



PEMODELAN DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN  
FLUIDA PADA RADIATOR MOBIL TIPE SR (*SINGLE  
ROW*) MENGGUNAKAN METODE ELEMEN  
HINGGA SEBAGAI MONOGRAF

SKRIPSI

Oleh

JUANDA BRAHMANTO

NIM 130210101078

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER

2017



**PEMODELAN DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN  
FLUIDA PADA RADIATOR MOBIL TIPE SR (*SINGLE  
ROW*) MENGGUNAKAN METODE ELEMEN  
HINGGA SEBAGAI MONOGRAF**

**SKRIPSI**

**Oleh**

**JUANDA BRAHMANTO**

**NIM 130210101078**

Dosen Pembimbing I : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing II : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

Dosen Penguji I : Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si.

Dosen Penguji II : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
JURUSAN PENDIDIKAN MIPA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2017**

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Ayahanda Oma Subrata dan Ibunda Siti Purwati yang selalu memberikan semangat dari jauh;
2. Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D dan Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
3. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Guru-guru serta dosen-dosen yang selalu mendidik dengan kasih sayang;
5. Teman-teman satu angkatan 2013 yang saya sayangi;
6. Teman-teman Kos Kalimantan 2 no 1;
7. Teman-teman di Kebumen yang selalu menyemangati dari jauh.

HALAMAN MOTTO

فَإِذَا عَزَمْتَ فَتَوَكَّلْ عَلَى اللَّهِ

”Kemudian apabila kamu telah membulatkan tekad, maka bertawakkallah kepada Allah.” (QS. Ali 'Imran:159)

”Lakukan jika kamu yakin, jangan lakukan jika kamu ragu-ragu”  
(Juanda Brahmanto)

”Rejeki, jodoh, nyawa sudah ada yang mengatur, manusia hanya perlu berikhtiar.”  
(Anonim)

## HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Juanda Brahmanto

NIM : 130210101078

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul "PEMODELAN DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN FLUIDA PADA RADIATOR MOBIL TIPE SR (*SINGLE ROW*) MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA SEBAGAI MONOGRAF" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada instansi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Mei 2017

Yang menyatakan,

Juanda Brahmanto

NIM 130210101078

**SKRIPSI**

PEMODELAN DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN  
FLUIDA PADA RADIATOR MOBIL TIPE SR (*SINGLE  
ROW*) MENGGUNAKAN METODE ELEMEN  
HINGGA SEBAGAI MONOGRAF

Oleh

JUANDA BRAHMANTO

NIM 130210101078

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

HALAMAN PENGAJUAN

PEMODELAN DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN  
FLUIDA PADA RADIATOR MOBIL TIPE SR (*SINGLE  
ROW*) MENGGUNAKAN METODE ELEMEN  
HINGGA SEBAGAI MONOGRAF

SKRIPSI

diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Juanda Brahmanto  
NIM : 130210101078  
Tempat dan Tanggal Lahir : Jakarta, 12 Juli 1996  
Jurusan / Program : Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.  
NIP.19680802 199303 1 004

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.  
NIP.19820529 200912 1 003

**HALAMAN PENGESAHAN**

Skripsi berjudul : PEMODELAN DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN FLUIDA PADA RADIATOR MOBIL TIPE SR (*SINGLE ROW*) MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA SEBAGAI MONOGRAF telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Selasa

Tanggal : 30 Mei 2017

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D

NIP. 19680802 199303 1 004

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

NIP. 19820529 200912 1 003

Anggota I,

Anggota II,

Drs, Toto' Bara S, M. Si.

NIP. 19581209 198603 1 003

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

NIP. 19700307 199512 2 001

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D

NIP. 19680802 199303 1 004



## RINGKASAN

**PEMODELAN DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN FLUIDA PADA RADIATOR MOBIL TIPE SR (*SINGLE ROW*) MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA SEBAGAI MONOGRAF, Juanda Brahmanto, 130210101078, 2017, 111 Halaman.** Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Radiator berfungsi untuk mendinginkan cairan pendingin yang telah panas setelah melalui saluran water jacket. Bagian-bagian radiator antara lain: tangki air bagian atas (*upper water tank*), tangki air bagian bawah (*lower water tank*) dan inti radiator (*radiator core*). Cairan pendingin masuk ke tangki air bagian atas melalui selang atas. Pada tangki air bagian atas dilengkapi dengan lubang pengisian air dan saluran kecil yang menuju ke tangki cadangan. Pada tangki air bagian bawah dilengkapi dengan lubang penguras untuk mengeluarkan air pendingin pada saat mengganti cairan pendingin. Inti radiator terdiri atas pipa-pipa (*tube*) yang dapat dilalui air dari tangki atas ke tangki bawah. Disamping itu juga dilengkapi dengan sirip-sirip pendingin (*fin*) yang fungsinya untuk menyerap panas dari air pendingin. Biasanya radiator terletak di depan kendaraan sehingga radiator dapat didinginkan oleh gerakan kendaraan tersebut.

Radiator yang digunakan dalam penelitian ini yaitu radiator mobil tipe SR (*Single Row*) dengan fluida yang digunakan yaitu air yang kemudian akan dianalisis mengenai temperatur dan kecepatan pada radiator mobil dengan pendekatan pemodelan matematika yaitu menggunakan metode numerik elemen hingga. Model matematika aliran fluida pada radiator mobil tipe SR oleh temperatur radiator yang akan mempengaruhi temperatur dan tekanan fluida yang ada dalam radiator akan dibentuk dengan metode elemen hingga dan dicari solusinya dengan bantuan MATLAB dan disimulasikan menggunakan FLUENT.

Tahapan kegiatan penelitian meliputi, pertama, menentukan masalah yang akan diteliti. Tahapan ini meliputi studi pustaka mengenai aliran fluida. Setelah menemukan masalah yang akan diteliti, selanjutnya mengumpulkan data mengenai masalah yang akan diteliti. Kemudian membuat model matematika dari per-

masalah tersebut dan diselesaikan dengan metode elemen hingga. Selanjutnya melakukan program komputer dengan MATLAB serta visualisasi dengan FLU-ENT.

Hasil penelitian disimpulkan sebagai berikut:

1. Model matematika aliran air pada radiator mobil adalah persamaan yang diselesaikan dengan metode elemen hingga dimana persamaan tersebut adalah merupakan persamaan yang dinyatakan pada persamaan massa. Berikut ini adalah persamaannya.

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial m c u \phi_0}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

2. Temperatur awal aliran sangat berpengaruh pada temperatur keluar air, semakin tinggi temperatur awal, maka akan semakin tinggi temperatur air yang keluar dari radiator. Pada temperatur awal  $90^{\circ}\text{C}$  mengalami penurunan temperatur menjadi  $71.4565^{\circ}\text{C}$ , sedangkan pada aliran dengan temperatur awal  $80^{\circ}\text{C}$  dan  $70^{\circ}\text{C}$  temperatur mengalami penurunan menjadi  $64.0136^{\circ}\text{C}$  dan  $54.1386^{\circ}\text{C}$ .
3. Kecepatan aliran sangat berpengaruh pada temperatur keluar air, semakin rendah kecepatan aliran, maka akan semakin rendah pula temperatur air saat keluar dari radiator. Pada aliran dengan temperatur awal  $90^{\circ}\text{C}$  dengan kecepatan  $0.5 \text{ m/s}$ , temperatur turun menjadi  $62.1846^{\circ}\text{C}$ , sedangkan untuk kecepatan  $0.6 \text{ m/s}$  dan  $0.7 \text{ m/s}$  temperatur turun menjadi  $65.8937^{\circ}\text{C}$  dan  $71.4565^{\circ}\text{C}$ .
4. Persamaan aliran air pada radiator mobil adalah model yang efektif dalam menyelesaikan pengaruh temperatur awal air yang masuk ke dalam radiator mobil dan juga kecepatan aliran dengan tingkat toleransi kesalahan perhitungan  $0.00000676$ .

## KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul 'PEMODELAN DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN FLUIDA PADA RADIATOR MOBIL TIPE SR (*SINGLE ROW*) MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA SEBAGAI MONOGRAF'. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Mei 2017

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN . . . . .	iii
HALAMAN MOTTO . . . . .	iv
HALAMAN PERNYATAAN . . . . .	v
HALAMAN BIMBINGAN . . . . .	vi
HALAMAN PENGAJUAN . . . . .	vii
HALAMAN PENGESAHAN . . . . .	viii
RINGKASAN . . . . .	ix
KATA PENGANTAR . . . . .	xi
DAFTAR ISI . . . . .	xiv
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xvi
DAFTAR TABEL . . . . .	xvii
DAFTAR LAMBANG . . . . .	xviii
<b>1 PENDAHULUAN . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Batasan Masalah . . . . .	3
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	3
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	4
1.6 Kebaharuan Penelitian . . . . .	4
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA . . . . .</b>	<b>5</b>
2.1 Model Matematika dan Pemodelan Matematika . . . . .	5
2.2 Fluida . . . . .	7
2.2.1 Jenis-Jenis Aliran Fluida . . . . .	7
2.3 Radiator . . . . .	8
2.4 Metode Elemen Hingga . . . . .	11
2.5 Persamaan Massa . . . . .	13
2.6 Algoritma dan Pemrograman . . . . .	14
2.6.1 MATLAB ( <i>Matrix Laboratory</i> ) . . . . .	15

2.6.2	Metode Gauss-Seidel . . . . .	16
2.6.3	GALAT . . . . .	19
2.7	<b>Computational Fluid Dynamics (CFD)</b> . . . . .	22
2.7.1	GAMBIT . . . . .	24
2.7.2	FLUENT . . . . .	26
2.8	Monograf . . . . .	31
3	<b>METODE PENELITIAN</b> . . . . .	32
3.1	Jenis Penelitian . . . . .	32
3.2	Prosedur Penelitian . . . . .	32
3.3	Definisi Operasional . . . . .	33
3.4	Tempat Penelitian . . . . .	35
3.5	Metode Pengumpulan Data . . . . .	35
3.6	Data dan Analisis Data . . . . .	36
4	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b> . . . . .	37
4.1	Persamaan Massa Aliran Air Pada Radiator Mobil . . . . .	37
4.2	Penurunan Persamaan Elemen Hingga . . . . .	38
4.2.1	Penyusunan Matriks Global . . . . .	46
4.3	Penyelesaian dalam Waktu . . . . .	48
4.4	Efektivitas Metode Elemen Hingga dengan Menggunakan <i>Error Relatif</i> dalam Analisis Simulasi Aliran Air pada Ra- diator Mobil . . . . .	50
4.4.1	Format <i>Programming</i> . . . . .	50
4.4.2	Penggunaan <i>Error Relatif</i> pada Metode Elemen Hingga . . . . .	52
4.4.3	Simulasi Pemodelan . . . . .	53
4.5	<b>Analisis dan Pembahasan</b> . . . . .	53
4.5.1	Komputasi MATLAB . . . . .	54
4.5.2	Visualisasi Simulasi FLUENT . . . . .	57
5	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b> . . . . .	65
5.1	Kesimpulan . . . . .	65
5.2	Saran . . . . .	66
	<b>DAFTAR PUSTAKA</b> . . . . .	67

LAMPIRAN-LAMPIRAN

A. Format <i>Programming</i> MATLAB . . . . .	70
B. Hasil Simulasi MATLAB dengan Metode Biasa . . . . .	88
C. Hasil Perhitungan <i>Error Relatif</i> . . . . .	92
D. MONOGRAF . . . . .	93



DAFTAR GAMBAR

2.1	Aliran Laminar dan Aliran Turbulen . . . . .	8
2.2	Radiator Mobil . . . . .	9
2.3	Konstruksi Radiator . . . . .	9
2.4	Tipe Radiator . . . . .	10
2.5	Radiator mobil tipe SR ( <i>Single Row</i> ) . . . . .	10
2.6	Cara kerja radiator mobil . . . . .	10
2.7	Diskritisasi dengan pendekatan elemen segitiga . . . . .	13
2.8	Bagan Kendali Persamaan Massa . . . . .	14
2.9	Tampilan MATLAB . . . . .	16
2.10	Tampilan GAMBIT . . . . .	25
2.11	Tampilan FLUENT . . . . .	26
3.1	Bagan Alur Penelitian . . . . .	34
4.1	Grafik temperatur air dengan temperatur awal 70°C, 80°C, dan 90°C	55
4.2	Grafik temperatur air dengan temperatur awal 90°C dengan kece- patan . . . . .	55
4.3	Grafik temperatur air dengan temperatur awal 70°C, 80°C, dan 90°C	56
4.4	Grafik temperatur air dengan temperatur awal 90°C dengan kece- patan . . . . .	57
4.5	Desain radiator mobil menggunakan GAMBIT . . . . .	58
4.6	Simulasi penyebaran temperatur dengan temperatur awal 70°C . .	58
4.7	Simulasi penyebaran temperatur dengan temperatur awal 70°C . .	59
4.8	Simulasi penyebaran temperatur dengan temperatur awal 80°C . .	59
4.9	Simulasi penyebaran temperatur dengan temperatur awal 80°C . .	60
4.10	Simulasi penyebaran temperatur dengan temperatur awal 90°C . .	60
4.11	Simulasi penyebaran temperatur dengan temperatur awal 90°C . .	61
4.12	Simulasi penyebaran kecepatan dengan kecepatan awal 0.5 m/s . .	61
4.13	Simulasi penyebaran kecepatan dengan kecepatan awal 0.5 m/s . .	62
4.14	Simulasi penyebaran kecepatan dengan kecepatan awal 0.6 m/s . .	62

4.15 Simulasi penyebaran kecepatan dengan kecepatan awal 0.6 m/s . . .	63
4.16 Simulasi penyebaran kecepatan dengan kecepatan awal 0.7 m/s . . .	63
4.17 Simulasi penyebaran kecepatan dengan kecepatan awal 0.7 m/s . . .	64





DAFTAR TABEL

2.1 Tabel Penggunaan CFD (*Computational Fluid Dynamics*) Beserta visualisi *Software* FLUENT . . . . . 26



DAFTAR LAMBANG

$Q$	=	debit
$m$	=	massa
$c$	=	kalor jenis
$\Delta T$	=	perubahan suhu
$u$	=	kecepatan
$\Sigma F$	=	resultan Gaya
$x$	=	sumbu x
$t$	=	waktu
$\frac{\partial}{\partial x}$	=	derivatif terhadap x
$\frac{\partial}{\partial t}$	=	derivatif terhadap t
$\rho$	=	massa jenis
$\mu$	=	koefisien gesek
$\phi_0$	=	temperatur awal
$\Delta x$	=	perubahan sumbu x
$\Delta t$	=	perubahan waktu

## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Transportasi merupakan kebutuhan yang sangat penting dalam kehidupan masyarakat di Indonesia. Ini disebabkan karena beberapa faktor yang salah satunya karena keadaan geografis Indonesia yang memiliki banyak pulau besar dan kecil. Di Indonesia terdapat berbagai macam sarana transportasi yaitu transportasi darat, laut, dan udara.

Mobil merupakan salah satu sarana transportasi darat di Indonesia yang menempati urutan kedua pada tahun 2013 dengan jumlah 11.484.514 unit dari total keseluruhan kendaraan yang ada di Indonesia yaitu sebanyak 104.118.969 unit ([www.bps.go.id](http://www.bps.go.id) diakses 28 Juli 2016).

Pada mobil, ada beberapa sistem yang bekerja agar mobil tersebut mampu berfungsi normal, salah satunya yang sangat penting yaitu sistem kelistrikan, sistem starter, sistem bahan bakar, sistem pengapian, sistem pengisian, sistem pendingin, sistem pelumasan, dan sistem pembuangan gas bekas. Salah satu sistem yang sangat penting yaitu sistem pendingin. Pada sistem pendingin mobil terdapat komponen-komponen yang sangat mempengaruhi kinerja dari suatu mobil salah satunya yaitu radiator. Radiator berfungsi melepaskan panas mesin yang diserap oleh fluida yang terdapat pada sistem pendingin. Jika radiator tidak berfungsi dengan baik, maka pada mesin mobil akan terjadi kelebihan panas (*overheating*) dan akan berdampak buruk pada mesin itu sendiri. Untuk mengetahui hal tersebut, diperlukan cara untuk membuat model dari radiator mobil tersebut.

Berdasarkan bentuk sirip-sirip pendinginnya, radiator terbagi menjadi 2 yaitu tipe plat (*flat fin type*) dan tipe lekukan (*corrugated fin type*). Banyak variasi dari tipe pada inti radiator, akan tetapi tipe yang banyak digunakan saat ini adalah inti radiator tipe SR (*Single Row*) dengan tipe sirip yaitu tipe lekukan. Hal ini dikarenakan tipe SR mempunyai susunan pipa tunggal sehingga bentuk

radiator menjadi tipis dan ringan dibanding dengan radiator tipe lain.

Cabang ilmu dari matematika sangat beraneka ragam, salah satunya yaitu pemodelan matematika. Pemodelan matematika merupakan cabang ilmu matematika yang berusaha untuk merepresentasikan dan menjelaskan sistem fisik atau problem dunia ini menjadi lebih tepat (Widowati dan Sutimin, 2007:1).

Dalam memodelkan persamaan matematika di dunia nyata merupakan analisis yang kompleks, karena selain objek yang dianalisis tidak teratur, maka model matematika dirumuskan dalam bentuk non linear. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah metode numerik elemen hingga karena sesuai untuk diterapkan pada masalah tersebut. Model matematika yang telah terbentuk akan didiskritisasi menggunakan MATLAB untuk melakukan perhitungan. Simulasi aliran fluida untuk melihat sirkulasi fluida pada radiator menggunakan FLUENT. FLUENT merupakan salah satu software CFD (*Computational Fluid Dynamics*) sehingga akan didapat gambaran sesuai dengan sebenarnya.

Berdasarkan penjelasan diatas, maka peneliti mengambil judul 'Pemodelan dan Penyelesaian Numerik Pada Radiator Mobil Tipe SR (*Single Row*) Menggunakan Metode Elemen Hingga Sebagai Monograf' akan dianalisis mengenai temperatur dan tekanan udara pada radiator mobil dengan pendekatan pemodelan matematika yaitu menggunakan metode numerik elemen hingga. Model matematika aliran fluida pada radiator mobil tipe SR oleh temperatur radiator yang akan mempengaruhi temperatur dan tekanan fluida yang ada dalam radiator akan dibentuk dengan metode elemen hingga dan dicari solusinya dengan bantuan MATLAB dan disimulasikan menggunakan FLUENT.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana model matematika aliran air pada radiator mobil tipe SR (*Single Row*) dengan menggunakan metode elemen hingga?
2. Bagaimana pengaruh temperatur awal air radiator terhadap temperatur keluar air pada radiator mobil tipe SR (*Single Row*) dengan menggunakan metode elemen hingga?

3. Bagaimana pengaruh kecepatan aliran terhadap temperatur keluar air pada radiator mobil tipe SR (*Single Row*) dengan menggunakan metode elemen hingga?
4. Bagaimana efektifitas metode elemen hingga dalam menganalisis temperatur dan tekanan aliran air pada radiator mobil tipe SR (*Single Row*)?

### 1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dianalisis, maka dalam penelitian ini permasalahan akan dibatasi pada:

1. Pemodelan aliran fluida pada radiator mobil tipe SR (*Single Row*);
2. Fluida yang digunakan pada penelitian ini yaitu air;
3. Model geometri radiator mobil tipe SR yaitu inti radiator;
4. Suhu awal fluida stabil tidak terkena panas matahari atau hujan;
5. Diasumsikan tutup radiator tidak mempengaruhi kecepatan dan temperatur aliran;
6. Diasumsikan bahwa angin yang terkena sirip radiator akan mempengaruhi temperatur dari inti radiator dan temperatur inti radiator disemua bagian sama;
7. Proses yang dianalisis adalah temperatur dan tekanan air pada radiator serta dampaknya pada kinerja mobil;
8. Analisis diselesaikan secara komputasi dengan menggunakan software *MATLAB 7* dan disimulasikan dengan *FLUENT 6.0*.

### 1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan latar belakang diatas, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui model matematika aliran air pada radiator mobil tipe SR (*Single Row*) dengan menggunakan metode elemen hingga;
2. Untuk mengetahui pengaruh temperatur awal air radiator terhadap temperatur keluar air pada radiator mobil tipe SR (*Single Row*) dengan menggunakan metode elemen hingga;

3. Untuk mengetahui pengaruh kecepatan aliran terhadap temperatur keluar air pada radiator mobil tipe SR (*Single Row*) dengan menggunakan metode elemen hingga;
4. Untuk mengetahui efektifitas metode elemen hingga dalam menganalisis temperatur dan tekanan aliran air pada radiator mobil tipe SR (*Single Row*).

### **1.5 Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah:

1. Menambah pengetahuan peneliti dalam bidang pemodelan matematika;
2. Sebagai informasi baru bagi peneliti di bidang otomotif;
3. Sebagai acuan untuk peneliti lain dalam penelitian sejenis atau penelitian lebih lanjut.

### **1.6 Kebaharuan Penelitian**

Kebaharuan dari penelitian ini adalah peneliti menggunakan metode elemen hingga untuk menyelesaikan model matematika dari aliran fluida pada radiator mobil, dan kemudian dibuat analisis dan simulasinya menggunakan MATLAB dan FLUENT.

## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Model Matematika dan Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika adalah penurunan suatu studi tentang konsep dan operasi matematika dalam konteks dunia real dan pembentukan model-model dalam menggali dan memahami situasi masalah kompleks yang sesungguhnya. Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai model matematika (Parlaungan, 2008:4).

Model matematika merupakan perubahan persamaan yang tepat untuk menggambarkan perubahan variabel sebagai langkah untuk mendeskripsikan suatu sistem. Model matematika itu sendiri merupakan suatu model yang terdiri dari konsep-konsep matematika seperti konstanta-konstanta, variabel, fungsi persamaan, ketaksamaan dan sebagainya (Parlaungan, 2008). Model matematika digunakan dalam banyak disiplin ilmu dan bidang studi yang berbeda. Kita dapat mencari aplikasi model matematika di bidang-bidang seperti fisika, ilmu biologi dan kedokteran, teknik, ilmu sosial dan politik, ekonomi, bisnis dan keuangan, juga problem-problem jaringan komputer (Widowati dan Sutimin, 2007:1).

Sebelum membuat model matematika langkah awal adalah melakukan studi pustaka tentang apa ingin dijadikan model matematikanya. Dilanjutkan langkah-langkah atau tahap-tahap konsep pembuatan model matematika sebagai berikut:

1. Menentukan masalah yang diselesaikan

Pada tahap ini peneliti harus berusaha memahami ilmu lain yang berhubungan dengan objek yang akan dikaji dan mengetahui teori-teori yang mendukung.

2. Perumusan Model Matematika

Proses ini merupakan tahap yang paling menentukan untuk menghasilkan solusi yang benar. Sebuah model matematika mempunyai dua komponen yaitu struktur matematika (seperti pendefinisian variabel, hukum-

hukum atau pemilihan simbol) dan penentuan interaksi dari variabel matematika melalui teori-teori yang berlaku di wilayah ilmu asal masalah. Dalam matematika interaksi atau perilaku variabel dinyatakan sebagai fungsi variabel.

Pemilihan struktur matematika dan penerapan hukum-hukum ke dalam fungsi matematika harus dilakukan hati-hati. Sering kali masalah yang kompleks diperlukan anggapan ideal. Anggapan ideal (penyederhanaan) dalam suatu model berguna untuk menurunkan masalah yang kompleks menjadi masalah-masalah khusus dengan keadaan dan syarat tertentu.

### 3. Penyelesaian Model Matematika

Sistem matematika yang diperlukan untuk menghasilkan solusi dalam tahap ini dapat diberlakukan. Syarat penting penyelesaian matematika untuk menghasilkan solusi yang dibutuhkan adalah syarat keadaan, syarat ketunggalan, dan syarat kekontinuan pada parameter.

Syarat keadaan menjamin bahwa solusi dari model ada dan tidak trivial. Solusi trivial kurang menarik dalam penelitian. Karena solusi trivial berarti identik dengan nol. Padahal dalam suatu penelitian yang menarik perhatian adalah perubahan, yang berarti solusinya tidak identik dengan nol. Syarat ketunggalan diberlakukan setelah menyertakan syarat batas yang dipilih. Syarat lain yang diperlukan adalah kekontinuan suatu nilai fungsi untuk model dengan variabel kontinu. Kekontinuan fungsi berarti nilai fungsi suatu variabel tidak memiliki beda yang sangat mencolok dengan nilai fungsi dari variabel sekitarnya.

### 4. Menerangkan dan Menginterpretasikan Solusi dalam Masalah Nyata

Solusi yang didapat dari penurunan persamaan matematika harus dapat menerangkan masalah asal, karena ini merupakan tujuan yang ingin diperoleh. Proses ini memerlukan kerjasama dan pemahaman yang baik pada bidang ilmu yang masalahnya telah dibuatkan modelnya. Simbol matematika yang konsisten, sistem pemecahan masalah yang terstruktur, dan ketaatan terhadap asas matematika, sangat membantu untuk melihat hubungan yang jelas dari variabel-variabel dalam fenomena. Pendefinisian sifat-sifat variabel dari hukum-hukum yang berlaku dapat menjelaskan in-



teraksi antar variabel yang membangun fenomena, menghitung pada bermacam kondisi, dan menghitung secara jelas. Model matematika akhirnya menjadikan matematika mempunyai peranan langsung untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan nyata atau membantu masalah ilmu lain agar lebih mudah dimengerti dan dipahami (Hazrul dalam Sofiaty, 2007:6-8).

## 2.2 Fluida

Dibalik kaca mata mekanika fluida, semua bahan tampak terdiri atas dua keadaan saja, yakni fluida dan zat padat. Secara teknis perbedaannya terletak pada reaksi kedua zat itu terhadap tegangan geser atau tegangan singgung yang dialaminya. Zat padat dapat menahan tegangan geser dengan deformasi statik, sedangkan fluida adalah sebaliknya. Setiap tegangan geser yang dikenakan pada fluida, betapapun kecilnya akan menyebabkan fluida itu bergerak. Fluida itu bergerak dan berubah bentuk secara terus-menerus selama tegangan tersebut bekerja. Maka dapat kita katakan bahwa fluida yang diam berada dalam tegangan geser nol (White 1986:2).

### 2.2.1 Jenis-Jenis Aliran Fluida

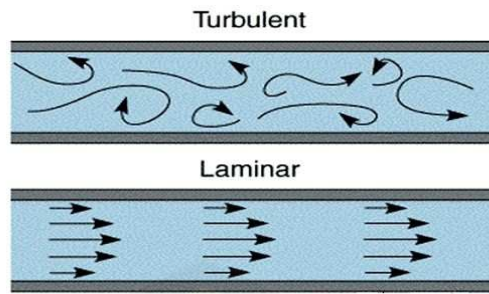
Dalam fluida, banyak hal yang berpengaruh satu sama lain. Jenis zat, kekentalan, kecepatan alir menjadi dasar tema pembicaraan. Berdasarkan karakteristik struktur internal aliran, aliran fluida dapat dibedakan menjadi tiga macam yaitu aliran laminar, turbulen, dan transisi.

#### 1. Aliran Laminar

Aliran laminar adalah aliran fluida yang bergerak dengan kondisi lapisan-lapisan (lamina-lamina) membentuk garis-garis alir yang tidak bertongkolan satu sama lain. Hal tersebut ditunjukkan oleh percobaan Osborne Reynold. Pada laju aliran rendah, aliran laminar tergambar sebagai filamen panjang yang mengalir sepanjang aliran. Aliran ini mempunyai Bilangan Reynold lebih kecil dari 2300. Contoh aliran laminar dapat dilihat pada Gambar 2.1.

#### 2. Aliran Turbulen

Aliran turbulen adalah aliran fluida yang partikel-partikelnya berge-



Gambar 2.1 Aliran Laminar dan Aliran Turbulen

(Sumber: arandityonarutomo.blogspot.co.id)

rak secara acak dan tidak stabil dengan kecepatan berfluktuasi yang saling interaksi. Akibat dari hal tersebut garis alir antar partikel fluidanya saling berpotongan. Oleh Osborne Reynold digambarkan sebagai bentuk yang tidak stabil yang bercampur dalam waktu yang cepat yang selanjutnya memecah dan menjadi tak terlihat. Aliran turbulen mempunyai bilangan reynold yang lebih besar dari 4000. Contoh aliran turbulen dapat dilihat pada Gambar 2.1.

### 3. Aliran Transisi

Aliran transisi merupakan aliran peralihan dari aliran laminar ke aliran turbulen.

## 2.3 Radiator

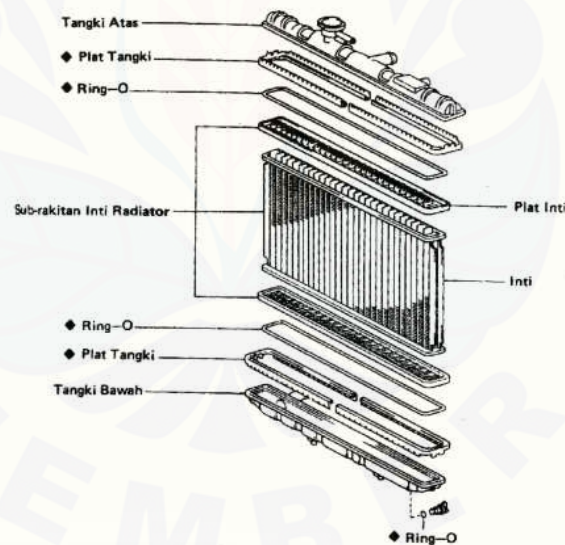
Radiator berfungsi untuk mendinginkan cairan pendingin yang telah panas setelah melalui saluran water jacket. Bagian-bagian radiator antara lain: tangki air bagian atas (*upper water tank*), tangki air bagian bawah (*lower water tank*) dan inti radiator (*radiator core*). Cairan pendingin masuk ke tangki air bagian atas melalui selang atas. Pada tangki air bagian atas dilengkapi dengan lubang pengisian air dan saluran kecil yang menuju ke tangki cadangan. Pada tangki air bagian bawah dilengkapi dengan lubang penguras untuk mengeluarkan air pendingin pada saat mengganti cairan pendingin. Inti radiator terdiri atas pipa-pipa (*tube*) yang dapat dilalui air dari tangki atas ke tangki bawah. Disamping itu juga dilengkapi dengan sirip-sirip pendingin (*fin*) yang fungsinya untuk menyerap

panas dari air pendingin. Biasanya radiator terletak di depan kendaraan sehingga radiator dapat didinginkan oleh gerakan kendaraan tersebut.



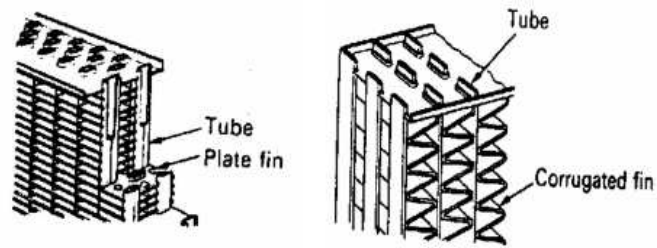
Gambar 2.2 Radiator Mobil

Ada dua tipe inti radiator yang perbedaannya tergantung bentuk sirip-sirip pendinginnya, yaitu tipe plat (*flat fin type*) dan tipe lekukan (*corrugated fin type*) seperti terlihat pada Gambar 2.4

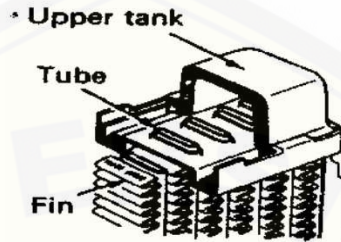


Gambar 2.3 Konstruksi Radiator

Beberapa kendaraan modern menggunakan radiator versi terbaru yaitu tipe "SR". Inti radiator tipe SR (*Single Row*) mempunyai susunan pipa tunggal sehingga bentuk radiator menjadi tipis dan ringan dibanding dengan radiator tipe lain (Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Kejuruan 2005:14-16).

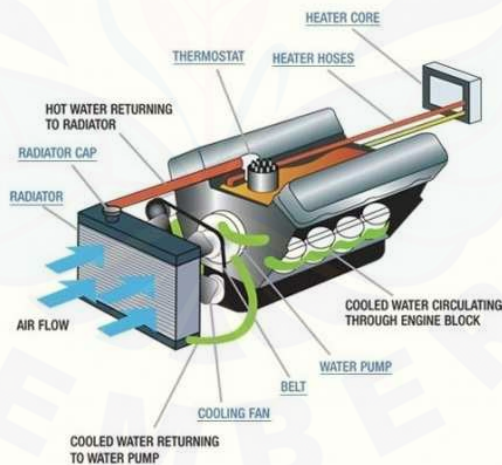


Gambar 2.4 Tipe Radiator



Gambar 2.5 Radiator mobil tipe SR (*Single Row*)

Radiator merupakan heat exchanger yang digunakan pada sistem pendinginan mesin pembakaran dalam, terutama pada mobil dan sepeda motor, tetapi juga ada yang digunakan pada mesin pesawat yang menggunakan tipe mesin piston dan kereta api.



Gambar 2.6 Cara kerja radiator mobil

Pada mesin mobil dan sepeda motor, radiator menggunakan fluida cair sebagai media pendinginan dimana cairan ini akan menyerap panas dari blok mesin hingga ke kepala silinder mesin. Pompa akan mengirimkan cairan ke dalam blok

mesin melalui pipa berwarna hijau, lalu menuju bagian dalam mesin di sekitar silinder hingga ke kepala silinder, kemudian cairan yang telah menyerap panas dari mesin masuk lagi ke dalam radiator melalui pipa berwarna merah. Di dalam radiator, cairan ini akan didinginkan menggunakan udara luar dan ketika temperature cairan sudah dingin maka pompa akan kembali memompa cairan pendingin ke dalam mesin.

Hubungan temperatur aliran pada radiator dengan rumus fisika adalah sebagai berikut :

$$Q = mc\Delta T$$

dimana :

Q = Kalor

m = Massa

c = Kalor jenis

$\Delta T$  = Selisih temperatur awal dan temperatur akhir

#### 2.4 Metode Elemen Hingga

Nama Elemen Hingga disebutkan pertama kali pada tahun 1960 dalam makalah RW. Clough, yaitu *The Finite Element Method in Plane Stress Analysis*. Dalam kasus ini diterapkan pada masalah tegangan bidang dengan menggunakan elemen segitiga dan segi empat. Metode elemen hingga sampai saat ini telah mendapat perhatian dan kepopuleran yang luar biasa. Konsep dasar yang melandasi metode elemen hingga yaitu prinsip diskritisasi yang sebenarnya telah banyak digunakan dalam usaha manusia. Mungkin kebutuhan terhadap pendiskritan, atau membagi suatu benda menjadi benda-benda yang berukuran lebih kecil supaya lebih mudah pengelolaannya, timbul dari keterbatasan manusia yang mendasar, yaitu mereka tidak dapat melihat atau memahami benda sekelilingnya dialam semesta dalam bentuk keseluruhan atau totalitas. Dengan kata lain kita mendiskritkan ruang disekitar kita kedalam segmen-segmen kecil, dan hasil rakitan akhir yang kita visualisasikan adalah tiruan dari lingkungan kontinu yang nyata.

Persamaan dalam Metode Elemen Hingga biasanya berbentuk :

$$[k] u = F$$

dimana :

$[k]$  = Matrik kekakuan

$u$  = Vektor kolom dengan komponen matrik berupa nilai nodal

$F$  = Gaya yang bekerja pada nodal

Adapun langkah-langkah dalam memakai finite element method untuk analisa gerakan pada continous system yaitu:

1. Discretization daripada domain
  - o 1-D contoh pada sumbu x saja, atau mungkin juga pada sumbu x dan y saja
  - o 2-D contoh pada sumbu x dan y, atau biasa dikenal dengan r dan  $\theta$
  - o 3-D contoh pada sumbu x, y, z atau biasa dikenal dengan r,  $\theta$  dan z
2. Pilih plynomial function di dalam mencari shape function
3. Jabarkan elemen equation (Mulyadi, 2015)

Pada metode elemen hingga bentuk yang sering digunakan adalah elemen segitiga dan elemen segiempat. Linier elemen mempunyai sisi-sisi yang lurus sedangkan elemen dengan order lebih tinggi (quadratic, cubic) dapat berupa sisi-sisi lurus atau lengkung.

1. Elemen Segitiga

Kita dapat mengasumsikan persamaan fungsi linier pada sumbu y dan x dengan fungsi yang sederhana.

$$u(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$$

$$v(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y$$

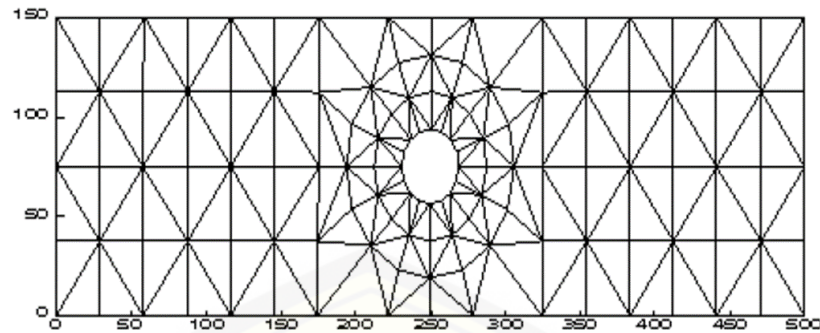
2. Elemen Kuadratik Pada pendekatan quadratic fungsi tersebut adalah

$$C = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2$$

dengan  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  yaitu:

$$C = C_i \text{ dengan } x = 0$$

$$C = C_j \text{ dengan } x = \frac{l}{2}$$



Gambar 2.7 Diskritisasi dengan pendekatan elemen segitiga

$$C = C_k \text{ dengan } x = l$$

jadi

$$\alpha_1 = C_i$$

$$\alpha_2 = \frac{4C_j - 3C_i - C_k}{l}$$

$$\alpha_3 = (C_i - 2C_j + C_k) \frac{2}{l^2}$$

sehingga

$$C = C_i + \frac{4C_j - 3C_i - C_k}{l} x + (C_i - 2C_j + C_k) \frac{2}{l^2} x^2$$

$$C = C_i \left(1 - \frac{3x}{l} + 2\frac{x^2}{l^2}\right) + C_j \left(\frac{4x}{l} - \frac{4x^2}{l^2}\right) + C_k \left(\frac{-x}{l} + 2\frac{x^2}{l^2}\right)$$

dapat ditulis

$$C = N_i C_i + N_j C_j + N_k C_k$$

dengan

$$N_i = \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$$N_j = \frac{4x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$$N_k = \frac{-x}{l} \left(1 - \frac{2x}{l}\right)$$

## 2.5 Persamaan Massa

Dalam penelitian ini, persamaan yang digunakan yaitu persamaan massa berdasarkan hukum kekekalan massa. Dimana massa dari suatu sistem tertutup akan konstan meskipun terjadi berbagai macam proses di dalam sistem tersebut, dengan kata lain massa dapat berubah bentuk tetapi tidak dapat diciptakan atau

dimusnahkan. Sehingga dapat dijabarkan persamaan umum massa adalah:

$$\int \int \int_{VK} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\vartheta + \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{kel} - \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{mas} = 0 \quad (2.1)$$

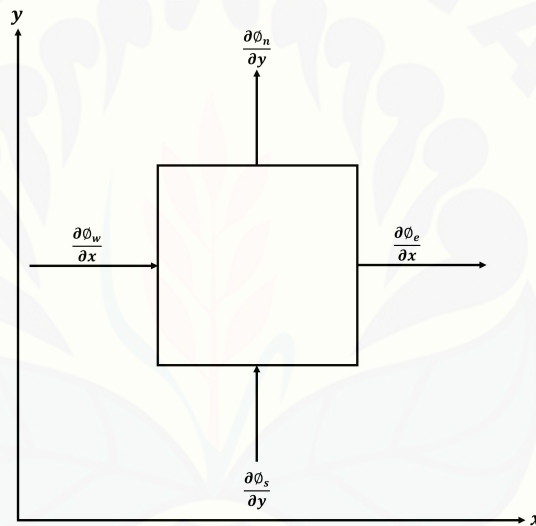
Unsur itu sedemikian kecilnya sehingga integral volumenya menjadi suatu suku diferensial.

$$\int \int \int_{VK} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\vartheta \approx \frac{\partial \rho}{\partial t} dxdydz \quad (2.2)$$

Berdasarkan persamaan 2.1 dan persamaan 2.3 maka bentuk umum dari persamaan massa adalah:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dxdydz + \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{kel} - \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{mas} = 0 \quad (2.3)$$

Bagan kendali dari persamaan massa dapat dilihat pada Gambar 2.8



Gambar 2.8 Bagan Kendali Persamaan Massa

## 2.6 Algoritma dan Pemrograman

Algoritma adalah urutan langkah-langkah logis penyelesaian masalah yang disusun secara sistematis dan logis. Kata logis merupakan kata kunci dalam algoritma. Langkah-langkah dalam algoritma harus logis dan harus dapat ditentukan bernilai salah atau benar. Program adalah kumpulan pernyataan komputer, sedangkan metode dan tahapan sistematis dalam program adalah algoritma. Program ditulis dengan menggunakan bahasa pemrograman. Jadi bisa disebut bahwa



program adalah suatu implementasi dari bahasa pemrograman. Beberapa pakar memberi formula bahwa :

$$\text{Program} = \text{Algoritma} + \text{Bahasa (Struktur Data)}$$

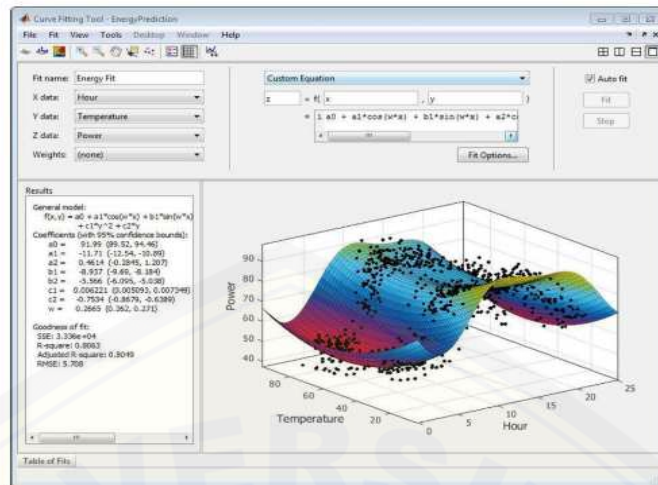
Bagaimanapun juga struktur data dan algoritma berhubungan sangat erat pada sebuah program. Algoritma yang baik tanpa pemilihan struktur data yang tepat akan membuat program menjadi kurang baik, demikian juga sebaliknya.

### 2.6.1 MATLAB (*Matrix Laboratory*)

MATLAB merupakan bahasa yang kompleks untuk teknik komputasi. Nama MATLAB sendiri adalah akronim dari *MATrix LABoratory* karena elemen data dasar yang digunakan adalah sebuah matrix (Amos Gilat, 2011:1). MATLAB adalah sebuah program (*software*) aplikasi yang digunakan untuk analisis dan komputasi data numerik. Tidak hanya komputasi numerik MATLAB juga berfungsi untuk menampilkan data, baik dalam bentuk dua dimensi maupun dalam bentuk tiga dimensi.

MATLAB secara menyeluruh telah digunakan di berbagai universitas dan perguruan tinggi khususnya pada bidang matematika, sains, dan teknik. Program MATLAB memiliki fungsi *tools* yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan umum berbasis matematika. Oleh karena itu MATLAB digunakan untuk teknik komputasi numerik, untuk menyelesaikan masalah-masalah yang melibatkan operasi matematika elemen, matrik, optimasi, aproksimasi, dan lain-lain. Sehingga MATLAB banyak digunakan pada:

- Matematika dan Komputasi;
- Pengembangan dan Algoritma;
- Pemrograman modeling, simulasi, dan pembuatan prototipe;
- Analisa data, eksplorasi, data visualisasi;
- Analisis numerik dan ststistik;
- Pengembangan aplikasi teknik.



Gambar 2.9 Tampilan MATLAB

### 2.6.2 Metode Gauss-Seidel

Secara umum, penyelesaian suatu persamaan linier dapat menggunakan dua metode yaitu metode langsung dan metode iteratif (metode tak langsung). Metode langsung seperti metode invers, eliminasi Gauss, dan dekomposisi LU. Metode iteratif merupakan metode dengan penentuan nilai awal  $x_0$  untuk membangun sebuah urutan aproksimasi terbaik terhadap pemecahan eksak. Termasuk metode iteratif seperti iterasi Jacobi, iterasi Gauss-Seidel, dan iterasi SOR.

Suatu sistem persamaan linier dapat dituliskan dengan bentuk  $AX = B$ , dengan  $A$  merupakan matriks koefisien dari  $x$ ,  $X$  merupakan matriks variabel sistem persamaan, dan  $B$  merupakan matriks konstanta dari sistem persamaan. Sistem  $AX = B$  dan  $Q$  adalah matriks *non-singular* dapat dituliskan dalam bentuk:

$$AX = B \quad (2.4)$$

$$(Q - A)X + AX = (Q - A)X + B$$

$$QX = (Q - A)X + B \quad (2.5)$$

Selanjutnya dapat dituliskan dalam bentuk iterasi ke- $k$ :

$$QX^{(k)} = (Q - A)X^{(k-1)} + B, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.6)$$

Sebuah matriks  $A$  dapat dituliskan dalam bentuk  $A = L + D + U$ , dengan  $L$

adalah matriks segitiga bawah,  $D$  adalah matriks diagonal, dan  $U$  adalah matriks segitiga atas. Pada iterasi Gauss-Seidel dipilih  $Q = D + L$ , tetapi pada iterasi SOR dipilih  $Q = \frac{1}{\omega}D + L$  dengan  $\omega$  adalah faktor skala. Sehingga Persamaan (2.6) menjadi:

$$\begin{aligned}
 QX^{(k)} &= (Q - A)X^{(k-1)} + B \\
 \left(\frac{1}{\omega}D + L\right) X^{(k)} &= \left(\frac{1}{\omega}D + L - A\right) X^{(k-1)} + B \\
 \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right) D + D + L - A\right) X^{(k-1)} + B \\
 \frac{1}{\omega}DX^{(k)} &= -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right) D - U\right) X^{(k-1)} + B \\
 \omega D^{-1} \left(\frac{1}{\omega}DX^{(k)}\right) &= \omega D^{-1} \left[ -LX^{(k)} + \left(\left(\frac{1}{\omega} - 1\right) D - U\right) X^{(k-1)} + B \right] \\
 X^{(k)} &= \omega D^{-1} \left[ -LX^{(k)} + \left(\frac{1}{\omega}D - D - U\right) X^{(k-1)} + B \right] \\
 X^{(k)} &= -\omega D^{-1}LX^{(k)} + (1 - \omega - \omega D^{-1}U) X^{(k-1)} + \omega D^{-1}B \\
 X^{(k)} &= (1 - \omega)X^{(k-1)} - \omega D^{-1}LX^{(k)} - \omega D^{-1}UX^{(k-1)} + \omega D^{-1}B \\
 X^{(k)} &= (1 - \omega)X^{(k-1)} - \omega D^{-1} (LX^{(k)} + UX^{(k-1)} - B) \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

untuk  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Sistem persamaan linier merupakan sistem persamaan dengan pangkat dari variabelnya adalah 1. Sistem persamaan linier dengan  $n$  persamaan dan  $n$  variabel dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
 a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3 \\
 &\vdots \\
 a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

dapat dituliskan dalam bentuk pemecahan mulai  $x_1$  sampai  $x_n$  seperti berikut:

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \cdots - a_{1n}x_n) \\
x_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \cdots - a_{2n}x_n) \\
x_3 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2 - \cdots - a_{3n}x_n) \\
&\vdots \\
x_n &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1})
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Pada iterasi Gauss-Seidel nilai  $x_1$  yang telah diperoleh dimasukkan kedalam  $x_2$  yang akan dicari, karena nilai  $x_1$  yang diperoleh lebih dekat dengan nilai eksak. Selanjutnya untuk mencari nilai  $x_3$  maka tinggal memasukkan nilai  $x_1$  dan  $x_2$  yang telah diperoleh. Dan seterusnya sampai diperoleh akar dari sistem persamaan tersebut. Berikut contoh langkah-langkah penyelesaiannya:

o iterasi ke-1

$$\begin{aligned}
x_1^1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^0 - a_{13}x_3^0 - \cdots - a_{1n}x_n^0) \\
x_2^1 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^1 - a_{23}x_3^0 - \cdots - a_{2n}x_n^0) \\
x_3^1 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^1 - a_{32}x_2^1 - \cdots - a_{3n}x_n^0) \\
&\vdots \\
x_n^1 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^1 - a_{n2}x_2^1 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^1)
\end{aligned} \tag{2.10}$$

o iterasi ke-2

$$\begin{aligned}
x_1^2 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^1 - a_{13}x_3^1 - \cdots - a_{1n}x_n^1) \\
x_2^2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^2 - a_{23}x_3^1 - \cdots - a_{2n}x_n^1) \\
x_3^2 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^2 - a_{32}x_2^2 - \cdots - a_{3n}x_n^1) \\
&\vdots \\
x_n^2 &= \frac{1}{a_{nn}}(b_n - a_{n1}x_1^2 - a_{n2}x_2^2 - \cdots - a_{nn-1}x_{n-1}^2)
\end{aligned} \tag{2.11}$$

- o dan seterusnya sampai langkah  $k$ .

Sehingga untuk mencari nilai  $x_i$  menggunakan iterasi Gaus-Seidel dengan langkah  $k = 1, 2, 3, \dots$  adalah,

$$x_i^k = \frac{1}{a_{ii}} \left( b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.12)$$

Sedangkan untuk mencari nilai  $x_i$  menggunakan iterasi SOR dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  untuk langkah  $k$  adalah,

$$x_i^k = (1 - \omega)x_i^{k-1} + \frac{\omega}{a_{ii}} \left( b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^k - \sum_{j=1+1}^n a_{ij}x_j^{k-1} \right) \quad (2.13)$$

Pada Persamaan (2.7) dan Persamaan (2.13), untuk  $\omega = 1$  akan diperoleh metode Gauss-Seidel. Metode Gauss-Seidel inilah yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier yang muncul dalam penyelesaian numerik dari persamaan diferensial parsial tertentu.

### 2.6.3 GALAT

Galat atau biasa disebut *error* dalam metode numerik adalah selisih antara yang ditimbulkan antara nilai sebenarnya dengan nilai yang dihasilkan dengan metode numerik. Dalam metode numerik, hasil yang diperoleh bukanlah hasil yang sama persis dengan nilai sejatinya. Akan selalu ada selisih, karena hasil yang didapat dengan metode numerik merupakan hasil yang diperoleh dengan proses iterasi (*looping*) untuk menghampiri nilai sebenarnya. Walaupun demikian bukan berarti hasil yang didapat dengan metode numerik salah. karena galat tersebut dapat ditekan sekecil mungkin sehingga hasil yang didapat sangat mendekati nilai sebenarnya atau bisa dikatakan galatnya mendekati nol.

1. **Galat pemotongan**, yaitu galat yang ditimbulkan oleh pembatasan jumlah komputasi yang digunakan pada proses metode numerik. Banyak metode dalam metode numerik yang penurunan rumusnya menggunakan proses iterasi yang jumlahnya tak terhingga, sehingga untuk membatasi proses

penghitungan, jumlah iterasi dibatasi sampai langkah ke  $n$ . Hasil penghitungan sampai langkah ke  $n$  akan menjadi hasil hampiran dan nilai penghitungan langkah  $n$  keatas akan menjadi galat pemotongan. dalam hal ini galat pemotongan kan menjadi sangat kecil sekali jika nilai  $n$  di perbesar. Konsekuensinya tentu saja jumlah proses penghitungannya akan semakin banyak.

2. **Galat pembulatan**, yaitu galat yang ditimbulkan oleh keterbatasan komputer dalam menyajikan bilangan real. Hampir semua proses penghitungan dalam metode numerik menggunakan bilangan real. Penyajian bilangan real yang panjangnya tak terhingga tidak bisa disajikan secara tepat. Sehingga terjadilah galat pembulatan.

Selain dari definisi diatas dapat juga digolongkan empat jenis galat yaitu:

1. **Galat Mutlak** adalah selisih numerik antara besar nilai sebenarnya dengan nilai aproksimasinya. Jadi, bila  $x$  besar nilai yang sebenarnya, dan  $x_1$  nilai pendekatannya (aproksimasinya), maka galat mutlak (*Absolut Error*)  $E_a$  didefinisikan dengan:

$$E_a = x - x_1 = \delta x$$

2. **Galat Relatif** ( $E_R$ ) didefinisikan dengan:

$$E_R = \frac{E_a}{x} = \frac{\delta x}{x}$$

Kemudian persentase galat dihitung dari galat relatif yang diberikan dalam bentuk :

$$P_R = 100E_R$$

3. **Galat Global**

Misal  $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  adalah fungsi dengan variable banyak  $x_i = (1, 2, \dots, n)$ , dan misalkan galat dari tiap  $x_i$  adalah  $\Delta x_i$ . Galat  $\Delta u$  dan  $u$  di berikan dalam bentuk:

$$u + \Delta u = f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n)$$

Perluasan ruas kanan dari galat global tersebut oleh deret Taylor menghasilkan :

$$u + \Delta u = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^n \frac{\delta f}{\delta(x_i)} \Delta x_i \\ + \text{semua suku yang memuat } (\Delta x_i)^2 \\ + \text{semua suku yang lain}$$

Anggap bahwa galat dalam  $x_i$  adalah kecil dan  $\frac{\Delta x_i}{x_i} \ll 1$ . Kemudian semua suku setelah suku ke dua pada ruas kanan persamaan diatas diabaikan, maka persamaan diatas menjadi:

$$\Delta u \approx \sum_{i=1}^n \frac{\delta f}{\delta x_i} \Delta x_i = \frac{\delta f}{\delta x_1} \Delta x_1 + \frac{\delta f}{\delta x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\delta f}{\delta x_n} \Delta x_n$$

Formula diatas bentuknya sama dengan diferensial total dari  $u$ . Formula untuk galat relatif adalah sebagai berikut:

$$E_R = \frac{\delta u}{\delta x_1} \frac{\Delta x_1}{u} + \frac{\delta u}{\delta x_2} \frac{\Delta x_2}{u} + \dots + \frac{\delta u}{\delta x_n} \frac{\Delta x_n}{u}$$

#### 4. Galat dalam Aproksimasi deret

Galat yang ada dalam aproksimasi suatu deret dapat dievaluasi oleh sisa sesudah suku-suku ke  $n$ . Pandang deret Taylor untuk  $f(x)$  pada  $x = a$  yang diberikan dalam bentuk:

$$f(x) = f(a) + (x - a)f'(a) + \frac{(x - a)^2}{2!} f''(a) + \dots + \frac{(x - a)^{n-1}}{(n - 1)!} f^{(n-1)}(a) \\ + R_n(x)$$

Suku terakhir dalam deret di atas dikenal dengan sebutan suku sisa deret Taylor yang didefinisikan sebagai berikut:

$$R_n(x) = \frac{(x - a)^n}{n!} f^n(a), \quad a < \alpha < x$$

Untuk suatu barisan yang konvergen, suku-suku sisa akan mendekati nol untuk  $n \leftarrow \infty$ . Jadi bila mengaproksimasikan  $f(x)$  oleh  $n$  suku pertama dari deret tersebut maka galat maksimum yang dibuat dalam aproksimasi tersebut diberikan oleh suku sisa (Jack, 2006: 7-9)

## 2.7 *Computational Fluid Dynamics (CFD)*

Aliran fluida, baik cair maupun gas, adalah suatu zat yang sering ditemukan dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya pada fenomena meteorologi (angin, hujan, dan badai), zat-zat berbahaya bagi lingkungan (polusi udara dan pergerakan kotalinan), pengkondisian udara bagi bangunan dan mobil, pembakaran pada mesin, interaksi berbagai objek dengan fluida, aliran kompleks pada penukar panas dan reaktor kimia, dan proses di dalam tubuh manusia (aliran darah, bernafas, dan minum). Untuk kebutuhan penelitian, fenomena-fenomena tersebut dapat dianalisis atau diprediksi dengan cepat dan akurat menggunakan Komputasi Aliran Fluida Dinamik atau Computational Fluid Dynamics (Tuakia, 2008:1).

*Computational Fluid Dynamics (CFD)* adalah ilmu yang mempelajari cara memprediksi aliran fluida, perpindahan panas, reaksi kimia, dan fenomena lainnya dengan menyelesaikan persamaan-persamaan matematika (model matematika). CFD juga dapat diartikan sebagai suatu teknologi komputer yang memungkinkan pengguna untuk mempelajari dinamika dari benda-benda atau zat-zat yang mengalir (Tuakia, 2008:2). CFD menyelesaikan masalah berdasarkan pada persamaan fundamental dari dinamika fluida (Trimulyono dan Sagala, 2011).

Pada dasarnya, persamaan-persamaan pada fluida dibangun dan dianalisis berdasarkan persamaan-persamaan diferensial parsial yang mempresentasikan hukum-hukum konservasi massa, momentum, dan energi (Tuakia, 2008:2). Konsep dasar penggunaan *software* yang berbasis CFD adalah penyelesaian metode numerik dengan sebuah persamaan fluida yaitu persamaan *Navier-Stokes*, dengan prinsip ketiga hukum tersebut (Trimulyono dan Sagala, 2011). Persamaan dasar gerak fluida didapatkan dengan memilih prinsip fisika dasar dari hukum-hukum tersebut dan menerapkan prinsip-prinsip fisika di dalam model aliran. Dari penerapan kemudian diuraikan persamaan matematis yang meliputi prinsip-prinsip fisika dasar (Firdaus, 2010).



Sebuah *software* CFD dapat mensimulasikan aliran fluida dengan pemodelan di komputer. Dengan menggunakan *software* ini pengguna dapat membuat *virtual prototype* dari sebuah sistem atau alat-alat yang ingin dianalisis dengan menerapkan kondisi nyata dilapangan. *Software* CFD akan memberikan data-data, gambar-gambar, atau kurva-kurva yang menunjukkan prediksi dari performansi keandalan sistem yang telah didisain (Tuakia, 2008:2).

Simulasi CFD memiliki tiga tahapan utama, yaitu:

1. *Preprocessing*

*Preprocessing* merupakan langkah pertama dalam membangun dan menganalisis sebuah model CFD (Tuakia, 2008:6). Pada *preprocessing* sebuah model dibuat menjadi model yang dapat diterjemahkan oleh *software* simulasi. Langkah *preprocessing* merupakan langkah awal dimana bahasa pemrograman disain model akan diterjemahkan oleh *Solver Manager*. Model akan dibentuk sedemikian rupa sehingga terdapat beberapa bagian untuk meberikan batasa-batasan aliran fluida yang dijalankan dan membuat model menjadi suatu objek yang akan dialiri fluida.

Dalam tahap ini objek yang dibentuk kemudian diberikan kondisi batas dan kondisi dari fluida yang akan mengalir dalam kondisi batas tersebut untuk dapat dianalisa. Kondisi batas (*boundary*) ini berupa *inlet* (saluran fluida masuk), *outlet* (saluran fluida keluar) dan *wall* (dinding pembatas). Sedangkan fluida pada *software* CFD biasanya dinamakan sebagai domain (Yusuf et al., 2010).

2. *Solver Manager*

Pada *software solver* ini CFD menghitung kondisi-kondisi yang diterapkan pada saat *preprocessing*. Dalam program solver semua parameter yang telah dimasukkan akan diolah pada *software*. Proses perhitungan atau iterasi harus menentukan kriteria konvergensi yang akan dihitung. Konvergensi yang dimaksud adalah kesalahan atau perbedaan antara estimasi awal dan hasil akhir dari iterasi yang dilakukan oleh *Solver Manager* (Yusuf et al., 2010).

3. *Postprocessing*

*Postprocessing* merupakan langkah terakhir dalam analisa CFD. Pada

langkah ini akan ditampilkan hasil perhitungan yang telah dilakukan pada tahap *Solver Manager*. Hasil perhitungan dapat dilihat berupa data numerik dan data visualisasi aliran fluida pada model (Yusuf et al., 2010). Hal yang dilakukan pada langkah ini adalah mengorganisasi dan menginterpretasi data hasil simulasi CFD yang bisa berupa gambar, kurva, dan animasi (Tuakia, 2008:6).

CFD sebenarnya mengganti persamaan-persamaan diferensial parsial dari kontinuitas, momentum, dan energi dengan persamaan-persamaan aljabar. CFD merupakan pendekatan dari persoalan yang asalnya kontinu (memiliki jumlah sel tak terhingga) menjadi model yang diskrit (jumlah sel terhingga). Ada beberapa metode dalam perhitungan atau komputasi aljabar untuk memecahkan persamaan-persamaan diferensial parsial, yaitu:

1. Metode beda hingga;
2. Metode volume hingga;
3. Metode elemen hingga;
4. Metode elemen batas;
5. Metode skema resolusi tinggi (Tuakia,2008 : 7).

### 2.7.1 GAMBIT

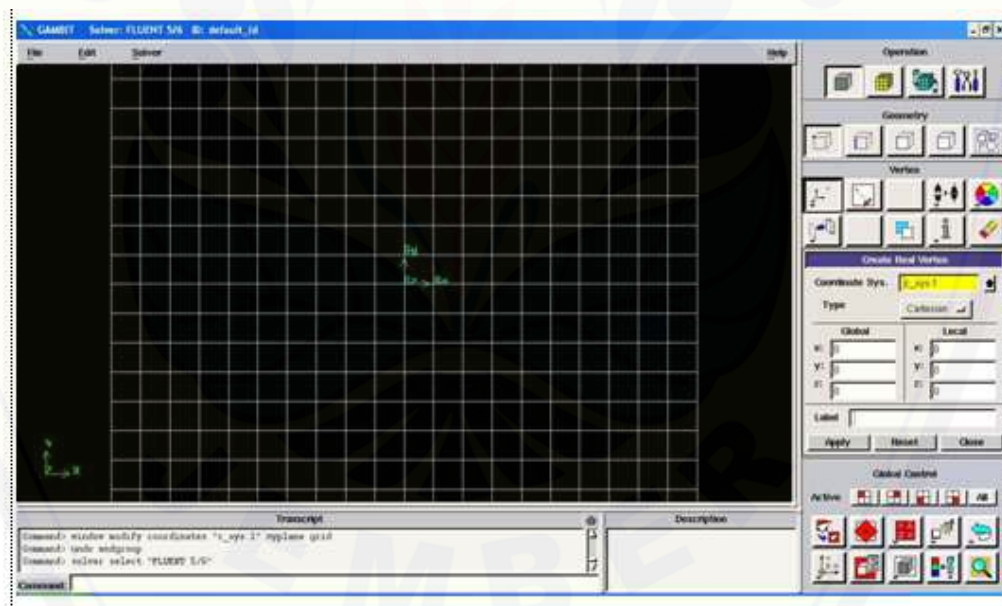
GAMBIT merupakan singkatan dari *Geometry And Mesh Building Intelligent Toolkit*. GAMBIT diproduksi oleh Fluent Inc., salah satu produsen perangkat lunak (*software*) analisis komputasi fluida dinamik (*Computational Fluid Dynamics*). *Software* GAMBIT merupakan salah satu *preprocessor* yang didesain untuk membantu membuat model dan melakukan diskritisasi (*meshing*) pada model untuk analisis CFD. Karena menggunakan *graphical user interface (GUI)* saat penerimaan input, GAMBIT memudahkan pengguna dalam pembuatan model dan proses *meshing*.

GAMBIT dapat membuat model dan melakukan proses *meshing* untuk berbagai macam bentuk, termasuk bentuk-bentuk yang rumit dan tidak beraturan. Hal ini dikarenakan GAMBIT dapat melakukan *meshing* dengan berbagai macam bentuk *mesh*, yaitu *mesh* heksahedral terstruktur dan tidak terstruktur,

tetrahedral, piramid, dan prisma. Selain itu, GAMBIT juga dapat melakukan pengecekan kualitas *mesh* sesuai dengan standar yang kita inginkan. Tahap pemodelan terakhir pada GAMBIT adalah proses penentuan jenis kondisi batas (Tuakia, 2008:9).

Tampilan GUI pada GAMBIT diperlihatkan pada Gambar 4.5 yang terdiri dari beberapa komponen utama, yaitu:

1. Main Menu Bar;
2. Graphics Window;
3. Operation Toolpad;
4. Command Window;
5. Transcript Window;
6. Description Window;
7. Global Control (Tuakia, 2008:13).



Gambar 2.10 Tampilan GAMBIT

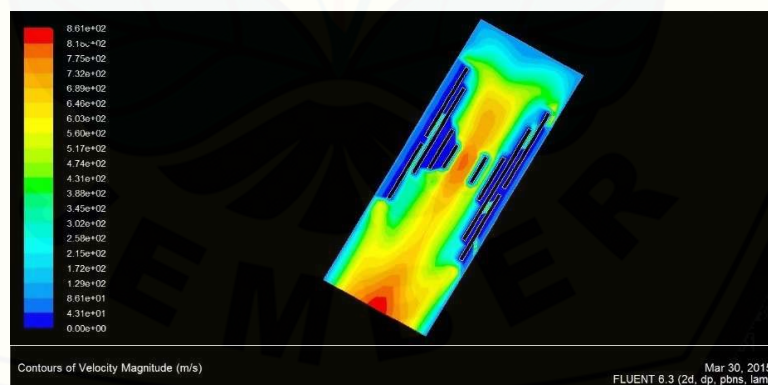
### 2.7.2 FLUENT

FLUENT adalah salah satu jenis software CFD yang digunakan untuk simulasi. FLUENT menyediakan fleksibilitas *mesh* yang lengkap, sehingga dapat menyelesaikan kasus aliran fluida dengan *mesh* yang tidak terstruktur sekalipun dengan cara yang relatif mudah. Jenis *mesh* yang didukung oleh FLUENT adalah tipe *2D triangular-quadrilateral*, *3D tetrahedral-hexahedral-pyrami-wedge*, dan *mesh* campuran (*hybrid*). FLUENT juga memungkinkan pengguna untuk memperhalus atau memperbesar *mesh* yang sudah ada. Menu utama pada FLUENT diletakkan sedemikian rupa sehingga pengoperasiannya secara umum dilakukan dari menu paling kiri kemudian dilanjutkan ke menu berikutnya di sebelah kanan.

FLUENT memiliki kelebihan antara lain:

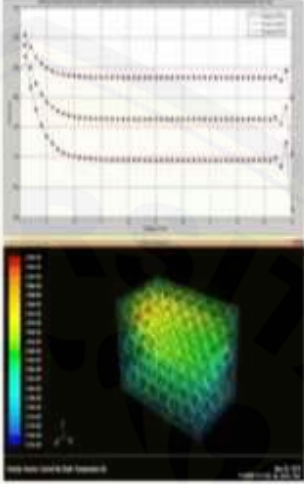
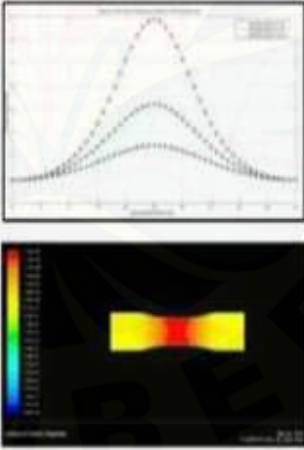
1. Mudah untuk digunakan.
2. Model yang realistik.
3. Diskritisasi atau meshing model yang efisien (dalam GAMBIT).
4. Cepat dalam penyajian hasil.
5. Visualisasi yang mudah untuk dimengerti. (Tuakia, 2008:133-134)

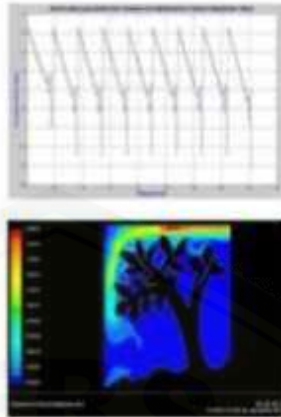
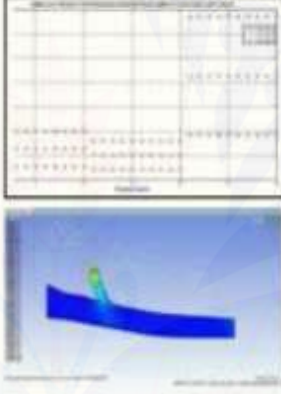
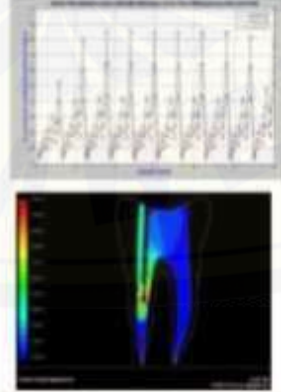
Tampilan FLUENT diperlihatkan pada Gambar 2.11 dan beberapa contoh penggunaan CFD beserta software FLUENT dalam beberapa penelitian murni dapat dilihat pada Tabel 2.1.

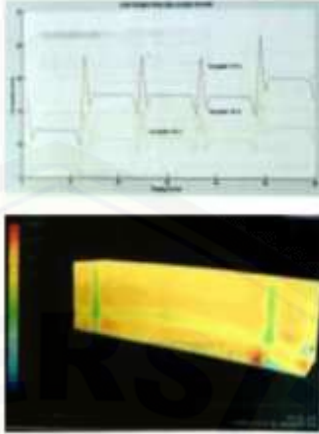
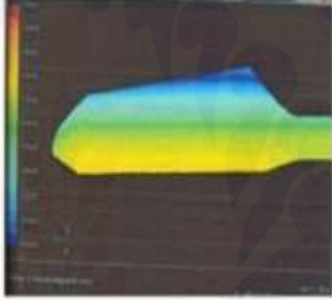
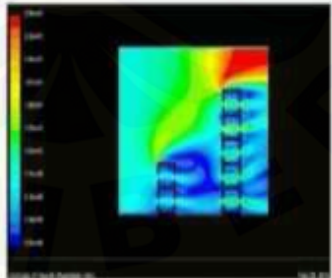


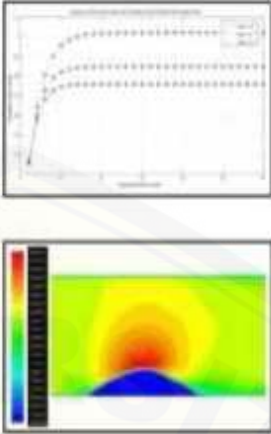
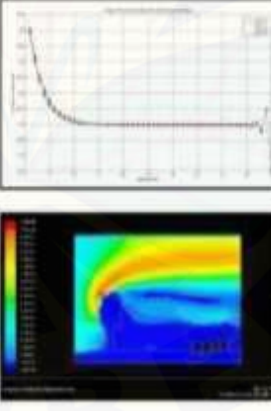
Gambar 2.11 Tampilan FLUENT

Tabel 2.1 Penggunaan CFD (*Computational Fluid Dynamics*) Beserta visualisi Software FLUENT

No	Metode Volume Hingga	Simulasi CFD	Publikasi
1.	<p>Model Matematika :</p> $\begin{aligned} & \phi_e(\rho u \Delta y \Delta t - \rho \Delta y \Delta t) \\ & + \phi_w(-\rho u \Delta y \Delta t + \rho \Delta y \Delta t) \\ & + \phi_n(\rho u \Delta x \Delta t - \rho \Delta x \Delta t) \\ & + \phi_s(-\rho u \Delta x \Delta t + \rho \Delta x \Delta t) \\ & = -\frac{\rho}{c} \lambda_{eff} \phi_0 \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} \\ & - \frac{2\rho}{c} \lambda_{eff} \phi_0 \Delta t - \frac{\rho}{c} \lambda_{eff} \phi_0 \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta x} \\ & + \frac{\rho^2}{c} \beta c u' \phi_0' \Delta y \Delta t \\ & + \frac{\rho^2}{c} \beta c u' \phi_0' \Delta x \Delta t - P \Delta y \Delta t \\ & - P \Delta x \Delta t - \rho g \Delta y \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t \\ & + 2\mu u \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} + \mu u \Delta t + \mu v \frac{\Delta y \Delta t}{\Delta x} \\ & + 2\mu v \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + \mu u \frac{\Delta x \Delta t}{\Delta y} + \mu v \Delta t \\ & - \rho u \Delta y \Delta t - \rho v \Delta x \Delta t \end{aligned}$		<p>Chudin, Soleh. 2015. <i>Analisis Simulasi Sirkulasi Udara dalam Optimasi Teknologi Pascapanen Buah Berdasarkan Prosedur Pengemasan dan Sebagai Bahan Ajar</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP</p>
2.	<p>Model Matematika :</p> $\begin{aligned} & \phi_w \rho u \Delta t - \phi_w \rho \Delta t \\ & - \phi_e \rho u \Delta t - \phi_e \rho \Delta t \\ & = -p \Delta t + 2\mu \frac{u}{\Delta x} \Delta t \end{aligned}$ <p>dimana</p> $p = \frac{Q 8 \eta l}{\pi r^4}$		<p>Zauri, A. S. 2014. <i>Analisis Numerik Aliran Darah pada Penyempitan Pembuluh Darah Arteri Menggunakan Metode Volume Hingga</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP</p>

No	Metode Volume Hingga	Simulasi CFD	Publikasi
3.	<p><b>Model Matematika:</b></p> $(\phi_x - \phi_y) \rho \Delta y \Delta z - (\phi_x - \phi_y) \rho u \cos \theta \Delta y \Delta z + (\phi_x - \phi_y) \rho \Delta x \Delta z - (\phi_x - \phi_y) \rho v \sin \theta \Delta x \Delta z = \Delta x \Delta y \Delta z \left( \rho g - \rho - \rho \left( -\mu u' + 2\mu u'' - \frac{1}{2} \rho u' v' \right) \right) + \Delta x \Delta y \Delta z \left( \rho g - \rho - \rho \left( -\mu v' + 2\mu v'' - \frac{1}{2} \rho u' v' \right) \right) + 2\mu \rho u \left( u' \Delta y \Delta z + \frac{1}{2} (u' \Delta x \Delta z + v' \Delta y \Delta z) + v' \Delta x \Delta z \right) + \rho^2 u' v' \left( u \Delta y \Delta z + \frac{1}{2} (u \Delta x \Delta z + v \Delta y \Delta z) + v \Delta x \Delta z \right) + \mu \rho \left( 2 \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} \right) + \left( \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + 2 \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} \right)$		<p>Nurrohim, M.2014. <i>Analisis Sirkulasi Udara pada Tanaman Kopi Berdasarkan Tingkat Kekasaran Tanah dan Pola Tanam Graf Tangga Segitiga menggunakan Metode Volume Hingga</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
4.	<p><b>Model Matematika :</b></p> $v_x \Delta y \Delta z (1 - \rho) C_x + v_x \Delta y \Delta z (\rho - 1) C_x + v_y \Delta x \Delta z (1 - \rho) C_x + v_y \Delta x \Delta z (\rho - 1) C_x = \rho g \Delta y \Delta z + \rho g \Delta x \Delta z - \rho \Delta y \Delta z + \rho \Delta x \Delta z + 2\mu \left( v_x \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} + v_y \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} \right) + \mu (v_x \Delta z + v_y \Delta z) + \mu \left( v_x \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y} + v_y \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x} \right) - D_x \frac{C \Delta y \Delta z}{\Delta x} - D_y \frac{C \Delta x \Delta z}{\Delta y}$		<p>Gangga, M.2014. <i>Analisis Model Matematika Proses Penyebaran Limbah Cair pada Air Tanah</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
5.	<p><b>Model Matematika :</b></p> $\phi_x (-\rho \Delta y \Delta z - \rho u \cos \theta \Delta y \Delta z) + \phi_x (\rho \Delta y \Delta z + \rho u \cos \theta \Delta y \Delta z) + \phi_y (-\rho \Delta x \Delta z - \rho v \sin \theta \Delta x \Delta z) + \phi_y (\rho \Delta x \Delta z - \rho v \sin \theta \Delta x \Delta z) = -\rho \Delta y \Delta z - \rho \Delta x \Delta z + \rho g \Delta y \Delta z + \rho g \Delta x \Delta z + 2\mu \frac{u}{\Delta x} \Delta y \Delta z + \mu \frac{v}{\Delta x} \Delta y \Delta z + \mu \frac{u}{\Delta x} \Delta x \Delta z + 2\mu \frac{v}{\Delta x} \Delta x \Delta z$		<p>Hardiyanti, S. A. 2014. <i>Analisis Sterilisasi Saluran Akar Gigi dengan menggunakan Metode Numerik Volume Hingga</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>

No	Metode Volume Hingga	Simulasi CFD	Publikasi
6.	<p>Model Matematika :</p> $(c_x - u)\phi_x \rho \Delta y + (c_y - v)\phi_y \rho \Delta x + (u - c_x)\phi_x \rho \Delta y + (v - c_y)\phi_y \rho \Delta x = (\rho g - p)\Delta x + (\rho g - p)\Delta y + (2\mu u + \mu v - K\phi_x) \frac{\Delta y}{\Delta x} + (2\mu v + \mu u - K\phi_y) \frac{\Delta x}{\Delta y} + (u + v)\mu$		<p>Aprianto.D.2013. <i>Analisis Aliran Udara pada Jembatan Suramadu dengan Menggunakan Metode Volume Hingga</i>. Skripsi.Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
7.	<p>Model Matematika :</p> $((u - w)\rho\phi_x \Delta y + (-u + w)\rho\phi_x \Delta y) + ((v - w)\rho\phi_x \Delta x + (-v + w)\rho\phi_x \Delta x) = ((-P + \rho f)\Delta y) + ((-P + \rho f)\Delta x) + \left(2\mu u + \mu v - \tau_w w\right) \frac{\Delta y}{\Delta x} + \left(2\mu v + \mu u - \tau_w w\right) \frac{\Delta x}{\Delta y} + ((Y_w - G_w - D_w - S_w)\Delta x \Delta y) + (\mu u + \mu v - 2\tau_w w)$		<p>Zahroh, M. 2014. <i>Pemodelan Wind Turbine Rotor Tipe HAWT (Horizontal Axis Wind Turbine) Menggunakan Metode Volume Hingga</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
8.	<p>Model Matematika :</p> $(\rho u \Delta y - u \Delta y)\phi_x + (u \Delta y - \rho u \Delta y)\phi_x + (\rho v \Delta x - v \Delta x)\phi_y + (v \Delta x - \rho v \Delta x)\phi_y = -C\phi_x \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{\Delta y}\right) - 2\mu(u \Delta y)^2 - \mu(u \Delta x + u \Delta y)^2 - 2\mu(u \Delta x)^2 - P \Delta y - P \Delta x + \rho(g \Delta y + g \Delta x) + 2\mu u \frac{\Delta y}{\Delta x} + \mu \left(u + v \frac{\Delta y}{\Delta x}\right) + \mu \left(u \frac{\Delta x}{\Delta y} + v\right) + 2\mu v \frac{\Delta x}{\Delta y}$		<p>Susanto, J. 2014. <i>Analisis Kecepatan Aliran Udara pada Gedung Bertingkat Karena Pengaruh Penghalang Didepannya</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>

No	Metode Volume Hingga	Simulasi CFD	Publikasi
9.	<p>Model Matematika :</p> $\begin{aligned} & \phi_e(\rho u - \rho)\Delta y\Delta t - \phi_w(\rho u - \rho) \\ & \Delta y\Delta t + \phi_n(\rho v - \rho)\Delta x\Delta t \\ & - \phi_s(\rho v - \rho)\Delta x\Delta t = \\ & - P\Delta y\Delta t - P\Delta x\Delta t + \frac{\mu u\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \\ & 2\mu u\Delta t + \frac{\mu v\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \frac{\mu u\Delta y\Delta t}{\Delta y} + \\ & 2\mu v\Delta t + \frac{\mu v\Delta x\Delta t}{\Delta y} + \\ & \mu\left(\frac{2u}{\Delta x}\Delta y\Delta t + \frac{v}{\Delta x}\Delta y\Delta t\right)(\rho - \rho_w) \\ & - \rho\left(g + \frac{\partial \tau}{\sigma_k}\right)K\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} - 2\rho\left(g + \frac{\partial \tau}{\sigma_k}\right) \\ & K\Delta t - \rho\left(g + \frac{\partial \tau}{\sigma_k}\right)K\frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y} \end{aligned}$		<p>Rizal, A.S. 2014. <i>Analisis Sirkulasi Udara pada Tanaman Kopi Berdasarkan Tingkat Kemiringan Tanah dan Pola Tanam Graf Tangga Segitiga menggunakan Metode Volume Hingga</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>
10.	<p>Model Matematika :</p> $\begin{aligned} & \phi_e(\rho u\Delta y\Delta t - \rho\Delta y\Delta t) + \\ & \phi_w(-\rho u\Delta y\Delta t + \rho\Delta y\Delta t) + \\ & \phi_n(\rho v\Delta x\Delta t - \rho\Delta x\Delta t) + \\ & \phi_s(-\rho v\Delta x\Delta t + \rho\Delta x\Delta t) = \\ & - 2\rho\mu u\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} - 2\rho\eta v\frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y} - \\ & \rho\eta v\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} - 2\rho\eta uv\Delta t - \rho\eta u\frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y} - \\ & p\Delta y\Delta t - p\Delta x\Delta t + \rho g\Delta y\Delta t + \\ & \rho g\Delta x\Delta t + 2\mu u\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + 2\mu v\frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y} + \\ & \mu v\frac{\Delta y\Delta t}{\Delta x} + \mu v\frac{\Delta x\Delta t}{\Delta y} + \mu u\Delta t + \mu v\Delta t \end{aligned}$		<p>Trisnani, D. 2014. <i>Analisis Sirkulasi Udara pada Tanaman Kopi Berdasarkan Faktor Tanaman Pelindung dan Pola Tanam Graf Tangga menggunakan Metode Volume Hingga</i>. Skripsi. Jember: Program Studi Pendidikan Matematika FKIP.</p>



## 2.8 Monograf

Monograf adalah suatu tulisan ilmiah dalam bentuk buku yang substansi pembahasannya hanya pada satu hal saja dalam suatu bidang ilmu. Selain itu, monograf merupakan terbitan tunggal yang selesai dalam satu jilid dan tidak berkelanjutan (Ekasetya, 2016). Dalam ilmu perpustakaan, definisi monograf adalah terbitan dan bukan terbitan berseri yang lengkap dalam satu volume atau sejumlah volume yang sudah ditentukan sebelumnya. Pada penelitian ini akan dibuat sebuah monograf dengan pokok bahasan bidang ilmu kalkulus pada aplikasi turunan.

Ciri-ciri monograf adalah sebagai berikut:

- Isinya membahas satu permasalahan pokok, walaupun terdiri dari beberapa makalah (misalnya dalam prosiding seminar) maka semua makalah berhubungan dengan tema pokok dari seminar tersebut.
- Berjilid.
- Mempunyai halaman judul.
- Terdapat daftar isi.
- Teks yang dibagi dalam bab-bab.
- Terdapat bab pendahuluan dan kata pengantar.
- Terbit dalam satu jilid atau beberapa volumedengan bentuk jilid yang sama.
- Umumnya memiliki ISBN (*International Standard Book Number*).

## BAB 3. METODE PENELITIAN

### 3.1 Jenis Penelitian

Berdasarkan jenisnya, penelitian ini merupakan jenis penelitian murni. Penelitian murni adalah pencarian terhadap sesuatu karena ada perhatian dan keingintahuan terhadap hasil suatu aktifitas (Syahrizal, E. 2008). Hasil dari penelitian murni adalah pengetahuan umum dan pengertian-pengertian tentang alam serta hukum-hukumnya. Pada penelitian ini, peneliti memodelkan aliran fluida pada radiator mobil yang dipengaruhi oleh temperatur radiator sehingga didapat temperatur fluida mendekati keadaan sebenarnya berdasarkan data-data yang didapat.

### 3.2 Prosedur Penelitian

Desain Penelitian adalah Kerangka kerja yang digunakan untuk melaksanakan riset penelitian. Desain penelitian memberikan prosedur untuk mendapatkan informasi yang diperlukan untuk menyusun atau menyelesaikan masalah dalam penelitian. Desain penelitian yang baik akan menghasilkan penelitian yang efektif dan efisien. Desain penelitian harus mampu menggambarkan semua proses yang diperlukan dalam perencanaan dan pelaksanaan penelitian yang membantu peneliti dalam pengumpulan dan menganalisis data.

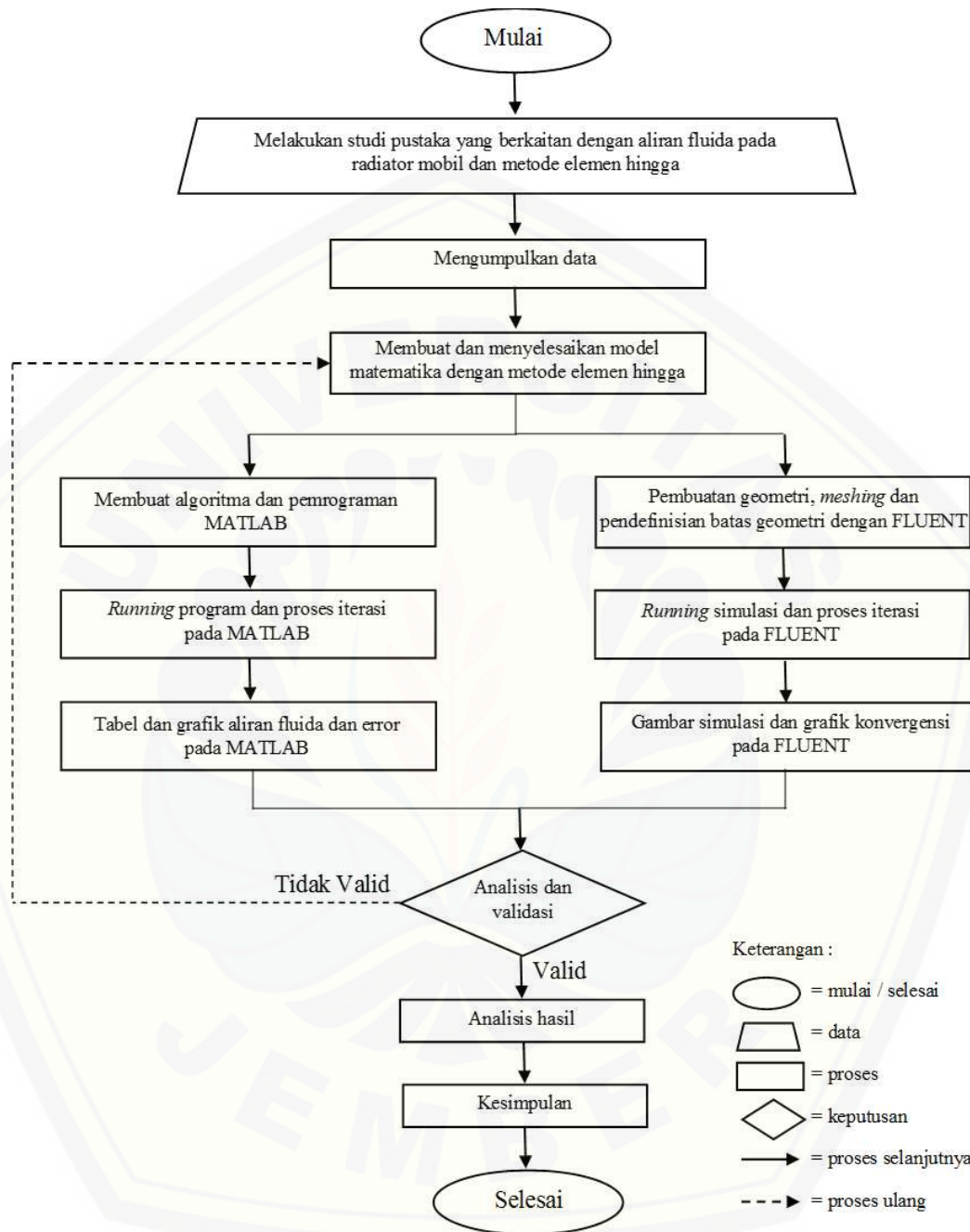
Prosedur Penelitian adalah langkah-langkah atau tahapan yang dilakukan sampai diperoleh data-data untuk dianalisis hingga mencapai suatu kesimpulan yang sesuai dengan tujuan penelitian. Dalam Prosedur Penelitian ada rancangan penelitian dan teknik penelitian. Rancangan penelitian merupakan rencana yang menggambarkan atau menjelaskan apa yang hendak diteliti dan bagaimana penelitian dilaksanakan. Sedangkan teknik penelitian merupakan tahapan yang dilakukan sampai diperoleh data-data untuk dianalisis sehingga dicapai suatu kesimpulan sesuai dengan tahapan dalam menyelesaikan pemodelan matematika

dengan metode numerik. Prosedur penelitian dalam penelitian ini diperlihatkan pada Gambar 3.1

### 3.3 Definisi Operasional

Untuk menghindari perbedaan pemahaman beberapa istilah yang digunakan dalam penelitian ini, maka disajikan beberapa definisi operasional sebagai berikut:

1. Radiator merupakan heat exchanger yang digunakan pada sistem pendinginan mesin pembakaran dalam, terutama pada mobil dan sepeda motor, tetapi juga ada yang digunakan pada mesin pesawat yang menggunakan tipe mesin piston dan kereta api.
2. Model matematika adalah suatu persamaan matematika yang didapatkan untuk mengekspresikan permasalahan yang ada pada suatu keadaan yang sesungguhnya. Pemodelan matematika adalah bidang matematika yang berusaha untuk menurunkan suatu kejadian atau fenomena ke dalam sekumpulan fungsi-fungsi yang menyatakan hubungan antara beberapa variabel yang mempengaruhi suatu kejadian ke dalam peubah-peubah yang berbeda. Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai "Model Matematika". Konstruksi analisis dan penggunaan model matematika dipandang sebagai salah satu aplikasi matematika yang paling penting (Widowati dan Sutimin, 2007:1).
3. Metode elemen hingga adalah salah satu metode pendekatan numerik yang mendasarkan permasalahan pada tiap-tiap elemen bagian yang dinamakan elemen hingga.
4. CFD (*Computational Fluid Dynamics*) merupakan sistem analisis yang melibatkan aliran fluida, perpindahan panas dan fenomena terkait seperti reaksi kimia dengan cara simulasi berbasis komputer.
5. MATLAB (*Matrix Laboratory*) yaitu sebuah program (software) aplikasi yang digunakan untuk analisis dan komputasi data numerik. Bahasa pemrograman yang digunakan merupakan bahasa pemrograman tingkat tinggi berbasis pada matriks.



Gambar 3.1 Bagan Alur Penelitian

6. GAMBIT merupakan salah satu pre-processor yang didesain untuk membantu membuat model dan melakukan diskretisasi (*meshing*) pada model untuk analisis CFD.
7. FLUENT adalah salah satu jenis program CFD yang digunakan untuk simulasi. Fluent menyediakan fleksibilitas *mesh* yang lengkap, sehingga dapat menyelesaikan kasus aliran fluida dengan *mesh (grid)* yang tidak terstruktur sekalipun.

### 3.4 Tempat Penelitian

Pada penelitian ini, pemodelan dan penyelesaian numerik aliran fluida pada radiator mobil dilakukan di laboratorium matematika Gedung III FKIP dan Laboratorium Komputer Program Studi Sistem Informasi Universitas Jember yang telah tersedia sarana dan prasarana yang mendukung yaitu dengan adanya komputer yang dilengkapi dengan program MATLAB untuk penyelesaian numerik dan FLUENT untuk simulasi pemodelan.

### 3.5 Metode Pengumpulan Data

Pengumpulan data adalah prosedur yang sistematis dan standar untuk memperoleh data yang diperlukan. Pengumpulan data erat hubungannya dengan permasalahan yang akan diselesaikan, sehingga metode yang digunakan dalam pengumpulan data berfungsi untuk mendukung penelitian dalam memperoleh data sesuai dengan tujuan penelitian.

Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan metode dokumentasi dalam pengumpulan data. Metode dokumentasi adalah cara mengumpulkan data melalui peninggalan tertulis, seperti arsip-arsip dan buku-buku tentang pendapat, teori atau hukum yang berhubungan dengan masalah penelitian (Margono, 1997:187). Data yang akan diperoleh meliputi ukuran benda yang akan dimodelkan, jenis pendingin fluida, tekanan awal fluida, temperatur awal fluida, dan temperatur disekitar benda yang akan diteliti yang akan diperoleh dari data dan catatan pada internet dan buku-buku.

### 3.6 Data dan Analisis Data

Analisis data adalah proses mengatur urutan data, mengorganisasikannya ke dalam suatu pola, kategori, dan suatu uraian dasar (Ardhana dalam Lexy 2002:103). Analisis Data juga bertujuan untuk untuk mengungkapkan data apa yang masih perlu dicari, hipotesis apa yang perlu diuji, pertanyaan apa yang perlu dijawab, metode apa yang harus digunakan untuk mendapatkan informasi baru dan kesalahan apa yang harus segera diperbaiki.

Model matematika radiator mobil yang telah dibentuk selanjutnya diselesaikan dengan metode elemen hingga, kemudian penyelesaian tadi di kerjakan dengan pendekatan kuadratik. Dengan pendekatan kuadratik di dapatkan matriks yang menyatakan persamaan dari setiap kontrol elemen. Dari persamaan ini, kemudian diselesaikan secara numerik dengan menggunakan MATLAB sehingga didapatkan penyelesaian numerik yang konvergen. Dimana penyelesaian ini mendekati penyelesaian eksak dari persamaan diferensialnya yang menuju suatu nilai tertentu.

Apabila perhitungan MATLAB sudah mendekati nilai sebenarnya atau dengan kata lain terdapat *error* yang kecil antara perhitungan MATLAB dengan nilai sebenarnya, maka hasil yang didapat sudah benar. Akan tetapi, apabila hasil dari perhitungan MATLAB dengan sebenarnya terdapat perbedaan yang jauh, maka peneliti akan mencari kesalahan saat memodelkan dan validasi ulang dari proses penurunan rumus dan juga penyelesaian dengan MATLAB hingga didapat hasil yang benar. *Error* yang digunakan dalam penelitian ini adalah *error relative* yang terdapat pada metode Gauss - Seidel.

Model yang dibentuk pada GAMBIT nantinya adalah suatu model radiator mobil yang akan disimulasikan pada FLUENT, dengan adanya variasi temperatur suhu radiator mobil, dan akan ditampilkan pola temperatur, dan tekanan yang dihasilkan dalam bentuk 3 dimensi.

## BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Dari hasil penelitian yang dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan:

1. Model matematika aliran air pada radiator mobil adalah persamaan yang diselesaikan dengan metode elemen hingga, dimana persamaan tersebut adalah merupakan persamaan yang dinyatakan pada persamaan massa. Berikut ini adalah persamaannya.

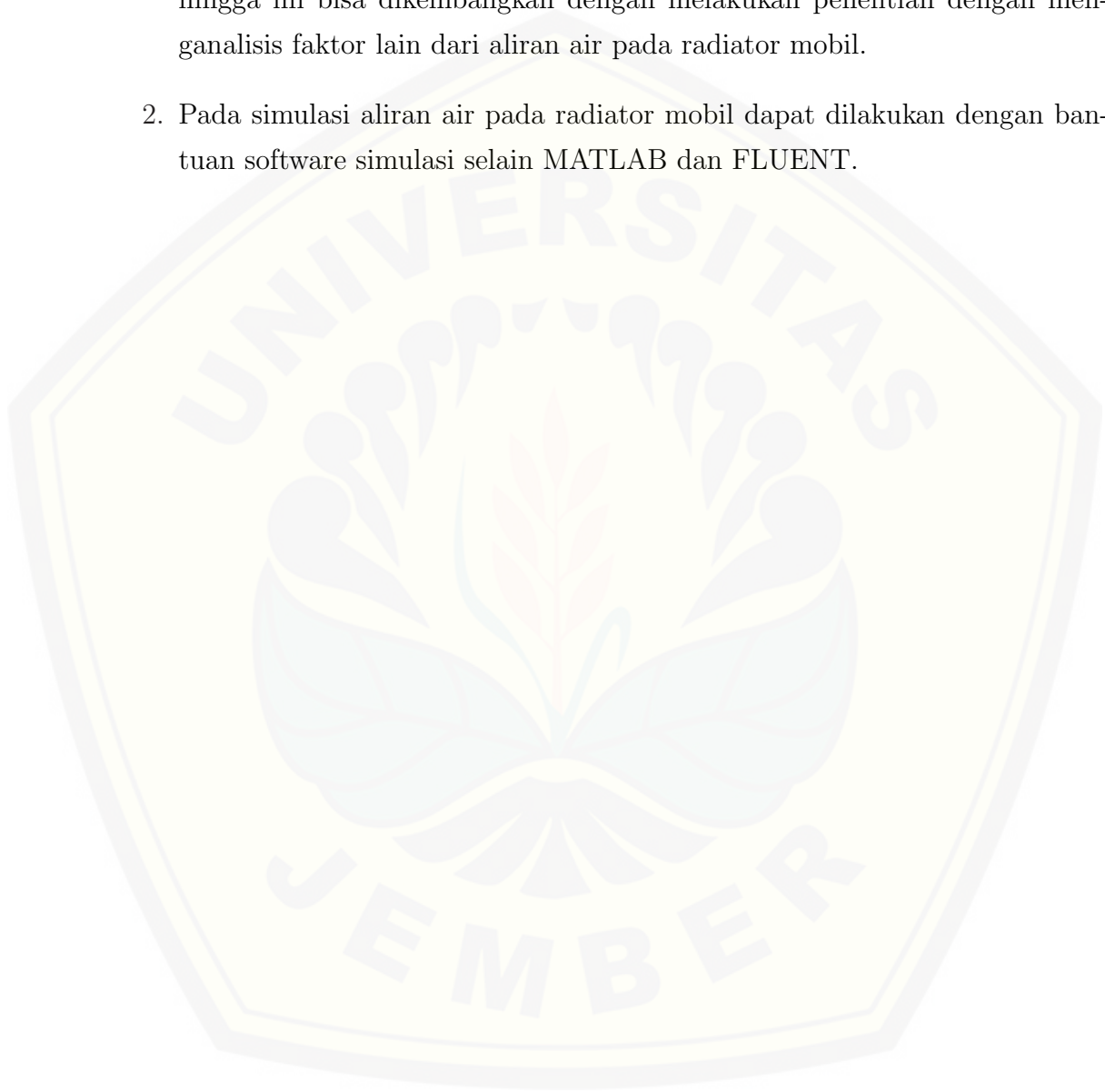
$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial m c u \phi_0}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (5.1)$$

2. Temperatur awal aliran sangat berpengaruh pada temperatur keluar air, semakin tinggi temperatur awal, maka akan semakin tinggi temperatur air yang keluar dari radiator. Pada temperatur awal  $90^\circ\text{C}$  mengalami penurunan temperatur menjadi  $71.4565^\circ\text{C}$ , sedangkan pada aliran dengan temperatur awal  $80^\circ\text{C}$  dan  $70^\circ\text{C}$  temperatur mengalami penurunan menjadi  $64.0136^\circ\text{C}$  dan  $54.1386^\circ\text{C}$ .
3. Kecepatan aliran sangat berpengaruh pada temperatur keluar air, semakin rendah kecepatan aliran, maka akan semakin rendah pula temperatur air saat keluar dari radiator. Pada aliran dengan temperatur awal  $90^\circ\text{C}$  dengan kecepatan  $0.5 \text{ m/s}$ , temperatur turun menjadi  $62.1846^\circ\text{C}$ , sedangkan untuk kecepatan  $0.6 \text{ m/s}$  dan  $0.7 \text{ m/s}$  temperatur turun menjadi  $65.8937^\circ\text{C}$  dan  $71.4565^\circ\text{C}$ .
4. Persamaan aliran air pada radiator mobil adalah model yang efektif dalam menyelesaikan pengaruh temperatur awal air yang masuk ke dalam radiator mobil dan juga kecepatan aliran dengan tingkat toleransi kesalahan perhitungan  $0.00000676$ .

## 5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai analisis aliran air pada radiator mobil:

1. Pemodelan aliran air pada radiator mobil menggunakan metode elemen hingga ini bisa dikembangkan dengan melakukan penelitian dengan menganalisis faktor lain dari aliran air pada radiator mobil.
2. Pada simulasi aliran air pada radiator mobil dapat dilakukan dengan bantuan software simulasi selain MATLAB dan FLUENT.





## DAFTAR PUSTAKA

- Affandi, R., D.S. Sjafei, M.F. Rahardjo, dan Sulistiono. 1992. *Iktiologi, Suatu Pedoman Kerja Laboratorium*. Bogor: Institut Pertanian Bogor.
- Arhami, M. dan Desiani, A. 2004. *Pemrograman Matlab*. Yogyakarta: Andi.
- Arikunto, S. 1998. *Prosedur Penelitian*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Aspley, D.D. 2007. *Quantitative Properties of F.D. Schemes, Lecture handout: CFD*. Manchester: University of Manchester.
- Chaojin, Zhizhu He, dan Jing Liu. (Februari, 2014) *MRI-based Finite Element Simulation on Radio Frequency Ablation of Thyroid Cancer*. Elsevier Inc.: Computer Methods and Programs in Biomedicine, Vol. 113, hal 529-538
- C. Junjanna G dkk. 2012. *Performance Improvement Of A Lower-Finned Automobile Radiator Using Conjugate Thermal CFD Analysis*. India: International Journal of Engineering Research and Technology.
- Dafik. 1999. *Matlab Dalam Matematika*. Jember: FKIP.
- Delavari, V. dan Seyed Hasan H. 2014. *CFD simulation of heat transfer enhancement of  $AL_2O_2$ /water and  $AL_2O_2$ /ethylene glycol nanofluid in a car radiator*. Tehran: Iran University of Science and Technology.
- Fatahillah, Arif. 2014. *Buku Pegangan Mata Kuliah Mathematical Modelling Computational Fluid Dynamics*. Jember: FKIP.
- Fatahillah, Dafik, EE Riastutik, Susanto. (Juni, 2014). *The Analysis of Air Circulation on Coffee Plantation Based on the Level of Plants Roughness and Diamond Ladder Graph Cropping Pattern using Finite Volume Method*. Unej, No. 9, Vol. 7, hal 28
- Jack. 2006. *Metode Numerik*. Lampung: UNILA.
- Jember, Universitas. 2010. *Pedoman Penulisan Karya Ilmiah*. Jember: Jember University Press.

- Kejuruan, Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah. 2005. *OVERHAUL KOMPONEN SISTEM PENDINGIN*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.
- Leong, K.Y. dkk. 2010. *Performance investigation of an automotive car radiator operated with nanofluid-based coolants (nanofluid as a coolant in a radiator)*. Kuala Lumpur: University of Malaya.
- Moleong, Lexy J. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: Remaja.
- Pralhad and Schultz. (Mei, 2004). *Modeling of arterial stenosis and its applications to blood diseases*. Elsevier Inc.: Mathematical Biosciences, vol. 190, hal 203-220
- Risberg, Daniel dkk. 2015. *CFD modelling of radiators in buildings with user-defined wall functions*. Lule: Lule University of Technology.
- Rosa, Marcelo dan Jose Carlos. 2008. *Aerodynamic Study of Three-Dimensional Larynx Models Using Finite Element Methods*. Elsevier Inc.: Journal of Sound and Vibration, Vol. 311, hal 39-55
- Sofiati, H. 2007. *Konstruksi Model Matematika Dan Waktu Pemenuhan Kebutuhan Air Pada Kompleks Perumahan Kalimo'ok Kabupaten Sumenep*. Tidak Diterbitkan. Skripsi. Malang: Jurusan Matematika Fakultas Sains Dan Teknologi Universitas Islam Negeri Malang.
- Sudjana dan Ibrahim. 1989. *Penelitian dan Penilaian Pendidikan*. Bandung: Sinar Baru.
- Tuakia, Firman. 2008. *Dasar-Dasar CFD Menggunakan FLUENT*. Bandung: Informatika
- White, Frank M. 1986. *Mekanika Fluida*. Jakarta: Erlangga
- Widowati dan Sutimin. 2007. *Pemodelan Matematika*. Semarang: Universitas Diponegoro.
- Yusuf, D. 2010. *Analisa perbandingan Penggunaan Flens JIS 10 K Dengan PN 16 Pada Sistem Pemanas Muatan Yang Terdapat Di Kapal Tanker 6300 DWT Menggunakan Metode Finite Element*. Tidak Diterbitkan. Skripsi. Surabaya: Fakultas Teknologi Kelautan Institut Teknologi Sepuluh Novem-

ber.. Bandung: Informatika

Zauri, Ahmad Sufyan. 2014. *Analisis Numerik Aliran Darah Pada Penyempitan Pembuluh Darah Arteri Menggunakan Metode Numerik Volume Hingga*. Jember: Universitas Jember

Zhang, Y. 2005. *Indoor Air Quality Engineering*. Florida: CRC Press.

Parlaungan. 2008. *Pemodelan Matematika Untuk Peningkatan Bermatematika Siswa Sekolah Menengah Atas (SMA)*. <http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/6060/1/08E00228.pdf>. [19 Desember 2016]



LAMPIRAN A. FORMAT *PROGRAMMING* MATLABA.1 Format *Programming* Simulasi Temperatur Aliran Air Yang Dipengaruhi Oleh Temperatur Awal pada Radiator Mobil Menggunakan Metode Eksak

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('SIMULASI PROGRAM TEMPERATUR ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL');
disp('          dipengaruhi oleh temperatur awal          ');
disp('          Menggunakan Metode Eksak                    ');
disp('          Oleh :                                          ');
disp('          JUANDA BRAHMANTO                               ');
disp('          NIM 130210101078                               ');
disp('-----');

N=20;
u=input('masukkan kecepatan aliran = ');%kecepatan
T1=input('masukkan temperatur awal 1 = ');%temperatur
T2=input('masukkan temperatur awal 2 = ');%temperatur
T3=input('masukkan temperatur awal 3 = ');%temperatur
Tradiator=27;          %temperatur radiator
rho=1;                %massa jenis air
v=7;                  %volume air
m=rho*v;              %massa air
c=4.2;                %kalir jenis air
Q=5.187               %kalor yang dihasilkan radiator
ef1=c*(T1-Tradiator)/Q; %efisiensi
ef2=c*(T2-Tradiator)/Q; %efisiensi
ef3=c*(T3-Tradiator)/Q; %efisiensi
k1=ef1*c;             %koefisien
k2=ef2*c;             %koefisien
k3=ef3*c;             %koefisien
miu=0.025;           %koefisien gesek
l=(N-1)*0.1;
%ng=2*N+1;
%disp(['Banyaknya node global y:',num2str(ng)]);
t=8;
%t=input('masukkan waktu = ');
dt=1;
ng=2*N+1;

```

```

%Matriks
a1kecil=[(-1*m*c*u/2-(3*k1/l)) (-2*m*c*u/3) (m*c*u/6-(k1/l))
          (2*m*c*u/3+(4*k1/l)) (0) (-2*m*c*u/3+(4*k1/l))
          (-1*m*c*u/6-(k1/l)) (2*m*c*u/3) (m*c*u/2-(k1/l))];
a2kecil=[(-1*m*c*u2/2-(3*k2/l)) (-2*m*c*u2/3) (m*c*u2/6-(k2/l))
          (2*m*c*u2/3+(4*k2/l)) (0) (-2*m*c*u2/3+(4*k2/l))
          (-1*m*c*u2/6-(k2/l)) (2*m*c*u2/3) (m*c*u2/2-(k2/l))];
a3kecil=[(-1*m*c*u3/2-(3*k3/l)) (-2*m*c*u3/3) (m*c*u3/6-(k3/l))
          (2*m*c*u3/3+(4*k3/l)) (0) (-2*m*c*u3/3+(4*k3/l))
          (-1*m*c*u3/6-(k3/l)) (2*m*c*u3/3) (m*c*u3/2-(k3/l))];
a1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a2besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a3besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a1kecil;
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a2kecil;
    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a3kecil;
end;
b1kecil=[4*1/30 2*1/30 -1*1/30;
          2*1/30 16*1/30 2*1/30;
          -1*1/30 2*1/30 4*1/30];
b1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+b1kecil;
end

%D adalah matriks di ruas kiri
D1=a1besar+2/dt*b1besar;
D2=a2besar+2/dt*b1besar;
D3=a3besar+2/dt*b1besar;
%E adalah matriks di ruas kanan
E1=a1besar-2/dt*b1besar;
E2=a2besar-2/dt*b1besar;
E3=a3besar-2/dt*b1besar;

T1_old=zeros(2*N+1,1);

```

```
T1_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u/l;  
T1_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u/l;  
T1_old(1,1)=2*4*miu*u/l;  
T1_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u/l;  
T1_all=T1_old;
```

```
T2_old=zeros(2*N+1,1);  
T2_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u/l;  
T2_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u/l;  
T2_old(1,1)=2*4*miu*u/l;  
T2_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u/l;  
T2_all=T2_old;
```

```
T3_old=zeros(2*N+1,1);  
T3_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u/l;  
T3_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u/l;  
T3_old(1,1)=2*4*miu*u/l;  
T3_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u/l;  
T3_all=T3_old;
```

```
D1baru=D1;  
D1baru(1,:)=0;  
D1baru(1,1)=1;  
T1_new=D1baru\T1_old;  
T1_all=[T1_all T1_new];  
T1_old=T1_new;
```

```
D2baru=D2;  
D2baru(1,:)=0;  
D2baru(1,1)=1;  
T2_new=D2baru\T2_old;  
T2_all=[T2_all T2_new];  
T2_old=T2_new;
```

```
D3baru=D3;  
D3baru(1,:)=0;  
D3baru(1,1)=1;  
T3_new=D3baru\T3_old;  
T3_all=[T3_all T3_new];  
T3_old=T3_new;  
figure;
```

```
for i=1:t
    T1_new=D1\(-E1*T1_old);
    T1_all=[T1_all T1_new];
    T1_old=T1_new;
    T2_new=D2\(-E2*T2_old);
    T2_all=[T2_all T2_new];
    T2_old=T2_new;
    T3_new=D3\(-E3*T3_old);
    T3_all=[T3_all T3_new];
    T3_old=T3_new;
end

figure;
grafik1=Tmasuk+(mean(T1_all))
plot(grafik1,'-or');
hold on;
grafik2=Tmasuk+(mean(T2_all))
plot(grafik2,'-og');
hold on;
grafik3=Tmasuk+(mean(T3_all))
plot(grafik3,'-ob');
hold on;
title('GRAFIK SOLUSI NUMERIK ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL
      DENGAN METODE EKSAK',... 'color',[0 0 1], 'fontweight','bold'
      , 'fontsize',12);
xlabel('Waktu (detik)', 'color',[0 0 1],...
      'fontweight','bold', 'fontsize',10); ylabel('Temperatur air
      (celcius)', 'color',[0 0 1],... 'fontweight','bold', 'fontsize',10);
legend((strcat('kecepatan ',num2str(u1))),(strcat('kecepatan ',
num2str(u2))),(strcat('kecepatan ',num2str(u3))));
```

## A.2 Format *Programming* Simulasi Temperatur Aliran Air Yang Dipengaruhi Oleh Temperatur Awal pada Radiator Mobil Menggunakan Metode Gauss Seidel

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('SIMULASI PROGRAM TEMPERATUR ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL');
disp('          dipengaruhi oleh temperatur awal          ');
disp('          Menggunakan Metode Gauss-Seidel          ');
disp('          Oleh :          ');
disp('          JUANDA BRAHMANTO          ');
disp('          NIM 130210101078          ');
disp('-----');

N=20;
u=input('masukkan kecepatan aliran = ');%kecepatan
T1=input('masukkan temperatur awal 1 = ');%temperatur
T2=input('masukkan temperatur awal 2 = ');%temperatur
T3=input('masukkan temperatur awal 3 = ');%temperatur
Tradiator=27;          %temperatur radiator
rho=1;          %massa jenis air
v=7;          %volume air
m=rho*v;          %massa air
c=4.2;          %kalir jenis air
Q=5.187          %kolor yang dihasilkan radiator
ef1=c*(T1-Tradiator)/Q; %efisiensi
ef2=c*(T2-Tradiator)/Q; %efisiensi
ef3=c*(T3-Tradiator)/Q; %efisiensi
k1=ef1*c;          %koefisien
k2=ef2*c;          %koefisien
k3=ef3*c;          %koefisien
miu=0.025;          %koefisien gesek
l=(N-1)*0.1;
%ng=2*N+1;
%disp(['Banyaknya node global y:',num2str(ng)]);
t=8;
%t=input('masukkan waktu = ');
dt=1;
ng=2*N+1;

```



```

%Matriks
a1kecil=[(-1*m*c*u/2-(3*k1/l)) (-2*m*c*u/3) (m*c*u/6-(k1/l))
          (2*m*c*u/3+(4*k1/l)) (0) (-2*m*c*u/3+(4*k1/l))
          (-1*m*c*u/6-(k1/l)) (2*m*c*u/3) (m*c*u/2-(k1/l))];
a2kecil=[(-1*m*c*u2/2-(3*k2/l)) (-2*m*c*u2/3) (m*c*u2/6-(k2/l))
          (2*m*c*u2/3+(4*k2/l)) (0) (-2*m*c*u2/3+(4*k2/l))
          (-1*m*c*u2/6-(k2/l)) (2*m*c*u2/3) (m*c*u2/2-(k2/l))];
a3kecil=[(-1*m*c*u3/2-(3*k3/l)) (-2*m*c*u3/3) (m*c*u3/6-(k3/l))
          (2*m*c*u3/3+(4*k3/l)) (0) (-2*m*c*u3/3+(4*k3/l))
          (-1*m*c*u3/6-(k3/l)) (2*m*c*u3/3) (m*c*u3/2-(k3/l))];
a1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a2besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a3besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
        a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a1kecil;
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
        a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a2kecil;
    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
        a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a3kecil;
end;
b1kecil=[4*l/30 2*l/30 -1*l/30;
          2*l/30 16*l/30 2*l/30;
          -1*l/30 2*l/30 4*l/30];
b1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
        b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+b1kecil;
end

%D adalah matriks di ruas kiri
D1=a1besar+2/dt*b1besar;
D2=a2besar+2/dt*b1besar;
D3=a3besar+2/dt*b1besar;
%E adalah matriks di ruas kanan
E1=a1besar-2/dt*b1besar;
E2=a2besar-2/dt*b1besar;
E3=a3besar-2/dt*b1besar;

T1_old=zeros(2*N+1,1);
T1_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u/l;

```

```
T1_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u/l;  
T1_old(1,1)=2*4*miu*u/l;  
T1_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u/l;  
T1_all=T1_old;
```

```
T2_old=zeros(2*N+1,1);  
T2_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u/l;  
T2_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u/l;  
T2_old(1,1)=2*4*miu*u/l;  
T2_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u/l;  
T2_all=T2_old;
```

```
T3_old=zeros(2*N+1,1);  
T3_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u/l;  
T3_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u/l;  
T3_old(1,1)=2*4*miu*u/l;  
T3_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u/l;  
T3_all=T3_old;
```

```
D1baru=D1;  
D1baru(1,:)=0;  
D1baru(1,1)=1;  
T1_new=D1baru\T1_old;  
T1_all=[T1_all T1_new];  
T1_old=T1_new;
```

```
D2baru=D2;  
D2baru(1,:)=0;  
D2baru(1,1)=1;  
T2_new=D2baru\T2_old;  
T2_all=[T2_all T2_new];  
T2_old=T2_new;
```

```
D3baru=D3;  
D3baru(1,:)=0;  
D3baru(1,1)=1;  
T3_new=D3baru\T3_old;  
T3_all=[T3_all T3_new];  
T3_old=T3_new;
```

```
figure;  
for i=1:t
```

```

T1_new=D1\(-E1*T1_old);
T1_all=[T1_all T1_new];
T1_old=T1_new;
T2_new=D2\(-E2*T2_old);
T2_all=[T2_all T2_new];
T2_old=T2_new;
T3_new=D3\(-E3*T3_old);
T3_all=[T3_all T3_new];
T3_old=T3_new;
end

%Gauss-Seidel
T=0.01;          %Toleransi
X0=zeros(2*N+1,1);
X0(1:2*N+1)=1.001;
H=X0';
eps=0.0157;
w=length(1);
X1=X0;
X2=X0;
X3=X0;
for k=1:N
    for i=1:w
        S1=T1_old(i)-T1_new(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-T1_new(i,i+1:w)*
X0(i+1:w);
        X1(i)=S1/T1_new(i,i);
        S2=T2_old(i)-T2_new(i,1:i-1)*X2(1:i-1)-T1_new(i,i+1:w)*
X0(i+1:w);
        X2(i)=S2/T2_new(i,i);
        S3=T3_old(i)-T3_new(i,1:i-1)*X3(1:i-1)-T3_new(i,i+1:w)*
X0(i+1:w);
        X3(i)=S3/T3_new(i,i);
    end
    e=abs(X2-X0);
    error=norm(e);
    reller=error/(norm(X2)*eps);
    X0=X2;
    H=[H,X0'];
    if(error<T)|(reller<T)
        break
    end
end

```

```
end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reeller)]);
H;
X1;
figure;
grafik1=Tmasuk+(mean(T1_all))
plot(grafik1,'-or');
hold on;
grafik2=Tmasuk+(mean(T2_all))
plot(grafik2,'-og');
hold on;
grafik3=Tmasuk+(mean(T3_all))
plot(grafik3,'-ob');
hold on;
title('GRAFIK SOLUSI NUMERIK ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL
      DENGAN METODE GAUSS-SEIDEL',...,'color',[0 0 1],'fontweight','bold',
      'fontsize',12);
xlabel('Waktu (detik)','color',[0 0 1],...
      'fontweight','bold','fontsize',10); ylabel('Temperatur air
      (celcius)','color',[0 0 1],...,'fontweight','bold','fontsize',10);
legend((strcat('kecepatan ',num2str(u1))),(strcat('kecepatan ',
      num2str(u2))),(strcat('kecepatan ',num2str(u3))));
```

### A.3 Format *Programming* Simulasi Perubahan Temperatur Aliran Air Yang Dipengaruhi Oleh Kecepatan Aliran pada Radiator Mobil Menggunakan Metode Biasa

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('SIMULASI PROGRAM TEMPERATUR ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL');
disp('          dipengaruhi oleh kecepatan aliran          ');
disp('          Menggunakan Metode Eksak                    ');
disp('          Oleh :                                         ');
disp('          JUANDA BRAHMANTO                               ');
disp('          NIM 130210101078                               ');
disp('-----');

N=20;
Tmasuk=input('masukkan temperatur awal aliran = ');%rempertatur
u1=input('masukkan kecepatan aliran 1 = ');%kecepatan
u2=input('masukkan kecepatan aliran 2 = ');%kecepatan
u3=input('masukkan kecepatan aliran 3 = ');%kecepatan
Tradiator=27;          %temperatur radiator
rho=1;                %massa jenis air
v=7;                  %volume air
m=rho*v;              %massa air
c=4.2;                %kalir jenis air
Q=5.187               %kalor yang dihasilkan radiator
ef=c*(Tmasuk-Tradiator)/Q; %efisiensi
k=ef*c;                %koefisien
miu=0.025;            %koefisien gesek
l=(N-1)*0.1;
%ng=2*N+1;
%disp(['Banyaknya node global y:',num2str(ng)]);
t=8;
%t=input('masukkan waktu = ');
dt=1;
ng=2*N+1;

%Matriks
a1kecil=[(-1*m*c*u1/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u1/3) (m*c*u1/6-(k/l))
          (2*m*c*u1/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u1/3+(4*k/l))
          (-1*m*c*u1/6-(k/l)) (2*m*c*u1/3) (m*c*u1/2-(k/l))];

```

```

a2kecil=[(-1*m*c*u2/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u2/3) (m*c*u2/6-(k/l))
          (2*m*c*u2/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u2/3+(4*k/l))
          (-1*m*c*u2/6-(k/l)) (2*m*c*u2/3) (m*c*u2/2-(k/l))];
a3kecil=[(-1*m*c*u3/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u3/3) (m*c*u3/6-(k/l))
          (2*m*c*u3/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u3/3+(4*k/l))
          (-1*m*c*u3/6-(k/l)) (2*m*c*u3/3) (m*c*u3/2-(k/l))];
a1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a2besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a3besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a1kecil;
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a2kecil;
    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a3kecil;
end;
b1kecil=[4*1/30 2*1/30 -1*1/30;
          2*1/30 16*1/30 2*1/30;
          -1*1/30 2*1/30 4*1/30];
b1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+b1kecil;
end

%D adalah matriks di ruas kiri
D1=a1besar+2/dt*b1besar;
D2=a2besar+2/dt*b1besar;
D3=a3besar+2/dt*b1besar;
%E adalah matriks di ruas kanan
E1=a1besar-2/dt*b1besar;
E2=a2besar-2/dt*b1besar;
E3=a3besar-2/dt*b1besar;

T1_old=zeros(2*N+1,1);
T1_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u1/l;
T1_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u1/l;
T1_old(1,1)=2*4*miu*u1/l;
T1_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u1/l;
T1_all=T1_old;

```

```
T2_old=zeros(2*N+1,1);
T2_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u2/l;
T2_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u2/l;
T2_old(1,1)=2*4*miu*u2/l;
T2_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u2/l;
T2_all=T2_old;
```

```
T3_old=zeros(2*N+1,1);
T3_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u3/l;
T3_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u3/l;
T3_old(1,1)=2*4*miu*u3/l;
T3_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u3/l;
T3_all=T3_old;
```

```
D1baru=D1;
D1baru(1,:)=0;
D1baru(1,1)=1;
T1_new=D1baru\T1_old;
T1_all=[T1_all T1_new];
T1_old=T1_new;
```

```
D2baru=D2;
D2baru(1,:)=0;
D2baru(1,1)=1;
T2_new=D2baru\T2_old;
T2_all=[T2_all T2_new];
T2_old=T2_new;
```

```
D3baru=D3;
D3baru(1,:)=0;
D3baru(1,1)=1;
T3_new=D3baru\T3_old;
T3_all=[T3_all T3_new];
T3_old=T3_new;
```

```
figure;
```

```
for i=1:t
```

```
    T1_new=D1\(-E1*T1_old);
    T1_all=[T1_all T1_new];
    T1_old=T1_new;
    T2_new=D2\(-E2*T2_old);
```

```
T2_all=[T2_all T2_new];
T2_old=T2_new;
T3_new=D3\(-E3*T3_old);
T3_all=[T3_all T3_new];
T3_old=T3_new;
end

figure;
grafik1=Tmasuk+(mean(T1_all))
plot(grafik1,'-or');
hold on;
grafik2=Tmasuk+(mean(T2_all))
plot(grafik2,'-og');
hold on;
grafik3=Tmasuk+(mean(T3_all))
plot(grafik3,'-ob');
hold on;
title('GRAFIK SOLUSI NUMERIK ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL
      DENGAN METODE EKSAK',... 'color',[0 0 1], 'fontweight','bold'
      , 'fontsize',12);
xlabel('Waktu (detik)', 'color',[0 0 1],...
      'fontweight','bold', 'fontsize',10); ylabel('Temperatur air
      (celcius)', 'color',[0 0 1],... 'fontweight','bold', 'fontsize',10);
legend((strcat('kecepatan ',num2str(u1))),(strcat('kecepatan ',
      num2str(u2))),(strcat('kecepatan ',num2str(u3))));
```



#### A.4 Format *Programming* Simulasi Perubahan Temperatur Aliran Air Yang Dipengaruhi Oleh Kecepatan Aliran pada Radiator Mobil Menggunakan Metode Gauss Seidel

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('SIMULASI PROGRAM TEMPERATUR ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL');
disp('          dipengaruhi oleh kecepatan aliran          ');
disp('          Menggunakan Metode Gauss Seidel           ');
disp('          Oleh :                                       ');
disp('          JUANDA BRAHMANTO                             ');
disp('          NIM 130210101078                             ');
disp('-----');

N=20;
Tmasuk=input('masukkan temperatur awal aliran = ');%rempertatur
u1=input('masukkan kecepatan aliran 1 = ');%kecepatan
u2=input('masukkan kecepatan aliran 2 = ');%kecepatan
u3=input('masukkan kecepatan aliran 3 = ');%kecepatan
Tradiator=27;          %temperatur radiator
rho=1;                %massa jenis air
v=7;                  %volume air
m=rho*v;              %massa air
c=4.2;                %kalir jenis air
Q=5.187               %kalor yang dihasilkan radiator
ef=c*(Tmasuk-Tradiator)/Q; %efisiensi
k=ef*c;               %koefisien
miu=0.025;            %koefisien gesek
l=(N-1)*0.1;
%ng=2*N+1;
%disp(['Banyaknya node global y:',num2str(ng)]);
t=8;
%t=input('masukkan waktu = ');
dt=1;
ng=2*N+1;

%Matriks
a1kecil=[(-1*m*c*u1/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u1/3) (m*c*u1/6-(k/l))
          (2*m*c*u1/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u1/3+(4*k/l))
          (-1*m*c*u1/6-(k/l)) (2*m*c*u1/3) (m*c*u1/2-(k/l))];

```

```

a2kecil=[(-1*m*c*u2/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u2/3) (m*c*u2/6-(k/l))
          (2*m*c*u2/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u2/3+(4*k/l))
          (-1*m*c*u2/6-(k/l)) (2*m*c*u2/3) (m*c*u2/2-(k/l))];
a3kecil=[(-1*m*c*u3/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u3/3) (m*c*u3/6-(k/l))
          (2*m*c*u3/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u3/3+(4*k/l))
          (-1*m*c*u3/6-(k/l)) (2*m*c*u3/3) (m*c*u3/2-(k/l))];
a1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a2besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a3besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a1kecil;
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a2kecil;
    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a3kecil;
end;
b1kecil=[4*1/30 2*1/30 -1*1/30;
          2*1/30 16*1/30 2*1/30;
          -1*1/30 2*1/30 4*1/30];
b1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+b1kecil;
end

%D adalah matriks di ruas kiri
D1=a1besar+2/dt*b1besar;
D2=a2besar+2/dt*b1besar;
D3=a3besar+2/dt*b1besar;
%E adalah matriks di ruas kanan
E1=a1besar-2/dt*b1besar;
E2=a2besar-2/dt*b1besar;
E3=a3besar-2/dt*b1besar;

T1_old=zeros(2*N+1,1);
T1_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u1/l;
T1_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u1/l;
T1_old(1,1)=2*4*miu*u1/l;
T1_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u1/l;
T1_all=T1_old;

```

```
T2_old=zeros(2*N+1,1);
T2_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u2/l;
T2_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u2/l;
T2_old(1,1)=2*4*miu*u2/l;
T2_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u2/l;
T2_all=T2_old;
```

```
T3_old=zeros(2*N+1,1);
T3_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u3/l;
T3_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u3/l;
T3_old(1,1)=2*4*miu*u3/l;
T3_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u3/l;
T3_all=T3_old;
```

```
D1baru=D1;
D1baru(1,:)=0;
D1baru(1,1)=1;
T1_new=D1baru\T1_old;
T1_all=[T1_all T1_new];
T1_old=T1_new;
```

```
D2baru=D2;
D2baru(1,:)=0;
D2baru(1,1)=1;
T2_new=D2baru\T2_old;
T2_all=[T2_all T2_new];
T2_old=T2_new;
```

```
D3baru=D3;
D3baru(1,:)=0;
D3baru(1,1)=1;
T3_new=D3baru\T3_old;
T3_all=[T3_all T3_new];
T3_old=T3_new;
```

```
figure;
```

```
for i=1:t
```

```
    T1_new=D1\(-E1*T1_old);
    T1_all=[T1_all T1_new];
    T1_old=T1_new;
    T2_new=D2\(-E2*T2_old);
```

```

    T2_all=[T2_all T2_new];
    T2_old=T2_new;
    T3_new=D3\(-E3*T3_old);
    T3_all=[T3_all T3_new];
    T3_old=T3_new;
end

%Gauss-Seidel
T=0.01;           %Toleransi
X0=zeros(2*N+1,1);
X0(1:2*N+1)=1.001;
H=X0';
eps=0.0157;
w=length(1);
X1=X0;
X2=X0;
X3=X0;
for k=1:N
    for i=1:w
        S1=T1_old(i)-T1_new(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-T1_new(i,i+1:w)*
            X0(i+1:w);
        X1(i)=S1/T1_new(i,i);
        S2=T2_old(i)-T2_new(i,1:i-1)*X2(1:i-1)-T1_new(i,i+1:w)*
            X0(i+1:w);
        X2(i)=S2/T2_new(i,i);
        S3=T3_old(i)-T3_new(i,1:i-1)*X3(1:i-1)-T3_new(i,i+1:w)*
            X0(i+1:w);
        X3(i)=S3/T3_new(i,i);
    end
    e=abs(X2-X0);
    error=norm(e);
    reller=error/(norm(X2)*eps);
    X0=X2;
    H=[H,X0'];
    if(error<T)|(reller<T)
        break
    end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
H;

```

```
X1;
T1_all=[T1_all];
Tall1_plot=[Tall1_plot];
T2_all=[T2_all];
Tall2_plot=[Tall2_plot];
T3_all=[T3_all];
Tall3_plot=[Tall3_plot];

figure;
grafik1=Tmasuk+(mean(T1_all))
plot(grafik1,'-or');
hold on;
grafik2=Tmasuk+(mean(T2_all))
plot(grafik2,'-og');
hold on;
grafik3=Tmasuk+(mean(T3_all))
plot(grafik3,'-ob');
hold on;
title('GRAFIK SOLUSI NUMERIK ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL
      DENGAN METODE BIASA',... 'color',[0 0 1], 'fontweight','bold'
      , 'fontsize',12);
xlabel('Waktu (detik)', 'color',[0 0 1],...
      'fontweight','bold', 'fontsize',10); ylabel('Temperatur air
      (celcius)', 'color',[0 0 1],... 'fontweight','bold', 'fontsize',10);
legend((strcat('kecepatan ',num2str(u1))),(strcat('kecepatan ',
      num2str(u2))),(strcat('kecepatan ',num2str(u3))));
```

**LAMPIRAN B. HASIL SIMULASI MATLAB**

**B.1 Hasil Simulasi Perubahan Temperatur Aliran Air Yang Dipengaruhi Oleh Temperatur Awal pada Radiator Mobil Dengan Temperatur Awal 70°C, 80°C, 90°C dengan kecepatan 0.7 m/s menggunakan Metode Eksak**

Detik ke-	70°C	80°C	90°C
1	70.0000	80.0000	90.0000
2	69.9133	79.8934	89.9362
3	69.7330	79.6891	89.8191
4	69.6236	79.5689	89.7144
5	69.3391	79.2319	89.4048
6	68.5743	78.4204	88.7606
7	67.5033	77.3293	87.6550
8	65.5125	75.2133	85.2793
9	61.4570	71.1069	80.5861
10	54.1387	64.0134	71.4562

**B.2 Hasil Simulasi Perubahan Temperatur Aliran Air Yang Dipengaruhi Oleh Kecepatan Aliran pada Radiator Mobil Dengan Temperatur Awal 90°C dengan kecepatan 0.5 m/s, 0.6 m/s, dan 0.7 m/s menggunakan Metode Eksak**

Detik ke-	0.5 m/s	0.6 m/s	0.7 m/s
1	90.0000	90.0000	90.0000
2	89.9362	89.9170	89.9043
3	89.8191	89.7649	89.7287
4	89.7144	89.6287	89.5716
5	89.4048	89.2262	89.1072
6	88.7606	88.3887	88.1409
7	87.6550	86.9515	86.4825
8	85.2793	83.8631	82.9190
9	80.5861	77.7620	75.8792
10	71.4562	65.8931	62.1843

**B.3 Hasil Simulasi Perubahan Temperatur Aliran Air Yang Dipengaruhi Oleh Temperatur Awal pada Radiator Mobil Dengan Temperatur Awal 70°C, 80°C, 90°C dengan kecepatan 0.7 m/s menggunakan Metode Gauss-Seidel**

Detik ke-	70°C	80°C	90°C
1	70.0000	80.0000	90.0000
2	69.9132	79.8932	89.9364
3	69.7334	79.6894	89.8196
4	69.6237	79.5681	89.7142
5	69.3393	79.2315	89.4044
6	68.5749	78.4202	88.7600
7	67.5031	77.3292	87.6553
8	65.5121	75.2130	85.2795
9	61.4573	71.1065	80.5864
10	54.1386	64.0136	71.4565



**B.4 Hasil Simulasi Perubahan Temperatur Aliran Air Yang Dipengaruhi Oleh Kecepatan Aliran pada Radiator Mobil Dengan Temperatur Awal 90°C dengan kecepatan 0.5 m/s, 0.6 m/s, dan 0.7 m/s menggunakan Metode Gauss Seidel**

Detik ke-	0.5 m/s	0.6 m/s	0.7 m/s
1	90.0000	90.0000	90.0000
2	89.9364	89.9179	89.9041
3	89.8196	89.7647	89.7288
4	89.7142	89.6286	89.5711
5	89.4044	89.2263	89.1074
6	88.7600	88.3884	88.1405
7	87.6553	86.9518	86.4827
8	85.2795	83.8634	82.9193
9	80.5864	77.7625	75.8794
10	71.4565	65.8937	62.1846

LAMPIRAN C. HASIL PERHITUNGAN *ERROR RELATIF*

## C Hasil Perhitungan Error Relatif Temperatur Aliran Air pada Radiator Mobil dengan Temperatur Awal 90°C dengan kecepatan 0.7 m/s

Detik ke-	Temperatur	<i>Error Mutlak</i>	<i>Error Relatif</i>
1	90.0000	0.0000	0.00000000
2	89.9362	0.0002	0.00000222
3	89.8191	0.0005	0.00000557
4	89.7144	0.0002	0.00000223
5	89.4048	0.0004	0.00000447
6	88.7606	0.0006	0.00000676
7	87.6550	0.0003	0.00000342
8	85.2793	0.0002	0.00000235
9	80.5861	0.0003	0.00000372
10	71.4562	0.0003	0.00000420

*Error mutlak* merupakan selisih antara hasil perhitungan menggunakan metode eksak dan metode Gauss-Seidel. Sedangkan untuk *error relatif* merupakan pembagian antara *error mutlak* dengan perhitungan dengan metode eksak.

LAMPIRAN D. MONOGRAF



# PEMODELAN MATEMATIKA

PEMODELAN DAN PENYELESAIAN NUMERIK ALIRAN FLUIDA PADA RADIATOR MOBIL TIPE SR (SINGLE ROW) MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA SEBAGAI MONOGRAF



UNIVERSITAS JEMBER  
2017

## BAB 1. PENDAHULUAN

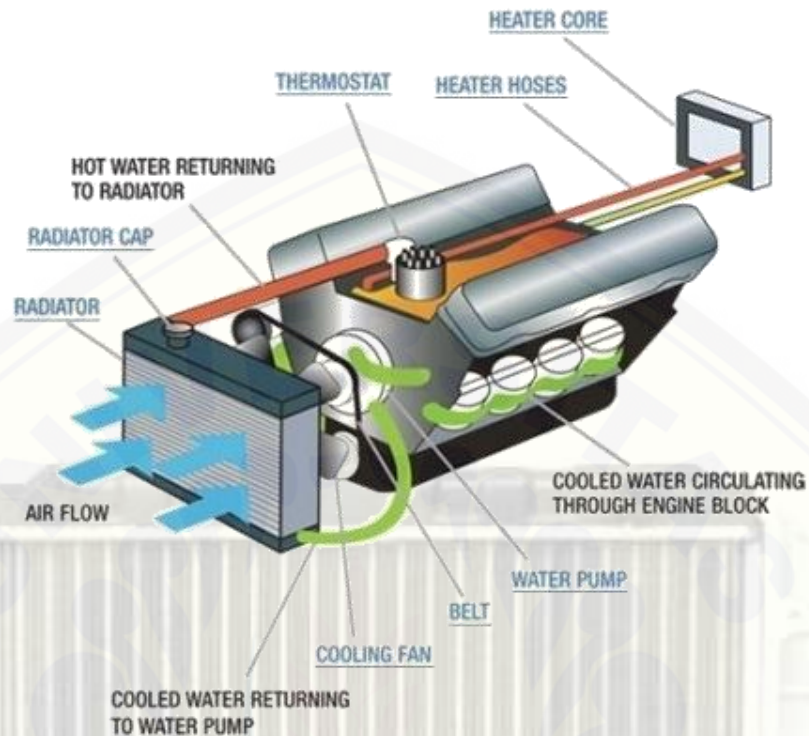
Cabang ilmu dari matematika sangat beraneka ragam, salah satunya yaitu pemodelan matematika. Pemodelan matematika merupakan cabang ilmu matematika yang berusaha untuk merepresentasikan dan menjelaskan sistem fisik atau problem dunia ini menjadi lebih tepat.

Dalam memodelkan persamaan matematika di dunia nyata merupakan analisis yang kompleks, karena selain objek yang dianalisis tidak teratur, maka model matematika dirumuskan dalam bentuk non linear. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah metode numerik elemen hingga karena sesuai untuk diterapkan pada masalah tersebut. Model matematika yang telah terbentuk akan didiskritisasi menggunakan MATLAB untuk melakukan perhitungan. Simulasi aliran fluida untuk melihat sirkulasi fluida pada radiator menggunakan FLUENT. FLUENT merupakan salah satu software CFD (*Computational Fluid Dynamics*) sehingga akan didapat gambaran sesuai dengan sebenarnya.

## BAB 2. KONSTRUKSI MODEL MATEMATIKA

### 2.1. Radiator Mobil

Radiator berfungsi untuk mendinginkan cairan pendingin yang telah panas setelah melalui saluran water jacket. Bagian-bagian radiator antara lain: tangki air bagian atas (*upper water tank*), tangki air bagian bawah (*lower water tank*) dan inti radiator (*radiator core*). Cairan pendingin masuk ke tangki air bagian atas melalui selang atas. Pada tangki air bagian atas dilengkapi dengan lubang pengisian air dan saluran kecil yang menuju ke tangki cadangan. Pada tangki air bagian bawah dilengkapi dengan lubang penguras untuk mengeluarkan air pendingin pada saat mengganti cairan pendingin. Inti radiator terdiri atas pipa-pipa (*tube*) yang dapat dilalui air dari tangki atas ke tangki bawah. Disamping itu juga dilengkapi dengan sirip-sirip pendingin (*fin*) yang fungsinya untuk menyerap panas dari air pendingin. Biasanya radiator terletak di depan kendaraan sehingga radiator dapat didinginkan oleh gerakan kendaraan tersebut.



## 2.2. Persamaan Massa

Persamaan massa dibentuk berdasarkan hukum kekekalan massa yang diturunkan melalui persamaan diferensial gerak fluida dengan meninjau volume keunsuran atau sistem keunsuran.

Persamaan massa untuk aliran air pada radiator mobil ditunjukkan pada persamaan berikut :

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial m c u \phi_0}{\partial y} = \Sigma F \quad (2.1)$$

*Force* (F) merupakan gaya. Gaya-gaya yang bekerja pada proses ini adalah :

1. Gaya kekentalan zat ( $\mu$ )
2. Kecepatan ( $u$ )
3. Nilai efisiensi

4. Kalor ( $Q$ )

sehingga, persamaan gaya yang bekerja pada aliran air dalam radiator adalah :

$$F = \nabla_{Tij} + k\nabla^2 T \quad (2.2)$$

dimana

$$\begin{aligned} \nabla_{Tij} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ k &= \text{efisiensi} \times c \\ \nabla^2 T &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dengan mensubtitusikan Persamaan (2.3) ke Persamaan (2.2), maka didapat persamaan gaya yang baru sebagai berikut:

$$F = \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right) \quad (2.4)$$

Sehingga, persamaan massa aliran air pada radiator adalah:

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial m c u \phi_0}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right) \quad (2.5)$$

### 2.3. Penurunan Persamaan Elemen Hingga

Setelah mendapatkan persamaan massa, maka persamaan tersebut akan diselesaikan dengan menggunakan metode elemen hingga. Persamaan tersebut akan diturunkan dengan pendekatan kuadratik. Pada pendekatan kuadratik fungsi tersebut adalah

$$C = \alpha_1 + \alpha_2 y + \alpha_3 y^2 \quad (2.6)$$

dengan

$$C = C_i \text{ dengan } y = 0$$

$$C = C_j \text{ dengan } y = \frac{l}{2}$$

$$C = C_k \text{ dengan } y = l$$

maka



$$\begin{aligned}\alpha_1 &= C_i \\ \alpha_2 &= \frac{4C_j - 3C_i - C_k}{l} \\ \alpha_3 &= \frac{2(C_i - 2C_j + C_k)}{l^2}\end{aligned}\tag{2.7}$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.5) ke persamaan (2.6) maka didapat

$$\begin{aligned}C &= C_i + \frac{4C_j - 3C_i - C_k}{l} y + (C_i - 2C_j + C_k) \frac{2}{l^2} y^2 \\ C &= C_i \left[ 1 - \frac{3y}{l} + \frac{2y^2}{l^2} \right] + C_j \left[ \frac{4y}{l} - \frac{4y^2}{l^2} \right] + C_k \left[ -\frac{y}{l^2} + \frac{2y^2}{l^2} \right] \\ C &= C_i \left[ 1 - \frac{2y}{l} \left( 1 - \frac{y}{l} \right) \right] + C_j \left[ \frac{4y}{l} - \left( 1 - \frac{y}{l} \right) \right] + C_k \left[ -\frac{y}{l} \left( 1 - \frac{2y}{l} \right) \right]\end{aligned}$$

atau dapat ditulis sebagai

$$C = N_i C_i + N_j C_j + N_k C_k$$

dengan

$$\begin{aligned}N_i &= \left( 1 - \frac{2y}{l} \right) \left( 1 - \frac{y}{l} \right) \\ N_j &= \frac{4y}{l} \left( 1 - \frac{y}{l} \right) \\ N_k &= -\frac{y}{l} \left( 1 - \frac{2y}{l} \right)\end{aligned}\tag{2.8}$$

Selanjutnya adalah penurunan persamaan massa dengan metode Galerkin, residu R adalah

$$R(C) = \frac{\partial \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial m c u \phi_0}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right)\tag{2.9}$$

dengan

$$R = \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right)\tag{2.10}$$

pembobotan R terhadap  $N_j$  memberikan :

$$\int_0^l \left( \frac{\partial (\Sigma N_i C_i)}{\partial t} + \frac{\partial m c u (\Sigma N_i C_i)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right) \right) N_j dx = \int_0^l \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) N_j dy\tag{2.11}$$

Persamaan (2.11) dapat diuraikan menjadi

$$\int_0^l \left( \frac{\partial(\Sigma N_i C_i)}{\partial t} \right) N_j dx + \int_0^l \left( \frac{\partial m c u (\Sigma N_i C_i)}{\partial x} \right) N_j dx - \int_0^l \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \right) \right) N_j dx = \int_0^l \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) N_j dx \quad (2.12)$$

kemudian mengintegrasikan parsial persamaan (2.12)

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} \int_0^l (\Sigma N_i) N_j dx + m c u C_i \int_0^l \frac{\partial \Sigma N_i}{\partial x} N_j dx - k C_i \frac{\partial \Sigma N_i}{\partial x} N_j \Big|_0^l = 2\mu u \frac{\partial N_j}{\partial x} \Big|_0^l \quad (2.13)$$

dapat ditulis sebagai :

$$\left[ m c u \int_0^l \frac{\partial \Sigma N_i}{\partial x} N_j dx - k C_i \frac{\partial \Sigma N_i}{\partial x} N_j \Big|_0^l \right] C_i + \frac{\partial C_i}{\partial t} \int_0^l (\Sigma N_i) N_j dx = 2\mu u \frac{\partial N_j}{\partial x} \Big|_0^l \quad (2.14)$$

Persamaan (2.14) dapat dituliskan sebagai persamaan matriks

$$|E| \{q\} + |E_t| \{\dot{q}\} = \{Q\}$$

Sehingga,

$$\left( m c u \int_0^l [B]^T [N] dx - k [B]^T [N] \Big|_0^l \right) C_i + \left( \int_0^l [N]^T [N] dx \right) \frac{\partial C_i}{\partial t} = 2\mu u [B] \quad (2.15)$$

dengan

$$\{\dot{q}\}^T = \left\{ \frac{\partial C_1}{\partial t}, \frac{\partial C_2}{\partial t}, \frac{\partial C_3}{\partial t} \right\}$$

$|E|, |E_t|$  = matriks – matriks sifat elemen

$\{Q\}$  = vektor parameter pemaksa elemen

Matrik-matriks tersebut dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$[E] = mcu \int_0^l [B]^T [N] dx - k[B]^T [N] \Big|_0^l$$

$$[E_t] = \int_0^l [N]^T [N] dx$$

$$\{Q\} = 2\mu u [B] \Big|_0^l$$

dengan [B] adalah matriks transformasi umum yang diperoleh dengan mengambil turunan dari Ck, sehingga didapatkan :

$$[B] = \left[ \left( \frac{4y}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left( \frac{4}{l} - \frac{8y}{l^2} \right) \left( \frac{4y}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \right] \quad (2.16)$$

Hasil dari matriks  $[E]$ ,  $[E_t]$ , dan  $\{Q\}$  adalah

$$[E] = mcu \int_0^l \begin{bmatrix} \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \\ \left( \frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \\ \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \end{bmatrix} \left[ \begin{array}{ccc} (1 - \frac{2x}{l})(1 - \frac{x}{l}) & (\frac{4x}{l}(1 - \frac{x}{l})) & (-\frac{x}{l}(1 - \frac{2x}{l})) \end{array} \right] dx - k \begin{bmatrix} \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \\ \left( \frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \\ \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \end{bmatrix} \left[ \begin{array}{ccc} (1 - \frac{2x}{l})(1 - \frac{x}{l}) & (\frac{4x}{l}(1 - \frac{x}{l})) & (-\frac{x}{l}(1 - \frac{2x}{l})) \end{array} \right] \Big|_0^l \quad (2.17)$$

selanjutnya didapat

$$[E] = mcu \int_0^l \left[ \begin{array}{ccc} \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \left( 1 - \frac{x}{l} \right) & \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left( \frac{4x}{l} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \right) & \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left( -\frac{x}{l} \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \\ \left( \frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \left( 1 - \frac{x}{l} \right) & \left( \frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left( \frac{4x}{l} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \right) & \left( \frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left( -\frac{x}{l} \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \\ \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \left( 1 - \frac{x}{l} \right) & \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left( \frac{4x}{l} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \right) & \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left( -\frac{x}{l} \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \end{array} \right] dx - k \left[ \begin{array}{ccc} \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \left( 1 - \frac{x}{l} \right) & \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left( \frac{4x}{l} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \right) & \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \left( -\frac{x}{l} \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \\ \left( \frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \left( 1 - \frac{x}{l} \right) & \left( \frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left( \frac{4x}{l} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \right) & \left( \frac{4}{l} - \frac{8x}{l^2} \right) \left( -\frac{x}{l} \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \\ \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \left( 1 - \frac{x}{l} \right) & \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left( \frac{4x}{l} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) \right) & \left( \frac{4x}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \left( -\frac{x}{l} \left( 1 - \frac{2x}{l} \right) \right) \end{array} \right] \Big|_0^l \quad (2.18)$$

dengan mengintegrasikan persamaan (2.18), maka didapatkan penyelesaian dalam bentuk matriks :

$$[E] = mcu \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ -\frac{2}{3} & 0 & -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} - \frac{k}{l} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

atau dapat ditulis sebagai

$$[E] = \begin{bmatrix} -\frac{mcu}{2} - \frac{3k}{l} & -\frac{2mcu}{3} & \frac{mcu}{6} - \frac{k}{l} \\ \frac{2mcu}{3} + \frac{4k}{l} & 0 & -\frac{2mcu}{3} + \frac{4k}{l} \\ -\frac{mcu}{6} - \frac{k}{l} & \frac{2mcu}{3} & \frac{mcu}{2} - \frac{k}{l} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Sedangkan untuk penurunan model  $|E_t|$  adalah

$$[E_t] = \int_0^l [N]^T [N] dx$$

atau dapat dituliskan dengan mengoperasikan perkalian dua matriks maka didapatkan bentuk

$$[E_t] = \int_0^l \begin{bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} dx$$

dengan memasukkan nilai-nilai dari persamaan (2.7) , maka didapat :

$$[E_t] = \int_0^l \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 & \left(\frac{4x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 & \left(-\frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2 \\ \left(\frac{4x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 & \left(\frac{4x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 & \left(\frac{4x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \\ \left(-\frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2 & \left(\frac{4x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left(1 - \frac{2x}{l}\right) & \left(-\frac{x}{l}\right)^2 \left(1 - \frac{2x}{l}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

dengan mengalikan masing-masing suku maka didapatkan :

$$[E_t] = \int_0^l \begin{bmatrix} \frac{4x^4}{l^4} - \frac{12x^3}{l^3} + \frac{13x^2}{l^2} - \frac{6x}{l} + 1 & -\frac{8x^4}{l^4} + \frac{20x^3}{l^3} - \frac{16x^2}{l^2} + \frac{4x}{l} & \frac{4x^4}{l^4} - \frac{8x^3}{l^3} + \frac{5x^2}{l^2} - \frac{x}{l} \\ -\frac{8x^4}{l^4} + \frac{20x^3}{l^3} - \frac{16x^2}{l^2} + \frac{4x}{l} & \frac{16x^4}{l^4} - \frac{32x^3}{l^3} + \frac{16x^2}{l^2} & -\frac{8x^4}{l^4} + \frac{12x^3}{l^3} - \frac{4x^2}{l^2} \\ \frac{4x^4}{l^4} - \frac{8x^3}{l^3} + \frac{5x^2}{l^2} - \frac{x}{l} & -\frac{8x^4}{l^4} + \frac{12x^3}{l^3} - \frac{4x^2}{l^2} & \frac{4x^4}{l^4} - \frac{4x^3}{l^3} + \frac{x^2}{l^2} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

dengan mengintegalkan persamaan (2.22), maka didapatkan :

$$[E_t] = \begin{bmatrix} \frac{2l}{15} & \frac{l}{15} & -\frac{l}{30} \\ \frac{l}{15} & \frac{8l}{15} & \frac{l}{15} \\ -\frac{l}{30} & \frac{l}{15} & \frac{2l}{15} \end{bmatrix}$$

Atau dapat ditulis

$$[E_t] = \frac{l}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Vektor parameter gaya {Q} dari persamaan (2.15) didapatkan :

$$\{Q\} = 2\mu u [B]_0^l$$

dengan mensubstitusikan nilai [B] dari persamaan (2.16) maka akan didapat :

$$\{Q\} = 2\mu u \left[ \left( \frac{4y}{l^2} - \frac{3}{l} \right) \quad \left( \frac{4}{l} - \frac{8y}{l^2} \right) \quad \left( \frac{4y}{l^2} - \frac{1}{l} \right) \right]_0^l \quad (2.24)$$

setelah menintegalkan persamaan (2.24) maka didapatkan:

$$\{Q\} = \frac{2\mu u}{l} \begin{bmatrix} 4 & -8 & 4 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

sehingga untuk vektor parameter pemaksa elemen didapatkan :

$$Q = \frac{2\mu u}{l} \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \\ 8 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 8 \\ -8 \\ 4 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

#### 2.4. Penyusunan Matriks Global

Berdasarkan matriks yang sudah didapat dari persamaan (2.20), (2.23) dan (2.26) maka kombinasi dari matriks-matriks elemen hingga  $n$  elemen memberikan persamaan penyusunan matriks global berbentuk matriks diagonal sebagai berikut :





## 2.5. Penyelesaian dalam Waktu

Persamaan matriks global selanjutnya akan diselesaikan dalam waktu. Persamaan matriks global dalam waktu tersebut dapat dituliskan :

$$[K]\{r\} + [K_t]\{\dot{r}\} = \{R\}$$

atau dapat ditulis sebagai :

$$[K](\theta\{r\}_{t+\Delta t} + (1-\theta)\{r\}_t) + [K_t]\left\{\theta\left\{\frac{\partial\{r\}}{\partial t}\right\}_{t+\Delta t} + (1-\theta)\left\{\frac{\partial\{r\}}{\partial t}\right\}_t\right\} = \{R\}_{t+\Delta t} \quad (2.28)$$

selanjutnya diambil  $\theta = \frac{1}{2}$ , maka akan diperoleh pola Crank-Nicholson dengan pola pendekatan :

$$\frac{1}{2}\left\{\left\{\frac{\partial\{r\}}{\partial t}\right\}_{t+\Delta t} + \left\{\frac{\partial\{r\}}{\partial t}\right\}_t\right\} \cong \frac{\{r\}_{t+\Delta t} - \{r\}_t}{\Delta t} \quad (2.29)$$

maka dengan pendekatan pola Crank-Nicholson persamaan (2.29) menjadi:

$$[K]\frac{1}{2}(\{r\}_{t+\Delta t} + \{r\}_t) + [K_t]\left\{\frac{\{r\}_{t+\Delta t} - \{r\}_t}{\Delta t}\right\} = \{R\}_{t+\Delta t} \quad (2.30)$$

atau dapat dituliskan menjadi

$$[K](\{r\}_{t+\Delta t} + \{r\}_t) + \frac{2}{\Delta t}[K_t]\left\{\frac{\{r\}_{t+\Delta t} - \{r\}_t}{\Delta t}\right\} = 2\{R\}_{t+\Delta t} \quad (2.31)$$

Jika diuraikan bentuk persamaan (2.31) menjadi :

$$[K](\{r\}_{t+\Delta t} + [K]\{r\}_t) + \frac{2}{\Delta t}[K_t]\{r\}_{t+\Delta t} - \frac{2}{\Delta t}[K_t]\{r\}_t = 2\{R\}_{t+\Delta t} \quad (2.32)$$

Dengan mengumpulkan suku sejenis akan didapatkan persamaan matriks global terhadap waktu, yaitu :



$$\left( [K] + \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) \{r\}_{t+\Delta t} = 2\{R\}_{t+\Delta t} - \left( [K] - \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) \{r\}_t \quad (2.33)$$

Dari persamaan massa akan didapatkan persamaan matriks berikut :

$$\begin{aligned} & \left( [K] + \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) \{r\}_{t+\Delta t} = 2\{R\}_{t+\Delta t} - \left( [K] - \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) \{r\}_t \\ & \left( \begin{bmatrix} -\frac{m\mu}{2} - \frac{3k}{l} & -\frac{2m\mu}{3} & \frac{m\mu}{6} - \frac{k}{l} \\ \frac{2m\mu}{3} + \frac{4k}{l} & 0 & -\frac{2m\mu}{3} + \frac{4k}{l} \\ -\frac{m\mu}{6} - \frac{k}{l} & \frac{2m\mu}{3} & \frac{m\mu}{2} - \frac{k}{l} \end{bmatrix} + \frac{2}{\Delta t} \frac{l}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}_{t+\Delta t} = \\ & 2 \frac{2\mu u}{l} \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \\ 4 \end{bmatrix} - \left( \begin{bmatrix} -\frac{m\mu}{2} - \frac{3k}{l} & -\frac{2m\mu}{3} & \frac{m\mu}{6} - \frac{k}{l} \\ \frac{2m\mu}{3} + \frac{4k}{l} & 0 & -\frac{2m\mu}{3} + \frac{4k}{l} \\ -\frac{m\mu}{6} - \frac{k}{l} & \frac{2m\mu}{3} & \frac{m\mu}{2} - \frac{k}{l} \end{bmatrix} - \frac{2}{\Delta t} \frac{l}{30} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}_t \end{aligned}$$

atau dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} & \left( \begin{bmatrix} -\frac{m\mu}{2} - \frac{3k}{l} & -\frac{2m\mu}{3} & \frac{m\mu}{6} - \frac{k}{l} \\ \frac{2m\mu}{3} + \frac{4k}{l} & 0 & -\frac{2m\mu}{3} + \frac{4k}{l} \\ -\frac{m\mu}{6} - \frac{k}{l} & \frac{2m\mu}{3} & \frac{m\mu}{2} - \frac{k}{l} \end{bmatrix} + \frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{4l}{30} & \frac{2l}{30} & -\frac{l}{30} \\ \frac{2l}{30} & \frac{16l}{30} & \frac{2l}{30} \\ -\frac{l}{30} & \frac{2l}{30} & \frac{4l}{30} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}_{t+\Delta t} = \\ & \begin{bmatrix} \frac{16\mu u}{l} \\ -\frac{32\mu u}{l} \\ \frac{16\mu u}{l} \end{bmatrix} - \left( \begin{bmatrix} -\frac{m\mu}{2} - \frac{3k}{l} & -\frac{2m\mu}{3} & \frac{m\mu}{6} - \frac{k}{l} \\ \frac{2m\mu}{3} + \frac{4k}{l} & 0 & -\frac{2m\mu}{3} + \frac{4k}{l} \\ -\frac{m\mu}{6} - \frac{k}{l} & \frac{2m\mu}{3} & \frac{m\mu}{2} - \frac{k}{l} \end{bmatrix} - \frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{4l}{30} & \frac{2l}{30} & -\frac{l}{30} \\ \frac{2l}{30} & \frac{16l}{30} & \frac{2l}{30} \\ -\frac{l}{30} & \frac{2l}{30} & \frac{4l}{30} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}_t \end{aligned}$$

### BAB 3. KOMPUTASI MATLAB

Setelah mendapatkan persamaan matriks global, selanjutnya akan diselesaikan dalam waktu, maka model aliran air pada radiator mobil dapat diselesaikan dan disimulasikan secara numerik menggunakan software MATLAB.

$$\left( [K] + \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) \{r\}_{t+\Delta t} = 2\{R\}_{t+\Delta t} - \left( [K] - \frac{2}{\Delta t} [K_t] \right) \{r\}_t$$

$$\left( \begin{bmatrix} -\frac{m_c u}{2} - \frac{3k}{l} & -\frac{2m_c u}{3} & \frac{m_c u}{6} - \frac{k}{l} \\ \frac{2m_c u}{3} + \frac{4k}{l} & 0 & -\frac{2m_c u}{3} + \frac{4k}{l} \\ -\frac{m_c u}{6} - \frac{k}{l} & \frac{2m_c u}{3} & \frac{m_c u}{2} - \frac{k}{l} \end{bmatrix} + \frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{4l}{30} & \frac{2l}{30} & -\frac{l}{30} \\ \frac{2l}{30} & \frac{16l}{30} & \frac{2l}{30} \\ -\frac{l}{30} & \frac{2l}{30} & \frac{4l}{30} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}_{t+\Delta t} = \begin{pmatrix} \frac{16\mu}{l} \\ -\frac{32\mu}{l} \\ \frac{16\mu}{l} \end{pmatrix} - \left( \begin{bmatrix} -\frac{m_c u}{2} - \frac{3k}{l} & -\frac{2m_c u}{3} & \frac{m_c u}{6} - \frac{k}{l} \\ \frac{2m_c u}{3} + \frac{4k}{l} & 0 & -\frac{2m_c u}{3} + \frac{4k}{l} \\ -\frac{m_c u}{6} - \frac{k}{l} & \frac{2m_c u}{3} & \frac{m_c u}{2} - \frac{k}{l} \end{bmatrix} - \frac{2}{\Delta t} \begin{bmatrix} \frac{4l}{30} & \frac{2l}{30} & -\frac{l}{30} \\ \frac{2l}{30} & \frac{16l}{30} & \frac{2l}{30} \\ -\frac{l}{30} & \frac{2l}{30} & \frac{4l}{30} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix}_t$$

Setelah mendapatkan model persamaan matematika aliran air pada radiator mobil dengan metode elemen hingga, maka dapat dibentuk solusi numerik dalam program MATLAB. Selanjutnya, program dieksekusi dengan mensubstitusikan nilai koefisien yang diketahui pada proses simulasi aliran air, maka program bisa dijalankan.

Adapun langkah-langkah untuk menjalankan program MATLAB, yaitu sebagai berikut :

- **Temperatur Aliran Air Pada Radiator Mobil Dipengaruhi Peningkatan Temperatur Awal Menggunakan Metode Biasa**
  1. Pilih menu **File >> New >> M-File**
  2. Selanjutnya muncul *Editor Worksheet* dan ketiklah program berikut :

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('SIMULASI PROGRAM TEMPERATUR ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL');
disp('          dipengaruhi oleh peningkatan temperatur          ');
disp('          Menggunakan Metode Eksak                          ');
disp('          Oleh :                                              ');
disp('          JUANDA BRAHMANTO                                    ');
disp('          NIM 130210101078                                    ');
disp('-----');

N=20;
Tmasuk=input('masukkan temperatur awal aliran = ');%reperatur
u1=input('masukkan kecepatan aliran 1 = ');%kecepatan
u2=input('masukkan kecepatan aliran 2 = ');%kecepatan
u3=input('masukkan kecepatan aliran 3 = ');%kecepatan
Tradiator=27;          %temperatur radiator
rho=1;                %massa jenis air
v=7;                  %volume air
m=rho*v;              %massa air
c=4.2;                %kalir jenis air
Q=5.187               %kalor yang dihasilkan radiator
ef=c*(Tmasuk-Tradiator)/Q; %efisiensi
k=ef*c;                %koefisien
miu=0.025;            %koefisien gesek
l=(N-1)*0.1;
%ng=2*N+1;
%disp(['Banyaknya node global y:',num2str(ng)]);
t=8;
%t=input('masukkan waktu = ');
dt=1;
ng=2*N+1;

%Matriks
a1kecil=[(-1*m*c*u1/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u1/3) (m*c*u1/6-(k/l))
(2*m*c*u1/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u1/3+(4*k/l))
(-1*m*c*u1/6-(k/l)) (2*m*c*u1/3) (m*c*u1/2-(k/l))];
a2kecil=[(-1*m*c*u2/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u2/3) (m*c*u2/6-(k/l))
(2*m*c*u2/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u2/3+(4*k/l))
(-1*m*c*u2/6-(k/l)) (2*m*c*u2/3) (m*c*u2/2-(k/l))];
a3kecil=[(-1*m*c*u3/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u3/3) (m*c*u3/6-(k/l))
(2*m*c*u3/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u3/3+(4*k/l))
(-1*m*c*u3/6-(k/l)) (2*m*c*u3/3) (m*c*u3/2-(k/l))];
a1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a2besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a3besar=zeros(2*N+1,2*N+1);

```

```
for i=0:N-1;
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a1kecil;
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a2kecil;
    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a3kecil;
end;
b1kecil=[4*1/30 2*1/30 -1*1/30;
    2*1/30 16*1/30 2*1/30;
    -1*1/30 2*1/30 4*1/30];
b1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+b1kecil;
end

%D adalah matriks di ruas kiri
D1=a1besar+2/dt*b1besar;
D2=a2besar+2/dt*b1besar;
D3=a3besar+2/dt*b1besar;
%E adalah matriks di ruas kanan
E1=a1besar-2/dt*b1besar;
E2=a2besar-2/dt*b1besar;
E3=a3besar-2/dt*b1besar;

T1_old=zeros(2*N+1,1);
T1_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u1/l;
T1_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u1/l;
T1_old(1,1)=2*4*miu*u1/l;
T1_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u1/l;
T1_all=T1_old;
```

```
T2_old=zeros(2*N+1,1);
T2_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u2/l;
T2_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u2/l;
T2_old(1,1)=2*4*miu*u2/l;
T2_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u2/l;
T2_all=T2_old;

T3_old=zeros(2*N+1,1);
T3_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u3/l;
T3_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u3/l;
T3_old(1,1)=2*4*miu*u3/l;
T3_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u3/l;
T3_all=T3_old;

D1baru=D1;
D1baru(1,:)=0;
D1baru(1,1)=1;
T1_new=D1baru\T1_old;
T1_all=[T1_all T1_new];
T1_old=T1_new;

D2baru=D2;
D2baru(1,:)=0;
D2baru(1,1)=1;
T2_new=D2baru\T2_old;
T2_all=[T2_all T2_new];
T2_old=T2_new;

D3baru=D3;
D3baru(1,:)=0;
D3baru(1,1)=1;
T3_new=D3baru\T3_old;
T3_all=[T3_all T3_new];
T3_old=T3_new;
figure;
for i=1:t
    T1_new=D1\(-E1*T1_old);
    T1_all=[T1_all T1_new];
    T1_old=T1_new;
    T2_new=D2\(-E2*T2_old);
    T2_all=[T2_all T2_new];
```

```

T2_old=T2_new;
T3_new=D3\(-E3*T3_old);
T3_all=[T3_all T3_new];
T3_old=T3_new;
end

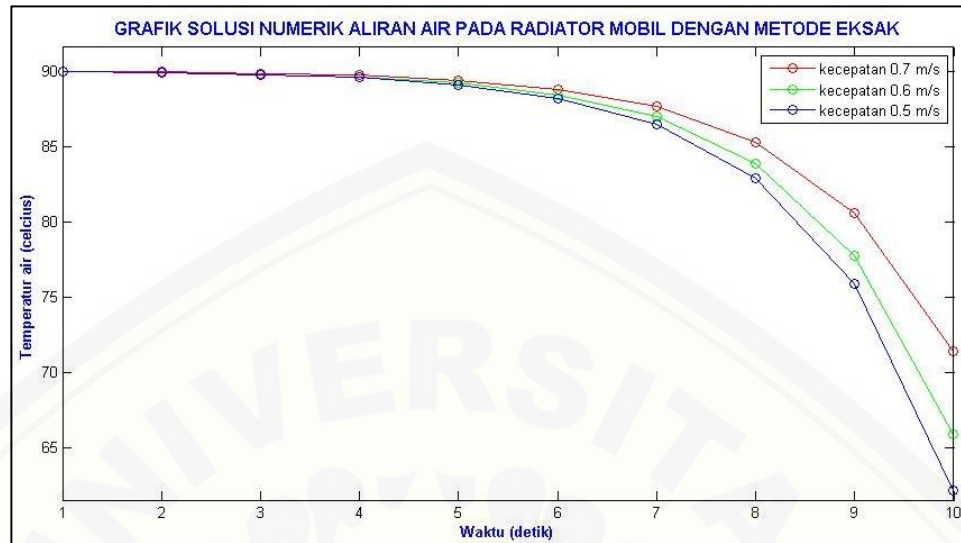
figure;
grafik1=Tmasuk+(mean(T1_all))
plot(grafik1,'-or');
hold on;
grafik2=Tmasuk+(mean(T2_all))
plot(grafik2,'-og');
hold on;
grafik3=Tmasuk+(mean(T3_all))
plot(grafik3,'-ob');
hold on;
title('GRAFIK SOLUSI NUMERIK ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL
DENGAN METODE BIASA',... 'color',[0 0 1], 'fontweight','bold'
,'fontsize',12);
xlabel('Waktu (detik)', 'color',[0 0 1],...
'fontweight','bold','fontsize',10); ylabel('Temperatur air
(celcius)', 'color',[0 0 1],... 'fontweight','bold','fontsize',10);
legend((strcat('kecepatan ',num2str(u1))),(strcat('kecepatan ',
num2str(u2))),(strcat('kecepatan ',num2str(u3))));

```

3. Setelah selesai mengetik program diatas, simpan di direktori **c:\MATLAB7\Work** dengan nama **matlab1.m**.
4. Sebelum menjalankan program, pastikan file yang Anda simpan sudah terdapat di dalam daftar pencarian direktori MATLAB. Lalu ketiklah nama *file* **matlab1** tanpa ekstensi pada *command window*.

```
>> matlab1
```

5. Tekan *Enter*, selanjutnya program akan dijalankan. Berturut-turut masukkan nilai diskritisasi lalu *Enter*, kemudian masukkan nilai kecepatan awal lalu *Enter* dan masukkan nilai waktu lalu *Enter*.
6. Selanjutnya akan menghasillkan grafik berikut



Gambar 3.2 Grafik solusi numerik aliran air pada radiator mobil dengan metode eksak dengan temperatur awal 90°C

- **Temperatur Aliran Air Pada Radiator Mobil Dipengaruhi Peningkatan Temperatur Awal Menggunakan Metode Gauss-Seidel**
  1. Pilih menu **File >> New >> M-File**
  2. Selanjutnya muncul *Editor Worksheet* dan ketiklah program berikut :

```

clear all;
clc;
disp('-----');
disp('SIMULASI PROGRAM TEMPERATUR ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL');
disp('      dipengaruhi oleh peningkatan temperatur      ');
disp('      Menggunakan Metode Gauss Seidel      ');
disp('      Oleh :      ');
disp('      JUANDA BRAHMANTO      ');
disp('      NIM 130210101078      ');
disp('-----');
...
N=20;
Tmasuk=input('masukkan temperatur awal aliran = ');%rempertatur
u1=input('masukkan kecepatan aliran 1 = ')%kecepatan
u2=input('masukkan kecepatan aliran 2 = ')%kecepatan
u3=input('masukkan kecepatan aliran 3 = ')%kecepatan
Tradiator=27;      %temperatur radiator
rho=1;      %massa jenis air
v=7;      %volume air
m=rho*v;      %massa air
c=4.2;      %kalir jenis air
Q=5.187      %kalor yang dihasilkan radiator
ef=c*(Tmasuk-Tradiator)/Q; %efisiensi
k=ef*c;      %koefisien
miu=0.025;      %koefisien gesek
l=(N-1)*0.1;
%ng=2*N+1;
%disp(['Banyaknya node global y:',num2str(ng)]);
t=8;
%t=input('masukkan waktu = ');
dt=1;
ng=2*N+1;

%Matriks
a1kecil=[(-1*m*c*u1/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u1/3) (m*c*u1/6-(k/l))
(2*m*c*u1/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u1/3+(4*k/l))
(-1*m*c*u1/6-(k/l)) (2*m*c*u1/3) (m*c*u1/2-(k/l))];
a2kecil=[(-1*m*c*u2/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u2/3) (m*c*u2/6-(k/l))

```



```

(2*m*c*u2/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u2/3+(4*k/l))
(-1*m*c*u2/6-(k/l)) (2*m*c*u2/3) (m*c*u2/2-(k/l));
a3kecil=[(-1*m*c*u3/2-(3*k/l)) (-2*m*c*u3/3) (m*c*u3/6-(k/l))
(2*m*c*u3/3+(4*k/l)) (0) (-2*m*c*u3/3+(4*k/l))
(-1*m*c*u3/6-(k/l)) (2*m*c*u3/3) (m*c*u3/2-(k/l))];
a1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a2besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
a3besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1;
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a1kecil;
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a2besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a2kecil;

    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    a3besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+a3kecil;
end;
b1kecil=[4*1/30 2*1/30 -1*1/30;
2*1/30 16*1/30 2*1/30;
-1*1/30 2*1/30 4*1/30];
b1besar=zeros(2*N+1,2*N+1);
for i=0:N-1
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)=
    b1besar(2*i+1:2*i+3,2*i+1:2*i+3)+b1kecil;
end

%D adalah matriks di ruas kiri
D1=a1besar+2/dt*b1besar;
D2=a2besar+2/dt*b1besar;
D3=a3besar+2/dt*b1besar;
%E adalah matriks di ruas kanan
E1=a1besar-2/dt*b1besar;
E2=a2besar-2/dt*b1besar;
E3=a3besar-2/dt*b1besar;

T1_old=zeros(2*N+1,1);
T1_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u1/l;
T1_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u1/l;
T1_old(1,1)=2*4*miu*u1/l;
T1_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u1/l;
T1_all=T1_old;

```

```
T2_old=zeros(2*N+1,1);
T2_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u2/l;
T2_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u2/l;
T2_old(1,1)=2*4*miu*u2/l;
T2_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u2/l;
T2_all=T2_old;

T3_old=zeros(2*N+1,1);
T3_old(2:2:2*N,1)=2*-8*miu*u3/l;
T3_old(3:2:2*N+1,1)=2*8*miu*u3/l;
T3_old(1,1)=2*4*miu*u3/l;
T3_old(2*N+1,1)=2*4*miu*u3/l;
T3_all=T3_old;

D1baru=D1;
D1baru(1,:)=0;
D1baru(1,1)=1;
T1_new=D1baru\T1_old;
T1_all=[T1_all T1_new];
T1_old=T1_new;

D2baru=D2;
D2baru(1,:)=0;

D2baru(1,1)=1;
T2_new=D2baru\T2_old;
T2_all=[T2_all T2_new];
T2_old=T2_new;

D3baru=D3;
D3baru(1,:)=0;
D3baru(1,1)=1;
T3_new=D3baru\T3_old;
T3_all=[T3_all T3_new];
T3_old=T3_new;
figure;
for i=1:t
    T1_new=D1\(-E1*T1_old);
    T1_all=[T1_all T1_new];
    T1_old=T1_new;
    T2_new=D2\(-E2*T2_old);
    T2_all=[T2_all T2_new];
```

```

T2_old=T2_new;
T3_new=D3\(-E3*T3_old);
T3_all=[T3_all T3_new];
T3_old=T3_new;
end

%Gauss-Seidel
T=0.01;          %Toleransi
X0=zeros(2*N+1,1);
X0(1:2*N+1)=1.001;
H=X0';
eps=0.0157;
w=length(1);
X1=X0;
X2=X0;
X3=X0;
for k=1:N
    for i=1:w
        S1=T1_old(i)-T1_new(i,1:i-1)*X1(1:i-1)-T1_new(i,i+1:w)*
            X0(i+1:w);
        X1(i)=S1/T1_new(i,i);
        S2=T2_old(i)-T2_new(i,1:i-1)*X2(1:i-1)-T1_new(i,i+1:w)*
            X0(i+1:w);
        X2(i)=S2/T2_new(i,i);
        S3=T3_old(i)-T3_new(i,1:i-1)*X3(1:i-1)-T3_new(i,i+1:w)*
            X0(i+1:w);
        X3(i)=S3/T3_new(i,i);
    end
    e=abs(X2-X0);
    error=norm(e);

    reller=error/(norm(X2)*eps);
    X0=X2;
    H=[H,X0'];
    if (error<T) |(reller<T)
        break
    end
end
end
disp(['besarnya error= ',num2str(error)]);
disp(['besarnya relatif error= ',num2str(reller)]);
H;
X1;

```

```

T1_all=[T1_all];
Tall1_plot=[Tall1_plot];
T2_all=[T2_all];
Tall2_plot=[Tall2_plot];
T3_all=[T3_all];
Tall3_plot=[Tall3_plot];

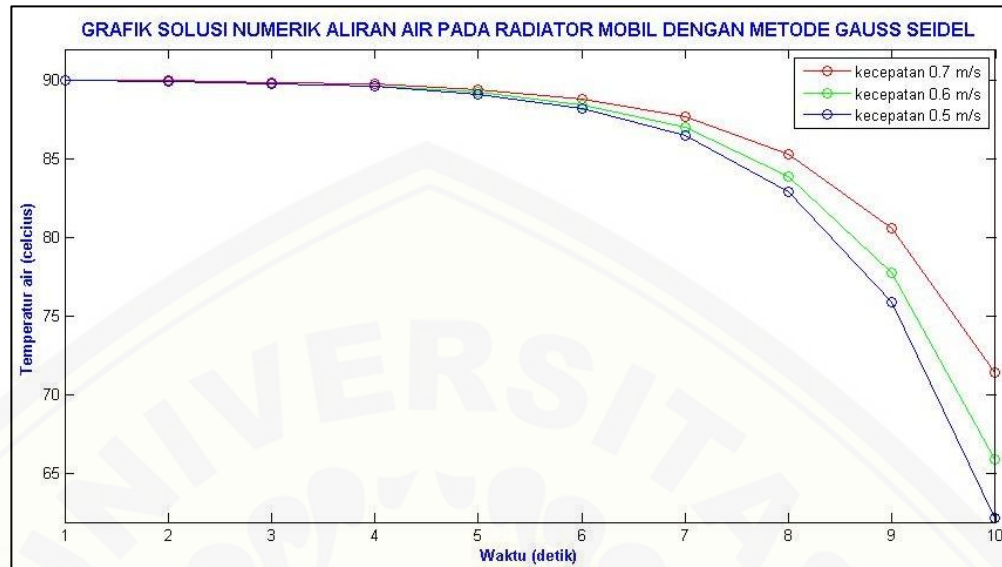
figure;
grafik1=Tmasuk+(mean(T1_all))
plot(grafik1,'-or');
hold on;
grafik2=Tmasuk+(mean(T2_all))
plot(grafik2,'-og');
hold on;
grafik3=Tmasuk+(mean(T3_all))
plot(grafik3,'-ob');
hold on;
title('GRAFIK SOLUSI NUMERIK ALIRAN AIR PADA RADIATOR MOBIL
      DENGAN METODE BIASA',...,'color',[0 0 1],'fontweight','bold'
      ,'fontsize',12);
xlabel('Waktu (detik)','color',[0 0 1],...
      'fontweight','bold','fontsize',10); ylabel('Temperatur air
      (celcius)','color',[0 0 1],...,'fontweight','bold','fontsize',10);
legend((strcat('kecepatan ',num2str(u1))),(strcat('kecepatan ',
      num2str(u2))),(strcat('kecepatan ',num2str(u3))));

```

3. Setelah selesai mengetik program diatas, simpan di direktori **c:\MATLAB7\Work** dengan nama **matlab2.m**.
4. Sebelum menjalankan program, pastikan file yang Anda simpan sudah terdapat di dalam daftar pencarian direktori MATLAB. Lalu ketiklah nama *file* **kecepatan** tanpa ekstensi pada *command window*.

>> matlab2

5. Tekan *Enter*, selanjutnya program akan dijalankan. Berturut-turut masukkan nilai diskritisasi lalu *Enter*, kemudian masukkan nilai jari-jari saluran lalu *Enter* dan masukkan nilai waktu lalu *Enter*.
6. Selanjutnya akan menghasillkan grafik berikut



Gambar 3.4 Grafik solusi numerik aliran air pada radiator mobil dengan metode Gauss-Seidel dengan temperatur awal 90°C

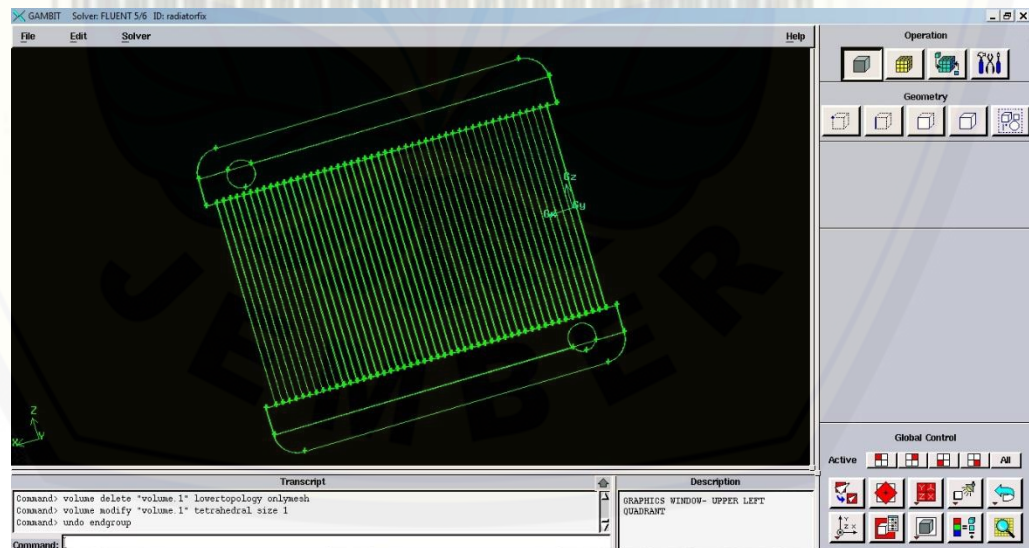


## BAB 4. SIMULASI FLUENT

Pada hasil simulasi dengan FLUENT akan disajikan gambar radiator mobil yang meliputi temperatur dan kecepatan aliran air. Gambar yang akan disimulasikan menggunakan FLUENT terlebih dahulu didesain menggunakan program GAMBIT dengan ukuran jari-jari saluran yang berbeda. Simulasi yang digunakan berupa simulasi 3D (3 Dimensi).

Adapun langkah-langkah untuk membuat desain gambar pada GAMBIT adalah sebagai berikut :

1. Buka program GAMBIT kemudian klik Menu **File >> New**
2. Selanjutnya isilah ID pada *toolboxes* yang tersedia. ID tersebut akan disimpan sebagai nama file. Misalkan ID tersebut kita isi dengan **jari25**
3. Kemudian buatlah desain geometri dari simulasi saluran pernapasan yang akan diteliti, seperti gambar berikut.



Gambar 4.1 Desain radiator mobil menggunakan GAMBIT

4. Selanjutnya klik menu **Solver >> FLUENT 5/6**
5. Kemudian *mesh* gambar tersebut menggunakan *mesh volume* (3Dimensi)

6. Selanjutnya mendefinisikan tiap bagian sebagai *wall*, *input* dan *output*
7. Kemudian klik Menu **File >> Save**
8. *Export* gambar tersebut ke dalam format *mesh* yaitu dengan klik Menu **File >> Export >> Mesh >> Accept**. File akan tersimpan sebagai **jari25.msh**

Setelah membuat desain geometri dari saluran pernapasan, maka akan dilanjutkan dengan simulasi FLUENT. Adapun langkah-langkah simulasi FLUENT sebagai berikut :

1. Sebelum melakukan simulasi, langkah pertama adalah pilih versi FLUENT yang akan digunakan.
  - 2d : dua dimensi *single precision*
  - 2ddp : dua dimensi *double precision*
  - 3d : tiga dimensi *single precision*
  - 3ddp : tiga dimensi *double precision*

Perbedaan *single precision* dan *double precision* adalah untuk *double precision* lebih presisi. Presisi menunjukkan seberapa dekat perbedaan nilai pada saat dilakukan pengulangan pengukuran.

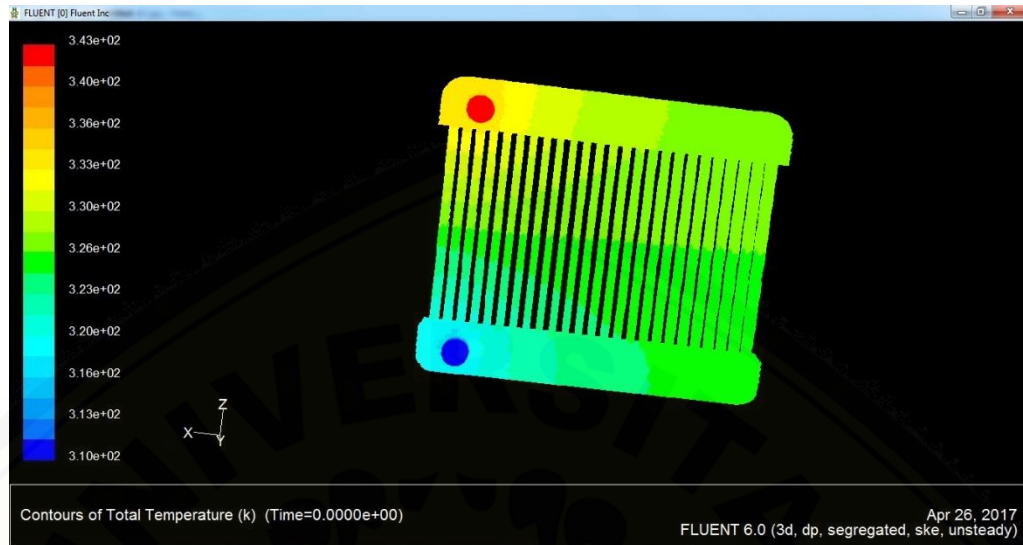
Pada simulasi ini versi FLUENT yang digunakan adalah 3ddp karena, desain geometri yang digunakan berupa 3D (3 Dimensi).

2. Selanjutnya klik Menu **File >> Read >> Case**
3. Pilih file mesh GAMBIT yang akan disimulasikan, yaitu **jari25.msh**
4. Selanjutnya klik Menu **Grid >> Check**
5. Kemudian klik Menu **Grid >> Smooth/Swap >> Smooth** dan **Swap**
6. Selanjutnya adalah mendefinisikan model yang akan disimulasikan yaitu :
  - Pilih Menu **Define >> Models >> Solver** , pada *frame Time* pilih jenis aliran **Steady** atau **Unsteady**. Simulasi ini menggunakan **Unsteady**
  - Kemudian Menu **Define >> Models >> Viscous**, pastikan pada *frame Model*, yang dipilih adalah **Laminar**.
7. Selanjutnya tahap pendefinisian material fluida. Klik **Define >> Material**,

Pada *pop up menu* **Fluid Material** pilih material fluidanya, simulasi ini menggunakan udara (*air*) maka Anda tidak perlu memilih material fluida karena *air* sudah *Default* dari program ini. Selanjutnya langsung klik **Change/Create**.

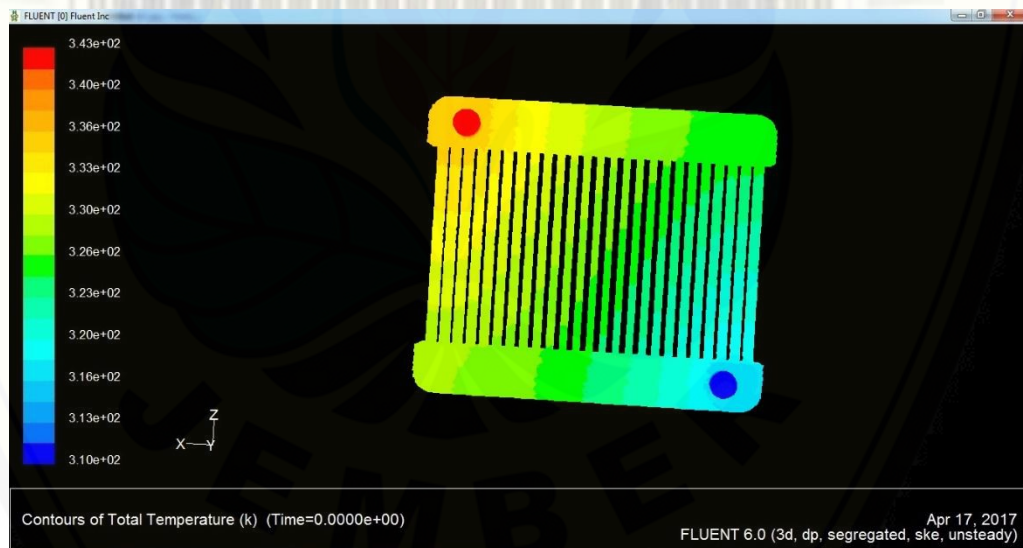
8. Setelah itu pendefinisian *boundary condition*. Klik Menu **Define >> Boundary Condition**. Pada tahap ini, yaitu memasukkan nilai-nilai yang akan digunakan pada simulasi, seperti nilai kecepatan, suhu, tekanan, dan lain-lain.
9. Selanjutnya klik Menu **Solve >> Inialitize >> Inialitize**, pada frame **Initial Values** masukkan nilai tekanan awal, kecepatan sumbu x, y dan z. Kemudian klik **Init**.
10. Kemudian klik Menu **Solve >> Monitors >> Residual**, pada *checkboxes* **Option** pastikan **Print** dan **Plot** sudah terpilih, kemudian klik **OK**
11. Kemudian klik Menu **Solve >> Iterate, Number of iterations** diisi sesuai dengan iterasi yang dipakai, kemudian **Iterate**
12. Selanjutnya klik Menu **Display >> Contour**.
  - Pada *checkboxes* **Options** pilih **Filled, Node Values, Global Range** dan **Auto Range**
  - Pada *pop up menu* **Contours Of** pilih **Temperature**, karena yang akan disimulasikan adalah temperatur aliran
  - Pada *frame* **Surfaces** pilih semua yang ada pada *frame* tersebutKemudian klik **Display**.
13. Kemudian akan muncul gambar berikut





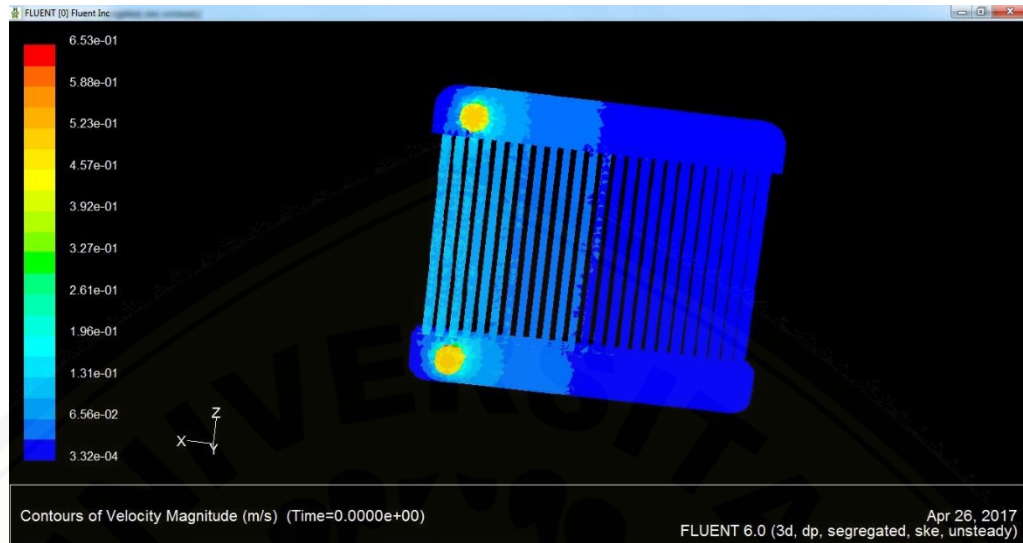
Gambar 4.3 Simulasi temperatur aliran air pada radiator mobil dengan temperature awal 70°C

Beberapa contoh lain dengan model radiator yang berbeda, sebagai berikut :

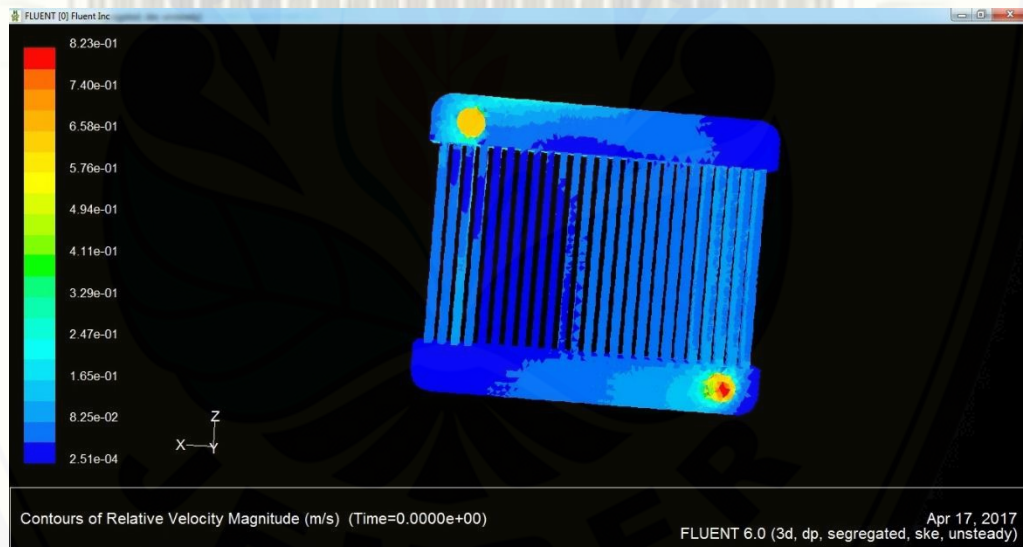


Gambar 4.4 Simulasi temperatur aliran air pada radiator mobil dengan temperature awal 70°C

Ulangi langkah diatas akan tetapi pada *pop up menu* **Contours Of** pilih **Velocity**, karena yang selanjutnya akan disimulasikan adalah kecepatan aliran, Kemudian akan muncul gambar berikut :



Gambar 4.4 Simulasi kecepatan aliran air pada radiator mobil dengan kecepatan awal 0.5 m/s



Gambar 4.5 Simulasi kecepatan aliran air pada radiator mobil dengan kecepatan awal 0.5 m/s

**DAFTAR PUSTAKA**

- Djojodibroto, Darmanto. 2009. *Respirologi (Respiratory Medicine)*. Jakarta: EGC
- Fatahillah, Arif. (April, 2010). *Pemodelan dan Penyelesaian Numerik dari Permasalahan Korosi Besi yang Didasarkan pada Sifat Kimia Larutan*. KadikMa, No. 1, Vol. 2, hal 71-80
- Fatahillah, Dafik, EE Riastutik, Susanto. (Juni, 2014). *The Analysis of Air Circulation on Coffee Plantation Based on the Level of Plants Roughness and Diamond Ladder Graph Cropping Pattern using Finite Volume Method*. Unej, No. 9, Vol. 7, hal 28
- Fatahillah, Arif. 2011. *Buku Pegangan Mata Kuliah Mathematical Modelling Computational Fluid Dynamics*. Jember : FKIP
- J. F. Lee dan J. W. Leonard. (Oktober, 1988) *A finite element model of wave structure interactions in the time domain*. Eng. Struct, Vol.10, hal 229-238
- Pralhad and Schultz. (Mei, 2004). *Modeling of arterial stenosis and its applications to blood diseases*. Elsevier Inc.: Mathematical Biosciences, vol. 190, hal 203-220
- Qoriatul, Arif, Dafik, Nurcholif. (April, 2013). *Analisis Model Matematika Pertukaran Panas Pada Fluida di Heat Exchanger Tipe Shell And Tube Yang Digunakan di PT. Pupuk Kaltim Tbk..* KadikMa, No. 1, Vol. 4, hal 7-14



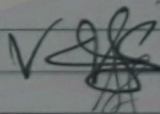
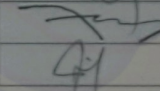


**LEMBAR REVISI SKRIPSI**

NAMA MAHASISWA : Juanda Brahmanto  
 NIM : 130210101078  
 JUDUL SKRIPSI : Pemodelan dan Penyelesaian Numerik Aliran Fluida Pada Radiator Mobil Tipe SR (Single Row) Menggunakan Metode Elemen Hingga Sebagai Monograf  
 TANGGAL UJIAN : 30 Mei 2017  
 PEMBIMBING : Prof. Drs. Dafik, M.Sc. Ph.D.  
 Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

**MATERI PEMBETULAN / PERBAIKAN**

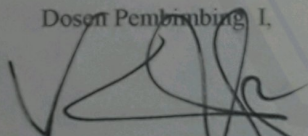
No.	HALAMAN	HAL-HAL YANG HARUS DIPERBAIKI
1.	iii	Perbaikan halaman persembahan
2.	iv	Perbaikan halaman motto
3.	ix-x	Perbaikan ringkasan
4.	xi	Perbaikan tahun pada kata pengantar
5.	xviii	Penambahan lambang
6.	1	Perbaikan kesalahan kata pada latar belakang
7.	37	Penambahan jenis radiator
8.	65	Perbaikan kesimpulan
9.	67-70	Perbaikan daftar pustaka

**PERSETUJUAN TIM PENGUJI**

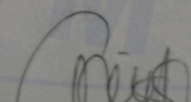
JABATAN	NAMA TIM PENGUJI	TTD dan Tanggal
Ketua	Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	 12/6/17
Sekretaris	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.	 12/6/2017
Anggota	Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si.	 12/6/17
	Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.	 12/6/17

Jember, 12 Juni 2017  
 Mengetahui / menyetujui :

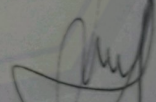
Dosen Pembimbing I,

  
 Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.  
 NIP. 19630616-198802 1 001

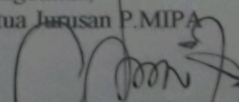
Dosen Pembimbing II,

  
 Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.  
 NIP. 19820529 200912 1 003

Mahasiswa Yang Bersangkutan

  
 Juanda Brahmanto  
 NIM. 130210101078

Mengetahui,  
 Ketua Jurusan P.MIPA

  
 Dr. Dwi Wahyuni, M.Kes.  
 NIP. 19600309 198702 2 002