. Metode tomografi dapat menggambarkan bentuk internal obyek tanpa harus memasukkan alat (sensor) ke dalam obyek yang diamati (Williams, 1994). Obyek tersebut digambarkan melalui data hasil pencitraan, yang diperoleh melalui penyinaran obyek pada posisi yang berbeda. Penyinaran dilakukan dengan menggunakan sensor yang kemudian ditangkap oleh antena.

Pencitraan diperoleh melalui penyinaran dengan menggunakan sinar-x, sinar- $\gamma$ , perubahan impedansi maupun medan magnetik. Namun penggunaan sinar-x sangat berbahaya terhadap obyek pengamatan. Perkembangan tomografi yang pesat, telah sampai pada pengembangan *Electrical Capacitance Tomography* (ECT), yang merupakan suatu pencitraan dengan menggunakan plat elektrik sebagai sensor. Sensor tersebut ditempatkan pada tepi obyek pengamatan sehingga perubahan dapat diketahui melalui plat-plat kapasitor. Penggunaan sinar-

$\gamma$ , perubahan impedansi maupun medan magnetik agak sulit untuk diaplikasikan, karena banyaknya faktor yang harus ditinjau, misalnya pembelokan medan, efek difraksi, dan sebagainya. Oleh karena itu, penulis akan menggunakan plat kapasitor untuk menggambarkan citra obyek, karena citra obyek yang terbentuk lebih mudah dan sederhana, rangkaian yang dibuat cukup sederhana, dan juga tidak berbahaya terhadap obyek yang diamati. Disamping itu, dengan kapasitor keakuratan hasil pencitraan serta kelinieran perilaku rekonstruksi citra mudah diperoleh. Kemudahan dalam perolehan data sangat penting.

Pada *Electrical Capacitance Tomography*, data pencitraan diperoleh melalui perubahan nilai kapasitansi yang terukur. Selanjutnya melalui rekonstruksi yang merupakan cara pengolahan data untuk mendapatkan citra, kita akan dapatkan hasil citra. Rekonstruksi data diolah melalui metode-metode perekonstruksi, sebuah teknik rekonstruksi aljabar diperkenalkan Gordon, Bender dan Herman yang dikenal sebagai *Algebraic Reconstruction Techniques (ART)*. Teknik ini diterapkan untuk rekonstruksi 3 dimensi pada proyeksi mikroskop elektron dan radiologi (Gordon, 1970). Sebagai pemecahan dalam tomografi, ART mempunyai dasar yang sederhana. Kerapatan masing-masing obyek merupakan kembalian daerah dimensi paling tinggi dari mana ia datang. Dengan mengulang perbaikan mampu membawa masing-masing proses ke output paling bagus, sehingga dapat menggambarkan obyek.

Berbagai prinsip digunakan untuk menggambarkan permasalahan rekonstruksi 3 dimensi (Gordon, 1974), namun banyak menimbulkan permasalahan. ART mampu memformulasikan dalam permasalahan yang bervariasi, salah satunya menentukan gambaran ruang dengan angka limit pada elemen-elemennya (Richard, 1974). Distribusi kerapatan yang tidak diketahui diperkirakan dengan nilai pada masing-masing elemen. Metode ekspansi deret juga menghasilkan solusi untuk permasalahan rekonstruksi diskrit (Macovski, 1983). Semua metode ART pada rekonstruksi pencitraan merupakan hasil iterasi. Namun algoritma ini belum mampu memberikan penyelesaian akhir, kecepatan rekonstruksi pun lamban. ART akan menghasilkan output yang baik, jika

diaplikasikan pada sebuah medan aliran dengan angka proyeksi rendah (Shaohua, 1995).

Sebagai pengembangan metode aljabar selanjutnya adalah *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique* (SIRT). Metode ini berpedoman pada prinsip *least square* dan selalu konvergen. Metode ini dapat memperbaiki kualitas citra, namun kurang intensif pada pengukuran data error, terutama saat terdapat *noise*. Pengukuran data error merupakan penyimpangan data yang jauh yang terdapat pada titik tertentu. SIRT hanya dapat digunakan untuk rekonstruksi pencitraan kualitas tinggi dari data-data tak akurat yang banyak mengandung *noise*. Dengan kelebihan ini, SIRT merupakan sebuah algoritma yang baik untuk rekonstruksi ECT. Timbulnya efek *smoothing* (Bangliang, 1999) yaitu efek pengkaburan pada rekonstruksi citra dan kecepatan rekonstruksi yang lamban mengganggu proses pencitraan. Dari kelemahan ini perlu dicarikan solusi sebagai penyelesaian dari permasalahan yang ada. Yang menjadi permasalahan sekarang adalah mencari solusi terbaik untuk memecahkan permasalahan algoritma pada proses ECT yang diharapkan dapat memberikan hasil rekonstruksi berkualitas tinggi.

Perkembangan ECT terakhir telah sampai pada pengukuran massa alir partikel (*solids mass flow*) dan sistem kontrol *pneumatic conveying* (Arko, 1999). Pengukuran massa alir partikel yang digabungkan dengan kombinasi plat tipis dan sebuah basis DSP multi-channel yang langsung dihubungkan silang akan mengukur data yang merupakan konsentrasi dan kecepatan perpindahan partikel dalam aliran pipa, dengan pengukuran inferential, massa alir rata-rata akan diperoleh melalui kombinasi antara konsentrasi dan kecepatan pengukuran. Kemampuan pencitraan dan ketiga parameter ini menjadikan operasional kontrol lebih baik, menghasilkan sedikit material *breakdown*, penggunaan tekanan rendah dan standar keamanan tinggi (keamanan dalam perolehan data). Namun perolehan ketiga parameter tersebut sangatlah sulit, sehingga operasional kontrol yang baik sulit untuk diperoleh, hal ini menjadikan kendala dalam rekonstruksi. Oleh karenanya, masih diperlukan metode rekonstruksi lain sebagai pemecahan yang cepat dan akurat. Dimana data hasil proyeksi dapat untuk mengukur kecepatan aliran, debit, dan lain-lain. Seperti yang dipaparkan dalam jurnal-jurnal metode

rekonstruksi SIRT sebelumnya. Selain itu, hasil rekonstruksi yang tidak mempengaruhi kelengkapan informasi yang dibawa juga harus diperhatikan.

Pembuktian dari segi pendekatan normalisasi telah dilakukan untuk sistem ECT (Yang, 1999). Disini ECT merupakan teknik visualisasi distribusi dua komponen dielektrik, yang prinsip dasarnya adalah perubahan pengukuran dalam kapasitansi dari sebuah sensor multi elektroda. Pengukuran kapasitansi dinormalisasikan dan digunakan untuk rekonstruksi pencitraan. Selanjutnya pendekatan normalisasi ini dibandingkan dengan pendekatan normalisasi konvensional. Secara konvensional, distribusi dua material adalah paralel dan normalisasi kapasitansi merupakan fungsi linier. Sebenarnya terdapat hubungan ke non linieran antara kapasitansi ternormalisasi dengan konsentrasi, yang dengan ketepatan rekonstruksi pencitraan data ternormalisasi rendah, hal ini tidak cocok untuk penyelesaian dalam pencitraan. Sebagai alternatif diperkenalkan model seri, dengan susunan dua kapasitor terseri, persamaan normalisasi menjadi lebih valid dan ketepatan pengukuran lebih akurat. Selain untuk pembuktian kualitas pencitraan tomografi, metode ini digunakan untuk mengukur konsentrasi kapasitansi. Tetapi model seri hanya tepat untuk sebuah pengidealan sensor kapasitor pelat paralel. Menyamakan kondisi seperti ini sangat sulit. Model ini lebih tepat untuk sensor ECT non paralel dan kurva elektroda. Dari kelemahan ini masih perlu adanya perbaikan rekonstruksi. Melalui SIRT, dikembangkan metode penyelesaian yang lebih cepat dan akurat (seperti yang diajukan Bangliang dalam tesisnya). Sehingga dapat memperbaiki kualitas pencitraan.

Selain metode diatas, ada metode lain yang dikembangkan, salah satunya metode Gauss-Seidel. Metode ini menerapkan terkaan-terkaan awal dan kemudian diiterasikan untuk mendapatkan taksiran-taksiran yang diperhalus. Karena setiap pendekatan hanya tergantung pada pendekatan sebelumnya. Ralat pembulatan tidak mengumpul. Selain itu metode ini tidak hanya digunakan pada persamaan linier saja. Akan tetapi, Gauss-Seidel dapat diterapkan pada persamaan tidak linier (Sardy, 1991).

Secara khas Gauss-Seidel cocok untuk sistem persamaan besar. Gauss-Seidel dapat mengatasi permasalahan pembulatan ketika menghadapi

permasalahan yang memiliki matrik besar. Akurasi metode ini dikendalikan oleh banyaknya iterasi. Namun pada situasi tertentu, teknik Gauss-Seidel akan divergen. Ketangguhan metode ini dapat dilihat ketika diberikan *noise*.

Kelengkapan memberikan informasi obyek pengamatan merupakan tujuan akhir rekonstruksi pencitraan berkualitas tinggi. Setiap metode memiliki perilaku yang khas dan unik terhadap setiap permasalahan.

Melihat begitu pentingnya rekonstruksi data pencitraan berkualitas tinggi maka dalam hal ini penulis berkeinginan untuk “mencari solusi terbaik pada rekonstruksi algoritma melalui simulasi data pencitraan”. Diharapkan hasil simulasi ini mampu memberikan kelengkapan informasi obyek yang diamati.

## 1.2 Permasalahan

Melihat begitu pentingnya hasil rekonstruksi kualitas tinggi maka perlu dilakukan rekonstruksi ulang. Mengacu pada uraian pada bagian latar belakang, timbul beberapa permasalahan antara lain :

- a. Lebih tangguh manakah antara kedua algoritma perekonstruksi yaitu SIRT dan Gauss-Seidel dalam menghasilkan rekonstruksi yang cepat dan akurat?
- b. Bagaimana pengaruh *noise* terhadap kualitas citra yang tergambar ?
- c. Adakah pengaruh kontras obyek terhadap citra yang dihasilkan ?

## 1.3 Tujuan

- a. Mengetahui algoritma mana (SIRT dan Gauss-Seidel) yang lebih tangguh untuk menghasilkan rekonstruksi yang cepat dan akurat.
- b. Mengetahui pengaruh *noise* terhadap kualitas citra yang tergambarkan.
- c. Mengetahui ada atau tidaknya pengaruh kontras obyek pada citra yang dihasilkan.

#### 1.4 Manfaat

Manfaat yang dapat dipetik dari hasil penelitian ini adalah :

- a. Dapat mengetahui pengaruh kontras dan *noise* terhadap metode SIRT dan Gauss-Seidel;
- b. Dapat mengetahui algoritma yang paling tangguh untuk menghasilkan rekonstruksi citra yang cepat dan akurat.

#### 1.5 Organisasi Penulisan

Pada pendahuluan ditinjau kembali metode SIRT dan Gauss-Seidel berdasarkan publikasi yang ada. Terlihat masih banyak kelemahan dalam pencitraan. Ditunjukkan dengan error yang makin besar, efek *smoothing*, kecepatan rekonstruksi lamban, sensitifitas kurang, tingkat *noise* tinggi dan lain-lain. Dari kelemahan ini, dikembangkan metode rekonstruksi baru yaitu SIRT sebagai pengembangan dari ART. Metode ini diharapkan mampu mengurangi atau meminimalkan kelemahan rekonstruksi dan mengatasi permasalahan dalam proses tomografi yang sering labil. Sebagai pembanding dari hasil yang telah dicapai dalam metode SIRT digunakan metode konvensional yaitu Gauss-Seidel.

Pada tinjauan pustaka memperkenalkan tomografi sebagai sebuah teknologi yang mampu memberikan informasi suatu obyek pengamatan dengan memanfaatkan gelombang elektromagnetik. Dijelaskan pula cara kerja pengambilan citra secara umum, mulai dari penyinaran sampai proses perolehan citra. Hasil dari penyinaran obyek akan didapatkan proyeksi obyek sebagai fungsi  $g(y)$ . Proyeksi obyek inilah yang kemudian direkonstruksi untuk mendapatkan citra dengan menggunakan sebuah metode sebagai pengembangan ART yaitu metode SIRT.

Sebagai pengembangan ART, maka konsep atau langkah-langkah yang digunakan dalam SIRT sama dengan metode ART. Hanya pada pengambilan iterasi dan faktor koreksinya yang berbeda. Dimana pada ART, hasil iterasi pertama digunakan pada langkah berikutnya sehingga saling

berkaitan sedangkan pada SIRT tidak. Selanjutnya hasil ini dibandingkan dengan metode Gauss-Seidel.

Proses penelitian yang akan dilakukan dijelaskan pada metodologi. Disini membahas obyek yang akan diteliti, penempatan dan pemakaian antenna pada obyek pengamatan, simulasi data yang akan digunakan pada data hasil pengamatan dan metode rekonstruksi citra yang digunakan untuk mendapatkan citra yang baik. Selanjutnya dilakukan proses pengujian citra untuk mengetahui kualitas citra yang dihasilkan. Dimana pengujian citra diketahui pada faktor koreksinya, pemberian *noise* dan melihat adanya pengaruh kontras citra terhadap obyek yang diamati.

Pada bagian hasil dan pembahasan dijelaskan pengaruh kontras obyek pada citra yang dihasilkan. Pengaruh kontras obyek diperlihatkan dengan pemberian atenuasi bervariasi. Pemberian atenuasi diberikan dengan model obyek homogen dan obyek tak homogen. Selanjutnya hasil citra tiap-tiap obyek dibandingkan untuk melihat adanya pengaruh kontras obyek. Rasio *signal-to-noise* yang diujikan pada citra diberikan pada level *noise* 30 dB dan 60 dB. Pemberian *noise* ini dilakukan untuk mengetahui kualitas citra yang dihasilkan. Adanya *noise* juga dapat memperlihatkan kecepatan rekonstruksi metode yang digunakan. Keakuratan data juga dapat diperlihatkan dengan angka *error*nya. Dari sini akan terlihat algoritma yang paling tangguh untuk menghasilkan rekonstruksi yang cepat dan akurat.

Pada bagian kesimpulan dijelaskan bahwa adanya kontras obyek tidak mempengaruhi citra yang dihasilkan, baik pada SIRT dan Gauss-Seidel. Sedangkan adanya *noise* sangat berpengaruh terhadap kualitas citra SIRT. Akan tetapi, citra Gauss-Seidel lebih tahan terhadap *noise* sehingga kualitas citra Gauss-Seidel saat diberi *noise* lebih bagus dari pada kualitas SIRT. Dari sini dapat disimpulkan metode algoritma mana yang paling tangguh dalam merekonstruksi citra yang cepat dan akurat.

## BAĒ II TINJAUAN PUSTAKA



Sebagian besar sejarah ilmu pengetahuan alam merupakan catatan tentang usaha-usaha manusia secara kontinu untuk merumuskan konsep-konsep yang dapat menguraikan gejala alam ke dalam istilah/perumusan matematika. Perumusan matematika tersebut dapat dikembangkan sebagai suatu penyelesaian sehingga lahirlah konsep baru. Konsep inilah yang mendasari perkembangan selanjutnya, baik untuk mendapatkan angka ketelitian lebih tinggi maupun perkembangan ke arah obyek penelitian lain. Misalnya, mengetahui struktur penampang lintang obyek.

Untuk mengetahui struktur penampang lintang obyek dapat diselesaikan melalui penerapan ilmu tomografi yaitu suatu metode pencitraan obyek tanpa merusak obyek yang diamati. Tomografi telah banyak dikembangkan sebagai sebuah teknologi baru. Teknologi ini didasarkan pada informasi dari sebuah obyek, baik mengenai kondisi internal maupun eksternalnya.

Tidak ada satu pun model yang tepat dan pasti dalam menggambarkan suatu obyek. Dalam suatu model, aproksimasi selalu diperlukan untuk lebih meningkatkan ketelitian yang bisa mencapai angka sepuluh desimal atau lebih. Ketelitian yang diharapkan tergantung pada tujuan dan kegunaan pokok untuk apa model tersebut diciptakan. Yang pada hakekatnya diharapkan suatu model yang dapat memenuhi hanya satu tujuan, yaitu pendugaan secara kualitatif sifat dan perangai variabel.

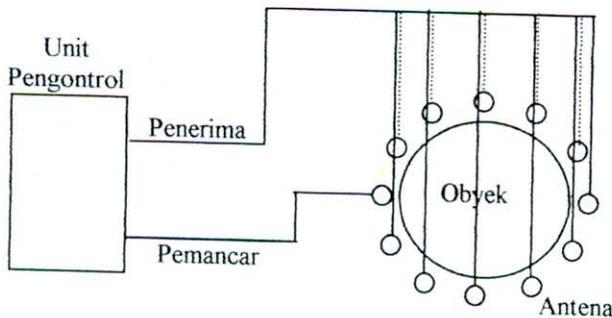
Untuk mencapai tujuan ini, aplikasi model-model linier cukup menguntungkan. Banyak metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan rekonstruksi sehingga model ini seringkali dimanfaatkan untuk menyatakan kondisi suatu obyek. Ditinjau dari segi matematik, model-model linier lebih murah dari pada model sistem non linier yang selalu menimbulkan kesulitan dalam pemecahan analitisnya. Namun dalam penggunaan pada tomografi, sistem linier masih membutuhkan pendekatan. Untuk itu perlu mengenal dulu apa itu tomografi.

## 2.1 Tomografi

Teknologi tomografi dalam memperoleh informasi melibatkan kemahiran sinyal pengukuran dari sensor-sensor yang diletakkan di sekeliling obyek. Informasi yang didapat berupa sifat dasar dan distribusi komponen-komponen dalam daerah sensor.

Pada dasarnya, tomografi didefinisikan sebagai penggambaran penampang lintang obyek. Aplikasi ini pertama kali digunakan untuk menggambarkan kondisi tubuh manusia yaitu *CT Scanner*. Kemudian banyak berkembang metode pencitraan lain diantaranya *tracer species* (Williams, 1995).

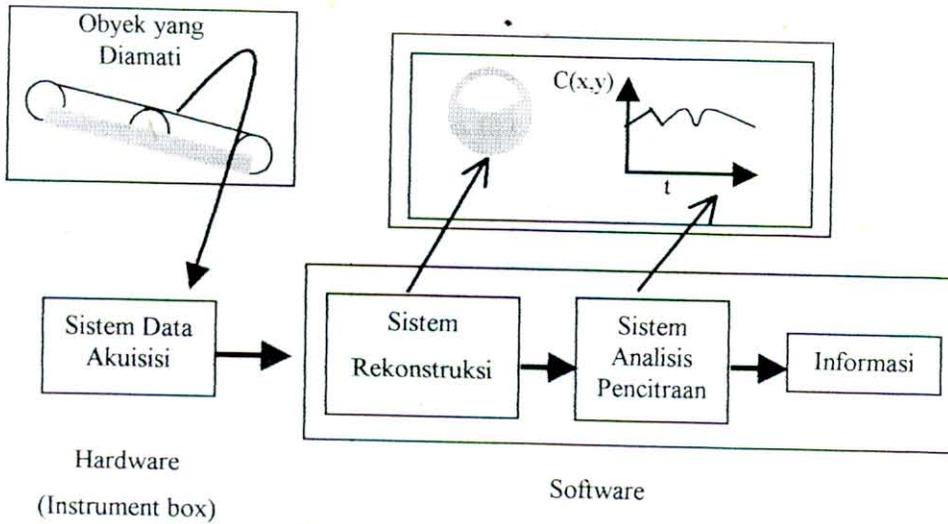
Informasi diperoleh melalui data hasil pengukuran. Dimana data hasil pengukuran merupakan sebuah data yang diperoleh dari hasil proyeksi yaitu hasil penyinaran obyek dengan gelombang elektromagnetik. Selanjutnya data hasil pengukuran diproses kemudian menjadi citra. Proses pengukuran dapat digambarkan melalui perangkat hardware seperti gambar (2.1).



Gambar 2.1 Susunan perangkat pengukuran

Pada gambar (2.1) tampak obyek dikelilingi banyak antena. Sebuah antena berfungsi sebagai pemancar dan yang lain sebagai penerima. Sinar yang masuk akan diteruskan oleh pemancar kemudian diterima penerima untuk diteruskan ke unit pengontrol.

Sistem perolehan data dihasilkan dari unit pengontrol melalui komponen instrumennya sehingga dapat dihasilkan data akuisisi. Selanjutnya data ini direkonstruksi kemudian dilakukan analisis pencitraan. Dari sini baru dihasilkan informasi yang diinginkan seperti gambar (2.2).



Gambar 2.2 Prinsip kerja rekonstruksi dalam tomografi

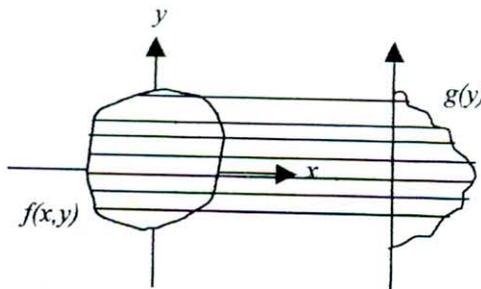
**2.2 Proyeksi Obyek**

Citra tomografi merupakan gambaran distribusi intensitas bahan dalam obyek yang diamati. Intensitas bahan ini diperoleh dengan cara merekonstruksi proyeksi obyek. Proyeksi obyek ini didapat dengan cara menyinari obyek dengan gelombang elektromagnetik. Untuk sinar tak terdifraksi, proyeksi obyek dianggap sebagai penjumlahan pelemahan intensitas sinar sepanjang lintasan yang dilaluinya. Dengan demikian rekonstruksi diukur sebagai distribusi pelemahan sinar dalam bahan atau obyek sepanjang lintasannya.

Proyeksi pada arah  $x$  dapat dijabarkan dalam persamaan:

$$g(y) = \int f(x,y) dx \dots\dots\dots (2.1)$$

Proyeksi ini menghadirkan sebuah integral garis dalam arah  $x$  (gambar 2.3).



Gambar 2.3 Gambaran proyeksi benda ( $g(y)$ ) pada arah  $x$ , saat  $\theta = 0$

Hal ini jika diaplikasikan pada sebuah penampang lintang yang tidak diketahui struktur internal maupun eksternalnya dan digunakan sebagai obyek yang akan disinari, maka dari hasil rekonstruksi proyeksi obyek dapat diketahui struktur internal dan eksternal dari penampang lintang tersebut. Tentunya struktur internal maupun eksternal ini tidak langsung diketahui begitu saja. Untuk mengetahuinya diperlukan seperangkat persamaan aljabar untuk menyelesaikan rekonstruksi.

Konsep pendekatan yang dilakukan dengan menggunakan persamaan aljabar ini sangat sederhana, tetapi mempunyai ketepatan dan kecepatan yang menguntungkan dalam pelaksanaannya. Dalam skripsi ini akan digunakan dua metode untuk merekonstruksi proyeksi benda yaitu metode *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique* (SIRT) dan Gauss-Seidel.

### 2.3 Algebraic Reconstruction Technique (ART)

Metode ART merupakan aplikasi dari metode Kaczmarz. Sebenarnya pendekatan iterasi ini relatif lama dan jarang digunakan. Namun untuk pencitraan yang kompleks dan linier, hasil ini sangat luar biasa. Pendekatan iterasi dilakukan dengan mengasumsikan distribusi awal  $f_{ij}$  kemudian proyeksi dihitung dari distribusi tersebut, hasil proyeksi dibandingkan dengan proyeksi pengukuran. Selisih perhitungan digunakan untuk memperbaiki distribusi  $f_{ij}$ . Dengan menggunakan salah satu dari sekian iterasi algoritma, distribusi awal dapat dibentuk atau dimodifikasi (Herman, 1980).

#### - Pendekatan iterasi melalui metode Kaczmarz

Pada metode ini, rekonstruksi proyeksi obyek dilakukan secara iterasi. Untuk bisa merekonstruksi, obyek dicacah terlebih dahulu sebanyak  $N$  sel. Masing-masing sel menggambarkan intensitas bahan. Intensitas bahan di dalam sel ke  $j$  adalah  $f_j$ . Nilai  $f_j$  konstan untuk setiap selnya sehingga dari  $N$  sel akan didapat vektor  $F$  sebagai  $F=[f_1, f_2, \dots, f_j, \dots, f_N]$  dengan  $j=1,2, \dots, N$ .

Selanjutnya benda disinari dengan gelombang elektromagnetik sehingga seakan-akan muncul "bayangan" benda sendiri. "Bayangan" ini dikenal sebagai proyeksi benda. Sinar menembus melalui sel dengan lebar

sinar  $i$ . Sinar yang melewati sel mengalami pelemahan intensitas sinar. Besar pelemahan intensitas sinar berbeda tiap selnya. Tebal pelemahan sinar ini menunjukkan *ray sum*. *Ray sum* digambar sebagai integral garis pelemahan intensitas sinar yang melalui bidang  $(x,y)$ . *Ray sum* diukur tiap sinar.

Pada sinar ke  $i$  yang melalui  $N$  sel secara diskrit Kaczmarz (Kak, 1988) menjabarkan dalam persamaan :

$$\begin{aligned} w_{11}f_1 + w_{12}f_2 + w_{13}f_3 + \dots + w_{1N}f_N &= g(y_1) \\ w_{21}f_1 + w_{22}f_2 + w_{23}f_3 + \dots + w_{2N}f_N &= g(y_2) \\ \vdots & \\ w_{M1}f_1 + w_{M2}f_2 + w_{M3}f_3 + \dots + w_{MN}f_N &= g(y_M), \end{aligned} \quad (2.2)$$

dimana

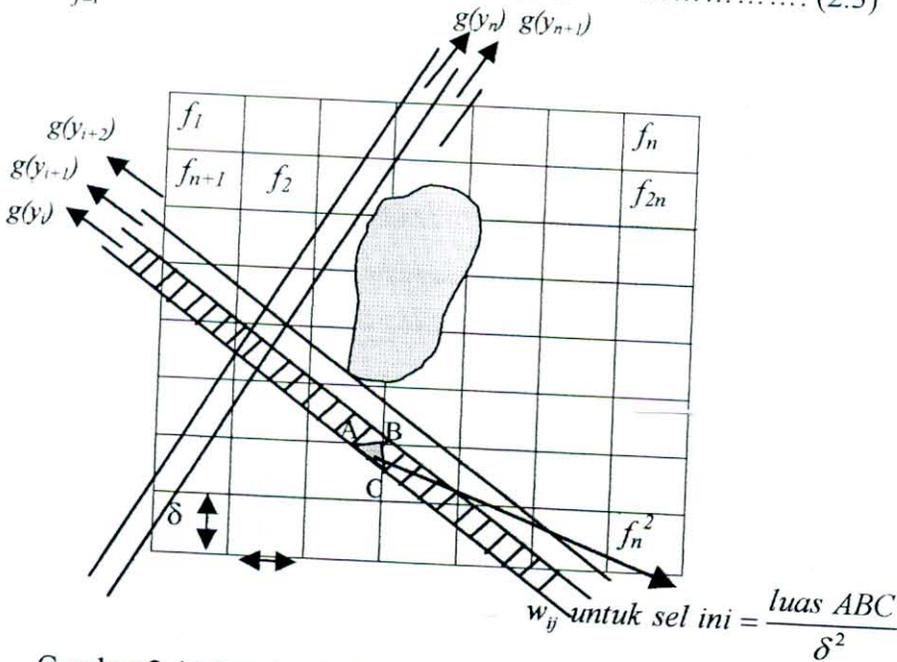
$M$  = total jumlah dari sinar-sinar yang terproyeksi.

$w_{ij}$  = koefisien bobot yang menghadirkan kontribusi sel ke  $j$  pada integral sinar ke  $i$  melewati bidang  $(x,y)$ .

$f$  = intensitas pelemahan sinar.

Hubungan antara  $f_j$  dan  $g(y_i)$  dapat ditulis sebagai :

$$\sum_{j=1}^N w_{ij} f_j = g(y_i), \quad \text{dengan } i = 1, 2, 3, \dots, M. \quad (2.3)$$



Gambar 2.4 Metode aljabar pada cacahan persegi empat (square grid) dilapisi pencitraan yang tidak diketahui.

Koefisien bobot  $w_{ij}$  besarnya sebanding dengan luas sel yang tertutup oleh sinar (gambar 2.4). Akan tetapi luas sel yang tertutup sinar sukar untuk dihitung sehingga digunakan pendekatan. Pendekatan ini dilakukan pada koefisien bobotnya ( $w_{ij}$ ). Dimana  $w_{ij}$  akan bernilai 1, jika seluruh sel tertutup sinar dan bernilai 0 (nol), jika tidak tertutup sinar.  $w_{ij}$  dengan nol menunjukkan tidak ada kontribusi intensitas pada *ray sum* dan sebaliknya.

Jika terdapat  $i$  sinar dengan  $i=1,2,\dots, M$  yang melalui  $N$  sel pada sudut sama akan membentuk sebuah proyeksi yaitu  $g(y_i)$ , sehingga jika  $i$  sinar diproyeksikan pada sudut yang berbeda maka terdapat  $g(y_i, \theta)$  proyeksi. Dengan demikian, jika obyek disinari pada sudut yang berbeda maka akan terbentuk  $L$  proyeksi, sehingga terdapat persamaan  $M_L \times N$  dengan  $M_L$  adalah sinar ke  $M$  pada proyeksi ke  $L$ .

Pada  $M$  dan  $N$  kecil, metode teori matrik konvensional seperti metode substitusi dan eliminasi dapat digunakan pada sistem inversi dari persamaan (2.2) tetapi dalam prakteknya sering ditemukan harga  $N$  yang jauh lebih besar dari pada  $M$ . Pada  $N > M$ , nilai  $M$  tidak kecil sehingga menyulitkan perhitungan, apalagi jika terdapat *noise*, perhitungan akan menjadi lebih sulit, lamban, dan mahal (Kak, 1988). Hal inilah yang menjadi kelemahan teknik konvensional. Untuk nilai  $M$  dan  $N$  besar bisa digunakan metode Kaczmarz.

Cacahan yang menghadirkan  $N$  sel memberikan  $N$  variabel bebas. Oleh karenanya, sebuah pencitraan yang dinyatakan dengan sebaran  $f_1, f_2, \dots, f_N$  dapat dipertimbangkan sebagai kumpulan titik tunggal dalam sebuah ruang  $N$  dimensi. Dalam ruang ini masing-masing dari  $M$  persamaan tersebut membentuk sebuah *hyperplane*.

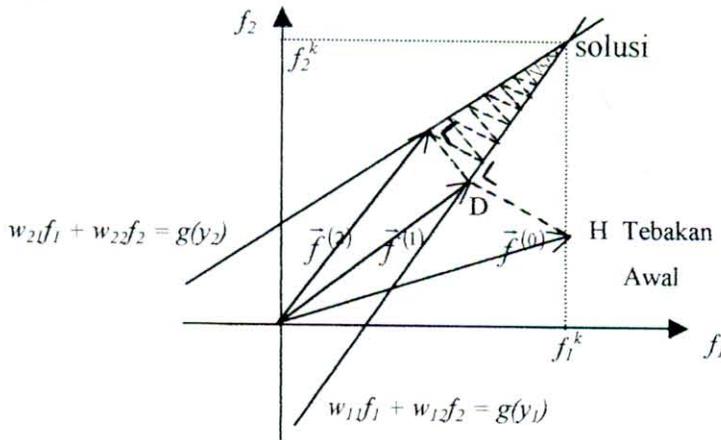
Karena adanya *noise*, umumnya *hyperplane* ini tidak bertemu di satu titik, sehingga solusinya harus dicari titik yang "dekat" kesemua bidang tersebut. Titik ini merupakan penyelesaian hampiran dari sistem tersebut. Besarnya  $N$  menentukan kerapatan piksel dalam penampang lintang benda yang diinginkan.

Solusi unik dari permasalahan diatas pada dasarnya adalah sebuah titik tunggal yang dilalui semua *hyperplane*. Sebagai contoh untuk kasus dua variabel  $f_1$  dan  $f_2$  *hyperplane* dapat dinyatakan sebagai

$$w_{11}f_1 + w_{12}f_2 = g(y_1) \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

$$w_{21}f_1 + w_{22}f_2 = g(y_2).$$

Prosedur penyelesaian diawali dengan memberikan sembarang nilai tebakan awal yang diproyeksikan dalam garis pertama (gambar 2.5) kemudian solusi dapat dicari secara iteratif. Kemudian titik tersebut diproyeksikan kembali dalam garis ke dua, selanjutnya diproyeksikan ulang ke garis pertama. Jika solusi unik ada, iterasi akan selalu konvergen menuju titik tunggal.



Gambar 2.5 Metode Kaczmarz pada penyelesaian persamaan aljabar untuk dua kasus yang tidak diketahui.

Untuk  $N$  buah sel tebakan ini dinotasikan dengan  $f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \dots, f_N^{(0)}$  yang ditunjukkan dengan vektor  $\vec{f}^{(0)}$ . Tebakan ini dinyatakan dalam  $N$  ruang dimensi. Pada sebagian besar kasus tebakan dipermudah dengan memberikan sebuah nilai nol pada semua  $f_i$ . Kemudian tebakan awal diproyeksikan pada *hyperplane* yang diperoleh melalui persamaan (2.2) dan dihasilkan  $\vec{f}^{(1)}$  seperti gambar (2.6) kemudian  $\vec{f}^{(1)}$  diproyeksikan pada *hyperplane* yang diperoleh melalui persamaan (2.2) juga dan menghasilkan  $\vec{f}^{(2)}$ , begitu seterusnya. Ketika sebuah tebakan  $\vec{f}^{(k-1)}$  diproyeksikan dalam *hyperplane*

yang dihadirkan oleh persamaan ke  $i$  untuk menghasilkan  $\vec{f}^{(k)}$ , oleh Karczmacz secara matematik dijabarkan sebagai :

$$\vec{f}^{(k)} = \vec{f}^{(k-1)} - \frac{(\vec{f}^{(k-1)} \cdot \vec{w}_i - q_i)}{\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i} \vec{w}_i, \dots \dots \dots (2.5)$$

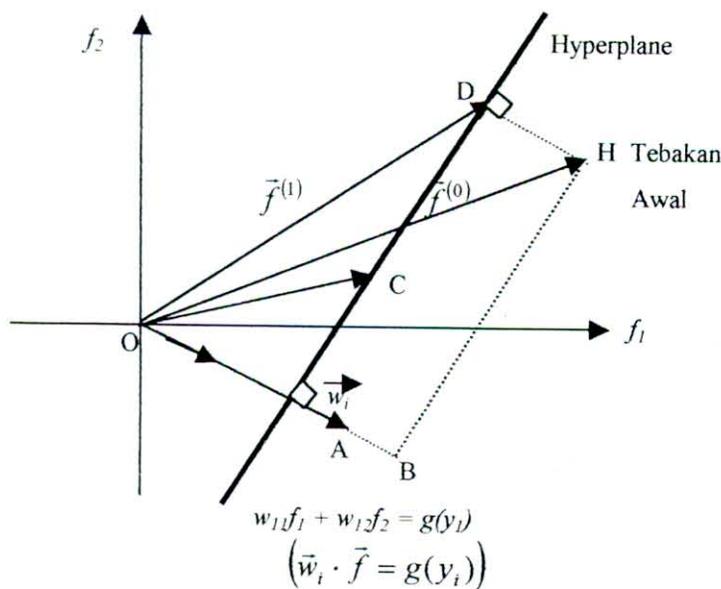
dimana  $\vec{w}_i = w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{iN}$

$\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i$  = perkalian dot product  $\vec{w}_i$  dengan dirinya sendiri.

$k$  = iterasi ( $k = 0, 1, 2, \dots$ )

sehingga  $\vec{w}_i \cdot \vec{f} = g(y_i)$  ..... (2.6)

Referensi menunjukkan  $\vec{w}_i$  tegak lurus garis *hyperplane*.



Gambar 2.6 *Hyperplane* ( $\vec{w}_i \cdot \vec{f} = g(y_i)$ ) yang dihadirkan oleh sebuah garis dalam gambar dua dimensi.

Langkah pendekatan menurut Liong (Liong, 1993) dapat dilakukan sebagai berikut:

1. Memilih titik awal sembarang sebagai  $f^0$
2. Menetapkan  $k = 1$  untuk daur iterasi pertama
3. Menghitung  $f_j^{(k)} = f_j^{(k-1)} + \frac{g(y_i) - q_i}{w_{ij}^2} w_{ij}$

Dimana  $i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N$ , dan  $k = 0, 1, 2, \dots$ .

4. Menetapkan  $f_o = f_i$
5. Mengulangi langkah 2 sampai 4 untuk daur iterasi kedua ( $k = 2$ ), dan seterusnya.

Besaran skalar  $w_{ij}^2$  menyatakan banyaknya piksel dalam sinar ke- $i$  melewati pusat sedang  $g(y_j) - q_i$  menyatakan selisih *ray sum* pada sinar ke- $i$ . Selisih *ray sum* pada sinar ini dihasilkan jika kerapatan piksel sama dengan  $f_j^{(k)}$ . Nilai iterasi  $f_i$  untuk  $g(y_j)$  cukup besar diambil sebagai penyelesaian hampiran kerapatan piksel.

Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya, prosedur komputasi untuk rekonstruksi dimulai dengan memberikan tebakan awal, kemudian memproyeksikan dalam *hyperplane* dan hasilnya adalah  $\vec{f}^{(0)}$ . Pada iterasi selanjutnya,  $\vec{f}^{(0)}$  diproyeksikan ulang dalam *hyperplane* yang dihadirkan oleh persamaan (2.2). Hasil proyeksi ini menghasilkan  $\vec{f}^{(1)}$  dan seterusnya. Jika terdapat solusi unik  $\vec{f}_s$  maka dapat ditulis

$$\vec{f}_s = \lim_{k \rightarrow \infty} \vec{f}^{(k)} \quad \dots\dots\dots (2.7)$$

Pada dua *hyperplane* yang tegak lurus satu sama lain diberikan sebuah titik tebakan awal dalam bidang  $(f_1, f_2)$  maka solusinya dapat ditentukan cukup dengan dua langkah. Disisi lain, jika dua *hyperplane* hanya mempunyai perbedaan sudut yang sangat kecil,  $k$  dalam persamaan (2.5) akan bernilai besar (tergantung tebakan awal) sebelum solusi diperoleh. Jelasnya, perbedaan sudut antara *hyperplane-hyperplane* ini sangat mempengaruhi kecepatan kekonvergenan pada solusi. Jika *hyperplane-hyperplane*  $M$  dalam persamaan (2.2) dibuat ortogonal satu sama lain dan diasumsikan terdapat solusi unik, maka solusi akan diperoleh hanya pada satu persamaan  $M$ .

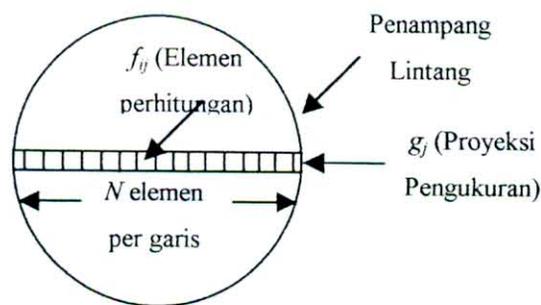
Data rekonstruksi pencitraan pada kenyataannya banyak menghadirkan pengukuran yang disertai *noise*. Untuk itu, jika  $M > N$  maka tidak ada solusi unik  $g(y_1), g(y_2), \dots, g(y_N)$ . Dengan adanya *noise* solusi tidak

akan konvergen pada sebuah titik unik melainkan akan menuju disekitar *hyperplane-hyperplane* tersebut. Sementara itu ketika  $M < N$ , solusi unik dari seperangkat persamaan linier (persamaan 2.2) tidak ada. Pendekatan iterasi untuk solusi pada kasus  $M < N$  menggambarkan kekonvergenan sebuah solusi yang dilambangkan dengan  $\vec{f}'_s$ , sehingga menurut Tanabe  $|\vec{f}^{(0)} - \vec{f}'_s|$  akan berharga minimum (Kak, 1988).

Hasil proyeksi ini dapat diperlihatkan pada gambar (2.7). Proyeksi didasarkan pada anggapan umum bahwa seharusnya resultan rekonstruksi memperlihatkan proyeksi-proyeksi pengukuran. Proyeksi pengukuran dibentuk oleh elemen garis  $g(y_i)$ . Elemen garis dari sinar ke  $i$  ini melalui banyak sel.

- **Implementasi metode ART**

Proses iterasi dimulai dengan merekonstruksi semua elemen  $f_i$  (gambar 2.7) yang menyatakan intensitas bahan di dalam sel ke  $j$  pada sinar ke  $i$ . Perbedaan masing-masing iterasi diperhitungkan antara data pengukuran dan hasil rekonstruksi sejumlah elemen sepanjang sinar ke  $i$  yaitu  $\sum_{i=1}^N f_{ij}$ .

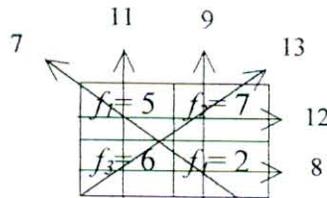


Gambar 2.7 Sistem ART

Selanjutnya perbedaan ini dibagikan dalam sejumlah  $N$  elemen-elemen rekonstruksi sehingga iterasi algoritmanya ditentukan sebagai :

$$f_{ij}^{k+1} = f_{ij}^k + \frac{g(y_i) - \sum_{i=1}^N f_{ij}^k}{N}, \dots \dots \dots (2.8)$$

dengan  $k$  menyatakan iterasi. Algoritma rekursifnya menghubungkan nilai dari elemen-elemen pada iterasi sebelumnya. Hasil akhir berupa matrik yang berisi nilai proyeksi pengukuran dan gabungan-gabungan proyeksi pengukuran. Untuk mempermudah dapat diberikan contoh sebagai berikut:



Gambar 2.8 Matrik proyeksi pengukuran dan gabungan - gabungan proyeksi pengukuran

Proyeksi pengukuran dibuat dalam posisi vertikal, horisontal maupun diagonal. Keenam proyeksi pengukuran ini semuanya adalah tepat dan valid, matrik dari elemen-elemen yang ditunjukkan harus direkonstruksi. Proses rekonstruksi dapat dimulai dari manapun dengan memberikan nilai nol, selanjutnya menghitung resultan proyeksi dan membandingkan pada proyeksi-proyeksi pengukuran. Perbedaan yang muncul dihitung dengan cara membagi dengan dua elemen per garis, kemudian ditambahkan pada masing-masing elemen. Perhitungan ini dilakukan untuk posisi horisontal, vertikal maupun diagonal.

Pada aplikasinya pemberian angka kecil dimana rekonstruksi dibuat dengan ukuran kecil akan mengalami kesulitan perhitungan pada penggunaan persamaan (2.4), terutama untuk mendapatkan  $w_{ij}$ . Untuk merekonstruksinya harus dibuat dengan ukuran besar. Pemberian angka besar untuk sebuah rekonstruksi ukuran besar dapat menghasilkan perhitungan yang cepat dan kuat. Masalah ini dipermudah dengan pembuatan aproksimasi di beberapa tempat, seperti mempertimbangkan  $w_{ij}$  sebagai fungsi jarak yang tegak lurus antara pusat sinar ke  $i$  dan pusat sel ke  $j$ . Jarak yang tegak lurus ini diperhitungkan pada interval waktu.

Untuk menyelesaikan kesulitan adanya koefisien bobot  $w_{ij}$  diberikan melalui persamaan :

$$f_j^{(k)} = f_j^{(k-1)} + \frac{g(y_i) - q_i}{\sum_{j=1}^N w_{ij}^2} \cdot \dot{w}_{ij}, \dots\dots\dots (2.9)$$

dimana besarnya proyeksi pengukuran  $g(y_i)$  adalah

$$\begin{aligned} g(y_i) &= \vec{f}^{(k-1)} \cdot \vec{w}_{ij} \\ &= \sum_{j=1}^N f_j^{(k-1)} \cdot w_{ij} \end{aligned} \dots\dots\dots (2.10)$$

Solusi ke  $(k-1)$  yang diproyeksikan kedalam *hyperplane* ke  $i$  dari elemen ke  $j$  memiliki ketepatan nilai sebesar  $\vec{f}_j^{(k-1)}$ . Faktor koreksinya dinyatakan oleh persamaan :

$$\Delta f_j^{(k)} = f_j^{(k)} - f_j^{(k-1)} = \frac{g(y_i) - q_i}{\sum_{j=1}^N w_{ij}^2} w_{ij}, \dots\dots\dots (2.11)$$

dimana  $g(y_i)$  adalah pengukuran *ray sum* sepanjang sinar ke  $i$  dan  $q_i$  merupakan *ray sum* terhitung untuk sinar ke  $i$ . Penyebut dalam persamaan (2.8) menyatakan nomor dari sel pencitraan yang memiliki pusat pada sinar ke  $i$ , yaitu  $N_i$ .

Faktor koreksi  $\Delta f$  diperoleh melalui perbedaan perhitungan antara *ray sum* terukur ( $g(y_i)$ ) dan *ray sum* terhitung ( $q_i$ ), sedangkan normalisasinya dihitung melalui  $\sum_{j=1}^N w_{ij}^2$ . Namun pada beberapa pelaksanaannya untuk mempermudah perhitungan  $w_{ij}$  hanya diganti angka 1 dan 0. Faktor koreksi pada sel pencitraan ke  $j$  dari sinar ke  $i$  dapat dituliskan :

$$\Delta f_j^{(k)} = \frac{g(y_i) - q_i}{N_i} \dots\dots\dots (2.12)$$

Rekonstruksi ART biasanya membiarkan dipengaruhi oleh partikel-partikel kecil dan *noise* dalam iterasinya. Pengaruh ini disebabkan ketidakkonsistenan penempatan penggunaan seperangkat persamaan yang menghadirkan  $w_{ij}$ . Apalagi adanya kenyataan bahwa masing-masing persamaan mengacu pada sebuah sinar yang membangun sebuah proyeksi. Hal ini dapat merubah piksel-piksel yang ada.

Secara umum tidak ada ketentuan atau ketetapan yang pasti sejauh mana iterasi harus digunakan. Namun beberapa iterasi menggunakan data pengukuran yang sama secara berlebihan (banyak) untuk mendapatkan kekonvergenan yang tinggi. Proses biasanya dihentikan ketika perbedaan antara proyeksi pengukuran dan proyeksi perhitungan cukup kecil sehingga dihasilkan angka yang bervariasi. Salah satunya formulasi nonlinier yang membuat penggunaan nilai kerapatan  $f_{ij}$  nonnegatif sehingga jika  $f_{ij} < 0$ , formulasi nonliniernya sama dengan nol.

Variasi lain seperti perbandingan algoritma asli sebelumnya merupakan tambahan atau pengembangan ART. Pada versi ini, nilai kerapatan awal dikalikan dengan rasio pengukuran integral garis  $g(y_i)$  ke  $j$  atau  $g(y_i)_j$  pada perhitungan sejumlah elemen terekonstruksi yang diberikan oleh :

$$f_{ij}^{k+1} = \frac{g(y_i)_j}{\sum_{i=1}^N f_{ij}^k} f_{ij}^k \quad \dots\dots\dots (2.13)$$

Untuk mempertajam kontras masing-masing elemen terekonstruksi diubah dalam jumlah tetap.

Metode iterasi ini sangat populer untuk menyelesaikan perhitungan tomografi. Namun kenyataannya, sistem ART diatas dalam sistem-sistem komersial telah diganti dengan teknik-teknik yang lebih canggih, cepat, dan mampu menyediakan bidang pandangan sayatan melintang yang lebih akurat. Tetapi semua teknik baru tersebut mengarah ke masalah matematis dasar yang sama, yaitu mencari penyelesaian hampiran yang baik dan tepat dari sistem persamaan linier tak-konsisten berukuran besar (persamaan yang lebih banyak dari pada variabelnya). Untuk itu akan dikembangkan suatu metode lain yaitu *simultaneous iterative reconstruction technique* (SIRT).

#### 2.4 *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT)*

Seperti yang telah dibahas diatas bahwa metode ini hanya sebagai pengembangan lain dari ART yang kesemuanya masih mengarah pada masalah

matematis yang sama. Dimana menurut Malcolm, pengembangan pada kekonvergenan yang lebih rendah biasanya memberikan hasil pencitraan yang lebih baik dari pada yang telah dihasilkan metode ART (Kak, 1988).

Dengan menggunakan persamaan (2.4) dan persamaan dibawah ini :

$$\Delta f_j^{(k)} = \frac{g(y_i)}{L_i} - \frac{q_i}{N_i} \dots\dots\dots (2.14)$$

pada perhitungannya dapat ditunjukkan perubahan nilai  $\Delta f_j^{(i)}$  dalam piksel ke  $j$ . Tetapi nilai dari sel ke  $j$  tidak langsung berubah selama selang waktu tersebut sebelum terdapat banyak perubahan (Gabor, 1980). Dimana perubahan ini dapat diperoleh setelah dicobakan semua persamaan, kemudian nilai sel dirubah pada akhir masing-masing iterasi. Program untuk menjalankan metode SIRT dapat dilihat pada lampiran A.

Perubahan dari masing-masing nilai sel dianggap sebagai nilai rata-rata dari semua perubahan perhitungan selnya. Hal ini dijadikan sebagai ketetapan iterasi pada aljabarnya untuk metode SIRT. Pada iterasi kedua dikembalikan lagi pada persamaan awal dan proses diulangi seperti semula.

### 2.5 Metode Gauss-Seidel

Metode-metode eliminasi seperti metode Gauss, Gauss-Jordan, Gauss-Naif dapat memecahkan sistem-sistem besar dari sebuah persamaan linier simultan. Tetapi karena kesalahan pembulatan, metode eliminasi seringkali kurang cocok untuk sistem tersebut. Jika semakin banyak operasi perkalian dan pengurangan, hasil dengan ralat pembulatan menjadi tidak berarti. Untuk mengatasi permasalahan ini, metode iteratif atau aproksimasi dapat memberikan penyelesaian lebih bagus. Hal ini dikarenakan metode aproksimasi dapat diteruskan sampai ia konvergen dalam toleransi kesalahan yang sudah ditentukan. Dengan demikian kesalahan yang diterima dapat dikontrol dengan baik.

Salah satu metode iteratif atau hampiran (aproksimasi) adalah metode Gauss-Seidel. Metode ini dapat diaplikasikan pada permasalahan yang mempunyai matrik besar dan sangat jarang. Artinya sebuah matrik yang sebagian besar mempunyai harga nol. Pendekatan awal diperbaiki berulang-ulang sampai

pendekatan sebelumnya. Ralat pembulatan tidak mengumpul. Metode ini diterapkan melalui teknik iterasi.

- **Pendekatan iterasi melalui metode Gauss-Seidel**

Pada metode ini, rekonstruksi proyeksi obyek dilakukan secara iterasi. Untuk bisa merekonstruksi, obyek dicacah terlebih dahulu sebanyak  $N$  sel. Selanjutnya obyek disinari dengan gelombang elektromagnetik sehingga seakan-akan muncul “bayangan” benda sendiri. “Bayangan” ini disebut sebagai proyeksi benda. Dari proyeksi benda didapat suatu persamaan sebagai hasil proyeksi. Persamaan ini merupakan data atenuasi yang akan direkonstruksi. Persamaan tersebut dapat dilihat seperti persamaan (2.2) dibawah ini :

$$\begin{aligned}
 w_{11}f_1 + w_{12}f_2 + w_{13}f_3 + \dots + w_{1N}f_N &= g(y_1) \\
 w_{21}f_1 + w_{22}f_2 + w_{23}f_3 + \dots + w_{2N}f_N &= g(y_2) \\
 \vdots & \\
 w_{M1}f_1 + w_{M2}f_2 + w_{M3}f_3 + \dots + w_{MN}f_N &= g(y_M)
 \end{aligned}$$

Penyelesaian dengan metode Gauss-Seidel untuk model sistem diatas dapat dijelaskan sebagai berikut (jika dimisalkan sistem terdiri dari 3 buah persamaan dengan 3 variabel) :

$$w_{11}f_1 + w_{12}f_2 + w_{13}f_3 = g(y_1) \dots\dots\dots (2.15a)$$

$$w_{21}f_1 + w_{22}f_2 + w_{23}f_3 = g(y_2) \dots\dots\dots (2.15b)$$

$$w_{31}f_1 + w_{32}f_2 + w_{33}f_3 = g(y_3) \dots\dots\dots (2.15c)$$

Dari persamaan (2.15a) diperoleh :

$$f_1 = \frac{g(y_1) + w_{12}f_2 + w_{13}f_3}{w_{11}} \dots\dots\dots (2.16)$$

Demikian juga untuk persamaan (2.15b) dan persamaan (2.15c).

$$f_2 = \frac{g(y_2) + w_{21}f_1 + w_{23}f_3}{w_{22}} \dots\dots\dots (2.17)$$

$$f_3 = \frac{g(y_3) + w_{31}f_1 + w_{32}f_2}{w_{33}} \dots\dots\dots (2.18)$$

Pendekatan pertama dipilih nol untuk  $f_2$  dan  $f_3$ , sehingga didapat  $f_1^1 = \frac{g(y_1)}{w_{11}}$ . Penyisipan nilai  $f_1^1$  dan nol untuk  $f_3$  pada persamaan (2.17) diperoleh  $f_2^1$ . Kemudian  $f_1^1$  dan  $f_2^1$  digunakan untuk menentukan  $f_3^1$  pada persamaan (2.18). Selanjutnya proses diulang dengan memasukkan  $f_2^1$  dan  $f_3^1$  untuk mendapatkan  $f_1^2$  yang baik. Proses diulangi untuk setiap persamaan. Jadi setiap harga  $f$  baru segera dipakai pada persamaan berikutnya untuk menentukan harga  $f$  yang lain. Program untuk menjalankan metode ini dapat dilihat pada lampiran B.

Proses akan berhenti jika diperoleh solusi  $f_j^k$  konvergen dan cukup dekat dengan harga sebenarnya. Kekonvergenan dapat dilihat dengan kriteria :

$$\varepsilon_j = \left| \frac{f_j^{k-1} - f_j^k}{f_j^k} \right| 100\% < \varepsilon_s \quad \dots\dots\dots (2.19)$$

Dimana  $k$  menunjukkan jumlah iterasi dan  $j$  adalah jumlah sel ( $j = 1, 2, 3, \dots, N$ ). Sedangkan  $\varepsilon_s$  merupakan harga atenuasi sebenarnya dan  $\varepsilon_j$  adalah atenuasi yang dicari. Hasil akan konvergen pada  $\varepsilon_j < \varepsilon_s$ .

Akan tetapi, proses iterasi ini menyebabkan nilai-nilai berikutnya semakin menjauh dari penyelesaian yang benar, sehingga proses mungkin tidak mengumpul (Sumartono, 1997). Hal ini disebabkan karena nilai terbesar tidak berada pada diagonal utama. Dengan demikian baris perlu dipindahkan dahulu untuk menempatkan unsur terbesar pada diagonal utama. Selain itu, solusi kadang-kadang tidak konvergen, jika konvergen seringkali secara sangat lambat.

## BAB III METODE PENELITIAN

### 3.1 Waktu dan Tempat Pelaksanaan

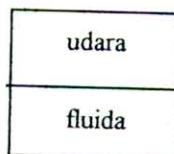
Penelitian ini dilaksanakan pada bulan September sampai dengan Januari 2003 di Laboratorium Fisika Komputasi Jurusan Fisika Fakultas MIPA Universitas Jember.

### 3.2 Metode Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah simulasi data. Data dibuat dari hasil proyeksi benda yang sudah diketahui kemudian direkonstruksi untuk mendapatkan citra penampang lintang benda tersebut. Rekonstruksi ini dilakukan melalui metode SIRT. Kualitas rekonstruksi ditentukan dengan pemberian *noise*. Hasilnya akan dibandingkan dengan teknik rekonstruksi konvensional yaitu Gauss-Seidel.

#### 3.2.1 Obyek yang diteliti

Obyek yang akan dicitrakan adalah sebuah saluran pipa yang didalamnya mengalir suatu obyek. Sebelumnya obyek yang digunakan adalah gabus (Arko, 1999) namun dalam penelitian ini yang dialirkan adalah fluida, karena dalam kenyataannya obyek yang sering mengalir dalam pipa adalah fluida. Sehingga diharapkan hasil penelitian ini akan memberikan manfaat yang lebih nyata untuk diaplikasikan.



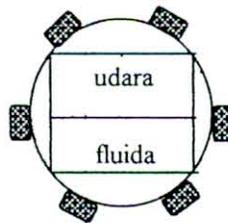
Gambar 3.1 Penampang lintang pipa.

Gambar (3.1) memperlihatkan penampang lintang pipa yang dialiri fluida. Digambarkan bahwa terdapat ruangan yang tidak terenuhi fluida

sehingga terisi oleh udara dengan konstanta atenuasi udara  $\alpha_{\text{ud}} = 0,142 \text{ cm}^{-1}$  (Ibrahim, 1999) dan fluida  $\alpha_{\text{fluida}} = 4,52 \text{ Np/cm}$  (Nugroho, 1999).

Besarnya obyek sebanding dengan besarnya pipa. Pada eksperimen sebelumnya pipa yang digunakan berdiameter 10 cm dan panjang pipa 2 cm (Schouten, 1999). Ada juga yang menggunakan pipa dengan diameter 12 cm dan panjang pipa 2,3 cm (Nugroho, 1999) sedang Beck menggunakan pipa sepanjang 80 m dengan diameter dalamnya 5 cm (Williams, 1999). Berdasarkan eksperimen-eksperimen sebelumnya maka dalam penelitian kali ini digunakan pipa dengan diameter 5,5 cm dengan panjang 3 cm. Hal ini dikarenakan pipa dengan diameter diatas lebih banyak digunakan dalam aplikasinya terutama untuk mengalirkan fluida.

### 3.2.2 Konfigurasi Antena



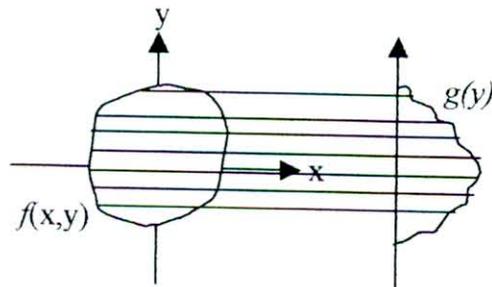
Gambar 3.2 Konfigurasi antena

Seperti yang tertera pada gambar (3.2), dalam penelitian ini konfigurasi antena dibuat menempel pada tepi pipa dengan diameter antena 84 mm seperti yang dilakukan Polydorides (Cann, 1999). Antena ini dapat diputar mengelilingi pipa.

Referensi sebelumnya menunjukkan antena yang digunakan 8 antena (Yan, 1999; Cann, 1999), ada juga yang menggunakan 12 antena (Yang, 1999; Sun, 1999). Namun secara umum antena yang sering digunakan adalah 6, 8, 12 sampai 16 antena (Yang, 1999). Oleh karena itu, dalam penelitian ini digunakan 32 buah antena dimana sebuah antena berfungsi sebagai pemancar dan yang lain sebagai penerima.

### 3.2.3 Metode Simulasi Data Pengukuran

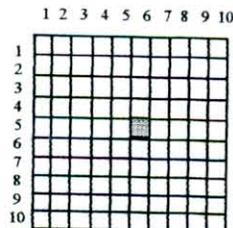
Antena yang berfungsi sebagai pemancar dan penerima diletakkan mengelilingi tepi pipa kemudian obyek disinari dengan gelombang elektromagnetik (gambar 3.3). Sistem penangkapan proyeksi sinar gelombang elektromagnetik ini dimulai dari pemancar sebagai penerus sinyal kemudian ditangkap penerima. Dari sini didapatkan data proyeksi yang selanjutnya data tersebut diteruskan ke unit pengontrol untuk disimulasi.



Gambar 3.3 Gambaran proyeksi benda pada arah x saat  $\theta = 0$ .

Pada unit pengontrol, data proyeksi disimulasi untuk memperoleh data pengukuran. Hasil keluaran data pengukuran dari unit pengontrol dalam bentuk digit. Selanjutnya data digit direkonstruksi untuk menggambarkan struktur penampang lintang obyek.

Proses simulasi dilakukan dengan mencacah data proyeksi sebanyak 100 piksel (gambar 3.4). Hal ini berdasarkan pada referensi sebelumnya yang menunjukkan ada beberapa macam cacahan piksel yang dapat digunakan diantaranya 64, 100, 256, dan 400 piksel (Sun, 1999).



Gambar 3.4 Cacahan data proyeksi 100 piksel.

### 3.2.4 Metode Rekonstruksi Citra

Data yang dihasilkan dari integral garis merupakan data input untuk proses rekonstruksi citra. Rekonstruksi citra pada penelitian ini dilakukan dengan menggunakan pendekatan iterasi melalui metode SIRT dan hasilnya dibandingkan dengan metode konvensional yaitu Gauss-Seidel.

#### - **Rekonstruksi menggunakan metode SIRT.**

Dengan menggunakan metode Kaczmarz maka permasalahan rekonstruksi SIRT dapat diselesaikan. Sebagai pengembangan dari ART, dalam pelaksanaannya SIRT tetap menggunakan langkah-langkah metode ART seperti yang dibahas dalam Bab II. Namun dalam SIRT faktor koreksi  $\Delta f_j^{(k)}$  yang digunakan adalah :

$$\Delta f_j^{(k)} = \frac{g(y_i)}{L_i} - \frac{q_i}{N_i},$$

sehingga perubahan  $\Delta f_j^{(k)}$  pada tiap-tiap sel dapat diketahui kemudian nilai sel ini dirubah hanya pada akhir masing-masing iterasi.

Nilai akhir ini diambil sebagai nilai rata-rata yang kemudian ditetapkan sebagai hasil akhir iterasi SIRT. Hasil akhir iterasi ini menunjukkan intensitas tiap-tiap sel untuk masing-masing iterasi. Perbedaan intensitas inilah yang akan digunakan untuk mengetahui apa yang ada didalam saluran pipa tersebut sehingga diperoleh hasil citra kasar sesuai informasi yang dibawa. Selanjutnya dilakukan analisis citra untuk memperoleh informasi struktur penampang obyek.

#### - **Metode Gauss-Seidel.**

Pada penelitian ini digunakan metode Gauss-Seidel sebagai pembanding. Dimana pada metode ini telah didapat solusi rekonstruksi untuk menghasilkan citra. Metode Gauss-Seidel dilakukan dengan menerapkan terkaan-terkaan awal dan kemudian diiterasikan untuk mendapatkan taksiran-taksiran yang diperhalus. Karena setiap

pendekatan hanya tergantung pada pendekatan sebelumnya. Ralat pembulatan tidak mengumpul.

Teknik ini diterapkan untuk merekonstruksi data linier. Pada prinsipnya metode Gauss-Seidel mempunyai dasar yang sangat sederhana. Semua implementasi metode Gauss-Seidel pada proses perolehan rekonstruksi citra merupakan hasil iterasi atau aproksimasi.

### 3.2.5 Metode Analisis Citra

Metode pengujian citra dilakukan dengan mengganti fluida dengan obyek lain. Misalnya air yang tercampur oli dan air yang banyak mengandung partikel-partikel padat. Dengan fluida yang bervariasi akan diperoleh data pengamatan yang memiliki intensitas berbeda. Dalam penelitian ini, harga intensitas fluida disimulasikan dengan pengambilan sembarang angka. Misalnya untuk obyek homogen  $f=3$  dan  $f=5$  sedangkan pada obyek tak homogen 50%  $f=2$ ,  $f=5$  dan 25%  $f=2$ , 75%  $f=5$ . Tujuan perlakuan ini untuk melihat kualitas hasil rekonstruksi citra. Dengan demikian data bisa diganti dengan sembarang angka lainnya. Kualitas citra yang dihasilkan dapat dilihat dengan pemberian *noise* pada obyek. Dengan menggunakan metode SIRT, formula *error* pengujian kualitas citra menurut Malcolm (Kak, 1988) ditulis sebagai berikut :

$$\Delta f_j^{(k)} = \frac{g(y_i)}{L_i} - \frac{q_i}{N_i}$$

Hasil  $\Delta f_j^{(k)}$  menunjukkan besarnya faktor koreksi pada metode SIRT.

Sedang pengaruh *noise* dapat dilihat melalui persamaan :

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\|g(y)_o\|}{\|g(y)_{noise}\|} \text{ dB},$$

dimana  $g(y)_o$  merupakan *ray sum* terukur mula-mula dan  $g(y)_{noise}$  merupakan *ray sum* yang terukur sepanjang pemberian *noise*. Perbandingan keduanya akan memperlihatkan seberapa jauh pengaruh *noise* terhadap kualitas citra yang tergambar.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

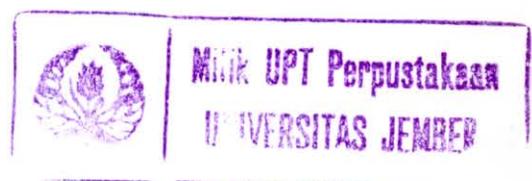
Kesimpulan dari hasil penelitian ini mengenai investigasi kontras objek dan data *noise* pada algoritma perekonstruksi tomografi adalah :

1. Kontras objek tidak berpengaruh terhadap kualitas citra SIRT dan Gauss-Seidel, walaupun  $f$  nya diganti-ganti. Pada sampel homogen dan tidak homogen, kualitas citra SIRT lebih bagus dibandingkan dengan Gauss-Seidel;
2. Citra SIRT tampak sangat sensitif terhadap *noise* sedangkan Gauss-Seidel hanya sensitif pada bagian pojok dan tepi citra. Pada level *noise* 30 dB, citra semakin rusak dibandingkan level *noise* 60 dB. Level *noise* yang dapat diterima oleh kedua metode adalah 60 dB;
3. Metode SIRT lebih akurat terhadap *noise* dibanding metode Gauss-Seidel tetapi sangat sensitif terhadap *noise*.

#### 5.2 Saran

Saran yang dapat peneliti kemukakan adalah :

1. Perlu penelitian lebih lanjut mengenai *noise* pada metode SIRT dan Gauss-Seidel. Misalnya dengan memvariasi jumlah antena, ukuran obyek, data pengamatan;
2. Mengembangkan penelitian lebih lanjut menggunakan algoritma perekonstruksi lain.



## DAFTAR PUSTAKA

- Arko A., Waterfall R.C., and Beck M.S. 1999. *Development of Electrical Capacitance Tomography for Solids Mass Flow Measurement and Control of Pneumatic Conveying Systems*, 1<sup>st</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, April 14-17.
- Bangliang S., Lihui P., Danya Y., and Baofen Z. 1999. *An Improved Simultaneous Iterative Reconstruction Technique for Electrical Capacitance Tomography*, 1<sup>st</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, April 14-17.
- Budinger T.F., and Gullberg G.T. 1974. *Three Dimensional Reconstruction in Nuclear Medicine Emission Imaging*, IEEE Trans. On Nuclear Science, vol NS-21, PP.2-20.
- Cann H., Yang W.Q., and Polydorides N.P. 1999. *Information Retrieval by Electrical Capacitance Tomography : Evaluation of an Iterative Algorithm and The Importance of Boundary Conditions*, 1<sup>st</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, April 14-17.
- Chen S., Huang S., and Shi D. 1995. *Orthographic Double-Beam Holographic Interferometry for Limited-view Optical Tomography*, Huazhong University of Science and Technology, China.
- Crowther R.A., Rosier D.J., and Klug A. 1970. *The Reconstruction of a Three Dimensional Structure From Projections and It's Application to Electron Microscopy*, Proc. Roy. Soc. Lond. A 317, 319-340.
- Gordon R. 1974. *A Tutorial on ART (Algebraic Reconstruction Technique)*, IEEE Trans. On Nuclear Science, vol NS-21, PP.78-96.
- Gordon R., Bender R., and Herman G.T. 1970. *Algebraic Reconstruction Technique (ART) for Three-Dimensional Electron Microscopy and x-ray Photography*, J. Theo. Biol., vol.29, PP.471-481.
- Herman G.T. 1980. *Image Reconstruction From Projection : The Fundamentals of Computerized Tomography*, Academic, New York.
- Ibrahim S., Green R.G., and Dutton K. 1999. *Optical Fibres for Process Tomography : A Design Study*, Universiti Teknologi Malaysia.

- Jeanmeure L.F.C., Zimmerman W.B.J., Dyakowski T., Jaworski A.J., and Davies G.A. 1999. *An Algorithm Based on Perturbation Theory for Electrical Capacitance Tomography*, 1<sup>st</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, April 14-17.
- Kak C., and Slaney M. 1988. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*, IEE Press, New York.
- Liong H. PhD. 1993. *Elektromagnetika Teknologi* edisi ke 4 jilid 1, Erlangga, Jakarta.
- Macovski A. 1983. *Medical Imaging System*, Prentice Hall, New Jersey.
- Natterer F. 1941. *The Mathematics of Computerized Tomography*, Chichester, New York.
- Nugroho A.T., and Wu Z. 1999. *Microwave Imaging of 3D Lossy Dielectric Objects Using Algebraic Reconstruction Techniques*, 1<sup>st</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, April 14-17.
- Sardy S. 1991. *Metode Numerik Untuk Teknik*, Universitas Indonesia, Jakarta.
- Sumartono H.P. M.Sc. 1997. *Pengantar Metode Numerik*, Aditya Media, Yogyakarta.
- Sun T.D., Mudde R., Schouten J.C., Scarlett B., and Bleek C.M.V. 1999. *Image Reconstruction of an Electrical Capacitance Tomography System Using an Artificial Neural Network*, Department of Chemical Engineering, Netherlands.
- Williams R.A., and Beck M.S. 1995. *Process Tomography : Principles, Techniques and Applications*, Butterworth, heinemann.
- Yan H., Shao F., and Wang S. 1999. *Simulation Study of Capacitance Tomography Sensors*, 1<sup>st</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, April 14-17.
- Yang W.Q. 1999. *An Improved normalisation Approach for Electrical Capacitance Tomography*, 1<sup>st</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, April 14-17.
- Yang W.Q., and Liu S. 1999. *Electrical Capacitance Tomography with a Square Sensor*, 1<sup>st</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, April 14-17.

## Lampiran A. Pemrograman Matlab

**A.1 Program Rekonstruksi SIRT**

```

load data3.txt
f=data(:);
[X,Y]=korsel(5.5,5.5,10,10);
[xa,ya]=antena(2.75,32);
D=jarak1(X,Y,xa,ya);
qi=D*f;
f0=zeros(100,1);
errs=[]; errq=[];
for iter=1:15
    for sinar=1:(size(D,1))
        pi=D(sinar,:)*f0;
        bawah=sum(D(sinar,:));
        if bawah == 0
            ubah = 0;
        else
            suku1=qi(sinar)/bawah;
            suku2=pi/bawah;
            ubah=suku1-suku2;
        end
        ubah=ubah*D(sinar,:);
        f0=f0+ubah';
    end
    ubah=suku1-suku2;
    salah0=norm(ubah)/norm(qi);
    beda=f-f0;
    salah1=norm(beda)/norm(f);
    errs(iter)=salah0;
    errq(iter)=salah1;
end

```

```

if iter==1
    figure
    mesh(reshape(f0,10,10))
    axis([0 10,0 10,1 8])
elseif iter==10
    figure
    mesh(reshape(f0,10,10))
    axis([0 10,0 10,1 8])
elseif iter==15
    figure
    mesh(reshape(f0,10,10))
    axis([0 10,0 10,1 8])
end;
end;

```

## A.2 Program Rekonstruksi Gauss-Seidel

```

load data2.txt
f=data2(:);
[X,Y]=korsel(5.5,5.5,10,10);
[xa,ya]=antena(2.75,32);
D=jarak1(X,Y,xa,ya);
qi=D*f;
noise=randn(size(qi));
k=norm(qi)/(norm(noise)*exp(6));
qi=qi+k*noise;
f0=zeros(100,1);
Dqi=D*qi;DD=D*D;
[f1,iter,errq]=gaussd1(DD,Dqi,f0,0.00001,f);

```

**Program Algoritma Gauss-Seidel**

```

function [Y,iter,errq] = GAUSSD(A,r,yguess,tol,f)
% GAUSSD will iteratively solve for the solution to  $Ay=r$  by the Gauss-Seidel
% method. This must be done using for-loops to replace the vectorized
% replacement statements of the Jacobi method. The initial guess for the
% solution is the column vector yguess. Convergence is attained when the
% fractional change in y is less than tol. The coefficient matrix is assumed
% to be diagonally dominant and no row switching is employed. If one of
% the diagonal elements is less than  $100*\text{eps}$ , the calculation is terminated.
% The iterations limit is 1000. The solution is returned in Y and the number of
% iterations used in iter. The use is
%
% [Y,iter] = GAUSSD(A,r,yguess,tol)
%=====
n = length(r); Y = yguess; dy = ones(n,1); iter = 4;
errs=[];errq=[];
while norm(dy)/norm(Y) > tol
    for i = 1:n
        if abs(A(i,i))<100*eps,error('zero pivot found');end
        dy(i) = r(i)/A(i,i);
        for j = 1:n
            dy(i) = dy(i) - A(i,j)*Y(j)/A(i,i);
        end
        Y(i) = Y(i) + dy(i);
    end
    beda=f-Y;
    salah1=norm(beda)/norm(f);
    errq(iter)=salah1;
    iter = iter + 1;
    if iter==1
        figure
        mesh(reshape(Y,10,10))

```

```

    axis([0 10,0 10,1 8])
elseif iter==9
    figure
    mesh(reshape(Y,10,10))
    axis([0 10,0 10,1 8])
elseif iter==14
    figure
    mesh(reshape(Y,10,10))
        axis([0 10,0 10,1 8])
end
    if iter>1000; error('not converging in 1000 steps');end
end

```

### A.3 Program SIRT dengan Noise

```

load data3.txt
f=data(:);
[X,Y]=korsel(5.5,5.5,10,10);
[xa,ya]=antena(2.75,32);
D=jarak1(X,Y,xa,ya);
qi=D*f;
noise=randn(size(qi));
k=norm(qi)/(norm(noise)*exp(n));
qi=qi+k*noise;
f0=zeros(100,1);
errs=[]; errq=[];
for iter=1:15
    for sinar=1:(size(D,1))
        pi=D(sinar,)*f0;
        bawah=sum(D(sinar,:));
        if bawah == 0
            ubah = 0;

```

```
else
    suku1=qi(sinar)/bawah;
    suku2=pi/bawah;
    ubah=suku1-suku2;
end
ubah=ubah*D(sinar,:);
f0=f0+ubah';
end
ubah=suku1-suku2;
salah0=norm(ubah)/norm(qi);
beda=f-f0;
salah1=norm(beda)/norm(f);
errs(iter)=salah0;
errq(iter)=salah1;
if iter==1
    figure
    mesh(reshape(f0,10,10))
    axis([0 10,0 10,1 8])
elseif iter==10
    figure
    mesh(reshape(f0,10,10))
    axis([0 10,0 10,1 8])
elseif iter==15
    figure
    mesh(reshape(f0,10,10))
    axis([0 10,0 10,1 8])
end;
end;
```



5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Untuk obyek tak homogen

50%  $f_1=2$ ,  $f_2=5$

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

25%  $f_1=2$ , 75%  $f_2=5$

2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

b. Program koordinat sel

```
function [X,Y]=korsel(l,r,nl,nr)
deltal=l/nl;
deltar=r/nr;
il=(-nl+1):2:(nl-1);
ir=(-nr+1):2:(nr-1);
x=deltal*il;
y=deltar*ir;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
X=X(:)';Y=Y(:)';
```

## c. Program antena

```
function [xa,ya]=antena(r,n);
thet=(2*pi)/n;
theta=0:thet:(2*pi)-thet);
theta=theta+5;
xa=r*cos(theta);
ya=r*sin(theta);
```

## d. Program gradien

```
function [A,B,C]=gran(x,y);
Xa=meshgrid(x); Xb=Xa';
Ya=meshgrid(y); Yb=Ya';
X=(Xa-Xb);X=X+eye(size(x,2));
Y=(Ya-Yb);Y=Y+eye(size(x,2));
a=-(Y./X);b=ones(size(X));
c=Ya+Xa.*a;
A=[];B=[];C=[];
for i=1:(size(x,2))
    for j=1:(size(x,2))
        if i~=j
            A=[A;a(i,j)];
            B=[B;b(i,j)];
            C=[C;c(i,j)];
        end
    end
end
end
```

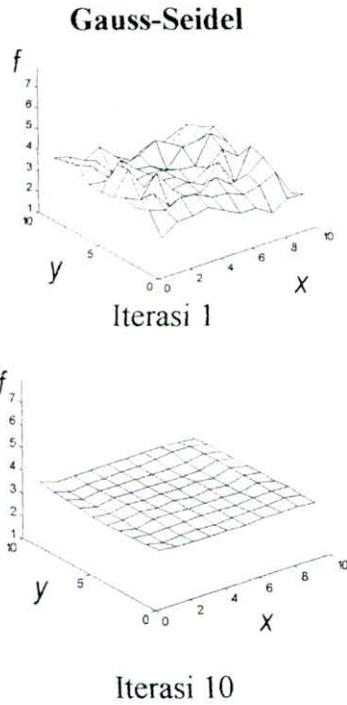
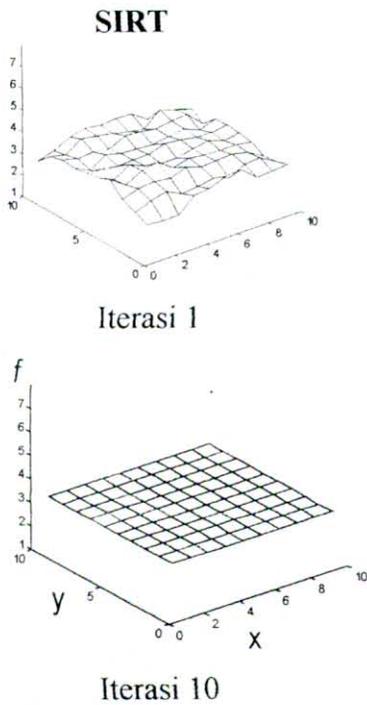
e. Program jarak

```
function D=jarak1(x,y,xa,ya);
[a,b,c]=feval('gran',xa,ya);
Ax=a*x;By=b*y;C=meshgrid(c,x);C=C';
atas=Ax+By+C;
A2=meshgrid(a,x);B2=meshgrid(b,x);
A2=A2';B2=B2';
bawah=sqrt(A2.*A2+B2.*B2);
D=atas./bawah;
D=abs(D);
[m,n]=size(D);
for i=1:m;
    for j=1:n;
        if D(i,j)<0.28
            D(i,j)=1;
        else
            D(i,j)=0;
        end
    end
end
[i,j]=find(D<0.28);
D(i,j)=1;
[i,j]=find(D);
D(i,j)=0;
```

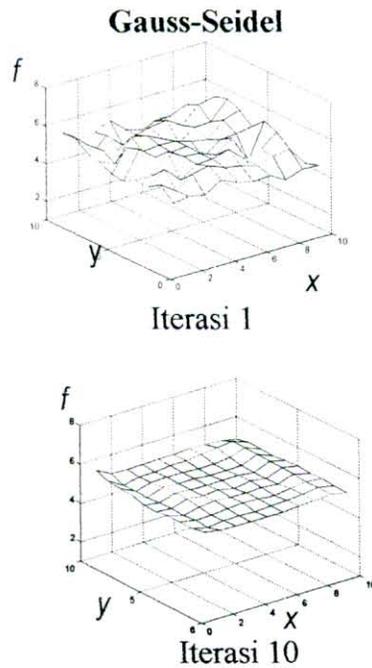
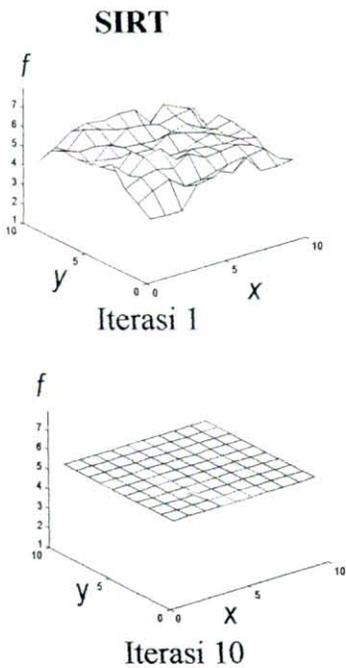
Lampiran B Kualitas citra yang dihasilkan SIRT, Gauss-Seidel, SIRT dengan noise, dan Gauss-Seidel dengan noise.

### B.1 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel Data Tanpa Noise

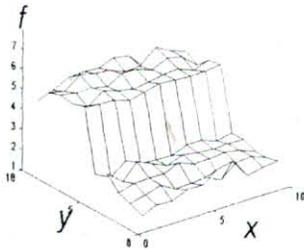
#### Obyek Homogen



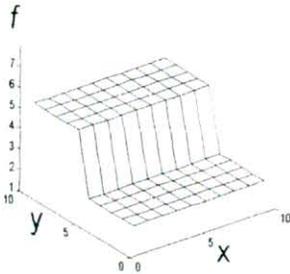
Gambar b.1 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel tanpa noise pada  $f=3$



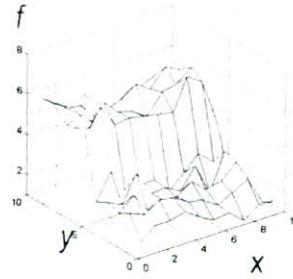
Gambar b.2 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel tanpa noise pada  $f=5$

**Obyek Tidak Homogen****SIRT**

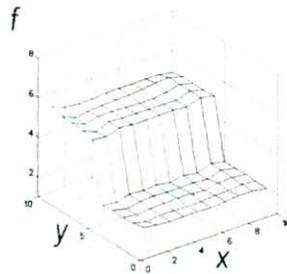
Iterasi 1



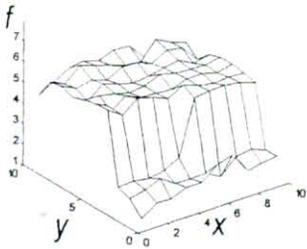
Iterasi 10

**Gauss-Seidel**

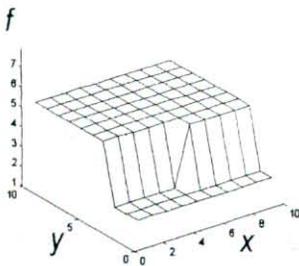
Iterasi 1



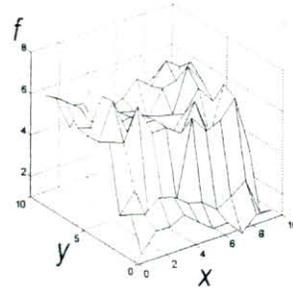
Iterasi 10

Gambar b.3. Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel tanpa noise pada 50%  $f_1=2$ ,  $f_2=5$ **SIRT**

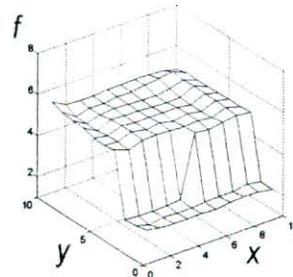
Iterasi 1



Iterasi 10

**Gauss-Seidel**

Iterasi 1



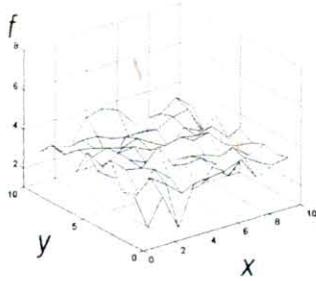
Iterasi 10

Gambar b.4 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel tanpa noise pada 25%  $f_1=2$ , 75%  $f_2=5$

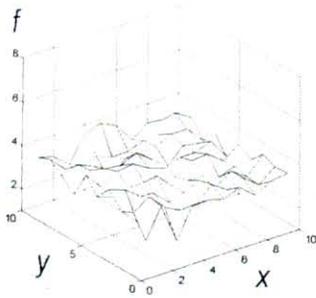
## B.2 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel Data Dengan Noise

### Objek Homogen

#### SIRT

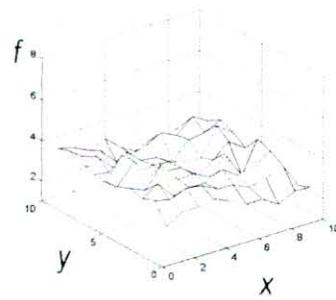


Iterasi 1

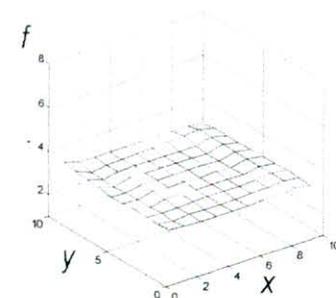


Iterasi 10

#### Gauss-Seidel



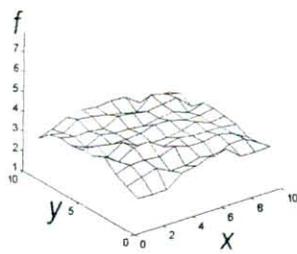
Iterasi 1



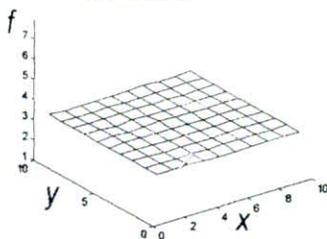
Iterasi 10

Gambar b.5 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel pada SNR 30 dB untuk  $f_1=3$

#### SIRT

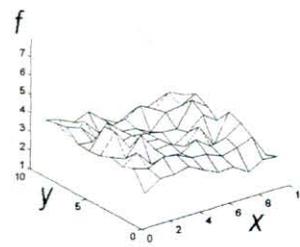


Iterasi 1

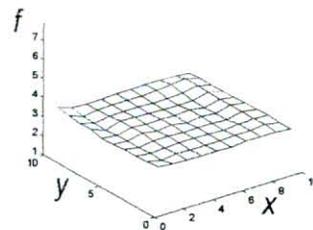


Iterasi 10

#### Gauss-Seidel

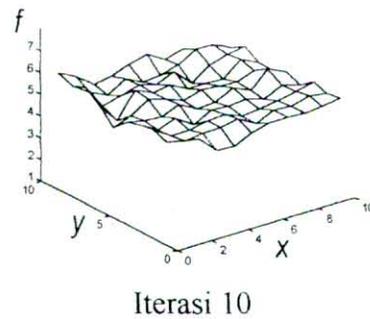
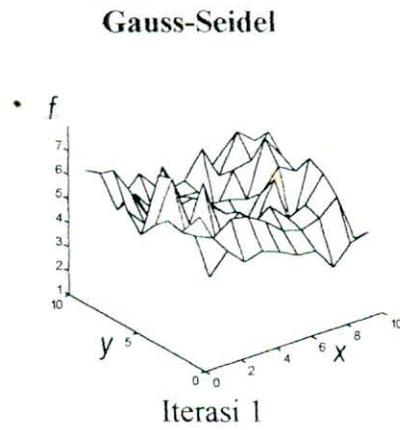
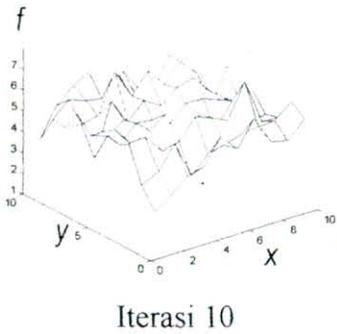
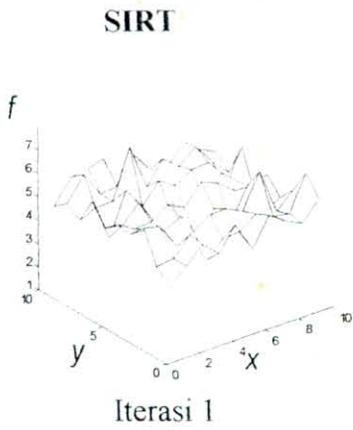


Iterasi 1

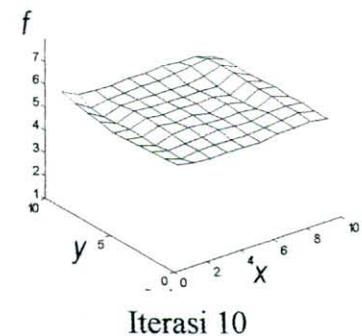
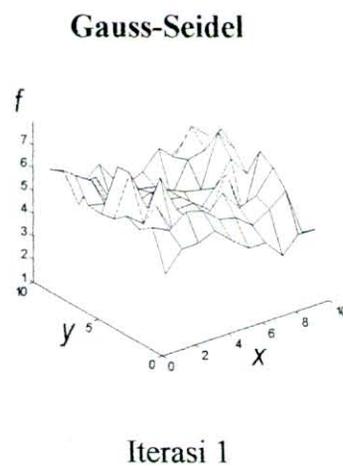
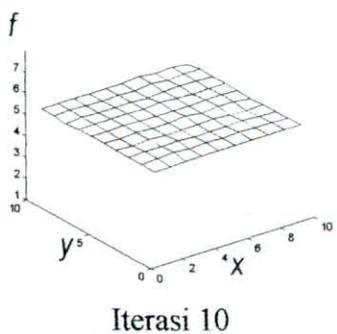
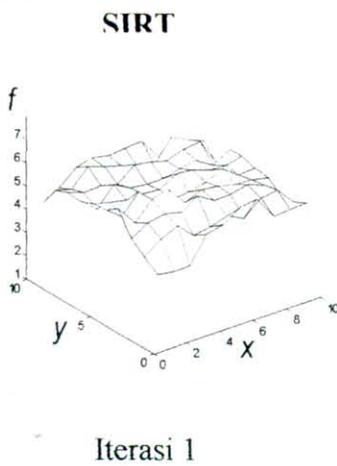


Iterasi 10

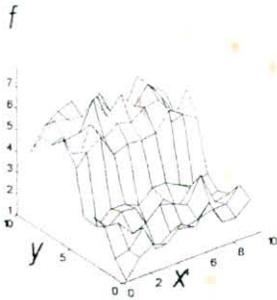
Gambar b.6 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel pada SNR 60 dB untuk  $f_1=3$



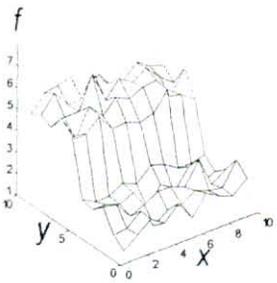
Gambar b.7 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel pada SNR 30 dB untuk  $f_1=5$



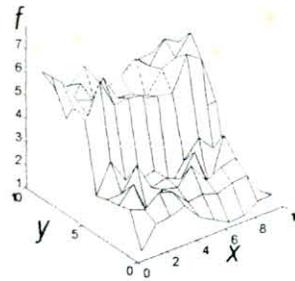
Gambar b.8 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel pada SNR 60 dB untuk  $f_1=5$

Obyek Tak Homogen**SIRT**

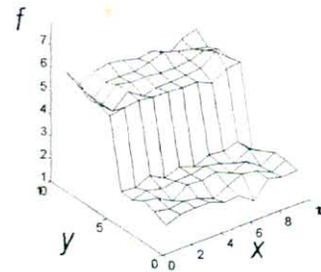
Iterasi 1



Iterasi 10

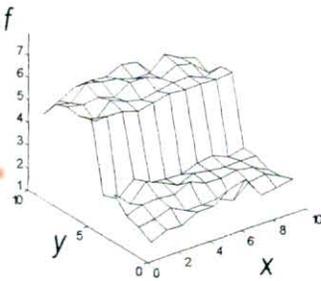
**Gauss-Seidel**

Iterasi 1

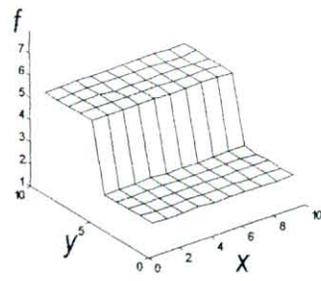


Iterasi 10

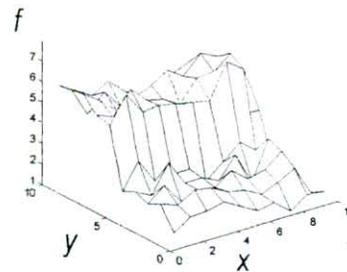
Gambar b.9 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel pada SNR 30 dB untuk 50%  $f_1=2$ ,  $f_2=5$

**SIRT**

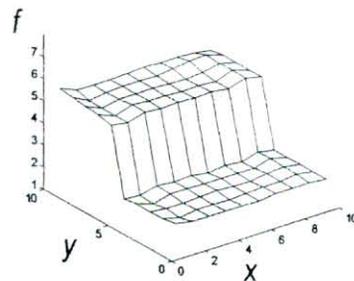
Iterasi 1



Iterasi 10

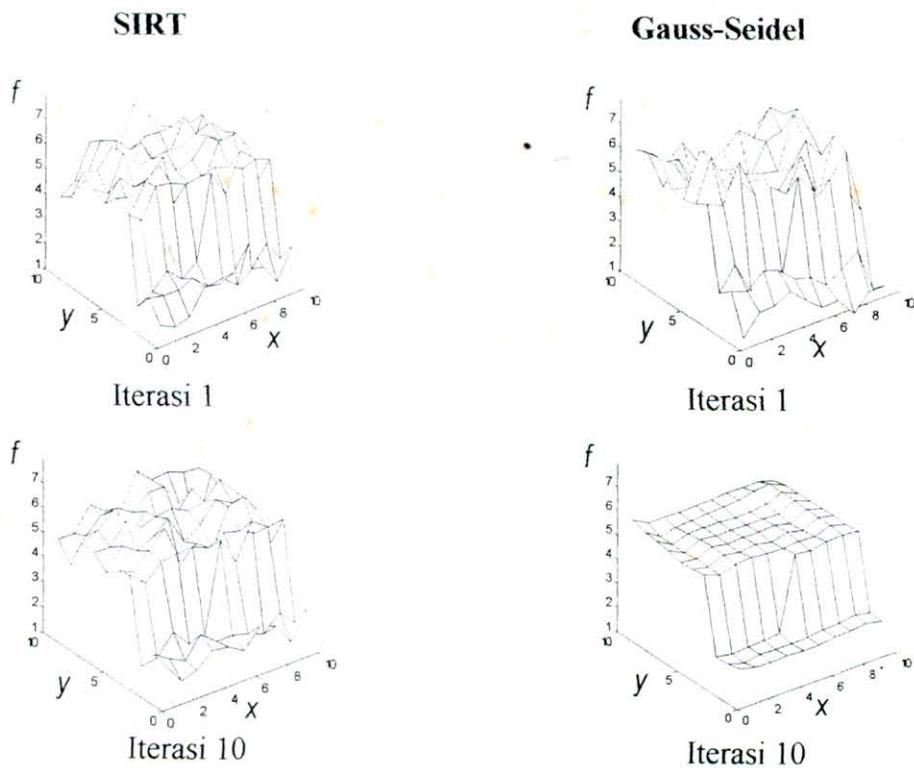
**Gauss-Seidel**

Iterasi 1

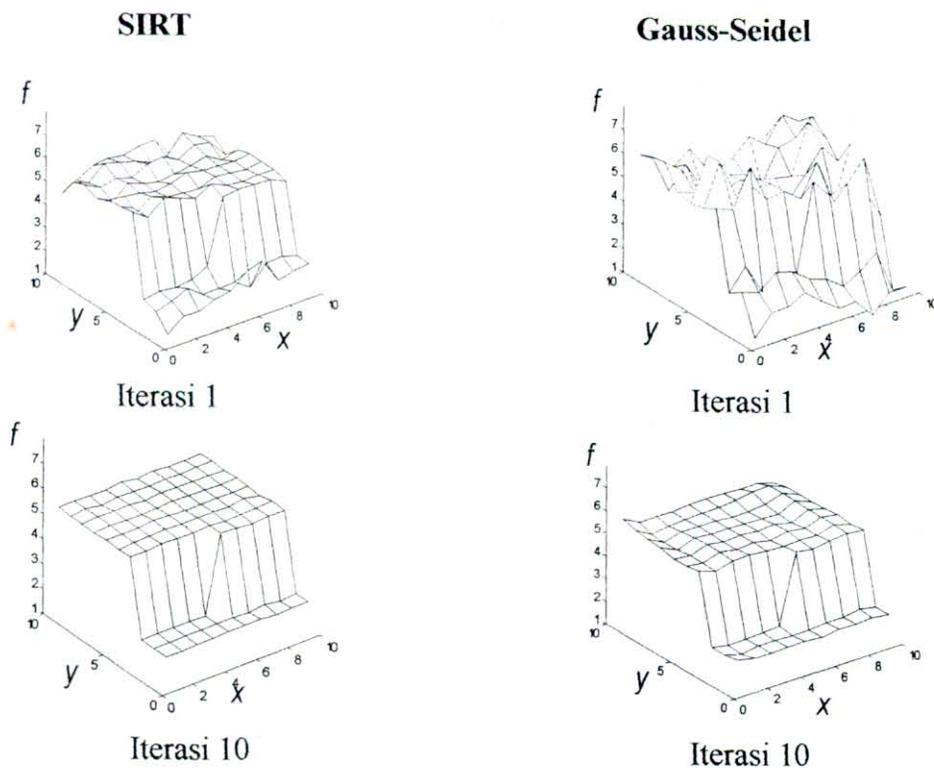


Iterasi 10

Gambar b.10 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel pada SNR 60 dB untuk 50%  $f_1=2$ ,  $f_2=5$



Gambar b.11 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel pada SNR 30 dB  
untuk 25%  $f_1=2$ , 75%  $f_2=5$



Gambar b.12 Rekonstruksi SIRT dan Gauss-Seidel pada SNR 60 dB  
untuk 25%  $f_1=2$ , 75%  $f_2=5$

Departemen Pendidikan Nasional RI  
Universitas Jember  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam



BORANG TA-06

SURAT KETERANGAN SELESAI PENELITIAN

Kami selaku Dosen Pembimbing Utama/Anggota yang mengawasi penelitian/percobaan mahasiswa sebagai tersebut di bawah ini :

Nama : MIWI IRANAYA DENTI.....  
NIM : 22-1042.....  
Jurusan/PS : FISIKA.....  
Semester : IX (sembilan).....

menerangkan dengan sebenarnya bahwa mahasiswa yang bersangkutan betul-betul telah melaksanakan penelitian/percobaan, tentang

ALGORITMA IDENTIFIKASI REKONSTRUKSI CITRA

TEKNOLOGI KARASIPANGI

Bertempat : Di Jember, Kantorasi FISIKA FMIPA Universitas Jember.....  
Dimulai tanggal 1 SEPTEMBER 2001..... s/d JANUARI 2003.....

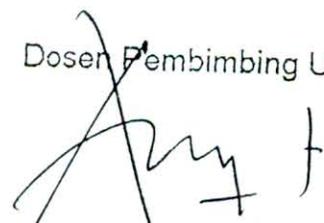
Surat keterangan ini dibuat sebagai persyaratan pengajuan permohonan ujian Tugas Akhir/Skripsi.

Demikian untuk diketahui dan dipergunakan sebagaimana mestinya.

Jember, 16 JANUARI 2003.....

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota

  
AGUNG EN, Ssi, MPhil...  
NIP. 132 005 972

  
SUNISA, NSi.....  
NIP. 132 257 929