



**MODELISASI BAGIAN UTAMA TEKO MELALUI  
PENGABUNGAN BENDA DASAR HASIL  
DEFORMASI TABUNG, BOLA, DAN  
PRISMA SEGI EMPAT**

**SKRIPSI**

Oleh

**Dwi Ariyanti Bahri  
NIM 131810101049**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2017**



**MODELISASI BAGIAN UTAMA TEKO MELALUI  
PENGGABUNGAN BENDA DASAR HASIL  
DEFORMASI TABUNG, BOLA, DAN  
PRISMA SEGI EMPAT**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Dwi Ariyanti Bahri  
NIM 131810101049**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2017**

## PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang Maha Pengasih dan Maha Penyayang serta sholawat dan salam selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, penulis persembahkan skripsi ini sebagai ungkapan kebahagiaan dan rasa terima kasih kepada:

1. keluarga besar saya, Bapak Saiful Bahriyanto dan Ibu Siti Aminah, serta adik Sintia Ariya Bahri dan kakak Ariza Nur Fadholi yang telah mendukung dan memberikan doa, kasih sayang, serta motivasi;
2. Bapak Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D. dan Bapak Ahmad Kamsyakawuni, S.Si., M.Kom. yang dengan sabar dan tulus ikhlas membimbing sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan;
3. seluruh guru dan dosen beserta almamater sekolah yang telah memberikan ilmu dan suasana kekeluargaan;
4. Februdi Akbar, yang telah mendoakan dan selalu memberi semangat serta motivasi;
5. teman-teman pejuang geometri Yora, Ari, dan Doni Irianto atas kebersamaan selama mengerjakan skripsi ini dan telah memberikan semangat serta motivasi;
6. sahabat-sahabat terbaikku RCM, kontrakan Puri, dan raoda yang selalu memberikan kebahagiaan;
7. teman-teman ATLAS (Matematika angkatan 2013) FMIPA Matematika yang telah memberikan rasa kekeluargaan dan kenangan yang tak terlupakan;
8. almamater tercinta Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

**MOTO**

”Dan bersabarlah dalam menunggu ketetapan Tuhanmu, maka  
sesungguhnya kamu berada dalam penglihatan Kami,  
dan bertasbihlah dengan memuji Tuhanmu ketika  
kamu bangun berdiri.”  
(terjemahan Surat *Ath-Thuur* ayat 48)\*



---

\* Departemen Agama Republik Indonesia. 1998. *Al Qur'an dan Terjemahannya*. Semarang : PT Kumudasmoro Grafindo.

**PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

nama: Dwi Ariyanti Bahri

NIM: 131810101049

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Modelisasi Bagian Utama Teko Melalui Penggabungan Benda Dasar Hasil Deformasi Tabung, Bola, dan Prisma Segi Empat” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2017

Yang menyatakan,

Dwi Ariyanti Bahri  
NIM 131810101049

**SKRIPSI**

**MODELISASI BAGIAN UTAMA TEKNOLOGI MELALUI  
PENGGABUNGAN BENDA DASAR HASIL  
DEFORMASI TABUNG, BOLA, DAN  
PRISMA SEGI EMPAT**

Oleh

Dwi Ariyanti Bahri  
NIM 131810101049

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Ahmad Kamsyakawuni, S.Si, M.Kom.

**PENGESAHAN**

Skripsi berjudul “Modelisasi Bagian Utama Teko Melalui Penggabungan Benda Dasar Hasil Deformasi Tabung, Bola, dan Prisma Segi Empat” telah diuji dan disahkan pada:

hari :

tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu pengetahuan Alam Universitas Jember.

Tim Penguji:

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D  
NIP. 196101081986021001

Ahmad Kamsyakawuni, S.Si.,M.Kom  
NIP. 197211291998021001

Penguji I

Penguji II,

Dr. Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si  
NIP. 197006061998031003

Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si  
NIP. 198408012008012006

Mengesahkan  
Dekan,

Drs. Sujito, Ph.D.  
NIP. 196102041987111001

## RINGKASAN

**Modelisasi Bagian Utama Teko Melalui Penggabungan Benda Dasar Hasil Deformasi Tabung, Bola dan Prisma Segi Empat;** Dwi Ariyanti Bahri, 131810101049; 2017; 59 Halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Teko berfungsi sebagai tempat menampung air minum. Bahan pembuatan teko dapat terbuat dari plastik atau melamin, kaca, perak, tanah liat, alumunium, ataupun *stainless steel*. Teko umumnya dibuat dengan bentuk yang artistik dan ditempatkan di atas meja makan. Keragaman bentuk teko banyak terkait dengan kajian geometri yaitu berkenaan dengan jumlah komponen pembangun benda ataupun bahan dasar bentuk benda geometri sederhana yang digunakan seperti tabung, bola, dan prisma. Namun model teko tersebut masih memiliki kekurangan tampilan bentuk, misalnya bagian utama teko terbangun hanya dari satu bentuk benda ruang seperti bola dan tabung sehingga modelnya terlihat monoton. Penulisan skripsi ini mempunyai tujuan untuk memodelisasi bagian utama teko dengan pemotongan dan deformasi benda-benda geometri ruang berupa tabung, bola, dan prisma segi empat, serta penggabungan benda dasar hasil pemotongan dan pemodelan pada dua jenis kerangka penggabungan sehingga menghasilkan teko yang bervariasi.

Penelitian modelisasi bagian utama teko ini dibagi menjadi beberapa tahapan. Tahapan pertama adalah membangun beberapa benda dasar sebagai komponen penyusun bagian utama teko dari pemotongan dan deformasi tabung, bola, dan prisma. Dalam hal ini yang dilakukan yaitu mengoperasikan titik dan kurva kemudian membangun permukaan lengkung atau menginterpolasikan kurva tersebut. Tahapan kedua adalah merangkai beberapa benda-benda dasar komponen bagian utama teko pada dua jenis kerangka penggabungan yaitu model satu kerangka dan empat kerangka. Dalam hal ini, membagi kerangka menjadi beberapa segmen untuk model satu kerangka dan membagi kerangka menjadi beberapa bidang untuk model empat kerangka kemudian mengisi setiap bagian



segmen atau bidang tersebut dengan benda dasar komponen bagian utama teko sehingga menghasilkan model bagian utama teko yang tergabung kontinu dan bervariasi. Selanjutnya tahapan terakhir dilakukan programasi untuk memodelisasi botol parfum tersebut dengan bantuan *software* Maple 18.

Hasil penelitian ini mendapatkan dua prosedur untuk memodelisasi bagian utama teko, yang pertama prosedur untuk mendesain beragam bentuk komponen penyusun bagian utama teko dari benda dasar tabung, bola, dan prisma segi empat, dapat dilakukan prosedur dengan langkah-langkah sebagai berikut. Pertama, menetapkan titik potong untuk membangun bidang potong pada bola, prisma segi empat, dan tabung, kemudian menentukan dua buah titik masing-masing terletak pada sisi atas, sisi bawah dan sisi tegak tabung dan prisma segi empat. Kedua, mengoperasikan titik-titik tersebut, yaitu: (a) membangun bidang dengan titik potong yang ditetapkan, (b) membangun kurva Hermit atau kurva Bezier, dan (c) menginterpolasikan kurva tersebut sehingga menghasilkan bentuk benda dasar komponen bagian utama teko yang bervariasi. Prosedur kedua yaitu merangkai komponen penyusun bagian utama teko pada dua jenis model kerangka yaitu model satu kerangka penggabungan dan model empat kerangka penggabungan, prosedurnya sebagai berikut. Pertama, membagi sumbu menjadi beberapa segmen untuk model satu kerangka dan membagi sumbu menjadi beberapa bidang untuk model empat kerangka. Kedua, mengisi setiap bagian segmen atau bidang tersebut dengan benda dasar komponen bagian utama teko sehingga menghasilkan bagian utama teko yang tergabung kontinu dan bervariasi.

## PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Modelisasi Bagian Utama Teko Melalui Penggabungan Benda Dasar Hasil Deformasi Tabung, Bola dan Prisma Segi Empat”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Drs. Sujito, Ph.D., selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
2. Kusbudiono, S.Si., M.Si., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
3. Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D., selaku Dosen Pembimbing Utama, Ahmad Kamsyakawuni, S.S.i, M.Kom., selaku Dosen Pembimbing Anggota, Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si., selaku dosen Penguji I dan Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si., selaku dosen Penguji II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
4. Kusbudiono, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
5. dosen dan karyawan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
6. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Juli 2017

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN MOTO</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> .....	v
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	vi
<b>RINGKASAN</b> .....	vii
<b>PRAKATA</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xvi
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	1
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	3
<b>1.3 Tujuan</b> .....	4
<b>1.4 Manfaat</b> .....	4
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	5
<b>2.1 Penyajian Segmen Garis, Lingkaran dan Elips</b> .....	5
2.1.1 Penyajian Segmen Garis .....	5
2.1.2 Penyajian Lingkaran dan Bagiannya .....	6
2.1.3 Penyajian Elips .....	7
<b>2.2 Interpolasi diantara Segmen Garis dan Kurva di Ruang</b> .....	8
<b>2.3 Penyajian Tabung, Bola, dan Prisma Segi Empat</b> .....	9
2.3.1 Penyajian Tabung .....	9
2.3.2 Penyajian Bola .....	11
2.3.3 Penyajian Prisma Segi Empat .....	12

<b>2.4 Transformasi Bidang di <math>R^3</math></b> .....	13
2.4.1 Translasi.....	13
2.4.2 Rotasi (Perputaran) .....	14
2.4.3 Dilatasi (Penskalaan) .....	15
2.4.4 Refleksi (Pencerminan).....	16
<b>2.5 Penyajian Kurva Hermit Kuadrat</b> .....	17
<b>2.6 Penyajian Kurva dan Permukaan Bezier</b> .....	18
<b>2.7 Konstruksi Objek pada Program Maple 18</b> .....	19
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b> .....	23
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	26
<b>4.1 Modelisasi Komponen Penyusun Bagian Utama Teko</b> .....	26
4.1.1 Pemodelan Komponen Penyusun Bagian Utama Teko dengan Deformasi Prisma Segi Empat Beraturan .....	26
4.1.2 Pemodelan Komponen Penyusun Bagian Utama Teko dengan Deformasi Tabung .....	32
4.1.3 Pemodelan Komponen Penyusun Bagian Utama Teko dengan Deformasi Bola .....	37
<b>4.2 Penggabungan Komponen Penyusun Bagian Utama Teko         pada Kerangka Pemodelan</b> .....	40
4.2.1 Model Bagian Utama Teko dengan Satu Kerangka Pemodelan.....	40
4.2.2 Model Bagian Utama Teko dengan Empat Kerangka Pemodelan .....	42
<b>4.3 Pembahasan</b> .....	44
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN</b> .....	56
<b>5.1 Kesimpulan</b> .....	56
<b>5.2 Saran</b> .....	58
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	59
<b>LAMPIRAN</b> .....	60

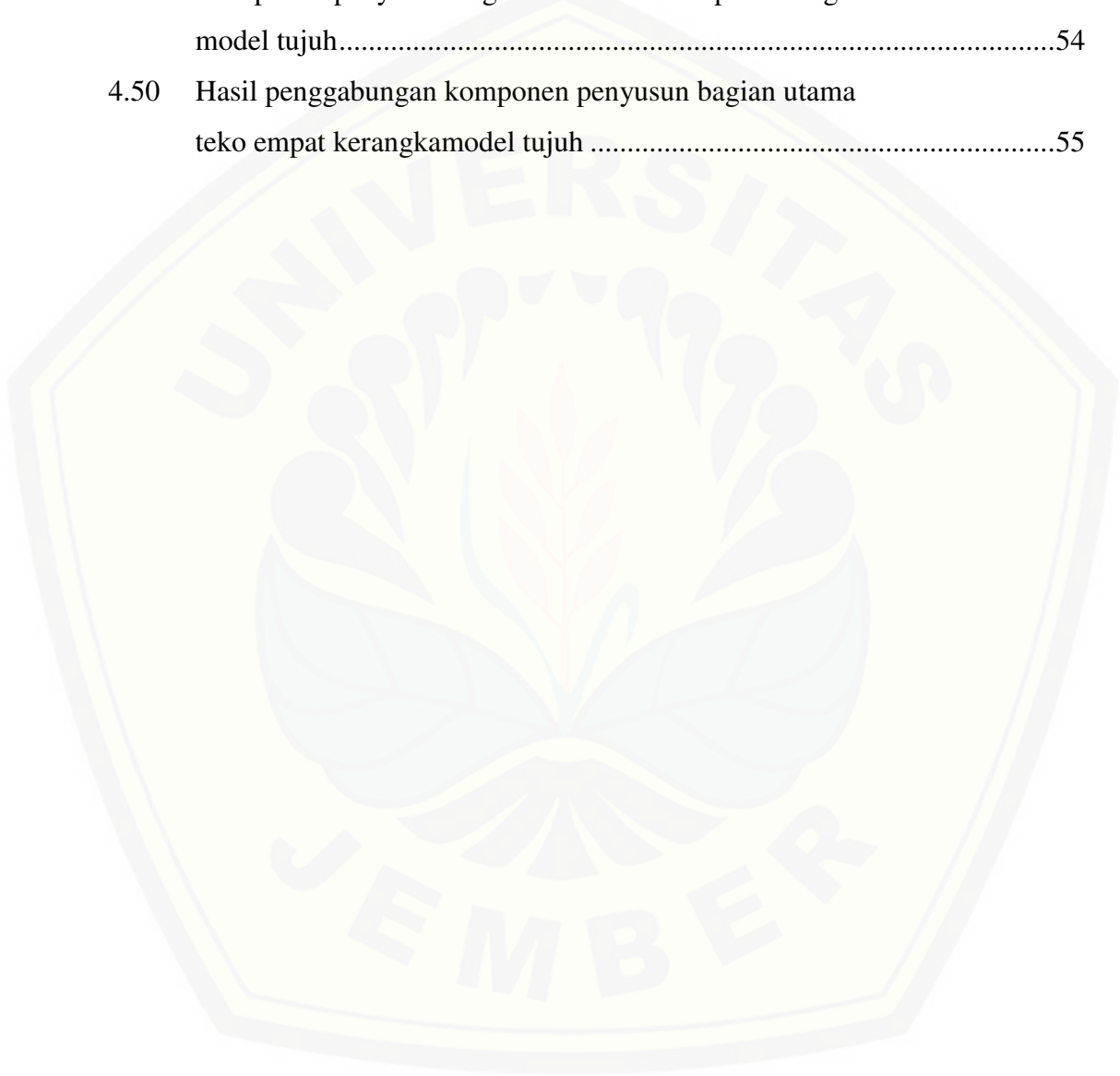
**DAFTAR GAMBAR**

	Halaman
1.1	Komponen teko ..... 1
1.2	Contoh bentuk-bentuk teko ..... 2
1.3	Komponen-komponen penyusun bagian utama teko ..... 3
1.4	Contoh model kerangka bagian utama teko ..... 4
2.1	Penyajian segmen garis di ruang ..... 6
2.2	Penyajian lingkaran ..... 7
2.3	Penyajian elips ..... 8
2.4	Contoh kasus khusus interpolasi linier dua segmen garis ..... 9
2.5	Interpolasi linier pada kurva ..... 9
2.6	Penyajian tabung ..... 10
2.7	Tabung dengan beragam sumbu pusat ..... 11
2.8	Bola dengan pusat $Q(a, b, c)$ dan jari-jari $r$ ..... 11
2.9	Keratan bola dengan pusat $Q(a, b, c)$ ..... 12
2.10	Prisma dan bagian-bagiannya ..... 13
2.11	Ilustrasi rotasi pada sistem kooordinant tangan kiri ..... 14
2.12	Dilatasi dengan $k > 1$ ..... 15
2.13	Refleksi terhadap bidang $x = 0$ ..... 16
2.14	Kurva Hermit kuadratik ..... 17
2.15	Kurva Bezier (a) kuadratik (b) kubik ..... 18
2.16	Permukaan Bezier dengan $m = 2$ dan $n = 2$ ..... 19
2.17	Segmen garis ..... 19
2.18	Bidang lingkaran ..... 20
2.19	Penyajian bola ..... 20
2.20	Penyajian selimut tabung ..... 21
2.21	Interpolasi antara dua kurva ..... 22
2.22	Permukaan Bezier ..... 22
3.1	Skema metode penelitian ..... 25

4.1	Penyajian balok .....	26
4.2	Model Prisma Pojok lengkung .....	27
4.3	Variasi Model Prisma Pojok Lengkung .....	28
4.4	Model Prisma Pojok Pola Bintang .....	29
4.5	Variasi Model Prisma Pojok Pola Bintang .....	29
4.6	Model Prisma Pojok Pola Tenda .....	31
4.7	Variasi Model Prisma Pojok Pola Tenda .....	31
4.8	Penyajian tabung .....	32
4.9	Pemotongan tabung .....	33
4.10	Model Tabung Bertingkat Vertikal .....	33
4.11	Variasi Model Tabung Bertingkat Vertikal .....	34
4.12	Model Tabung Bertingkat Vertikal Multibidang .....	35
4.13	Variasi Model Tabung Bertingkat Vertikal Multibidang .....	35
4.14	Model Tabung Susun Vertikal .....	36
4.15	Variasi Model Tabung Susun Vertikal .....	37
4.16	Penyajian bola .....	37
4.17	Membagi bola menjadi beberapa bagian .....	39
4.18	Membangun keratan labu .....	39
4.19	Pemotongan bola .....	40
4.20	Konstruksi komponen bagian utama teko satu kerangka .....	41
4.21	Variasi hasil penggabungan menggunakan satu kerangka .....	42
4.22	Konstruksi komponen bagian utama teko empat kerangka .....	43
4.23	Hasil penggabungan menggunakan empat kerangka .....	43
4.24	Variasi bentuk komponen bagian utama teko hasil kelengkungan .....	44
4.25	Variasi bentuk komponen bagian utama teko hasil kurva Bezier .....	45
4.26	Variasi bentuk komponen bagian utama teko hasil pemotongan bidang datar .....	46
4.27	Variasi bagian utama teko berdasarkan parameter $t$ .....	47
4.28	Variasi bagian utama teko berdasarkan parameter $r$ .....	47
4.29	Komponen penyusun bagian utama teko satu kerangka model satu .....	48

4.30	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko satu kerangka model satu .....	48
4.31	Komponen penyusun bagian utama teko teko satu kerangka model dua .....	48
4.32	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko satu kerangka model dua .....	49
4.33	Komponen penyusun bagian utama teko satu kerangka model tiga .....	49
4.34	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko satu kerangka model tiga.....	49
4.35	Komponen penyusun bagian utama teko satu kerangka model empat .....	50
4.36	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko satu kerangka model empat .....	50
4.37	Komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model satu.....	40
4.38	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model satu .....	51
4.39	Komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model dua .....	51
4.40	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model dua.....	51
4.41	Komponen penyusun teko empat kerangka model tiga .....	52
4.42	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model tiga.....	52
4.43	Komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model empat .....	52
4.44	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model empat.....	53
4.45	Komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model lima.....	53
4.46	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model lima .....	53

4.47	Komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model enam .....	54
4.48	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model enam .....	54
4.49	Komponen penyusun bagian utama teko empat kerangka model tujuh.....	54
4.50	Hasil penggabungan komponen penyusun bagian utama teko empat kerangkamodel tujuh .....	55





**DAFTAR LAMPIRAN**

	Halaman
A. Modelisasi komponen penyusun bagian utama teko.....	59
A.1 Deformasi prisma .....	59
A.2 Deformasi tabung .....	61
A.3 Deformasi bola .....	63
B. Penggabungan benda dasar komponen bagian utama teko pada dua jenis kerangka penggabungan.....	65
B.1 Model komponen bagian utama teko dengan satu kerangka penggabungan .....	65
B.2 Model komponen bagian utama teko dengan satu kerangka penggabungan .....	66

## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Deformasi adalah perubahan bentuk atau ukuran dari sebuah benda melalui penentuan parameter yang dilakukan dengan mentransformasikan perubahan posisi ke dalam bentuk parameter-parameter meliputi translasi, rotasi, dilatasi, dan refleksi. Teko berfungsi sebagai tempat menampung air minum. Bahan pembuatan teko dapat terbuat dari plastik atau melamin, kaca, perak, tanah liat, aluminium, ataupun *stainless steel*. Teko umumnya dibuat dengan bentuk yang artistik dan ditempatkan di atas meja makan. Keragaman bentuk teko banyak terkait dengan kajian geometri yaitu berkenaan dengan jumlah komponen pembangun benda ataupun bahan dasar bentuk benda geometri yang digunakan. Ditinjau dari komponen pembangun teko, bagian teko dapat dikategorikan menjadi 5 bagian yaitu bagian tutup/atas, leher, tampung air, gagang dan bagian tuang air (Gambar 1.1). Bagian tutup teko merupakan tempat untuk memasukkan air. Bagian leher teko merupakan bagian teko yang biasanya berbentuk lengkung cekung. Bagian tampung air merupakan bagian yang digunakan untuk menampung air, gagang berfungsi sebagai alat memegang, dan bagian tuang air merupakan tempat keluarnya air. Bagian tampung air dan bagian leher teko merupakan bagian utama teko. Adapun bila ditinjau dari bahan dasar pembangun benda, komponen-komponennya dapat dibangun dari benda dasar geometri sederhana.



Gambar 1.1 Komponen teko

Hasil produksi teko yang telah ada menunjukkan bahwa kebanyakan bentuk teko belum banyak dilakukan inovasi. Model teko tersebut masih memiliki kekurangan tampilan bentuk, misalnya bagian utama teko terbangun hanya dari satu bentuk benda ruang seperti bola dan tabung sehingga modelnya terlihat monoton (Gambar 1.2). Dari kondisi teko yang ada saat ini, penulis tertarik untuk melakukan studi pengembangan desain bagian utama teko, karena bagian utama merupakan bagian yang paling dominan pada teko. Seseorang akan memperhatikan bagian utama teko dibandingkan komponen teko lainnya, karena bagian utama memiliki ukuran yang lebih besar dibandingkan dengan komponen penyusun teko lainnya.

Alessi (2001) dalam Gumulya dan Nastasia (2015), mengatakan bahwa saat ini makin banyak orang membeli barang untuk pemuasan intelektual dan spiritual. Seseorang membeli teko tidak hanya digunakan untuk membuat kopi ataupun merebus air saja, namun karena alasan emosional, yakni pemuasan intelektual dan spiritual sehingga desain teko menjadi daya tarik tersendiri bagi konsumen. Farihin (2015) telah melakukan penelitian tentang ikan buntal sebagai ide dasar penciptaan keramik teko set pasutri. Namun pengembangan desain teko tersebut hanya terdiri dari satu komponen penyusun sehingga kurang bervariasi. Selain itu, Roifah (2013) telah melakukan penelitian tentang modelisasi knop melalui penggabungan benda dasar hasil deformasi tabung, prisma segi enam beraturan, dan permukaan putar. Hasil penelitian tersebut masih memiliki lengkung tunggal, tetapi penggabungan dari model ini bisa diaplikasikan pada bagian utama teko. Sehubungan dengan keadaan tersebut, penulis tertarik melakukan studi pengembangan desain teko air dengan memanfaatkan bangun- bangun geometri ruang.

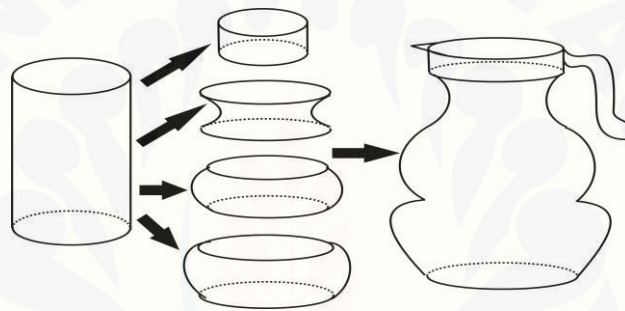


Gambar 1.2 Contoh bentuk-bentuk teko

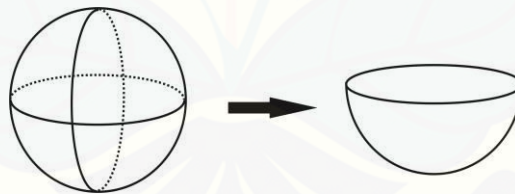
## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan sebelumnya, rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

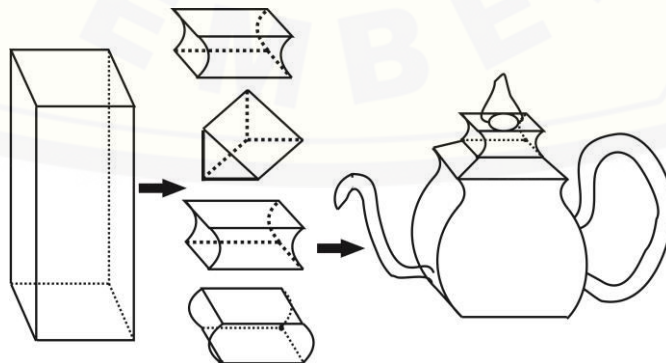
- a. diberikan tabung, bola, dan prisma segi empat beraturan. Dari ketiga benda geometri ruang tersebut, bagaimana prosedur membangun beberapa benda dasar sebagai penyusun bagian utama teko dari deformasi dan pemotongan oleh bidang datar pada tabung, bola, dan prisma segi empat beraturan sehingga menghasilkan beberapa komponen penyusun bagian utama teko yang bervariasi (utama ( $a$ ) dan leher ( $u$ )), dengan ukuran ketinggian  $15\text{ cm} \leq a \leq 30\text{ cm}$ ,  $5\text{ cm} \leq u \leq 10\text{ cm}$ .



(a) Deformasi tabung



(b) Deformasi bola



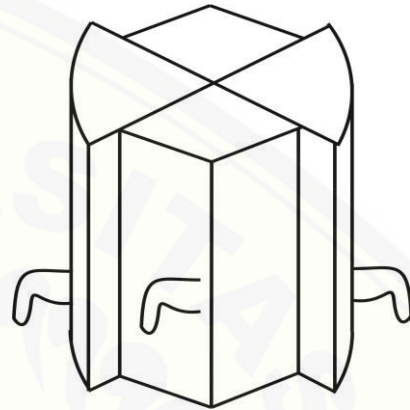
(c) Deformasi prisma segi empat

Gambar 1.3 Komponen-komponen penyusun bagian utama teko

- b. Diberikan dua model kerangka untuk merangkai komponen penyusun bagian utama teko yaitu model satu kerangka dan empat kerangka yang dijadikan satu bentuk dengan fungsi yang berbeda (Gambar 1.4). Dari kedua model kerangka tersebut, bagaimana prosedur merangkai beberapa benda dasar komponen teko agar menghasilkan bagian utama teko yang bervariasi.



(a) Teko dengan satu kerangka



(b) Teko dengan empat kerangka

Gambar 1.4 Contoh model kerangka bagian utama teko

### 1.3 Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah:

- mendapatkan prosedur untuk membangun bagian utama teko dari beberapa benda dasar geometri sebagai komponen penyusun bagian utama teko dari deformasi bola, tabung dan prisma segi empat.
- mendapatkan prosedur untuk merangkai bagian utama teko dengan dua model kerangka teko.

### 1.4 Manfaat

Adapun manfaat yang diperoleh dalam penelitian ini antara lain:

- menggunakan bantuan komputer dapat dihasilkan beberapa prosedur baru model bagian utama teko air yang bervariasi.
- Menambah variasi model bagian utama teko melalui penggabungan benda dasar geometri sebagai komponen penyusun teko.

## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Sehubungan dengan beberapa persoalan yang telah dijelaskan pada bab 1 dan untuk keperluan mencari solusi permasalahan desain teko, pada bab ini menjelaskan beberapa teori dasar yang berkaitan dengan prosedur desain teko. Teori dasar tersebut menjelaskan tentang segmen garis, lingkaran, kurva hermit, dan kurva bezier serta benda-benda ruang geometri seperti prisma beraturan, bola, dan tabung. Hal ini bertujuan untuk mempermudah dalam proses pembuatan beragam komponen teko.

### 2.1 Penyajian Segmen Garis, Lingkaran dan Elips

#### 2.1.1 Penyajian Segmen Garis

Dalam geometri dijelaskan jika terdapat dua titik berbeda di satu ruang, maka terdapat tepat satu garis yang memuat dua titik tersebut. Selanjutnya, setiap garis memuat sedikitnya dua buah titik berbeda. Misalkan diketahui titik  $A(x_1, y_1, z_1)$  dan  $B(x_2, y_2, z_2)$  merupakan dua titik berbeda di ruang, maka segmen garis  $\overline{AB}$  dapat didefinisikan secara vektorial sebagai berikut (Gambar 2.1):

$$\overrightarrow{OP} = t \overrightarrow{OB} + (1 - t) \overrightarrow{OA},$$

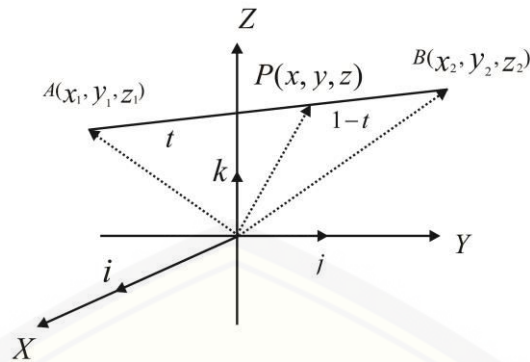
dengan  $0 \leq t \leq 1$  sebagai variabel parameter dan  $P \in \overline{AB}$ . Dengan demikian persamaan parametrik segmen garis dapat dinyatakan dengan persamaan (2.1).

$$\langle x, y, z \rangle = t \langle x_2, y_2, z_2 \rangle + (1 - t) \langle x_1, y_1, z_1 \rangle, \quad (2.1)$$

atau

$$\begin{aligned} x &= tx_2 + (1 - t)x_1, \\ y &= ty_2 + (1 - t)y_1, \\ z &= tz_2 + (1 - t)z_1, \end{aligned} \quad (2.2)$$

dengan  $0 \leq t \leq 1$



Gambar 2.1 Penyajian segmen garis di ruang

### 2.1.2 Penyajian Lingkaran dan Bagiannya

Lingkaran adalah himpunan titik-titik di bidang yang berjarak sama dari suatu titik tetap (Hutahea, 1986). Titik tetap itu dinamakan titik pusat lingkaran dan jarak yang sama dinamakan jari-jari lingkaran. Misal suatu lingkaran berpusat di titik  $O(0,0)$  dan titik  $A(x,y)$  merupakan sebarang titik pada lingkaran maka bentuk persamaan lingkarannya seperti pada persamaan (2.3) (Gambar 2.2).

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r \text{ atau } x^2 + y^2 = r^2, \quad (2.3)$$

dengan  $r$  adalah jari-jari lingkaran. Sedangkan lingkaran yang berpusat di  $C(h,k)$  dan berjari-jari  $r$  dinyatakan dengan persamaan (2.4).

$$\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r \text{ atau } (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2 \quad (2.4)$$

jika persamaan (2.4) diuraikan maka diperoleh bentuk

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + (h^2 + k^2 - r^2) = 0$$

Jadi persamaan umum lingkaran dapat ditulis seperti pada persamaan (2.5).

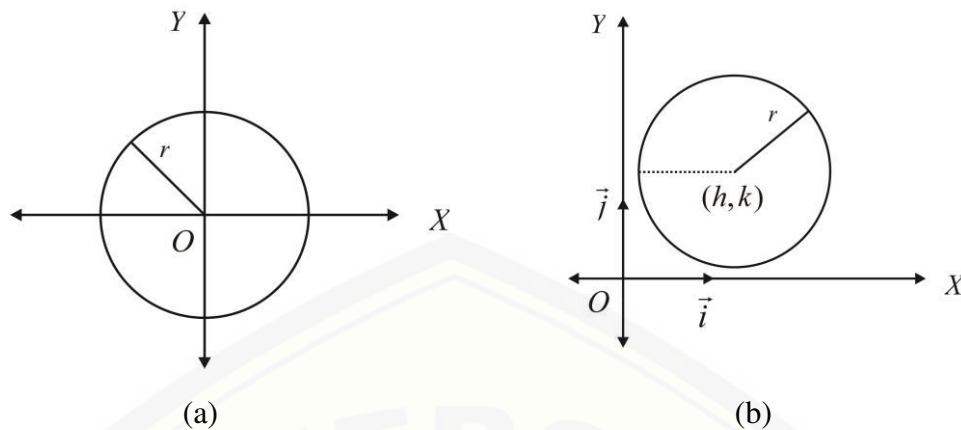
$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (2.5)$$

dengan

$$D = -2h$$

$$E = -2k$$

$$F = h^2 + k^2 - r^2$$



Gambar 2.2 Penyajian lingkaran

Lingkaran dengan pusat di  $(0,0)$  dan berjari-jari  $r$  dapat disajikan dalam persamaan parametrik seperti pada persamaan (2.6).

$$\mathbf{L}(\theta) = \langle r \cos \theta, r \sin \theta \rangle \quad (2.6)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ . Adapun persamaan parametrik lingkaran dengan pusat  $(h, k)$  dapat dinyatakan dengan persamaan (2.7).

$$\mathbf{L}(\theta) = \langle r \cos \theta + h, r \sin \theta + k \rangle, \quad (2.7)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

### 2.1.3 Penyajian Elips

Elips adalah himpunan titik-titik yang jumlah jaraknya terhadap dua titik tertentu (*focus elips*) besarnya tetap (Kusno, 2009). Misal  $F_1(c, 0)$  dan  $F_2(-c, 0)$  adalah titik fokus dari elips dimana jumlah jarak titik-titik fokus dengan suatu titik  $E(x, y)$  pada elips adalah  $\overline{EF_1} + \overline{EF_2} = 2a$  (Gambar 2.3).

Persamaan umum elips yang berpusat di titik  $(0,0)$  dengan fokus elips berada pada sumbu  $X$ , dapat dinyatakan seperti pada persamaan (2.8).

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (2.8)$$

dengan:

$a$  = sumbu mayor,

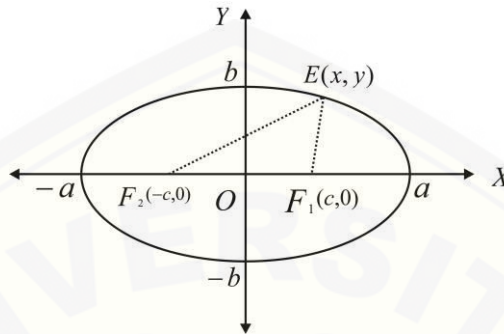
$b$  = sumbu minor,



Adapun persamaan parametrik elips dapat disajikan dengan persamaan (2.9).

$$E(\theta) = (a \cos \theta, b \sin \theta) \quad (2.9)$$

dengan  $a$  dan  $b$  masing-masing sebagai sumbu mayor dan minor elips, dan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .



Gambar 2.3 Penyajian Elips

## 2.2 Interpolasi diantara Segmen Garis dan Kurva di Ruang

Misalkan terdapat dua segmen garis berbeda  $\overline{AB}$  dan  $\overline{CD}$  didefinisikan masing-masing oleh  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ ,  $C(x_3, y_3, z_3)$  dan  $D(x_4, y_4, z_4)$  dalam bentuk parametrik  $l_1(u)$  dan  $l_2(u)$ , maka permukaan parametrik hasil interpolasi linier kedua segmen garis tersebut diformulasikan oleh persamaan (2.10).

$$S(u, v) = (1 - v)l_1(u) + vl_2(u), \quad (2.10)$$

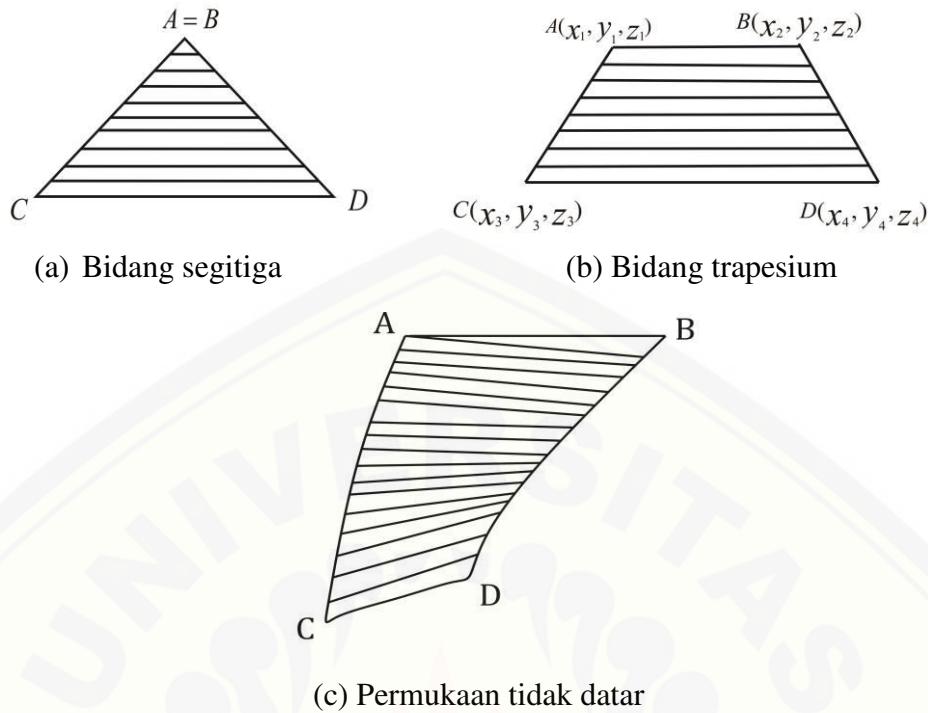
dengan  $0 \leq u \leq 1$  dan  $0 \leq v \leq 1$

Terdapat beberapa kasus khusus untuk interpolasi linier kedua garis tersebut. Jika  $A = B$  maka hasil interpolasi persamaan (2.10) akan menghasilkan bidang segitiga (Gambar 2.4a). Sedangkan jika  $\overline{AB} // \overline{CD}$  maka secara umum akan membentuk bidang segi empat (Gambar 2.4b). Jika bidang tersebut dibentuk dari interpolasi dua garis yang bersilangan maka menghasilkan permukaan tidak datar dapat melengkung ataupun terjadi puntiran di sebagian permukaan tersebut (Gambar 2.4c).

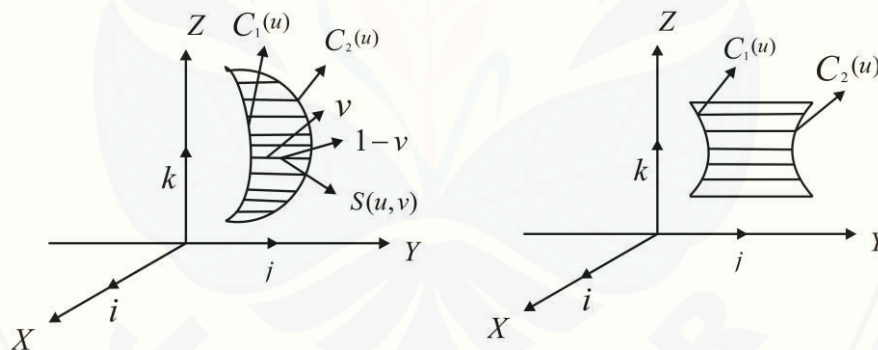
Di lain pihak dapat dibangun permukaan lengkung hasil interpolasi kurva ruang melalui persamaan (2.11).

$$S(u, v) = (1 - v)C_1(u) + vC_2(u) \quad (2.11)$$

dengan  $C_1(u)$  dan  $C_2(u)$  merupakan kurva batas (Gambar 2.5).



Gambar 2.4 Contoh kasus khusus interpolasi linier dua segmen garis

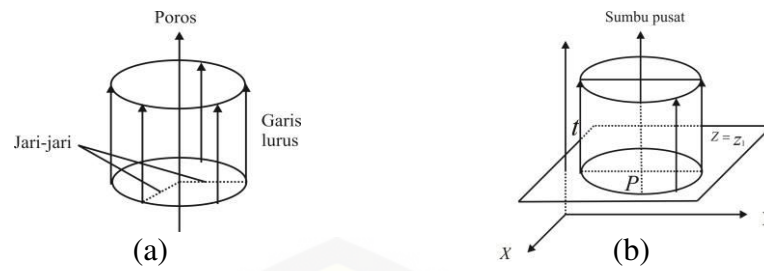


Gambar 2.5 Interpolasi linier pada kurva

## 2.3 Penyajian Tabung, Bola, dan Prisma Segi Empat

### 2.3.1 Penyajian Tabung

Tabung adalah bangun ruang yang dibatasi bidang alas dan bidang atas yang masing-masing berbentuk lingkaran dengan jari-jari yang sama dan sebuah bidang lengkung. Menurut Suryadi (1986), tabung dapat dibangun oleh garis lurus yang sejajar garis lurus tertentu (poros) yang bergerak sejajar dengan jarak konstan (Gambar 2.6).



Gambar 2.6 Penyajian tabung

Menurut Bastian (2011), jika diketahui tabung dengan pusat alas  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ , jari-jari  $R$ , dan tinggi  $t$ , maka dapat dicari persamaan parametrik tabung sebagai berikut.

a. Jika alas terletak pada bidang  $z = z_1$  dan sumbu pusat tabung sejajar sumbu  $Z$ , maka untuk mencari persamaan parametrik tabung dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut (Gambar 2.7a).

1) Tentukan persamaan parametrik lingkaran dengan pusat  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ , jari-jari  $R$ , dan terletak pada bidang  $z = z_1$ , seperti pada persamaan (2.12).

$$L(\theta) = \langle x_1 + R \cos\theta, y_1 + R \sin\theta, z_1 \rangle \quad (2.12)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

2) Translasikan lingkaran (2.12) dari  $z_1$  sampai  $z_1 + t$  sehingga terbentuk persamaan parametrik tabung seperti pada persamaan (2.13).

$$T(\theta, z) = \langle x_1 + R \cos\theta, y_1 + R \sin\theta, z \rangle \quad (2.13)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  dan  $z_1 \leq z \leq z_1 + t$ .

b. Jika alas terletak pada bidang  $x = x_1$  dan sumbu pusat tabung sejajar sumbu  $X$ , maka untuk mencari persamaan parametrik tabung dapat dilakukan dengan mengulangi langkah a dan didapatkan persamaan (2.14) (Gambar 2.7b).

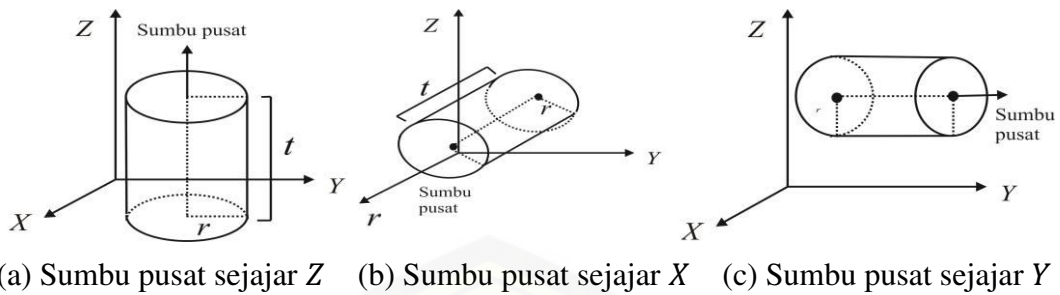
$$T(\theta, x) = \langle x, y_1 + R \sin\theta, z_1 + R \cos\theta \rangle, \quad (2.14)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  dan  $x_1 \leq x \leq x_1 + t$ .

c. Jika alas terletak pada bidang  $y = y_1$  dan sumbu pusat tabung sejajar sumbu  $Y$ , maka untuk mencari persamaan parametrik tabung dapat dilakukan dengan mengulangi langkah a dan didapatkan persamaan (2.15) (Gambar 2.7c).

$$T(\theta, y) = \langle x_1 + R \cos\theta, y, z_1 + R \sin\theta \rangle \quad (2.15)$$

dengan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  dan  $y_1 \leq y \leq y_1 + t$ .



Gambar 2.7 Tabung dengan beragam sumbu pusat

### 2.3.2 Penyajian Bola

Bola adalah tempat kedudukan titik–titik dalam ruang yang berjarak sama terhadap titik tertentu (Kusno, 2002). Titik tertentu tersebut dinamakan pusat bola, ruas garis dari pusat ke titik pada bola disebut jari-jari. Semua ruas garis penghubung dua titik pada bola yang melalui pusat disebut diameter (garis tengah). Pada bagian ini dijelaskan mengenai persamaan bola dalam bentuk parametrik.

Jika diketahui bola dengan pusat  $Q(a, b, c)$  dan  $PQ = r$ , maka bentuk persamaan parametrik bola dapat dinyatakan sebagai berikut (Gambar 2.8).

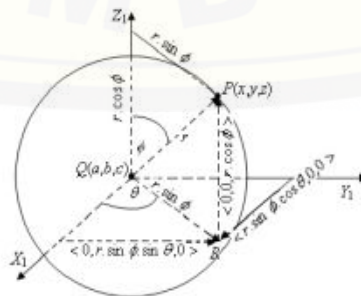
$$B(\phi, \theta) = \overline{OQ} + S(\phi, \theta), \text{ atau}$$

$$B(\phi, \theta) = \langle r \cdot \sin \phi \cdot \cos \theta, r \cdot \sin \phi \cdot \sin \theta, r \cdot \cos \phi \rangle.$$

Dengan demikian persamaan parametrik bola dengan pusat  $Q(a, b, c)$  dan jari-jari  $r$ , seperti pada persamaan (2.16).

$$B(\phi, \theta) = \langle r \cdot \sin \phi \cdot \cos \theta + a, r \cdot \sin \phi \cdot \sin \theta + b, r \cdot \cos \phi + c \rangle \quad (2.16)$$

dengan  $0 \leq \phi \leq 2\pi$  dan  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ , sedangkan  $r, a, b$ , dan  $c$  adalah konstanta real dengan  $r > 0$ .



Gambar 2.8 Bola dengan pusat  $Q(a, b, c)$  dan jari-jari  $r$

Dalam kasus bola dengan pusat sepanjang sumbu  $Y$ , persamaan bola dinyatakan seperti pada persamaan (2.17).

$$\mathbf{B}(\phi, \theta) = \langle r \cdot \sin \phi \cdot \cos \theta + 0, r \cdot \cos \phi + y, r \cdot \sin \phi \cdot \sin \theta + 0 \rangle \quad (2.17)$$

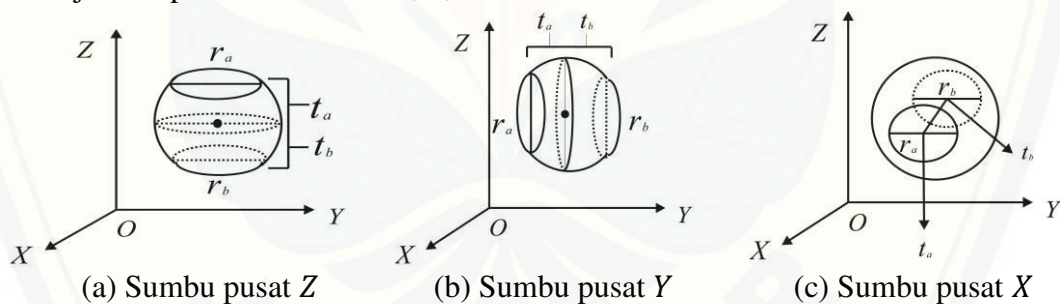
dan persamaan parametrik bola dengan sumbu pusat  $X$  dapat dinyatakan seperti pada persamaan (2.18).

$$\mathbf{B}(\phi, \theta) = \langle r \cdot \cos \phi + x, r \cdot \sin \phi \cdot \cos \theta + 0, r \cdot \sin \phi \cdot \sin \theta + 0 \rangle \quad (2.18)$$

Di lain pihak jika diinginkan suatu potongan bola dengan pusat  $Q(a, b, c)$  yang dipotong tegak lurus terhadap sumbu  $x$ ,  $y$  atau  $z$ , maka potongan bola dapat ditentukan melalui persamaan (2.16), (2.17), dan (2.18) dengan parameter  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  dan  $\phi_{min} \leq \phi \leq \phi_{max}$  serta

$$\begin{aligned} \text{jari-jari alas pertama} &= r_a = r \cdot \sin(\phi_{min}), \\ \text{jari-jari alas kedua} &= r_b = r \cdot \sin(\phi_{max}), \\ \text{tinggi alas pertama} &= t_a = r \cdot \cos(\phi_{min}), \\ \text{tinggi alas kedua} &= t_b = r \cdot \cos(\phi_{max}). \end{aligned}$$

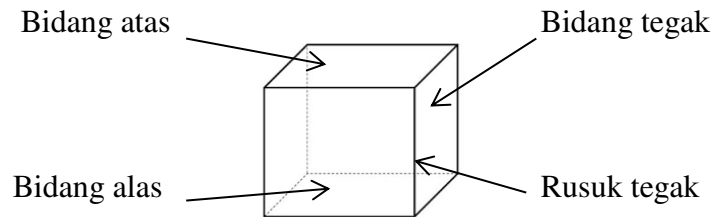
Hasil dari bentuk keratan bola dengan sumbu pusat  $Z, Y$ , dan  $X$  masing-masing ditunjukkan pada Gambar 2.9 a, b, dan c.



Gambar 2.9 Keratan bola dengan pusat  $Q(a, b, c)$

### 2.3.3 Penyajian Prisma Segi Empat

Prisma didefinisikan sebagai benda ruang yang dibatasi oleh dua bidang sejajar dan beberapa bidang datar berpotongan dengan garis-garis potong sejajar. Dua bidang yang sejajar tersebut dinamakan bidang alas dan bidang atas, bidang-bidang datar berpotongan disebut dengan bidang tegak, sedangkan jarak antara bidang alas dan bidang atas disebut tinggi prisma (Gambar 2.10).



Gambar 2.10 Prisma dan bagian-bagiannya

Penamaan prisma diambil dari nama poligon yang menjadi bidang alas dan bidang atasnya. Jika bidang alas dan bidang atas berbentuk segi empat, maka prisma tersebut disebut prisma segi empat.

## 2.4 Transformasi Bidang di $R^3$

Transformasi bidang di  $R^3$  ini terdiri dari translasi, rotasi (perputaran), dilatasi (penskalaan) dan refleksi (pencerminan).

### 2.4.1 Translasi

Translasi adalah perpindahan kedudukan sebarang titik dengan penambahan besaran pada arah sumbu  $X, Y$ , dan  $Z$  (Budhi, 1995). Secara umum translasi dapat dinyatakan oleh persamaan  $Q = P + K$ , dimana  $P$  adalah posisi titik awal,  $Q$  adalah posisi titik setelah ditranslasikan dan  $K$  menunjukkan besarnya pergeseran ke arah sumbu  $X, Y$  dan  $Z$ . Persamaan translasi dalam bentuk koordinat kartesius dapat ditulis sebagai berikut:

$$(X_q, Y_q, Z_q) = (X_p + K_x, Y_p + K_y, Z_p + K_z)$$

Dalam bentuk matriks, notasi di atas dapat dituliskan seperti persamaan (2.19).

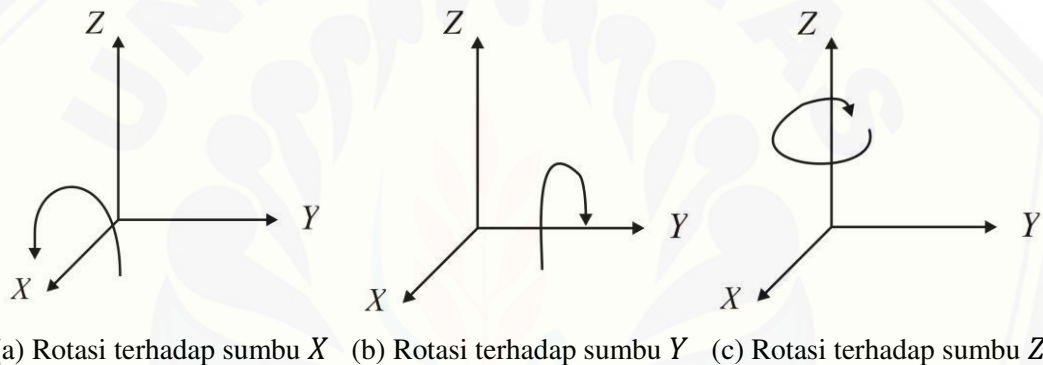
$$\begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \\ Z_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_z \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Translasi bersifat mempertahankan bentuk dan ukuran obyek.

### 2.4.2 Rotasi (Perputaran)

Dalam  $R^3$  dikenal dua sistem koordinat, yaitu sistem koordinat tangan kanan dan sistem koordinat tangan kiri. Pada sistem koordinat tangan kiri, rotasi bersudut positif dinyatakan sebagai searahnya dengan putaran jarum jam. Sedangkan, pada sistem koordinat tangan kanan, rotasi bersudut positif dinyatakan sebagai berlawanannya arah rotasi dengan putaran jarum jam. Sistem koordinat tangan kiri diilustrasikan sebagai berikut (Gambar 2.11).

Secara umum rotasi dapat dituliskan dalam persamaan:  $QP = RP$ , dimana  $Q$  adalah posisi titik setelah dirotasi,  $R$  adalah matriks rotasi sedangkan  $P$  adalah posisi titik sebelum dirotasi.



Gambar 2.11 Ilustrasi rotasi pada sistem koordinat tangan kiri

Apabila  $\theta$  menunjukkan besarnya sudut rotasi dengan titik pangkal rotasi  $O(0,0,0)$ , maka rotasi terhadap masing-masing sumbu dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

Rotasi terhadap sumbu  $X$  dapat dinyatakan dengan persamaan (2.20).

$$\begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \\ Z_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Rotasi terhadap sumbu  $Y$  dapat dinyatakan dengan persamaan (2.21).

$$\begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \\ Z_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Rotasi terhadap sumbu  $Z$  dapat dinyatakan dengan persamaan (2.22).

$$\begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \\ Z_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Dalam hal ini, matriks di atas adalah matriks koefisien yang bersesuaian dengan transformasi rotasi. Rotasi ini memiliki sifat yang sama dengan translasi.

#### 2.4.3 Dilatasi (Penskalaan)

Dilatasi adalah suatu transformasi yang mengubah jarak titik-titik dengan faktor pengali tertentu ( $k$ ) terhadap suatu titik tertentu yang disebut sebagai pusat dilatasi. Dengan kata lain, dilatasi merupakan transformasi yang mengubah ukuran (memperbesar atau memperkecil) suatu benda.

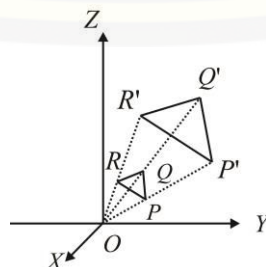
Menurut Kusno (2009), transformasi dilatasi yang memetakan titik  $P(x, y, z)$  ke  $P'(x', y', z')$  didefinisikan seperti persamaan (2.23)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 x \\ k_2 y \\ k_3 z \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

dengan  $k_1, k_2, k_3$  adalah bilangan-bilangan real.

Dalam hal ini pemilihan harga  $k_1$  menyajikan skala ke arah sumbu  $X$ ,  $k_2$  ke arah sumbu  $Y$ , dan  $k_3$  menyajikan skala ke arah sumbu  $Z$ , jika  $k_1 = k_2 = k_3$ , maka peta obyek yang didapat sebangun dengan obyek aslinya (mungkin diperbesar, diperkecil atau tetap).

Misalkan segitiga  $PQR$  dengan titik-titik sudut  $P(x_1, y_1, z_1)$ ,  $Q(x_2, y_2, z_2)$  dan  $R(x_3, y_3, z_3)$  didilatasikan dengan faktor pengali  $k > 1$ , sehingga didapatkan segitiga bayangan  $P'Q'R'$  dengan titik-titik sudut  $P'(kx_1, ky_1, kz_1)$ ,  $Q'(kx_2, ky_2, kz_2)$  dan  $R'(kx_3, ky_3, kz_3)$  seperti terlihat pada Gambar 2.12.



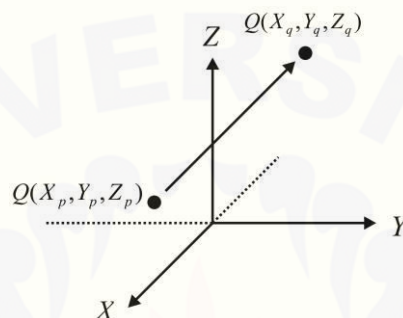
Gambar 2.12 Dilatasi dengan  $k > 1$



#### 2.4.4 Refleksi (Pencerminan)

Refleksi terhadap bidang melalui titik awal adalah transformasi yang memetakan setiap titik di  $R^3$  ke dalam bayangan cerminnya terhadap bidang tersebut (Anton, 1988).

Dalam hal ini, akan membahas refleksi terhadap bidang-bidang  $x = 0$ ,  $y = 0$  dan  $z = 0$ . Misalkan  $T: R^3 \rightarrow R^3$  adalah transformasi yang memetakan masing-masing titik ke dalam bayangan simetriknya terhadap bidang  $x = 0$ .



Gambar 2.13 Refleksi terhadap bidang  $x = 0$

Adapun matriks transformasinya dapat ditentukan sebagai berikut:

$$T(e_1) = T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; T(e_2) = T\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; T(e_3) = T\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

dengan menggunakan  $T(e_1)$ ,  $T(e_2)$  dan  $T(e_3)$  maka kita akan dapat matriks transformasinya sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Jadi, persamaan refleksi yang melalui titik awal  $P(X_p, Y_p, Z_p)$  terhadap bidang  $x = 0$  dapat dituliskan dalam bentuk sebagai berikut.

$D_1$

$$\begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \\ Z_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

dengan cara serupa, kita akan dapatkan:

Persamaan refleksi dalam bentuk matriks terhadap bidang  $y = 0$  sebagai berikut.

$$D_2 \begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \\ Z_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Persamaan refleksi dalam bentuk matriks terhadap bidang  $z = 0$  sebagai berikut.

$$D_3 \begin{bmatrix} X_q \\ Y_q \\ Z_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Dalam hal ini, matriks  $D_1$ ,  $D_2$  dan  $D_3$  adalah matriks koefisien yang bersesuaian dengan transformasi refleksi terhadap bidang-bidang  $x = 0$ ,  $y = 0$  dan  $z = 0$ . Obyek sebelum dan sesudah direfleksikan memiliki jarak yang sama terhadap bidang refleksi. Refleksi ini memiliki sifat-sifat yang sama dengan translasi.

## 2.5 Penyajian Kurva Hermit Kuadratik

Menurut Kusno (2009), kurva Hermit kuadratik dapat dinyatakan seperti pada persamaan (2.27). (Gambar 2.14):

$$\mathbf{p}(u) = \mathbf{p}(0)K_1(u) + \mathbf{p}(1)K_2(u) + \mathbf{p}^u(1)K_3(u), \quad (2.27)$$

dengan:

$$K_1(u) = (1 - 2u + u^2),$$

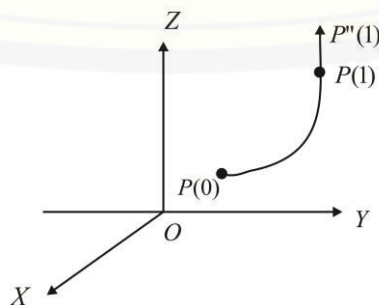
$$K_2(u) = (2u - u^2),$$

$$K_3(u) = (-u + u^2),$$

$\mathbf{p}(0)$  = titik awal kurva,

$\mathbf{p}(1)$  = titik akhir kurva,

$\mathbf{p}^u(1)K_3$  = vektor singgung di  $\mathbf{p}(1)$  dengan  $0 \leq u \leq 1$ .



Gambar 2.14 Kurva Hermit kuadratik

## 2.6 Penyajian Kurva dan Permukaan Bezier

Menurut Kusno (2009), kurva Bezier derajat- $n$   $C(u)$  dapat dinyatakan dalam bentuk parametrik (2.28).

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_i^n(u), 0 \leq u \leq 1 \quad (2.28)$$

dengan:

$$B_i^n(u) = C_i^n (1-u)^{n-1} u^i,$$

$$C_i^n = \frac{n!}{i!(n-i)!},$$

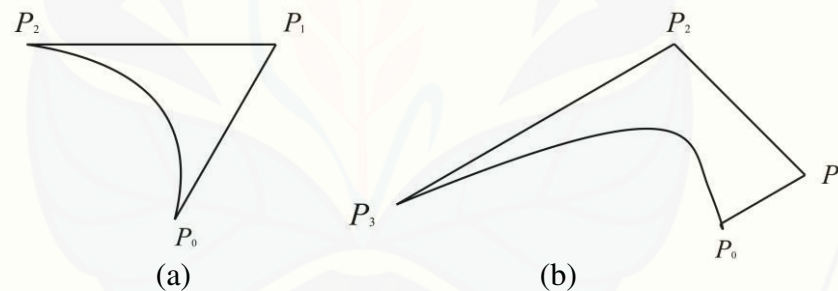
$P_i$  = koefisien geometri / titik kontrol kurva  $C(u)$ .

Jika  $n = 2$ , akan dihasilkan kurva Bezier kuadratik dengan persamaan parametrik (Gambar 2.15a):

$$C(u) = (1-u)^2 P_0 + 2(1-u)(u) P_1 + u^2 P_2,$$

sedangkan untuk  $n = 3$  didapatkan empat titik kontrol yaitu  $P_0, P_1, P_2$  dan  $P_3$  sehingga persamaan parametrik kurva Bezier kubiknya adalah (Gambar 2.15b).

$$C(u) = (1-u)^3 P_0 + 3(1-u)^2(u) P_1 + 3(1-u)u^2 P_2 + u^3 P_3$$



Gambar 2.15 Kurva Bezier (a) kuadratik (b) kubik

Permukaan Bezier pada prinsipnya identik dengan kurva Bezier. Permukaan Bezier  $S(u, v)$  derajat  $m$  dan  $n$  dinyatakan dalam bentuk parametrik seperti pada persamaan (2.29) (Gambar 2.16):

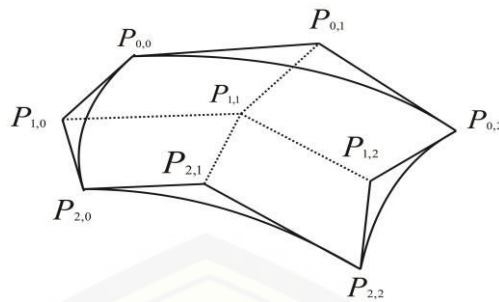
$$S(u, v) = \sum_{i,j=0}^{m,n} P_{ij} B_i^m(u) B_j^n(v), 0 \leq u, v \leq 1 \quad (2.29)$$

dengan:

$$B_i^m(u) = \frac{m!}{i!(m-i)!} (1-u)^{m-1} u^i,$$

$$B_j^n(v) = \frac{n!}{j!(n-j)!} (1-v)^{n-1} v^j,$$

$P_{ij}$  = koefisien geometri / titik kontrol permukaan  $S(u, v)$ .

Gambar 2.16 Permukaan Bezier dengan  $m = 2$  dan  $n = 2$ 

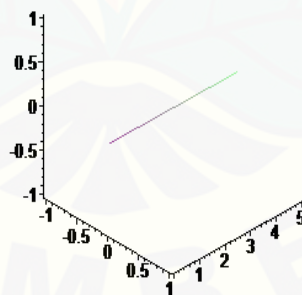
## 2.7 Konstruksi Objek pada Program Maple 18

Pada subbab ini disajikan beberapa contoh konstruksi obyek-obyek geometri dengan *software* Maple 18 untuk mengkonstruksi objek geometri.

### a. Penyajian Segmen Garis

Untuk membuat segmen garis menggunakan maple, dapat menggunakan persamaan (2.2) dengan memberikan nilai  $(x_1, y_1, z_1)$  dan  $(x_2, y_2, z_2)$  sebagai posisi titik ujung segmen garis di ruang. Misalkan akan dibuat suatu segmen garis  $a$  (Gambar 2.17) dengan titik-titik ujung  $A(0,0,0)$  dan  $B(0,5,0)$ . Berikut ini merupakan *script* program Maple 18.

```
a:=spacecurve([(1-t)*0+t*0, (1-t)*0+t*5, (1-t)*0+t*0], t=0..1):
```

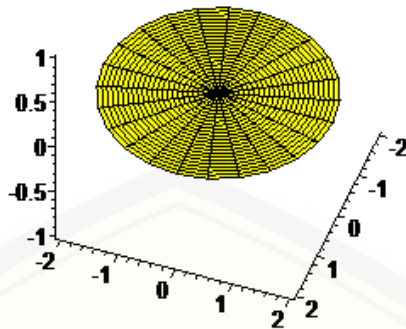


Gambar 2.17 Segmen garis

### b. Penyajian bidang lingkaran

Untuk membuat bidang lingkaran dapat menggunakan dengan memberikan nilai jari-jari dan titik pusatnya. Misalkan akan dibentuk lingkaran  $b$  (Gambar 2.18) dengan pusat di  $A(0,0,0)$  dan jari-jari sepanjang 2 satuan. Berikut ini contoh *script*-nya.

```
b:=plot3d([r*2*cos(t)+0,r*2*sin(t)+0,0],r=0..1,t=0..2*Pi):
```

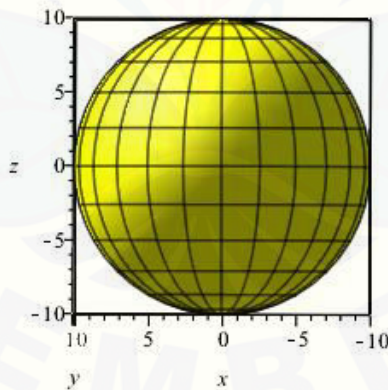


Gambar 2.18 Bidang lingkaran

#### c. Penyajian bola

Untuk membuat bola yaitu dengan memberikan nilai jari-jari dan titik pusatnya. Misalkan akan dibentuk bola  $bl$  (Gambar 2.19) dengan pusat di  $A(0,0,0)$  dan jari-jari sepanjang 10 satuan. Berikut ini contoh *script*-nya:

```
bl:=( [10*sin(v)*cos(u)+(0),10*sin(v)*sin(u)+(0),10*cos(v)+(0) ],u=0
..2*Pi,v=0..2*Pi,scaling=constrained,labels=[x,y,z],color=yellow):
```

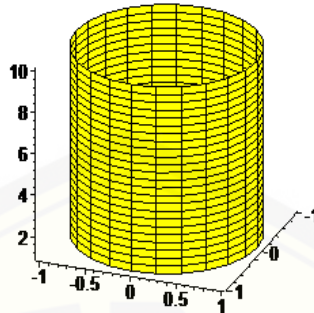


Gambar 2.19 Penyajian bola

#### d. Penyajian selimut tabung

Untuk membuat tabung dapat menggunakan persamaan (2.13) dengan memberikan nilai jari-jari dan tinggi tabung. Misalkan akan dibentuk tabung  $ta$  (Gambar 2.20) dengan jari-jari sepanjang 1 satuan dan tinggi 10 satuan. Berikut ini contoh *script*-nya:

```
ta:=plot3d([(1-v)+1*v)*cos(u), ((1-v)+1*v)*sin(u), ((1-v)+10*v)],
u=0..2*Pi,v=0..1):
```



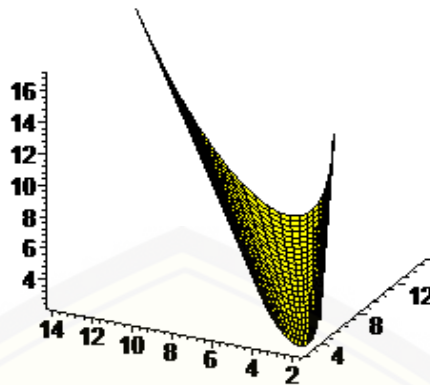
Gambar 2.20 Penyajian selimut tabung

e. Penyajian interpolasi antara dua kurva

Misalkan akan menginterpolasi antara dua kurva yang diberi nama  $F$  dengan kurva pertama berupa kurva hermit di titik  $P(0) = (5, 2, 3)$  sedangkan kurva kedua berupa kurva hermit di titik  $P(1) = (4, 5, 6)$ . Berikut ini merupakan contoh *script*-nya:

```
h1:=(2*u^3-3*u^2+1):
h2:=(-2*u^3+3*u^2):
h3:=(u^3-3*u^2+u):
h4:=(u^3-u^2):
P:=( [(u+5)*h1+(4*u)*h2+(1*h3)+(4*h4), (u+2)*h1+(5*u*h2)+(1*h3)+(5*h4), (u+3)*h1+(6*u*h2)+(1*h3)+(6*h4) ], u=0..1):
A:=spacecurve(P):display(A):
Q:=( [(u+15)*h1+(12*u)*h2+(1*h3)+(12*h4), (u+6)*h1+(15*u*h2)+(1*h3)+(15*h4), (u+9)*h1+(18*u*h2)+(1*h3)+(18*h4) ], u=0..1):
B:=spacecurve(Q):display(B):
F:=plot3d([(1-v)*((u+5)*h1+(4*u)*h2+(1*h3)+(4*h4))+v*((u+15)*h1+(12*u)*h2+(1*h3)+(12*h4)), (1-v)*((u+2)*h1+(5*u*h2)+(1*h3)+(5*h4))+v*((u+6)*h1+(15*u*h2)+(1*h3)+(15*h4)), (1-v)*((u+3)*h1+(6*u*h2)+(1*h3)+(6*h4))+v*((u+9)*h1+(18*u*h2)+(1*h3)+(18*h4)) ], u=0..1,v=0..1):
```

Permukaan hasil interpolasi ditunjukkan pada Gambar 2.21.

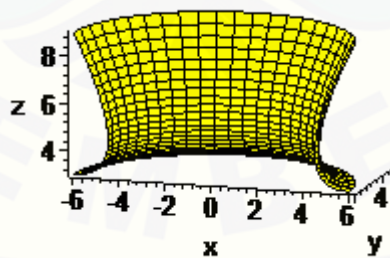


Gambar 2.21 Interpolasi antara dua kurva

#### f. Penyajian permukaan Bezier

Pada program Maple 18 untuk membangun permukaan Bezier seperti ditunjukkan pada Gambar 2.22 dapat dituliskan contoh *script* program sebagai berikut.

```
p:=( [4*(1-t)^2+5*2*(1-t)*t+t^2*0, 0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+t^2*0, 8*(1-t)^2+7*2*(1-t)*t+t^2*7], t=0..1, color=red, thickness=5, labels=[x, y, z]):
z5:=spacecurve(p):display(z5):
g:=plot3d([(6*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+t^2*6)*cos(v), (6*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+t^2*6)*sin(v), (9*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+t^2*3)], t=0..1, v=0..Pi, labels=[x, y, z], axes=normal, scaling=constrained):
```



Gambar 2.22 Permukaan Bezier

### BAB 3. METODE PENELITIAN

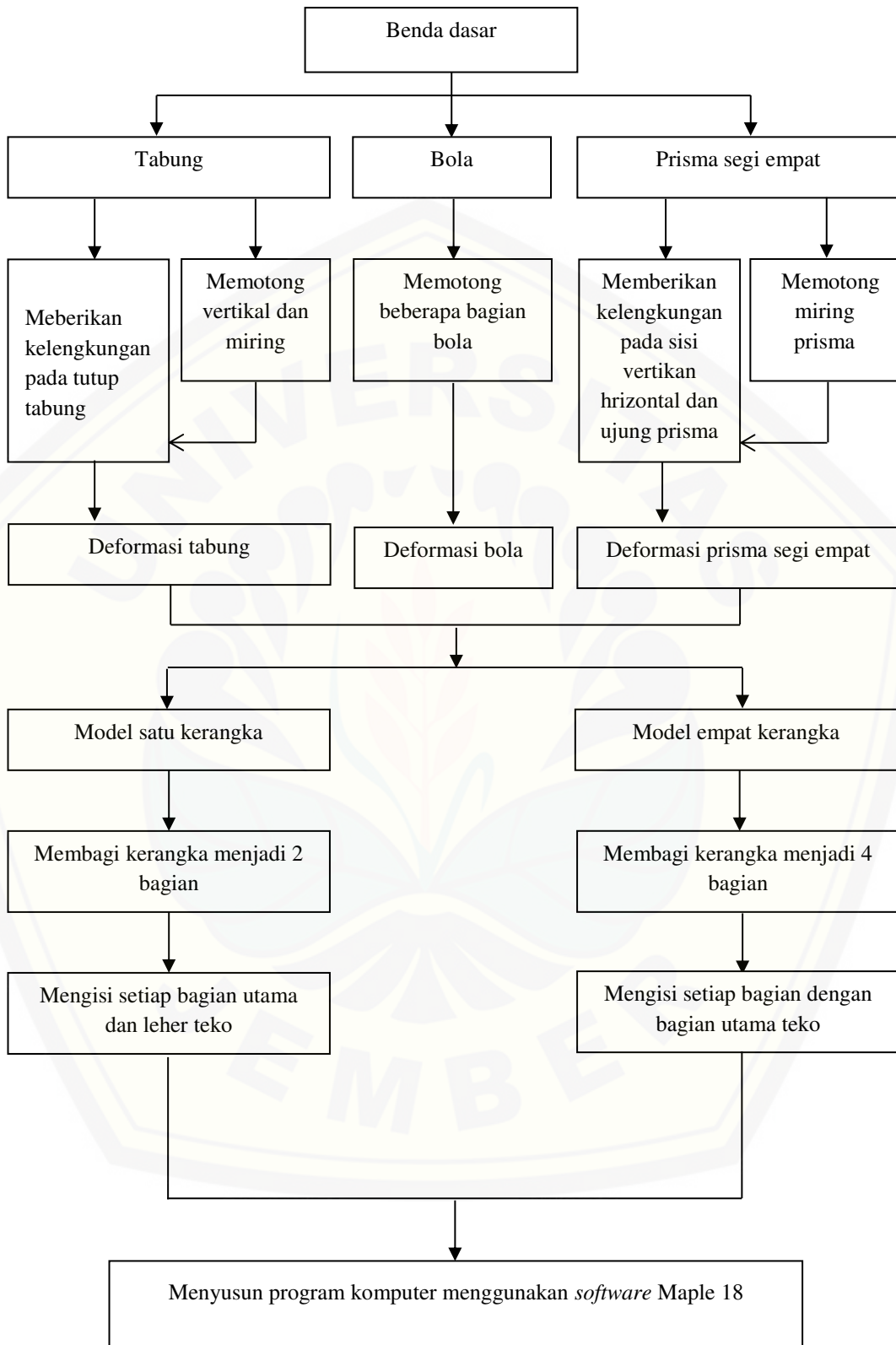
Berdasarkan rumusan masalah pada subbab 1.2 dan hasil kajian tinjauan pustaka pada Bab 2, berikut diuraikan beberapa metode penelitian untuk penyelesaian permasalahan tersebut. Pertama menentukan data berupa bola, tabung dan prisma. Kedua memodelisasi bola, tabung dan prisma untuk komponen teko. Ketiga penggabungan hasil modelisasi bola, tabung dan prisma untuk mendapatkan beragam bentuk model bagian utama teko. Terakhir menyusun program dan visualisasi komputer. Untuk lebih jelasnya mengenai metode penelitian desain tersebut diuraikan sebagai berikut.

- a. Menentukan data berupa tabung, bola, dan prisma segi empat masing-masing ditetapkan sebagai berikut.
  1. Tabung tegak dengan jari-jari  $r$  dan tinggi  $t$ .
  2. Bola dengan titik pusat  $A$  dan jari-jari  $r$ .
  3. Prisma segi empat beraturan tegak dengan alas  $p$  satuan dan tinggi  $t$ .
- b. Modelisasi tabung, bola, dan prisma dijelaskan sebagai berikut.
  1. Kasus modelisasi tabung dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.
    - a) Memotong tabung secara vertikal dan miring agar dihasilkan bentuk tabung yang bervariasi.
    - b) Membangun permukaan tutup tabung dan hasil pemotongan vertikal dan miring agar terbentuk beberapa permukaan lengkung yang berbeda.
  2. Kasus modelisasi bola dilakukan dengan mendeformasi permukaan bola memotong bidang pancung yang sejajar dengan bidang  $XOY$ ,  $XOZ$ , dan  $YOZ$ .
  3. Kasus modelisasi prisma segi empat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut.
    - a) Memotong prisma secara miring pada dua sisi yang berbeda.
    - b) Membangun permukaan lengkung pada sisi vertikal dan sisi horizontal maupun pada hasil potongan miring prisma.



- c. Penggabungan hasil modelisasi prisma tabung, bola, dan prisma segi empat beraturan untuk mendapatkan beragam bentuk model bagian utama teko, dapat diuraikan sebagai berikut:
1. Membangun kerangka pemodelan untuk merangkai benda hasil modelisasi tabung, bola, dan prisma segi empat.
  2. Mengidentifikasi bentuk benda yang mempunyai bentuk dan ukuran sambungan yang sama sehingga dapat diletakkan antara satu dengan yang lainnya.
  3. Penggabungan secara kontinu.
- d. Menyusun program komputer hasil analisis (a), (b), dan (c) menggunakan *software* Maple 18.

Untuk lebih jelasnya mengenai metode penelitian tersebut dapat dilihat pada skema (Gambar 3.1).



Gambar 3.1 Skema metode penelitian

## BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan di bab 4, didapatkan bahwa untuk mendesain bagian utama teko perlu dilakukan langkah-langkah sebagai berikut.

- a. Untuk mendesain beragam bentuk benda dasar komponen bagian utama teko dari benda prisma segi empat, bola, dan tabung dapat dilakukan prosedur sebagai berikut.
  1. Menetapkan ukuran benda dasar prisma segi empat, bola, dan tabung.
    - a) Menetapkan prisma segi empat  $ABCD.EFGH$  dengan koordinat kartesius  $A(0,0,0)$ ,  $B(0,p,0)$ ,  $C(p,p,0)$ ,  $D(p,0,0)$ ,  $E(0,0,t)$ ,  $F(0,p,t)$ ,  $G(p,p,t)$ ,  $H(p,0,t)$  dengan rentang panjang sisi alas  $10\text{ cm} \leq p \leq 15\text{ cm}$  dan tinggi prisma  $25\text{ cm} \leq t \leq 40\text{ cm}$ .
    - b) Menetapkan tabung dengan jari-jari  $5\text{ cm} \leq r \leq 10\text{ cm}$ , tinggi  $25\text{ cm} \leq t \leq 40\text{ cm}$ , alas atas berpusat di titik  $Q(0,0,t)$ , dan alas bawah berpusat di titik  $Q'(0,0,0)$ .
    - c) Menetapkan bola dengan jari-jari  $5\text{ cm} \leq r \leq 10\text{ cm}$  dan berpusat di titik  $O(0,0,0)$
  2. Menetapkan titik pada rusuk prisma segi empat, kurva batas lingkaran pada tabung, dan diameter bola.
  3. Mengoperasikan titik-titik tersebut, yaitu:
    - a) membangun bidang datar sebagai bidang potong pada titik yang telah ditetapkan.
    - b) membangun kurva Hermit atau kurva Bezier, dan
    - c) menginterpolasikan kurva tersebut sehingga menghasilkan bentuk benda dasar komponen bagian utama teko yang bervariasi.
- b. Untuk merangkai komponen penyusun bagian utama teko hasil perlakuan (a) pada dua jenis kerangka yaitu satu kerangka penggabungan dan empat kerangka penggabungan dengan langkah sebagai berikut.

1. Pada satu kerangka penggabungan

- a) Ditetapkan sumbu vertikal  $\overline{A_1A_3}$  dengan koordinat  $A_1(0,0,0)$  dan  $A_3(0,0,t)$  dimana  $t$  merupakan tinggi teko dengan rentang  $10 \text{ cm} \leq t \leq 40 \text{ cm}$ .
- b) Membangun bagian tampung air pada  $\overline{A_1A_2}$  yang berpusat alas di  $A_1$  dengan ketinggian  $t_1$  dan panjang permukaan  $p_1$  dengan interval  $10 \text{ cm} \leq p_1 \leq 30 \text{ cm}$ .
- c) Membangun bagian leher teko pada  $\overline{A_2A_3}$  yang berpusat alas di  $A_2$  dengan ketinggian  $t$  dan panjang permukaan  $p_2$  dengan interval  $10 \text{ cm} \leq p_2 \leq 15 \text{ cm}$ .

2. Pada empat kerangka penggabungan

- a) Ditetapkan 2 sumbu horizontal  $\overline{AB}$  dan  $\overline{CD}$  dengan koordinat  $A(-r,0,0)$ ,  $B(r,0,0)$ ,  $C(0,-r,0)$ , dan  $D(0,r,0)$  yang saling berpotongan tegak lurus di titik  $O$  dimana  $O(0,0,0)$ .
- b) Dari langkah (2.a) didapatkan  $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = r$  dengan panjang jari-jari  $5 \text{ cm} \leq r \leq 15 \text{ cm}$ .
- c) Dibangun sumbu vertikal pada titik  $O$  yaitu  $\overline{OP}$  dengan koordinat  $P(0,0,t)$  dimana  $t$  merupakan tinggi bagian utama teko dengan rentang  $20 \text{ cm} \leq t \leq 40 \text{ cm}$ .
- d) Mengisi setiap bidang  $AOD$ ,  $DOB$ ,  $BOC$ , dan  $COA$  dengan benda-benda dasar komponen teko hasil perlakuan (a) dengan tinggi  $t$  dan jari-jari  $r$  untuk mendapatkan bagian utama teko.

## 5.2 Saran

Pada skripsi ini telah diperkenalkan prosedur modelisasi komponen bagian utama teko dan perangkaian komponen bagian utama teko pada dua kerangka pemodelan yaitu satu kerangka dan empat kerangka untuk menghasilkan bagian utama teko yang tergabung secara kontinu. Diharapkan untuk penelitian selanjutnya metode ini dapat dikembangkan lagi dengan menggunakan benda geometri ruang lainnya seperti keratan kerucut dan limas. Selain itu dapat

ditawarkan komponen penyusun teko lainnya dan relief yang lebih bervariasi untuk modifikasi pada permukaan putar kurva.



**DAFTAR PUSTAKA**

- Anton, H. 1988. *Elementary Linear Algebra With Applications*. Terjemahan oleh P.Silahan dan I nyoman Susila. Jakarta : Erlangga.
- Bastian, A. 2011. Desain Kap Lampu Duduk Melalui Penggabungan Benda-benda Geometri Ruang. *Skripsi*. Tidak Diterbitkan. Skripsi. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Budhi, W. S. 1995. *Aljabar Linier*. Jakarta: Gramedia.
- Farihin, M. 2015. Ikan Buntal Sebagai Ide Dasar Penciptaan Keramik Teko Set Pasutri. *Skripsi*. Yogyakarta: Fakultas Bahasa dan Seni Universitas Negeri Yogyakarta.
- Gumulya, D., dan P. Nastasia. 2015. Kajian Teori Emotional Design. *Jurnal Desain*. 3(1): 1-20.
- Hutahaesa, E. 1986. *Kalkulus dan Ilmu Ukur Analitik*. Edisi Kelima. Jakarta: Erlangga.
- Kusno. 2002. *Geometri Rancang Bangun Studi Aljabar Vektor Garis, Lingkaran dan Ellips*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Kusno. 2009. *Geometri Rancang Bangun Studi Tentang Desain dan Pemodelan Benda dengan Kurva dan Permukaan Berbantu Komputer*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Roifah, M. 2013. Modelisasi Knop Melalui Penggabungan Benda Dasar Hasil Deformasi Tabung, Prisma Segienam Beraturan dan Permukaan Putar. Tidak diterbitkan. *Skripsi*. Jember: Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.
- Suryadi, D. 1986. *Teori dan Soal Ilmu Ukur Analitik Ruang*. Jakarta : Ghalia Indonesia.

## LAMPIRAN

### Lampiran A. Modelisasi komponen penyusun bagian utama teko

#### A.1 Deformasi prisma

##### Lengkung Cekung

```
> x1:=u*0+(1-u)*0: y1:=u*0+(1-u)*0: z1:=u*0+(1-u)*10:
> x2:=u*0+(1-u)*0: y2:=u*6+(1-u)*6: z2:=u*0+(1-u)*10:
> x3:=u*6+(1-u)*6: y3:=u*6+(1-u)*6: z3:=u*0+(1-u)*10:
> x4:=u*6+(1-u)*6: y4:=u*2+(1-u)*2: z4:=u*0+(1-u)*10:
> x5:=u*4+(1-u)*4: y5:=u*0+(1-u)*0: z5:=u*0+(1-u)*10:
>
> a1:=plot3d([v*x1+(1-v)*x2,v*y1+(1-v)*y2,v*z1+(1-v)*z2],u=0..1,
,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> b1:=plot3d([v*x2+(1-v)*x3,v*y2+(1-v)*y3,v*z2+(1-v)*z3],u=0..1,
,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> c1:=plot3d([v*x3+(1-v)*x4,v*y3+(1-v)*y4,v*z3+(1-v)*z4],u=0..1,
,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> d1:=plot3d([v*x5+(1-v)*x1,v*y5+(1-v)*y1,v*z5+(1-v)*z1],u=0..1,
,v=0..1,labels=[x,y,z]):
>
> AB:=( [4*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+6*t^2,0*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+2*t^2,
10*(1-t)^2+10*2*(1-t)*t+t^2*10],t=0..1,color=red,thickness=4,
labels=[x,y,z],scaling=constrained):
AB:=spacecurve(AB):
> AC:=( [4*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+6*t^2,0*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+2*t^2,
0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+t^2*0],t=0..1,color=red,thickness=4,
labels=[x,y,z],scaling=constrained):
AC:=spacecurve(AC):
> AD:=plot3d([ (1-v)*(4*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+6*t^2)+v*(4*(1-t)^2
+3*2*(1-t)*t+6*t^2), (1-v)*(0*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+2*t^2)+v
*(0*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+2*t^2), (1-v)*(10*(1-t)^2+10*2*(1-t)
*t+t^2*10)+v*(0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+t^2*0)],t=0..1,v=0..1):
```

##### Lengkung cembung

```
> x1:=u*0+(1-u)*0: y1:=u*2+(1-u)*2: z1:=u*0+(1-u)*10:
> x2:=u*0+(1-u)*0: y2:=u*6+(1-u)*6: z2:=u*0+(1-u)*10:
> x3:=u*4+(1-u)*4: y3:=u*6+(1-u)*6: z3:=u*0+(1-u)*10:
> x4:=u*6+(1-u)*6: y4:=u*4+(1-u)*4: z4:=u*0+(1-u)*10:
> x5:=u*6+(1-u)*6: y5:=u*2+(1-u)*2: z5:=u*0+(1-u)*10:
> x6:=u*4+(1-u)*4: y6:=u*0+(1-u)*0: z6:=u*0+(1-u)*10:
> x7:=u*2+(1-u)*2: y7:=u*0+(1-u)*0: z7:=u*0+(1-u)*10:
>
> a1:=plot3d([v*x1+(1-v)*x2,v*y1+(1-v)*y2,v*z1+(1-v)*z2],u=0..1,
,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> b1:=plot3d([v*x2+(1-v)*x3,v*y2+(1-v)*y3,v*z2+(1-v)*z3],u=0..1,
,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> c1:=plot3d([v*x3+(1-v)*x4,v*y3+(1-v)*y4,v*z3+(1-v)*z4],u=0..1,
,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> d1:=plot3d([v*x4+(1-v)*x5,v*y4+(1-v)*y5,v*z4+(1-v)*z5],u=0..1,
,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> e1:=plot3d([v*x6+(1-v)*x7,v*y6+(1-v)*y7,v*z6+(1-v)*z7],u=0..1,
```

```
v=0..1,labels=[x,y,z]):
> f1:=plot3d([v*x7+(1-v)*x1,v*y7+(1-v)*y1,v*z7+(1-v)*z1],u=0..1,
v=0..1,labels=[x,y,z]):>
> AE:=plot3d([(1-v)*(4*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+6*t^2)+v*(4*(1-t)^2
+6*2*(1-t)*t+6*t^2),(1-v)*(0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+2*t^2)
+v*(0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+2*t^2),(1-v)*(10*(1-t)^2+10*2*(1-t)
*t+t^2*10)+v*(0*(1-t)^2+0*2*(1-t)^t+t^2*0)],t=0..1,v=0..1):
```

### Model bintang

```
> x1a:=u*0+(1-u)*0: y1a:=u*0+(1-u)*0: z1a:=u*0+(1-u)*10:
> x2a:=u*0+(1-u)*0: y2a:=u*6+(1-u)*6: z2a:=u*0+(1-u)*10:
> x1b:=u*0+(1-u)*0: y1b:=u*6+(1-u)*6: z1b:=u*0+(1-u)*10:
> x2b:=u*6+(1-u)*6: y2b:=u*6+(1-u)*6: z2b:=u*0+(1-u)*10:
> x1c:=u*6+(1-u)*6: y1c:=u*6+(1-u)*6: z1c:=u*0+(1-u)*10:
> x2c:=u*6+(1-u)*6: y2c:=u*2.5+(1-u)*2.5: z2c:=u*0+(1-u)*10:
> x1d:=u*0+(1-u)*0: y1d:=u*0+(1-u)*0: z1d:=u*0+(1-u)*10:
> x2d:=u*3.5+(1-u)*3.5: y2d:=u*0+(1-u)*0: z2d:=u*0+(1-u)*10:
>
> x6:=u*3.5+(1-u)*3.5: y6:=u*0+(1-u)*0: z6:=u*0+(1-u)*10:
> x7:=u*4+(1-u)*4: y7:=u*(-1)+(1-u)*(-1): z7:=u*0+(1-u)*10:
> x8:=u*4.5+(1-u)*4.5: y8:=u*0+(1-u)*0: z8:=u*0+(1-u)*10:
> x9:=u*5.25+(1-u)*5.25: y9:=u*(-1)+(1-u)*(-1): z9:=u*0+(1-u)*10:
> x10:=u*5.5+(1-u)*5.5: y10:=u*0+(1-u)*0: z10:=u*0+(1-u)*10:
> x11:=u*7+(1-u)*7: y11:=u*(-0.75)+(1-u)*(-0.75):
z11:=u*0+(1-u)*10:
> x12:=u*6+(1-u)*6: y12:=u*0.5+(1-u)*0.5: z12:=u*0+(1-u)*10:
> x13:=u*7+(1-u)*7: y13:=u*0.75+(1-u)*0.75: z13:=u*0+(1-u)*10:
> x14:=u*6+(1-u)*6: y14:=u*1.5+(1-u)*1.5: z14:=u*0+(1-u)*10:
> x15:=u*7+(1-u)*7: y15:=u*2+(1-u)*2: z15:=u*0+(1-u)*10:
> x16:=u*6+(1-u)*6: y16:=u*(2.5)+(1-u)*(2.5): z16:=u*0+(1-u)*10:
>
> a1:=plot3d([v*x1a+(1-v)*x2a,v*y1a+(1-v)*y2a,v*z1a+(1-v)*z2a],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> b1:=plot3d([v*x1b+(1-v)*x2b,v*y1b+(1-v)*y2b,v*z1b+(1-v)*z2b],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> c1:=plot3d([v*x1c+(1-v)*x2c,v*y1c+(1-v)*y2c,v*z1c+(1-v)*z2c],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> d1:=plot3d([v*x1d+(1-v)*x2d,v*y1d+(1-v)*y2d,v*z1d+(1-v)*z2d],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
>
> e1:=plot3d([v*x6+(1-v)*x7,v*y6+(1-v)*y7,v*z6+(1-v)*z7],u=0..1,
v=0..1,labels=[x,y,z]):
> f1:=plot3d([v*x7+(1-v)*x8,v*y7+(1-v)*y8,v*z7+(1-v)*z8],u=0..1,
v=0..1,labels=[x,y,z]):
> g1:=plot3d([v*x8+(1-v)*x9,v*y8+(1-v)*y9,v*z8+(1-v)*z9],u=0..1,
v=0..1,labels=[x,y,z]):
> h1:=plot3d([v*x9+(1-v)*x10,v*y9+(1-v)*y10,v*z9+(1-v)*z10],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> i1:=plot3d([v*x10+(1-v)*x11,v*y10+(1-v)*y11,v*z10+(1-v)*z11],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> j1:=plot3d([v*x11+(1-v)*x12,v*y11+(1-v)*y12,v*z11+(1-v)*z12],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> k1:=plot3d([v*x12+(1-v)*x13,v*y12+(1-v)*y13,v*z12+(1-v)*z13],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> l1:=plot3d([v*x13+(1-v)*x14,v*y13+(1-v)*y14,v*z13+(1-v)*z14],
```



```

u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> m1:=plot3d([v*x14+(1-v)*x15,v*y14+(1-v)*y15,v*z14+(1-v)*z15],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> n1:=plot3d([v*x15+(1-v)*x16,v*y15+(1-v)*y16,v*z15+(1-v)*z16],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):

```

## A.2 Deformasi tabung

### Pemotongan tabung dengan bidang datar

```

> a:=plot3d([v*(6*sin(u))+(1-v)*(6*sin(u)),v*(6*cos(u))+(1-v)
*(6*cos(u)),v*0+(1-v)*10],u=0..Pi,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> b:=plot3d([v*(6*sin(u))+(1-v)*(6*sin(u)),v*(6*cos(u))+(1-v)
*(6*cos(u)),v*0+(1-v)*6],u=Pi..(5/4)*Pi,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> c:=plot3d([v*(6*sin(u))+(1-v)*(6*sin(u)),v*(6*cos(u))+(1-v)
*(6*cos(u)),v*0+(1-v)*6],u=(7/4)*Pi..2*Pi,v=0..1,labels=[x,y,z]):
>
> d:=( [0*(1-t)^2+4*2*(1-t)*t+0*t^2,6*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+(-6)
*t^2,10*(1-t)^2+10*2*(1-t)*t+t^2*10],t=0..1,color=red,thickness=4,
labels=[x,y,z],scaling=constrained):
d:=spacecurve(d):
> d1:=( [0*(1-t)^2+4*2*(1-t)*t+0*t^2,6*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+(-6)
*t^2,6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6],t=0..1,color=red,thickness=4,
labels=[x,y,z],scaling=constrained):
d1:=spacecurve(d1):
> e:=( [-4.25*(1-t)^2+(-2)*2*(1-t)*t+(-4.25)*t^2,(4.25)*(1-t)^2
+0*2*(1-t)*t+(-4.25)*t^2,6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6],t=0..1,
color=red,thickness=4,labels=[x,y,z],scaling=constrained):
e:=spacecurve(e):
> e1:=( [-4.25*(1-t)^2+(-2)*2*(1-t)*t+(-4.25)*t^2,(4.25)*(1-t)^2
+0*2*(1-t)*t+(-4.25)*t^2,0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+t^2*0],t=0..1,
color=red,thickness=4,labels=[x,y,z],scaling=constrained):
e1:=spacecurve(e1):
> dd1:=plot3d([ (1-v)*(0*(1-t)^2+4*2*(1-t)*t+0*t^2)+v*(0*(1-t)^2
+4*2*(1-t)*t+0*t^2), (1-v)*(6*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+(-6)*t^2)
+v*(6*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+(-6)*t^2), (1-v)*(10*(1-t)^2+10*2
*(1-t)*t+t^2*10)+v*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)],t=0..1,v=0..1):
> ee1:=plot3d([ (1-v)*(-4.25*(1-t)^2+(-2)*2*(1-t)*t+(-4.25)*t^2)
+v*(-4.25*(1-t)^2+(-2)*2*(1-t)*t+(-4.25)*t^2), (1-v)*((4.25)
*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+(-4.25)*t^2)+v*((4.25)*(1-t)^2+0*2*(1-t)
*t+(-4.25)*t^2), (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)+v*(0*(1-t)^2
+0*2*(1-t)*t+t^2*0)],t=0..1,v=0..1):
> dle:=plot3d([ (1-v)*(0*(1-t)^2+4*2*(1-t)*t+0*t^2)+v*(-4.25
*(1-t)^2+(-2)*2*(1-t)*t+(-4.25)*t^2), (1-v)*(6*(1-t)^2+0*2*(1-t)
*t+(-6)*t^2)+v*((4.25)*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+(-4.25)*t^2), (1-v)
*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)+v*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)],
t=0..1,v=0..1):

```

### Modifikasi selimut tabung dengan kurva lengkung

```

> a:=spacecurve([6*cos(u),6*sin(u),10],u=0..2*Pi,labels=[x,y,z]):
> b:=spacecurve([4*cos(u),4*sin(u),7.5],u=0..2*Pi,labels=[x,y,z]):
> c:=spacecurve([4*cos(u),4*sin(u),2.5],u=0..2*Pi,labels=[x,y,z]):
> d:=spacecurve([6*cos(u),6*sin(u),0],u=0..2*Pi,labels=[x,y,z]):
> ab:=( [6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+4*t^2,0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+0*t^2,

```

```

10*(1-t)^2+8*2*(1-t)*t+t^2*7.5],t=0..1,color=red,thickness=2,
labels=[x,y,z],scaling=constrained):
ab:=spacecurve(ab):
> bc:=( [4*(1-t)^2+2*2*(1-t)*t+4*t^2,0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+0*t^2,
7.5*(1-t)^2+5*2*(1-t)*t+t^2*2.5],t=0..1,color=red,thickness=2,
labels=[x,y,z],scaling=constrained):
bc:=spacecurve(bc):
> cd:=( [4*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+6*t^2,0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+0*t^2,
2.5*(1-t)^2+2*2*(1-t)*t+t^2*0],t=0..1,color=red,thickness=2,
labels=[x,y,z],scaling=constrained):
cd:=spacecurve(cd):
>
> ab1:=plot3d([ (6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+4*t^2)*cos(v), (6*(1-t)^2
+6*2*(1-t)*t+4*t^2)*sin(v), (10*(1-t)^2+8*2*(1-t)*t+7.5*t^2)],
t=0..1,v=0..2*Pi):
> bc1:=plot3d([ (4*(1-t)^2+2*2*(1-t)*t+4*t^2)*cos(v), (4*(1-t)^2
+2*2*(1-t)*t+4*t^2)*sin(v), (7.5*(1-t)^2+5*2*(1-t)*t+2.5*t^2)],
t=0..1,v=0..2*Pi):
> cd1:=plot3d([ (4*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+6*t^2)*cos(v), (4*(1-t)^2
+6*2*(1-t)*t+6*t^2)*sin(v), (2.5*(1-t)^2+2*2*(1-t)*t+0*t^2)],
t=0..1,v=0..2*Pi):

```

### Modifikasi selimut tabung dengan pemilihan busur

```

> a:=spacecurve([6*cos(u),6*sin(u),10],u=0..(1/2)*Pi,
labels=[x,y,z]):
> a1:=spacecurve([6*cos(u),6*sin(u),0],u=0..(1/2)*Pi,
labels=[x,y,z]):
> aa1:=plot3d([(1-v)*(6*cos(u))+v*(6*cos(u)),(1-v)*(6*sin(u))
+v*(6*sin(u)),(1-v)*(10)+v*(0)],u=0..(1/2)*Pi,v=0..1):
>
> b:=spacecurve([6*cos(u),6*sin(u),10],u=Pi..(3/2)*Pi,
labels=[x,y,z]):
> b1:=spacecurve([6*cos(u),6*sin(u),0],u=Pi..(3/2)*Pi,
labels=[x,y,z]):
> bb1:=plot3d([(1-v)*(6*cos(u))+v*(6*cos(u)),(1-v)*(6*sin(u))+v
*(6*sin(u)),(1-v)*(10)+v*(0)],u=Pi..(3/2)*Pi,v=0..1):
>
> c:=spacecurve([5*cos(u),5*sin(u),10],u=(1/2)*Pi..Pi,
labels=[x,y,z]):
> c1:=spacecurve([5*cos(u),5*sin(u),0],u=(1/2)*Pi..Pi,
labels=[x,y,z]):
> cc1:=plot3d([(1-v)*(5*cos(u))+v*(5*cos(u)),(1-v)*(5*sin(u))
+v*(5*sin(u)),(1-v)*(10)+v*(0)],u=(1/2)*Pi..Pi,v=0..1):
>
> d:=spacecurve([5*cos(u),5*sin(u),10],u=(3/2)*Pi..2*Pi,
labels=[x,y,z]):
> d1:=spacecurve([5*cos(u),5*sin(u),0],u=(3/2)*Pi..2*Pi,
labels=[x,y,z]):
> dd1:=plot3d([(1-v)*(5*cos(u))+v*(5*cos(u)),(1-v)*(5*sin(u))+v
*(5*sin(u)),(1-v)*(10)+v*(0)],u=(3/2)*Pi..2*Pi,v=0..1):
>
> x1e:=u*(-4)+(1-u)*(-4): y1e:=u*0+(1-u)*0: z1e:=u*0+(1-u)*10:
> x2e:=u*(-6)+(1-u)*(-6): y2e:=u*0+(1-u)*0: z2e:=u*0+(1-u)*10:
> g1:=plot3d([v*x1e+(1-v)*x2e,v*y1e+(1-v)*y2e,v*z1e+(1-v)*z2e],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> x1f:=u*0+(1-u)*0: y1f:=u*4+(1-u)*4: z1f:=u*0+(1-u)*10:

```

```

> x2f:=u*0+(1-u)*0: y2f:=u*6+(1-u)*6: z2f:=u*0+(1-u)*10:
> h1:=plot3d([v*x1f+(1-v)*x2f,v*y1f+(1-v)*y2f,v*z1f+(1-v)*z2f],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
>
> x1g:=u*0+(1-u)*0: y1g:=u*(-4)+(1-u)*(-4): z1g:=u*0+(1-u)*10:
> x2g:=u*0+(1-u)*0: y2g:=u*(-6)+(1-u)*(-6): z2g:=u*0+(1-u)*10:
> i1:=plot3d([v*x1g+(1-v)*x2g,v*y1g+(1-v)*y2g,v*z1g+(1-v)*z2g],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
>
> x1h:=u*(4)+(1-u)*(4): y1h:=u*0+(1-u)*0: z1h:=u*0+(1-u)*10:
> x2h:=u*(6)+(1-u)*(6): y2h:=u*0+(1-u)*0: z2h:=u*0+(1-u)*10:
> j1:=plot3d([v*x1h+(1-v)*x2h,v*y1h+(1-v)*y2h,v*z1h+(1-v)*z2h],
u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):

```

### A.3 Deformasi Bola

#### Deformasi permukaan bola berbentuk labu

```

> a1:=( [-19.5*(1-t)^2+(0.25)*2*(1-t)*t+(19.5)*t^2, (46)*(1-t)^2+
65.75*2*(1-t)*t+(47.5)*t^2, 6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6], t=0..1,
color=black, thickness=4, labels=[x,y,z], scaling=constrained):
> a1:=spacecurve(a1):
> a2:=( [19.5*(1-t)^2+(48)*2*(1-t)*t+(47.3)*t^2, (47.5)*(1-t)^2+
46*2*(1-t)*t+(20.2)*t^2, 6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6], t=0..1,
color=blue, thickness=4, labels=[x,y,z], scaling=constrained):
> a2:=spacecurve(a2):
> a3:=( [47.3*(1-t)^2+(66.5)*2*(1-t)*t+(48)*t^2, (20.2)*(1-t)^2
+0.35*2*(1-t)*t+(-18.75)*t^2, 6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6], t=0..1,
color=red, thickness=4, labels=[x,y,z], scaling=constrained):
> a3:=spacecurve(a3):
> a4:=( [48*(1-t)^2+(48.75)*2*(1-t)*t+(20)*t^2, (-18.75)*(1-t)^2+
(-46)*2*(1-t)*t+(-47.5)*t^2, 6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6],
t=0..1, color=red, thickness=4, labels=[x,y,z], scaling=constrained):
> a4:=spacecurve(a4):
> a5:=( [20*(1-t)^2+(0.25)*2*(1-t)*t+(-18.8)*t^2, (-47.5)*(1-t)^2+
67.25*2*(1-t)*t+(-48.2)*t^2, 6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6],
t=0..1, color=red, thickness=4, labels=[x,y,z], scaling=constrained):
> a5:=spacecurve(a5):
> a6:=( [(-18.8)*(1-t)^2+(-46)*2*(1-t)*t+(-46.8)*t^2, (-48.2)*(1-
t)^2+(-47.4)*2*(1-t)*t+(-20.1)*t^2, 6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6],
t=0..1, color=red, thickness=4, labels=[x,y,z], scaling=constrained):
a6:=spacecurve(a6):
> a7:=( [-46.8*(1-t)^2+(-66)*2*(1-t)*t+(-47.5)*t^2, (-20.1)*(1-t)^2+
(-0.35)*2*(1-t)*t+(18.75)*t^2, 6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6],
t=0..1, color=red, thickness=4, labels=[x,y,z], scaling=constrained):
> a7:=spacecurve(a7):
> a8:=( [-47.5*(1-t)^2+(-46.8)*2*(1-t)*t+(-19.5)*t^2,
(18.75)*(1-t)^2+(46)*2*(1-t)*t+(46.1)*t^2, 6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+
t^2*6], t=0..1, color=red, thickness=4, labels=[x,y,z],
scaling=constrained):
> a8:=spacecurve(a8):
>
> a9:=( [-14.5*(1-t)^2+(0.25)*2*(1-t)*t+(15.7)*t^2, (36.4)*(1-t)^2+
(53.3)*2*(1-t)*t+(37.1)*t^2, -60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+
t^2*(60)], t=0..1, color=red, thickness=4, labels=[x,y,z],
scaling=constrained):

```

```

> a9:=spacecurve(a9):
> a10:=( [15.7*(1-t)^2+38.5*2*(1-t)*t+(38.5)*t^2, (37.1)*(1-t)^2+
(37.1)*2*(1-t)*t+(15.8)*t^2, -60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+
t^2*(60) ], t=0..1, color=red, thickness=4, labels=[x,y,z],
scaling=constrained):
> a10:=spacecurve(a10):
> a11:=( [38.5*(1-t)^2+(53.2)*2*(1-t)*t+(38.5)*t^2, (15.8)*(1-t)^2
+(0.36)*2*(1-t)*t+(-15.1)*t^2, -60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-
60) ], t=0..1, color=red, thickness=4, labels=[x,y,z],
scaling=constrained):
> a11:=spacecurve(a11):
> a12:=( [38.5*(1-t)^2+(37)*2*(1-t)*t+(17.2)*t^2, (-15.1)*(1-t)^2
+(-37.9)*2*(1-t)*t+(-39.3)*t^2, -60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t
+t^2*(60) ], t=0..1, color=red, thickness=4, labels=[x,y,z],
scaling=constrained):
> a12:=spacecurve(a12):
> a13:=( [17.2*(1-t)^2+(0.1)*2*(1-t)*t+(-14.5)*t^2, (-39.3)*(1-t)^2
+(-53.3)*2*(1-t)*t+(-39.3)*t^2, -60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t
+t^2*(60) ], t=0..1, color=red, thickness=4, labels=[x,y,z],
scaling=constrained):
> a13:=spacecurve(a13):
> a14:=( [-14.5*(1-t)^2+(-37.25)*2*(1-t)*t+(-36.5)*t^2,
(-39.3)*(1-t)^2+(-37.1)*2*(1-t)*t+(-17.3)*t^2, -60*(1-t)^2
+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(60) ], t=0..1, color=red, thickness=4,
labels=[x,y,z], scaling=constrained):
> a14:=spacecurve(a14):
> a15:=( [-36.5*(1-t)^2+(-51.2)*2*(1-t)*t+(-36.5)*t^2,
(-17.3)*(1-t)^2+(-1.1)*2*(1-t)*t+(14.3)*t^2, -60*(1-t)^2
+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(60) ], t=0..1, color=red, thickness=4,
labels=[x,y,z], scaling=constrained):
> a15:=spacecurve(a15):
> a16:=( [-36.5*(1-t)^2+(-36.5)*2*(1-t)*t+(-14.5)*t^2,
(14.3)*(1-t)^2+(36.4)*2*(1-t)*t+(36.4)*t^2, -60*(1-t)^2
+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(60) ], t=0..1, color=red, thickness=4,
labels=[x,y,z], scaling=constrained):
> a16:=spacecurve(a16):
>
> a1a9:=plot3d([ (1-v)*(-19.5*(1-t)^2+(0.25)*2*(1-t)*t+(19.5)*t^2)
+v*(-14.5*(1-t)^2+(0.25)*2*(1-t)*t+(15.7)*t^2), (1-v)*((46)
*(1-t)^2+65.75*2*(1-t)*t+(47.5)*t^2)+v*((36.4)*(1-t)^2+(53.3)
*2*(1-t)*t+(37.1)*t^2), (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)
+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60)) ], t=0..1, v=0..1):
> a2a10:=plot3d([ (1-v)*(19.5*(1-t)^2+(48)*2*(1-t)*t+(47.3)*t^2)
+v*(15.7*(1-t)^2+38.5*2*(1-t)*t+(38.5)*t^2), (1-v)*((47.5)*(1-t)^2
+46*2*(1-t)*t+(20.2)*t^2)+v*((37.1)*(1-t)^2+(37.1)*2*(1-t)*t
+(15.8)*t^2), (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)+v*(-60*(1-t)^2
+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60)) ], t=0..1, v=0..1):
> a3a11:=plot3d([ (1-v)*(47.3*(1-t)^2+(66.5)*2*(1-t)*t+(48)*t^2)
+v*(38.5*(1-t)^2+(53.2)*2*(1-t)*t+(38.5)*t^2), (1-v)*((20.2)
*(1-t)^2+0.35*2*(1-t)*t+(-18.75)*t^2)+v*((15.8)*(1-t)^2+(0.36)
*2*(1-t)*t+(-15.1)*t^2), (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)
+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60)) ], t=0..1, v=0..1):
> a4a12:=plot3d([ (1-v)*(48*(1-t)^2+(48.75)*2*(1-t)*t+(20)*t^2)
+v*(38.5*(1-t)^2+(37)*2*(1-t)*t+(17.2)*t^2), (1-v)*((-18.75)
*(1-t)^2+(-46)*2*(1-t)*t+(-47.5)*t^2)+v*((-15.1)*(1-t)^2+(-37.9)*2
*(1-t)*t+(-39.3)*t^2), (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)+v*(-60

```

```

* (1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))] ,t=0..1,v=0..1) :
> a5a13:=plot3d([(1-v)*(20*(1-t)^2+(0.25)*2*(1-t)*t+(-18.8)*t^2)
+v*(17.2*(1-t)^2+(0.1)*2*(1-t)*t+(-14.5)*t^2) , (1-v)*((-47.5)
*(1-t)^2+(-67.25)*2*(1-t)*t+(-48.2)*t^2)+v*((-39.3)*(1-t)^2
+(-53.3)*2*(1-t)*t+(-39.3)*t^2) , (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t
+t^2*6)+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))] ,t=0..1,v=0..1) :
> a6a14:=plot3d([(1-v)*((-18.8)*(1-t)^2+(-46)*2*(1-t)*t+(-46.8)
*t^2)+v*(-14.5*(1-t)^2+(-37.25)*2*(1-t)*t+(-36.5)*t^2) , (1-v)
*((-48.2)*(1-t)^2+(-47.4)*2*(1-t)*t+(-20.1)*t^2)+v*((-39.3)
*(1-t)^2+(-37.1)*2*(1-t)*t+(-17.3)*t^2) , (1-v)*(6*(1-t)^2
+6*2*(1-t)*t+t^2*6)+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))] ,
t=0..1,v=0..1) :
> a7a15:=plot3d([(1-v)*(-46.8*(1-t)^2+(-66)*2*(1-t)*t+(-47.5)*t^2)
+v*(-36.5*(1-t)^2+(-51.2)*2*(1-t)*t+(-36.5)*t^2) , (1-v)*((-20.1)
*(1-t)^2+(-0.35)*2*(1-t)*t+(18.75)*t^2)+v*((-17.3)*(1-t)^2+(-1.1)
*2*(1-t)*t+(14.3)*t^2) , (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)
+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))] ,t=0..1,v=0..1) :
> a8a16:=plot3d([(1-v)*(-47.5*(1-t)^2+(-46.8)*2*(1-t)*t+(-19.5)
*t^2)+v*(-36.5*(1-t)^2+(-36.5)*2*(1-t)*t+(-14.5)*t^2) , (1-v)
*((18.75)*(1-t)^2+(46)*2*(1-t)*t+(46.1)*t^2)+v*((14.3)*(1-t)^2
+(36.4)*2*(1-t)*t+(36.4)*t^2) , (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)
+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))] ,t=0..1,v=0..1) :

```

## Lampiran B. Penggabungan benda dasar komponen bagian utama teko pada dua jenis kerangka pemodelan

### B.1 Model komponen bagian utama teko dengan satu kerangka penggabungan

```

> a1a9:=plot3d([(1-v)*(-19.5*(1-t)^2+(0.25)*2*(1-t)*t+(19.5)*t^2)
+v*(-14.5*(1-t)^2+(0.25)*2*(1-t)*t+(15.7)*t^2) , (1-v)*((46)
*(1-t)^2+65.75*2*(1-t)*t+(47.5)*t^2)+v*((36.4)*(1-t)^2+(53.3)
*2*(1-t)*t+(37.1)*t^2) , (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)
+v*(-60)*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))] ,t=0..1,v=0..1) :
> a2a10:=plot3d([(1-v)*(19.5*(1-t)^2+(48)*2*(1-t)*t+(47.3)*t^2)
+v*(15.7*(1-t)^2+38.5*2*(1-t)*t+(38.5)*t^2) , (1-v)*((47.5)*(1-t)^2
+46*2*(1-t)*t+(20.2)*t^2)+v*((37.1)*(1-t)^2+(37.1)*2*(1-t)*t
+(15.8)*t^2) , (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)+v*(-60*(1-t)^2
+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))] ,t=0..1,v=0..1) :
> a3a11:=plot3d([(1-v)*(47.3*(1-t)^2+(66.5)*2*(1-t)*t+(48)*t^2)
+v*(38.5*(1-t)^2+(53.2)*2*(1-t)*t+(38.5)*t^2) , (1-v)*((20.2)
*(1-t)^2+0.35*2*(1-t)*t+(-18.75)*t^2)+v*((15.8)*(1-t)^2+(0.36)
*2*(1-t)*t+(-15.1)*t^2) , (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)
+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))] ,t=0..1,v=0..1) :
> a4a12:=plot3d([(1-v)*(48*(1-t)^2+(48.75)*2*(1-t)*t+(20)*t^2)
+v*(38.5*(1-t)^2+(37)*2*(1-t)*t+(17.2)*t^2) , (1-v)*((-18.75)
*(1-t)^2+(-46)*2*(1-t)*t+(-47.5)*t^2)+v*((-15.1)*(1-t)^2+(-37.9)
*2*(1-t)*t+(-39.3)*t^2) , (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)
+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))] ,t=0..1,v=0..1) :
> a5a13:=plot3d([(1-v)*(20*(1-t)^2+(0.25)*2*(1-t)*t+(-18.8)*t^2)
+v*(17.2*(1-t)^2+(0.1)*2*(1-t)*t+(-14.5)*t^2) , (1-v)*((-47.5)
*(1-t)^2+(-67.25)*2*(1-t)*t+(-48.2)*t^2)+v*((-39.3)*(1-t)^2
+(-53.3)*2*(1-t)*t+(-39.3)*t^2) , (1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t
+t^2*6)+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))] ,t=0..1,v=0..1) :

```

```

> a6a14:=plot3d([(1-v)*((-18.8)*(1-t)^2+(-46)*2*(1-t)*t+(-46.8)
*t^2)+v*(-14.5*(1-t)^2+(-37.25)*2*(1-t)*t+(-36.5)*t^2),(1-v)
*((-48.2)*(1-t)^2+(-47.4)*2*(1-t)*t+(-20.1)*t^2)+v*((-39.3)
*(1-t)^2+(-37.1)*2*(1-t)*t+(-17.3)*t^2),(1-v)*(6*(1-t)^2+6*2
*(1-t)*t+t^2*6)+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))],
,t=0..1,v=0..1):
> a7a15:=plot3d([(1-v)*(-46.8*(1-t)^2+(-66)*2*(1-t)*t+(-47.5)
*t^2)+v*(-36.5*(1-t)^2+(-51.2)*2*(1-t)*t+(-36.5)*t^2),(1-v)
*((-20.1)*(1-t)^2+(-0.35)*2*(1-t)*t+(18.75)*t^2)+v*((-17.3)
*(1-t)^2+(-1.1)*2*(1-t)*t+(14.3)*t^2),(1-v)*(6*(1-t)^2+6*2
*(1-t)*t+t^2*6)+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))],
,t=0..1,v=0..1):
> a8a16:=plot3d([(1-v)*(-47.5*(1-t)^2+(-46.8)*2*(1-t)*t+(-19.5)
*t^2)+v*(-36.5*(1-t)^2+(-36.5)*2*(1-t)*t+(-14.5)*t^2),(1-v)
*((18.75)*(1-t)^2+(46)*2*(1-t)*t+(46.1)*t^2)+v*((14.3)*(1-t)^2
+(36.4)*2*(1-t)*t+(36.4)*t^2),(1-v)*(6*(1-t)^2+6*2*(1-t)*t+t^2*6)
+v*(-60*(1-t)^2+(-60)*2*(1-t)*t+t^2*(-60))],t=0..1,v=0..1):
>a:=spacecurve([60*cos(u),60*sin(u),10],u=0..2*Pi,labels=[x,y,z]):
>b:=spacecurve([40*cos(u),40*sin(u),40],u=0..2*Pi,labels=[x,y,z]):
>c:=spacecurve([35*cos(u),35*sin(u),70],u=0..2*Pi,labels=[x,y,z]):
>d:=spacecurve([35*cos(u),35*sin(u),90],u=0..2*Pi,labels=[x,y,z]):
>
> ab1:=plot3d([(60*(1-t)^2+60*2*(1-t)*t+40*t^2)*cos(v),
(60*(1-t)^2+60*2*(1-t)*t+40*t^2)*sin(v),(10*(1-t)^2+50*2*(1-t)
*t+60*t^2)],t=0..1,v=0..2*Pi):
> bc1:=plot3d([(40*(1-t)^2+30*2*(1-t)*t+35*t^2)*cos(v),(40*(1-t)^2
+30*2*(1-t)*t+35*t^2)*sin(v),(60*(1-t)^2+90*2*(1-t)*t+115*t^2)],
,t=0..1,v=0..2*Pi):
> cd1:=plot3d([(35*(1-t)^2+40*2*(1-t)*t+35*t^2)*cos(v),(35*(1-t)^2
+40*2*(1-t)*t+35*t^2)*sin(v),(115*(1-t)^2+125*2*(1-t)*t+130*t^2)],
,t=0..1,v=0..2*Pi):

```

## B.2 Model komponen bagian utama teko dengan empat kerangka penggabungan

```

> x1:=u*0+(1-u)*0: y1:=u*0+(1-u)*0: z1:=u*0+(1-u)*10:
> x2:=u*0+(1-u)*0: y2:=u*(-4)+(1-u)*(-4): z2:=u*0+(1-u)*10:
> x3:=u*2+(1-u)*2: y3:=u*(-6)+(1-u)*(-6): z3:=u*0+(1-u)*10:
> x4:=u*4+(1-u)*4: y4:=u*(-6)+(1-u)*(-6): z4:=u*0+(1-u)*10:
> x5:=u*6+(1-u)*6: y5:=u*(-4)+(1-u)*(-4): z5:=u*0+(1-u)*10:
> x6:=u*6+(1-u)*6: y6:=u*(-2)+(1-u)*(-2): z6:=u*0+(1-u)*10:
> x7:=u*4+(1-u)*4: y7:=u*0+(1-u)*0: z7:=u*0+(1-u)*10:
>
> a1:=plot3d([v*x1+(1-v)*x2,v*y1+(1-v)*y2,v*z1+(1-
v)*z2],u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> b1:=plot3d([v*x2+(1-v)*x3,v*y2+(1-v)*y3,v*z2+(1-
v)*z3],u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> c1:=plot3d([v*x3+(1-v)*x4,v*y3+(1-v)*y4,v*z3+(1-
v)*z4],u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> d1:=plot3d([v*x5+(1-v)*x6,v*y5+(1-v)*y6,v*z5+(1-
v)*z6],u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> e1:=plot3d([v*x6+(1-v)*x7,v*y6+(1-v)*y7,v*z6+(1-
v)*z7],u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
> f1:=plot3d([v*x7+(1-v)*x1,v*y7+(1-v)*y1,v*z7+(1-
v)*z1],u=0..1,v=0..1,labels=[x,y,z]):
>

```

```

> AA:=plot3d([(1-v)*(6*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+4*t^2)+v*(6*(1-t)^2+3*2*(1-t)*t+4*t^2), (1-v)*(-4*(1-t)^2+(-3)*2*(1-t)*t+(-6)*t^2)+v*(-4*(1-t)^2+(-3)*2*(1-t)*t+(-6)*t^2), (1-v)*(10*(1-t)^2+10*2*(1-t)*t+t^2*10)+v*(0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+t^2*0)], t=0..1, v=0..1):
>
> x8:=u*0+(1-u)*0: y8:=u*0+(1-u)*0: z1:=u*0+(1-u)*10:
> x9:=u*0+(1-u)*0: y9:=u*(4)+(1-u)*(4): z2:=u*0+(1-u)*10:
> x10:=u*(-2)+(1-u)*(-2): y10:=u*(6)+(1-u)*(6): z3:=u*0+(1-u)*10:
> x11:=u*(-4)+(1-u)*(-4): y11:=u*(6)+(1-u)*(6): z4:=u*0+(1-u)*10:
> x12:=u*(-6)+(1-u)*(-6): y12:=u*4+(1-u)*4: z5:=u*0+(1-u)*10:
> x13:=u*(-6)+(1-u)*(-6): y13:=u*(2)+(1-u)*(2): z6:=u*0+(1-u)*10:
> x14:=u*(-4)+(1-u)*(-4): y14:=u*0+(1-u)*0: z7:=u*0+(1-u)*10:
>
> aa1:=plot3d([v*x8+(1-v)*x9, v*y8+(1-v)*y9, v*z1+(1-v)*z2], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> ba1:=plot3d([v*x9+(1-v)*x10, v*y9+(1-v)*y10, v*z2+(1-v)*z3], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> ca1:=plot3d([v*x10+(1-v)*x11, v*y10+(1-v)*y11, v*z3+(1-v)*z4], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> da1:=plot3d([v*x12+(1-v)*x13, v*y12+(1-v)*y13, v*z5+(1-v)*z6], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> ea1:=plot3d([v*x13+(1-v)*x14, v*y13+(1-v)*y14, v*z6+(1-v)*z7], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> fa1:=plot3d([v*x14+(1-v)*x1, v*y14+(1-v)*y1, v*z7+(1-v)*z1], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
>
> AB:=plot3d([(1-v)*(-4*(1-t)^2+(-3)*2*(1-t)*t+(-6)*t^2)+v*(-4*(1-t)^2+(-3)*2*(1-t)*t+(-6)*t^2), (1-v)*(6*(1-t)^2+(3)*2*(1-t)*t+(4)*t^2)+v*(6*(1-t)^2+(3)*2*(1-t)*t+(4)*t^2), (1-v)*(10*(1-t)^2+10*2*(1-t)*t+t^2*10)+v*(0*(1-t)^2+0*2*(1-t)*t+t^2*0)], t=0..1, v=0..1):
>
> x15:=u*0+(1-u)*0: y15:=u*0+(1-u)*0: z1:=u*0+(1-u)*10:
> x16:=u*0+(1-u)*0: y16:=u*(4)+(1-u)*(4): z2:=u*0+(1-u)*10:
> x17:=u*2+(1-u)*2: y17:=u*(6)+(1-u)*(6): z3:=u*0+(1-u)*10:
> x18:=u*4+(1-u)*4: y18:=u*(6)+(1-u)*(6): z4:=u*0+(1-u)*10:
> x19:=u*6+(1-u)*6: y19:=u*(4)+(1-u)*(4): z5:=u*0+(1-u)*10:
> x20:=u*6+(1-u)*6: y20:=u*(2)+(1-u)*(2): z6:=u*0+(1-u)*10:
> x21:=u*4+(1-u)*4: y21:=u*0+(1-u)*0: z7:=u*0+(1-u)*10:
>
> ab:=plot3d([v*x15+(1-v)*x16, v*y15+(1-v)*y16, v*z1+(1-v)*z2], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> bb:=plot3d([v*x16+(1-v)*x17, v*y16+(1-v)*y17, v*z2+(1-v)*z3], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> cb:=plot3d([v*x17+(1-v)*x18, v*y17+(1-v)*y18, v*z3+(1-v)*z4], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> db:=plot3d([v*x19+(1-v)*x20, v*y19+(1-v)*y20, v*z5+(1-v)*z6], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> eb:=plot3d([v*x20+(1-v)*x21, v*y20+(1-v)*y21, v*z6+(1-v)*z7], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> fb:=plot3d([v*x21+(1-v)*x1, v*y21+(1-v)*y1, v*z7+(1-v)*z1], u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
>
> AC:=plot3d([(1-v)*(4*(1-t)^2+(6)*2*(1-t)*t+(6)*t^2)+v*(4*(1-t)^2+(6)*2*(1-t)*t+(6)*t^2), (1-v)*(6*(1-t)^2+(6)*2*(1-t)*t+(4)*t^2)

```

```

+v*(6*(1-t)^2+(6)*2*(1-t)*t+(4)*t^2), (1-v)*(10*(1-t)^2+10*2
*(1-t)*t+t^2*10)+v*(0*(1-t)^2+0*2*(1-t)^t+t^2*0)], t=0..1, v=0..1):
>
> x22:=u*0+(1-u)*0: y22:=u*0+(1-u)*0: z1:=u*0+(1-u)*10:
> x23:=u*0+(1-u)*0: y23:=u*(-4)+(1-u)*(-4): z2:=u*0+(1-u)*10:
> x24:=u*(-2)+(1-u)*(-2): y24:=u*(-6)+(1-u)*(-6):
z3:=u*0+(1-u)*10:
> x25:=u*(-4)+(1-u)*(-4): y25:=u*(-6)+(1-u)*(-6):
z4:=u*0+(1-u)*10:
> x26:=u*(-6)+(1-u)*(-6): y26:=u*(-4)+(1-u)*(-4):
z5:=u*0+(1-u)*10:
> x27:=u*(-6)+(1-u)*(-6): y27:=u*(-2)+(1-u)*(-2):
z6:=u*0+(1-u)*10:
> x28:=u*(-4)+(1-u)*(-4): y28:=u*0+(1-u)*0: z7:=u*0+(1-u)*10:
>
> ab1:=plot3d([v*x22+(1-v)*x23, v*y22+(1-v)*y23, v*z1+(1-v)*z2],
u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> bb1:=plot3d([v*x23+(1-v)*x24, v*y23+(1-v)*y24, v*z2+(1-v)*z3],
u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> cb1:=plot3d([v*x24+(1-v)*x25, v*y24+(1-v)*y25, v*z3+(1-v)*z4],
u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> db1:=plot3d([v*x26+(1-v)*x27, v*y26+(1-v)*y27, v*z5+(1-v)*z6],
u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> eb1:=plot3d([v*x27+(1-v)*x28, v*y27+(1-v)*y28, v*z6+(1-v)*z7],
u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
> fb1:=plot3d([v*x28+(1-v)*x1, v*y28+(1-v)*y1, v*z7+(1-v)*z1],
u=0..1, v=0..1, labels=[x, y, z]):
>
> AD:=plot3d([(1-v)*(-4*(1-t)^2+(-6)*2*(1-t)*t+(-6)*t^2)
+v*(-4*(1-t)^2+(-6)*2*(1-t)*t+(-6)*t^2), (1-v)*(-6*(1-t)^2
+(-6)*2*(1-t)*t+(-4)*t^2)+v*(-6*(1-t)^2+(-6)*2*(1-t)*t+(-4)*t^2),
(1-v)*(10*(1-t)^2+10*2*(1-t)*t+t^2*10)+v*(0*(1-t)^2+0*2*(1-t)^t
+t^2*0)], t=0..1, v=0..1):

```