EKSENTRIK DIGRAF
DARI GRAF STAR, GRAF DOUBLE STAR
DAN GRAF KOMPLIT BIPARTIT

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Persyaratan Program Sarjana Sains
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan
Universitas Jember

Oleh :

Kuntanto Widi Nugroho
NIM. 971810101074

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERITAS JEMBER

Juni, 2002

MOTTO

"Dan janganlah kamu patah semangat untuk meneruskan peperangan dan janganlah kamu bersedih hati atas apa yang telah hilang dari kamu, sebab kamulah yang unggul jika kamu percaya dengan janji Allah".

(QS: Al Imron: 139)

"Berpikir sebelum melangkah, melangkah sesuai rencana".

(Pedoman PPPK '90)

" Jadikan hidup ......
Kecil dimata Allah SWT
Rendah dihadapan diri
Bermanfaat bagi orang banyak".

(Ali Bin Abi Tholib r.a)

PERSEMBAHAN

Dengan rasa syukur kupersembahkan karya ini kepada :

1. Bapak (Margono, Sm.Hk) dan Ibu (R. Lasiyem, S.Pd) yang telah memberiku kasih sayang, bimbingan, nasehat dan do'a dengan penuh keikhlasan, serta semangat dalam hidupku.
2. Kakekku (Mbah Wirodiharjo) tercinta, yang telah memberikan kasih sayang, bimbingan dan do'a dengan penuh keikhlasan.
3. Kakak-kakakku (Kuntisari, Dewi, Fajar, Nuraini) dan adikku (Hendra) yang telah memberiku semangat, kasih sayang serta do'anya.
4. Adikku Irna yang telah mewarnai kehidupanku dan setia menantiku hingga saat ini.
5. KSR PMI Unit Universitas Jember.
6. Almamaterku Universitas Jember.

DEKLARASI

Skripsi ini berisi hasil kerja/penelitian mulai bulan Januari 2002 sampai dengan bulan Juni 2002 di jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember. Bersama ini saya menyatakan bahwa isi skripsi ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri kecuali jika disebutkan sumbernya dan skripsi ini belum pernah diajukan pada institusi lain.

Jember, Juni 2002

Kuntanto Widi Nugroho

ABSTRAK

Kuntanto Widi Nugroho, Juni 2002, judul: "***Eksentrik Digraf dari Graf Star, Graf Double Star dan Graf Komplit Bipartit***"

Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember

DPU : Drs. Kusno, DEA, Ph.D
DPA : Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si

Teori graf merupakan topik yang banyak mendapat perhatian, karena model-modelnya sangat berguna untuk aplikasi yang luas, seperti masalah dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, dan lain sebagainya. Salah satu aplikasi dalam teori graf adalah menentukan kota terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari suatu kota ke kota lain. *Jarak* (*distance*) $d(u,v)$ antara dua titik u dan v adalah panjang lintasan terpendek dari titik u ke titik v di G. Jika tidak ada lintasan dari u ke v, maka $d(u,v) = \infty$. *Eksentrisitas* titik v di graf G, dinotasikan $ec(v)$ adalah jarak terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari v ke setiap titik di G. Titik v adalah *titik eksentrik* dari u jika jarak dari v ke u sama dengan eksentrisitas dari u atau $d(v, u) = ec(u)$. *Eksentrik digraf pada graf* $ED(G)$ didefinisikan sebagai graf yang mempunyai himpunan titik yang sama dengan G atau $V(ED(G)) = V(G)$ dimana arc menghubungkan titik u ke v, jika v adalah titik eksentrik dari u. Masalah yang dibahas dalam penelitian ini adalah menentukan eksentrik digraf dari graf star, graf double star dan graf komplit bipartit. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut. Eksentrik digraf dari graf star $ED(S_m)$ adalah graf komplit K_m yang mempunyai arah dan eksentrik digraf dari graf double star $ED(S_{n,m})$ adalah digraf bipartit $D(B_{n,m})$. Selanjutnya eksentrik digraf dari graf komplit bipartit $ED(K_{m,n})$ adalah digraf komplemen $K_{m,n} = D(\overline{K}_{m,n})$.

Kata kunci : graf star, graf double star, graf komplit bipartit, jarak, eksentrisitas, titik eksentrik dan eksentrik digraf.

PENGESAHAN

Skripsi ini diterima oleh Fakultas MIPA Universitas Jember pada:

Hari :

Tanggal : 28 JUN 2002

Tempat : Fakultas MIPA Universitas Jember

Tim Penguji,

Ketua,	Sekretaris,
(Drs. Kusno, DEA, Ph.D.)	(Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si.)
NIP. 131 592 357	NIP. 132 258 180
Anggota 1,	Anggota 2,
(Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.)	(Kiswara Agung S, S.Si.)
NIP. 132 648 321	NIP. 132 207 813

Mengesahkan

Dekan Fakultas MIPA

Universitas Jember,

(Ir. Sumadi, MS.)

NIP. 130 368 784

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, karena atas rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis telah diberi kekuatan untuk menyelesaikan skipsi dengan judul **"Eksentrik Digraf dari Graf Star, Graf Double Star dan Graf Komplit Bipartit"**.

Adapun maksud dari penulisan skripsi ini adalah untuk memenuhi salah satu syarat guna menyelesaikan pendidikan program sarjana sains pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Penulis menyadari, bahwa dalam penyusunan sampai terselesaikannya skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Karenanya penulis ingin mengucapkan banyak terima kasih kepada:

1. Bpk. Ir. Sumadi, MS, selaku Dekan Fakultas MIPA universitas Jember.
2. Bpk. Drs. Kusno, DEA, Ph.D, selaku Ketua Jurusan Matematika dan Dosen Pembimbing Utama, atas bimbingan dan saran-sarannya dalam penyusunan skripsi ini.
3. Ibu Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si, selaku Dosen Pembimbing Anggota, atas bimbingan dan saran-sarannya dalam penyusunan skripsi ini.
4. Ibu Rita Ratih Trimawarni, S.Si, M.Si, selaku dosen wali yang telah memberikan arahan dan bimbingan selama masa studi di Jurusan Matematika.
5. Bapak dan Ibu Dosen beserta staf dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember yang telah membantu secara langsung maupun tidak langsung selama penulis menempuh pendidikan di Universitas Jember.
6. Seluruh teman seperjuangan Angkatan 1997 Jurusan Matematika.
7. Sahabat-sahabatku (Mas Sigit, Milbar, Danang, Huda, Iim, Toples, Jati, Thoriq) yang telah memberikan dorongan semangat dan masukan yang berarti dalam menyelasaikan skripsi ini.
8. Saudara-saudaraku (Mas Imam, Afi, Iwan) yang telah memberikan dorongan semangat dan masukan yang sangat berarti bagi penulis.
9. Adik-adikku yang ada di KSR PMI Unit Universitas Jember.
10. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kelemahan dan kekurangan dalam skripsi ini. Untuk itu kritik dan saran dari pembaca sangat berharga demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan pada umumnya dan matematika pada khususnya. Amien ...

Jember, Juni 2002

Penulis

DAFTAR ISI

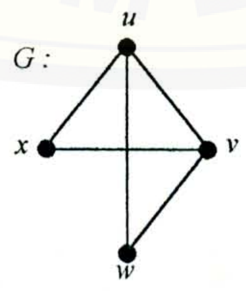
DAFTAR GAMBAR

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf saat ini menjadi topik yang banyak mendapat perhatian, karena model-model yang ada pada teori graf berguna untuk aplikasi yang luas, seperti masalah dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi, dan lain sebagainya. Salah satu aplikasi dalam teori graf adalah menentukan kota terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari suatu kota ke kota lain yang terdiri dari kumpulan kota dalam suatu daerah. Masalah ini ekuivalen dengan menentukan eksentrisitas titik pada graf.

Misal G graf dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. Jarak $d(u,v)$ antara dua titik u dan v adalah panjang lintasan terpendek dari titik u ke v. Jika tidak ada lintasan dari titik u ke v, maka kita definisikan jarak $d(u,v) = \infty$. Eksentrisitas $ec(v)$ pada sebuah titik v dalam graf G adalah jarak terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari titik v ke setiap titik di G, dapat dituliskan $ec(v) = max\{d(v,u)|u \in V(G)\}$. *Radius* $r(G)$ dari G adalah eksentrisitas minimum pada setiap titik di G, dapat dituliskan $r(G) = min\{ec(v)|v \in V\}$ sedangkan *diameter* dari G, dinotasikan $diam(G)$ adalah eksentrisitas maksimum pada setiap titik di G, dapat dituliskan $diam\ (G) = maks\{ec(v)|v \in V\}$. Titik v disebut *titik central* jika $ec(v) = r(G)$. Eksentrisitas titik , titik eksentrik, radius dan diameter dari graf pada gambar 1.1 adalah sebagai berikut :



Gambar 1.1 : Eksentrisitas titik pada graf

eksentrisitas titik u, $ec(u) = 1$ dengan titik eksentriknya x, v, w; eksentrisitas titik x, $ec(x) = 2$ dengan titik eksentriknya w; eksentrisitas titik v, $ec(v) = 1$ dengan titik eksentriknya u, x, w; eksentrisitas titik w, $ec(w) = 2$ dengan titik eksentriknya x.

Eksentrik digraf diperkenalkan pertama kalinya oleh Fred Buckley pada tahun 90-an. Eksentrik digraf $ED(G)$ pada graf G didefinisikan sebagai graf yang mempunyai himpunan titik yang sama dengan himpunan titik di G atau $V(ED(G))=V(G)$, dimana arc menghubungkan titik u ke v jika v adalah titik eksentrik dari u. Pada papernya [1] Buckley memberikan kesimpulan bahwa hampir setiap graf G, eksentrik digrafnya adalah $ED(G) = (\overline{G})^*$, dimana $(\overline{G})^*$ adalah graf komplemen dari G yang setiap sisinya diganti dengan dua arc (sisi berarah) yang simetrik.

Pada skripsi ini, kita tertarik untuk membahas eksentrik digraf dari graf komplit bipartit, graf star, dan graf double star.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang dibahas dalam penelitian ini adalah eksentrik digraf dari graf star, graf double star dan graf komplit bipartit.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan eksentrik digraf dari graf star, graf double star dan graf komplit bipartit.

1.4 Manfaat Penelitian

Dalam kehidupan sehari-hari terutama dalam bidang transportasi, eksentrik digraf dapat digunakan untuk menentukan kota terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari suatu kota ke kota lain, khususnya kendaraan transportasi bus dan pesawat terbang.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

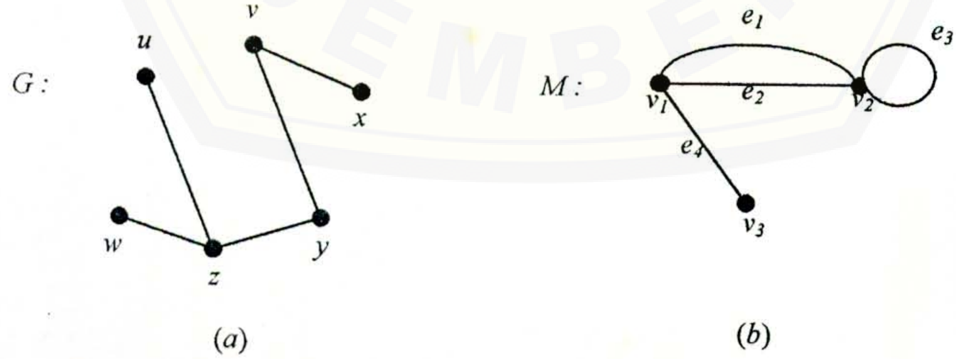
2.1 Graf

2.1.1 Definisi dan Notasi

Graf tak berarah G adalah pasangan himpunan (V, E) dimana V adalah himpunan tak kosong dari elemen yang disebut *titik* (*vertex*) dan E adalah himpunan dari pasangan tak terurut (u, v) (selanjutnya akan ditulis uv) dari titik u, v di V yang disebut *sisi* (*edge*). Untuk selanjutnya graf tak berarah G akan disebut *graf* G saja. Sebagai contoh, gambar 2.1 (a) adalah graf dengan himpunan titik $V(G) = \{u, v, x, y, z, w\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{vx, vy, yz, zu, zw\}$.

Sisi yang menghubungkan dua titik yang sama, yakni $e = uu$ disebut *loop*. Jika terdapat lebih dari satu sisi yang menghubungkan dua titik, maka sisi tersebut dinamakan *sisi rangkap* (*multiple edge*). Pada gambar 2.1 (b), sisi e_3 adalah loop dan sisi e_1, e_2 adalah sisi rangkap. Graf yang tidak mempunyai loop dan sisi rangkap disebut *graf sederhana*.

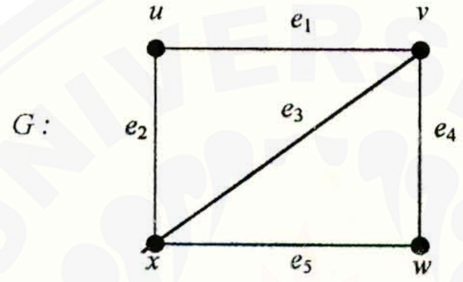
Order n dari graf G adalah banyaknya titik di G, yakni $n = |V|$. Graf yang ordernya hingga disebut dengan *graf hingga*. Sebagai contoh, gambar 2.1 (a) adalah graf yang mempunyai order 6. Pada skripsi ini, graf yang kita bahas adalah graf sederhana dan graf hingga.



Gambar 2.1 Contoh graf

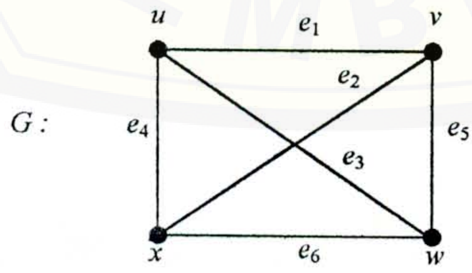
2.1.2 Derajat dari Graf

Misal u dan v titik pada graf G. Titik v dikatakan *tetangga* (*adjacent*) u jika ada sisi e yang menghubungkan titik u dan v, yaitu $e = uv$. Himpunan semua tetangga dari titik v dinotasikan dengan $N(v)$. Jika $e = uv$ adalah sisi pada graf G maka e dikatakan *menempel* (*incident*) pada titik u dan v. Contohnya pada gambar 2.2 , titik u adalah adjacent titik v dan x tetapi titik u bukan adjacent titik w, titik u dan sisi e_1 adalah incident tetapi titik w dan sisi e_1 bukan incident.



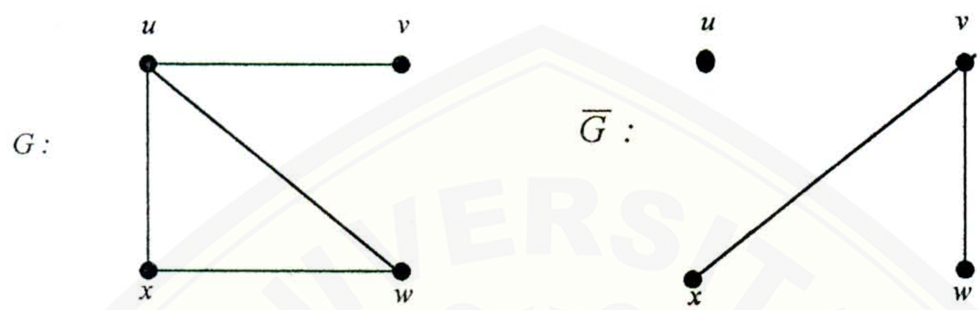
Gambar 2.2 Adjacent dan incident

Derajat (*degree*) dari titik v di G adalah jumlah sisi yang berhubungan dengan v. Jika setiap titik v pada graf G mempunyai derajat yang sama, maka graf G disebut *graf reguler*. Sebuah graf G dikatakan r-reguler atau reguler pada derajat r, jika setiap titik pada G mempunyai derajat r. Sebagai contoh pada gambar 2.3, graf G adalah graf 3 – reguler.



Gambar 2.3 Graf reguler

Komplemen dari graf G dinotasikan $\overline{G}$ adalah graf dengan himpunan titik $V(\overline{G}) = V(G)$ dimana titik u, v tetangga pada $\overline{G}$ jika dan hanya jika titik u,v bukan tetangga pada G. Contoh graf dan komplemennya dapat dilihat pada gambar 2.4.

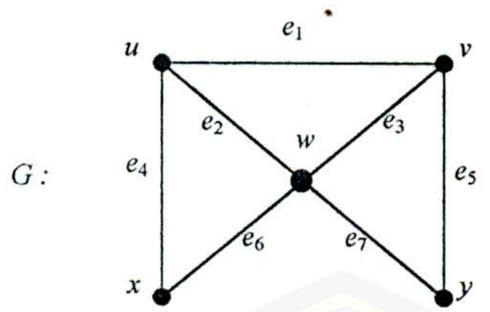


Gambar 2.4 Graf dan komplemennya

2.2 Graf Terhubung

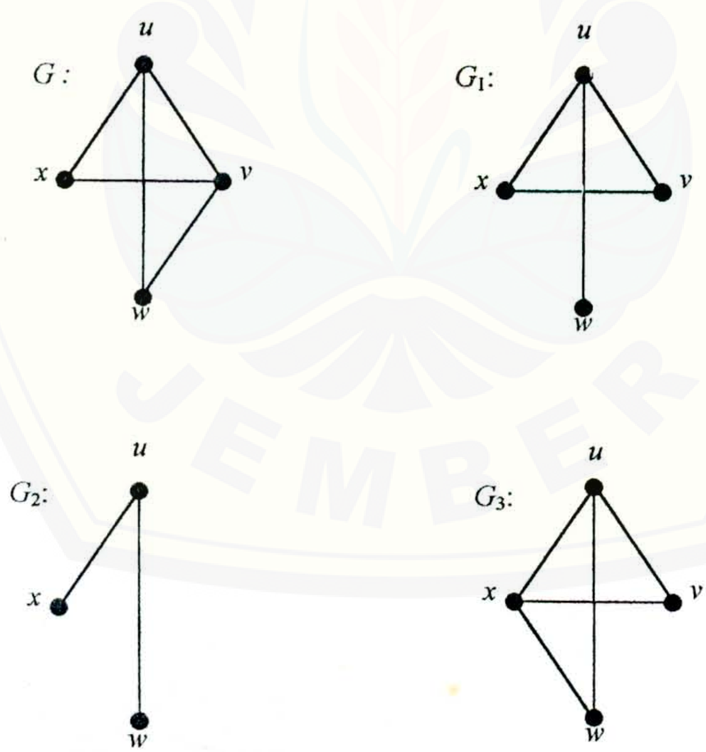
Jalan (*walk*) W dengan panjang n dari titik a ke b pada graf G adalah barisan titik $a = v_o, e_1, v_1, e_2, v_2, e_3, v_3, \ldots, v_{n-1}, e_n, v_n = b$ $(n \geq 0)$ yang terdiri dari titik dan sisi di G yang diawali dan diakhiri dengan titik, sedemikian hingga (v_i, v_{i+1}) adalah sisi di G untuk setiap $i = 0, 1, 2, \ldots, n$-1. Jalan ini menghubungkan titik v_o dan v_n, dan dapat juga dinotasikan sebagai v_o-v_1-...-v_n. Jalan dikatakan tertutup jika $a = b$ dan terbuka jika $a \neq b$. Sebagai contoh pada gambar 2.5, *x-w-y-v-u-x* adalah jalan tertutup dengan panjang 5 dan *u-v-w-x-u-v-y* adalah jalan terbuka dengan panjang 6.

Jejak (*trail*) adalah jalan dimana tidak ada sisi yang berulang. Jalan dikatakan *lintasan* (*path*) jika semua titiknya berbeda. Lintasan adalah jejak, akan tetapi tidak semua jejak adalah lintasan. Sedangkan lintasan tertutup dinamakan *sikel* (*cycle*). Pada gambar 2.5, jalan *x-w-v-u-w-y* adalah jejak tetapi bukan lintasan, sedangkan *u-x-w-v-y* adalah lintasan, dan *u-w-y-v-u* adalah sikel.



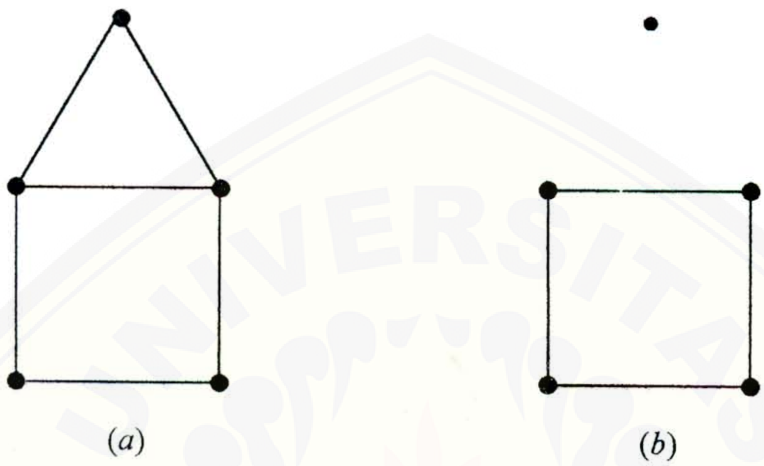
Gambar 2.5 Walk pada graf

Graf H dikatakan *subgraf* dari graf G jika setiap titik di H adalah titik di G dan setiap sisi di H adalah sisi di G, dengan kata lain $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$. Sebagai contoh pada gambar 2.6, G_1 dan G_2 adalah subgraf dari G tetapi G_3 bukan subgraf dari G karena ada sisi xw di $E(G_3)$ yang bukan elemen dari $E(G)$.



Gambar 2.6 Graf dan subgrafnya

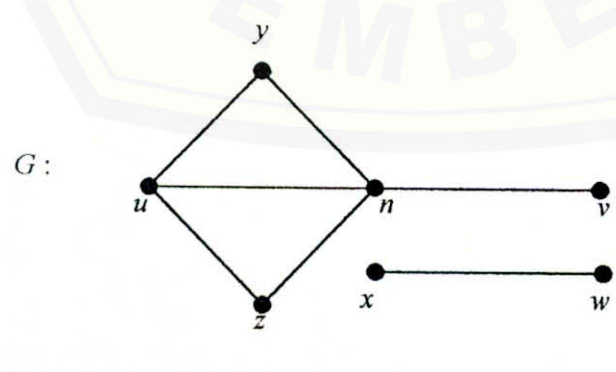
Komponen dari G adalah subgraf terhubung maksimal dari G. Jadi setiap graf terhubung hanya mempunyai satu komponen dan untuk graf tak terhubung mempunyai sedikitnya dua komponen. Gambar 2.7 (a) adalah graf terhubung dan 2.7 (b) adalah graf tak terhubung dengan dua komponen.



Gambar 2.7 Graf terhubung dan graf tak terhubung

2.3 Jarak Pada Graf

Jarak $d(u,v)$ antara dua titik u dan v pada graf G adalah panjang lintasan terpendek dari titik u ke v. Jika tidak ada lintasan dari titik u ke v, maka kita definisikan jarak $d(u,v) = \infty$. Sebagai contoh, graf pada gambar 2.8, $d(u,v) = 2$ sedangkan $d(v, w) = \infty$.



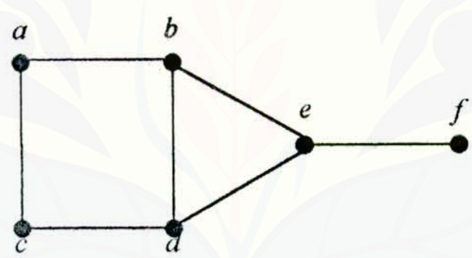
Gambar 2.8 Jarak pada graf

2.3.1 Eksentrisitas

Eksentrisitas $ec(v)$ pada titik v dalam graf G adalah jarak terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari titik v ke setiap titik di G, dapat dituliskan $ec(v) = max\{d(v,u)|u \in V(G)\}$. *Radius* $r(G)$ dari G adalah eksentrisitas minimum pada setiap titik di G, dapat dituliskan $r(\mathrm{G}) = min\{ec(v)|v \in V\}$ dan *diameter* dari G, dinotasikan $diam(G)$ adalah eksentrisitas maksimum pada setiap titik di G, dapat dituliskan $diam\ (G) = maks\{ec(v)|v \in V\}$, titik v disebut *titik central* jika $ec(v) = r(G)$, center dinotasikan $cen(G)$ adalah subgraf pada G yang terbentuk dari titik central.

Titik v dikatakan *titik eksentrik* dari u jika jarak dari v ke u sama dengan titik eksentrik dari u, dapat dituliskan $d(v,u) = ec(u)$. Eksentrisitas titik, titik eksentrik, radius, diameter dan center dari graf pada gambar 2.9 adalah sebagai berikut :

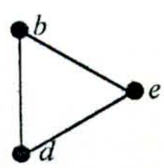
G :



Gambar 2.9 Eksentrisitas

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
a	$ec(a) = 3$	f
b	$ec(b) = 2$	c, f
c	$ec(c) = 3$	f
d	$ec(d) = 2$	a, f
e	$ec(e) = 2$	a, c
f	$ec(f) = 3$	a, c

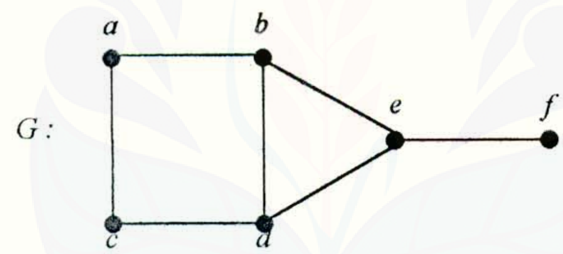
Jadi $r(G) = 2$, $diam(G) = 3$, $cen(G) =$



2.3.1 Eksentrisitas

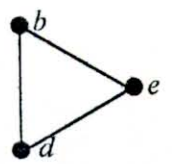
Eksentrisitas $ec(v)$ pada titik v dalam graf G adalah jarak terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari titik v ke setiap titik di G, dapat dituliskan $ec(v) = max\{d(v,u)|u \in V(G)\}$. *Radius* $r(G)$ dari G adalah eksentrisitas minimum pada setiap titik di G, dapat dituliskan $r(\mathrm{G}) = min\{ec(v)|v \in V\}$ dan *diameter* dari G, dinotasikan $diam(G)$ adalah eksentrisitas maksimum pada setiap titik di G, dapat dituliskan $diam\ (G) = maks\{ec(v)|v \in V\}$, titik v disebut *titik central* jika $ec(v) = r(G)$, center dinotasikan $cen(G)$ adalah subgraf pada G yang terbentuk dari titik central.

Titik v dikatakan *titik eksentrik* dari u jika jarak dari v ke u sama dengan titik eksentrik dari u, dapat dituliskan $d(v,u) = ec(u)$. Eksentrisitas titik, titik eksentrik, radius, diameter dan center dari graf pada gambar 2.9 adalah sebagai berikut :



Gambar 2.9 Eksentrisitas

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
a	$ec(a) = 3$	f
b	$ec(b) = 2$	c, f
c	$ec(c) = 3$	f
d	$ec(d) = 2$	a, f
e	$ec(e) = 2$	a, c
f	$ec(f) = 3$	a, c

Jadi $r(G) = 2$, $diam(G) = 3$, $cen(G) =$ 

2.4 Kelas-kelas Graf

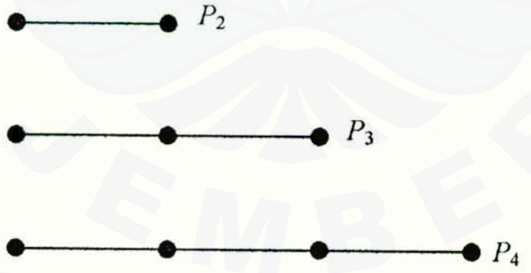
2.4.1 Graf Komplit

Graf yang setiap dua titik yang berbeda adalah tetangga disebut *graf komplit*. Graf komplit dengan n titik dinotasikan K_n. Contoh graf komplit K_2 dan K_3 ditunjukkan pada gambar 2.10.

Gambar 2.10 Graf komplit

2.4.2 Graf Lintasan

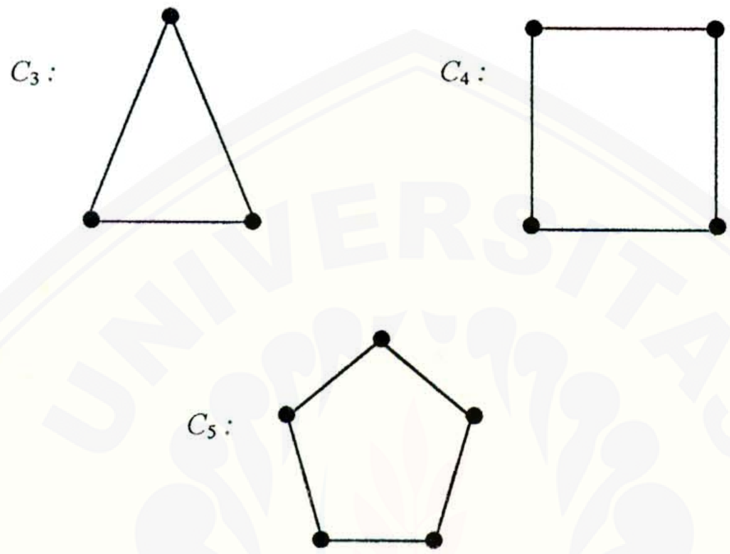
Graf yang terdiri dari satu lintasan disebut *graf lintasan*. Graf lintasan dengan n titik dinotasikan P_n. Contoh graf lintasan P_2, P_3 dan P_4 dapat dilihat pada gambar 2.11.



Gambar 2.11 Graf lintasan

2.4.3 Graf Sikel

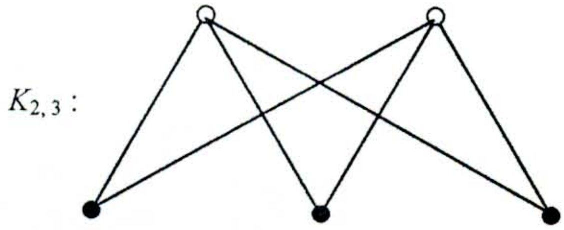
Sebuah graf yang terdiri dari satu lingkaran disebut *graf sikel*. Graf sikel dengan n titik dinotasikan C_n. Pada gambar 2.12 dapat dilihat graf lingkaran C_3, C_4 dan C_5.



Gambar 2.12 Graf sikel

2.4.4 Graf Bipartit

Graf G dikatakan *bipartit* jika himpunan titik-titik $V(G)$ dapat dipisah menjadi dua himpunan $V_1(G)$ dan $V_2(G)$. Jika setiap pasang titik di V_1 dan V_2 saling terhubung maka graf tersebut dinamakan *graf komplit bipartit*. Jika $|V_1| = m$ dan $|V_2| = n$, graf komplit bipartit dinotasikan $K_{m,n}$. Contoh graf komplit bipartit $K_{2,3}$ dapat dilihat pada gambar 2.13.

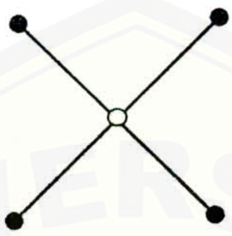


Gambar 2.13 Graf komplit bipartit

2.4.5 Graf Star

Graf star adalah graf komplit bipartit $K_{1,n}$ atau $K_{n,1}$. Untuk pembahasan selanjutnya graf star $K_{1,n}$ atau $K_{n,1}$ akan dinotasikan dengan S_m, dengan $m = n + 1$, dimana 1 titik berderajat n disebut titik central dan n titik berderajat 1 disebut titik daun. Contoh graf star S_5 dapat dilihat pada gambar 2.14.

S_5 :



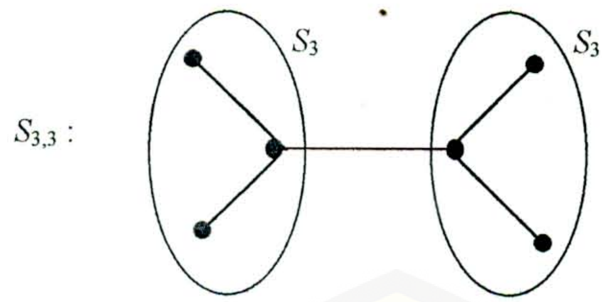
Gambar 2.14 Graf star

2.4.6 Graf Double Star

Sebuah pohon (tree) T adalah graf terhubung yang tidak memuat sikel (cycle). Sebagai contoh, pada gambar 2.15 adalah pohon dengan order 6.

Gambar 2.15 Pohon

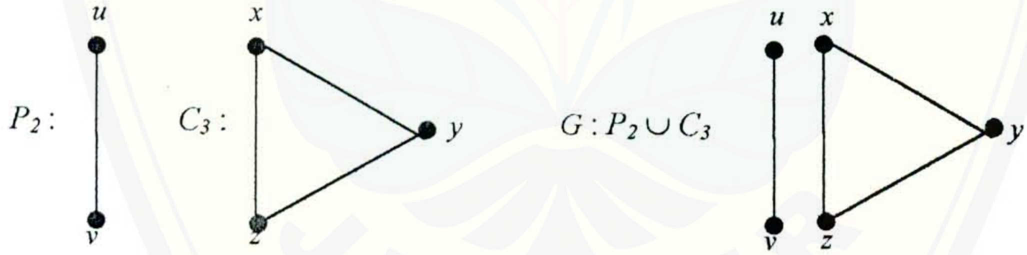
Pohon T dikatakan *double star* jika terdiri dari dua graf star S_n dan S_m, dimana kedua titik centralnya saling bertetangga, dinotasikan $S_{n,m}$ (selanjutnya akan ditulis graf double star). Contoh graf double star $S_{3,3}$ dapat dilihat pada gambar 2.16.



Gambar 2.16 Graf double star

2.5 Graf Gabungan

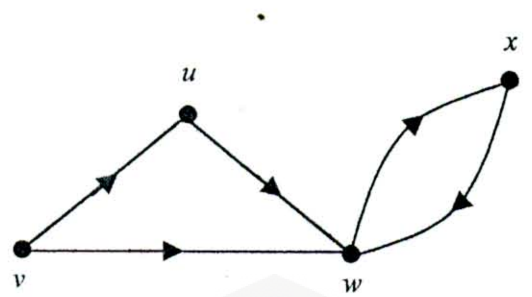
Misal ada dua graf G_1 dan G_2 dimana himpunan titik $V(G_1)$ dan $V(G_2)$ saling asing begitu juga himpunan sisi $E(G_1)$ dan $E(G_2)$, maka *gabungan graf* dinotasikan $G_1 \cup G_2$ adalah graf yang mempunyai himpunan titik $V(G_1 \cup G_2) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan himpunan sisi $E(G_1 \cup G_2) = E(G_1) \cup E(G_2)$. Sebagai contoh, pada gambar 2.17 graf $G = P_2 \cup C_3$ adalah gabungan graf lintasan P_2 dan graf lingkaran C_3.



Gambar 2.17 Graf gabungan

2.6 Digraf (Graf Berarah)

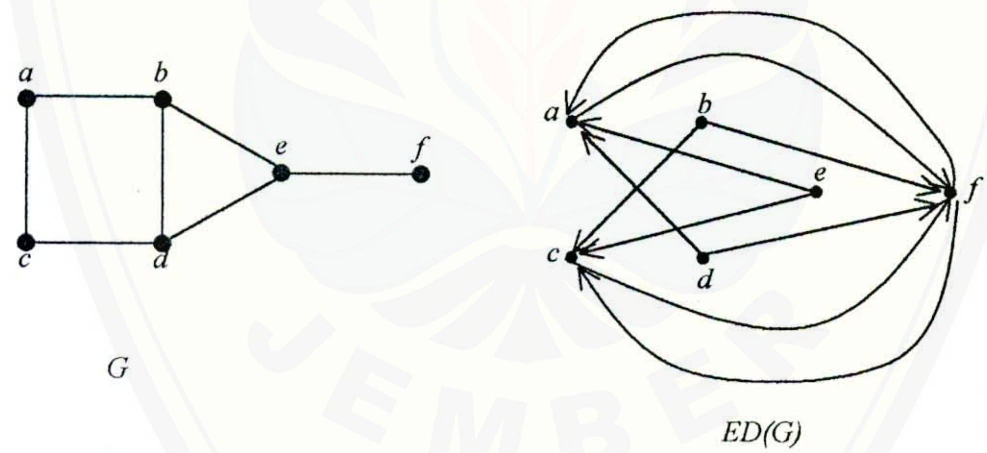
Digraf D adalah pasangan himpunan (V, A) dimana V adalah himpunan tak kosong dari elemen-elemen yang disebut *titik* dan A adalah himpunan dari pasangan terurut (u, v) dari titik u, v di V yang disebut *arc*. Pada gambar 2.18 menunjukkan sebuah graf berarah dengan himpunan titik $V(D) = \{u, v, w, x\}$ dan himpunan arc $A(D) = \{(u, w), (v, u), (v, w), (w, x), (x, w)\}$.



Gambar 2.18 Digraf

2.7 Eksentrik Digraf

Eksentrik Digraf $ED(G)$ didefinisikan sebagai graf yang mempunyai himpunan titik yang sama dengan himpunan titik di G atau $V(ED(G))=V(G)$, dimana arc menghubungkan titik u ke v jika v adalah titik eksentrik dari u. Contoh graf dan eksentrik digrafnya diberikan pada gambar 2.19.



Gambar 2.19 Graf dan eksentrik digrafnya

BAB.IV
KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, maka kesimpulan yang dapat diambil mengenai eksentrik digraf dari graf star, graf double star dan graf komplit bipartit adalah sebagai berikut:

1. Eksentrik digraf dari graf star $ED(S_m)$ adalah graf komplit K_m, dimana arc dari titik central adjacent keluar ke titik daun dan arc dari titik daun adjcent keluar ke titik daun lainnya dengan jumlah arc $|A(K_m)| = |A(ED(S_m))| = (m\text{-}1)^2$.
2. Eksentrik digraf dari graf double star $ED(S_{n,m})$ adalah digraf bipartit $D(B_{n,m})$, dengan himpunan titik $V_1(B_m) = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$dan $V_2(B_m) = \{v_{n+1}, v_{n+2}, \ldots, v_{n+m}\}$, dimana arc dari titik central v_1 di V_1 adjacent keluar ke titik daun di V_2, arc dari titik central v_{n+1} di V_2 adjacent keluar ke titik daun di V_1, arc dari titik daun V_1 adjacent keluar ke titik daun di V_2 dan arc dari titik daun V_2 adjacent keluar ke titik daun di V_1 dengan jumlah arc $|A(ED(S_{n,m}))| = [(n-1)m + (m-1)n]$.
3. Eksentrik digraf dari graf komplit bipartit $ED(K_{m,n})$ adalah digraf komplemen $D(\overline{K}_{m,n})$, dengan himpunan titik $V(D(\overline{K}_{m,n})) = V(K_{m,n})$, dimana arc dari V_1 adjacent keluar ke semua titik di V_1 dan arc dari V_2 adjacent keluar ke semua titik di V_2 dengan jumlah arc $|A(ED(K_{m,n}))| = [(m^2 + n^2) - (m + n)]$.

4.2 Saran

Penelitian mengenai eksentrik digraf ini masih bisa dikembangkan pada graf lain, misalnya eksentrik digraf pada graf bipartit, graf generalisasi star, graf berbobot dan sebagainya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Buckley, F.---, *The Eccentric Digraph of a Graph*, preprint.

[2] Chartrand, G. and Lesniak, l, 1996, *Graphs & Digraphs*, 3rd ed, Chapman & Hill.

[3] Gary Chartrand & Ortrud R. O, 1993, *Apllied and Algorithmic Graph Theory*, McGraw. Hill, Inc.

[4] Michael Townsend, 1987, *Discrete Mathemathic : Applied Combinatorics and Graph Theory*, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.

[5] Robin J. Wilson & John J. Watkins, 1990, *Graphs an Introductory Approach*, John Wiley & Sons, Inc.