PELABELAN SUPER ANTIAJAIB *SHACKLE* GRAF BUKU BERSUSUN UNTUK PENGEMBANGAN *CHIPERTEXT* METODE *AFFINE CHIPER* DALAM KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Vutikatul Nur Rohmah

NIM 130210101023

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER

2017

PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta Sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan suatu kebahagiaan penggalan bait dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Program Studi pendidikan Matematika Universitas Jember;
3. Prof. Drs. Dafik, M.Sc.,Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I dan Arif Fatahillah, S,Pd.,M.Si selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
4. Susi Setiawani, S.Si., M.Sc selaku Dosen Penguji I dan Totok Bara selaku Dosen Penguji II;
5. Dosen dan karyawan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
6. Ibunda tercinta Surati dan Alm. Abah Purwiyono serta Bapak Moedjito yang senantiasa memberikan dorongan, semangat dan kasih sayang berlimpah serta cucuran keringat dan do'a yang tak pernah putus dalam mengiringiku meraih impianku, juga Adikku Mohammad Syaifudin Purwiyono terima kasih banyak atas *support* dan kasih sayangnya selama ini;
7. Nenek tersayang Sringatun yang selalu menasehati serta memberi dorongan untuk meraih impianku;
8. KH. Musodiq Fikri selaku dan Nyai Zulfa Farouq selaku pengasuh Ponpes Riyadhlus Sholihien yang juga selalu memberikan nasehat untukku;
9. Kharisma Agung dan Yuli Arahmat yang selalu menjadi penyemangat bagiku, terima kasih atas dukungan, kasih sayang, dan kesabarannya;

10. Teman-teman Perguruan Pencak Silat PPS BETAKO MERPATI PUTIH KEDIRI terima kasih atas motivasi dalam menyelesaikan skripsiku;
11. Teman-teman KKMT SMP Negeri 11 Jember, PKPT IPNU IPPNU UNEJ, KAMMI UNEJ, JMMI ITS terima kasih atas ilmu yang diberikan selama ini;
12. sahabat-sahabatku (Citra, Lita, Dita, Afni, Ali, Hasan, Naja, Juanda, Endah, Anisi, Siska, Diah) yang senantiasa membantuku dan kebersamaan kita adalah kenangan yang tak terlupakan;
13. teman - teman seperjuangan graf terima kasih atas dorongan semangat dan bantuannya selama masa proses penyelesaian skripsiku;

MOTTO

"Karena itu, ingatlah kamu kepada-Ku niscaya Aku ingat (pula) kepadamu, dan bersyukurlah kepada-Ku, dan janganlah kamu mengingkari-Ku."
(Terjemahan QS. Al Baqarah: 152)*)

"Pahlawan bukanlah orang yang berani menetakkan pedangnya ke pundak lawan, tetapi pahlawan sebenarnya ialah orang yang sanggup menguasai dirinya dikala ia marah.
(Sabda Nabi Muhammad SAW)**)

"Mersudi Patitising Tindak Pusakaning Titising Hening"
(Mbah Yadi Mintorogo) ***)

*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2004. Al-*Qur'an* dan Terjemahannya. Bandung. CV Penerbit J-ART.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Vutikatul Nur Rohmah

NIM : 130210101023

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Super Antiajaib *Shackle* Graf Buku Bersusun Untuk Pengembangan *Chipertext* metode *Affine Chiper* dalam Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, April 2017
Yang menyatakan,

Vutikatul Nur Rohmah.
NIM. 130210101023

PELABELAN SUPER ANTIAJAIB *SHACKLE* GRAF BUKU BERSUSUN UNTUK PENGEMBANGAN *CHIPERTEXT* METODE *AFFINE CHIPER* DALAM KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Oleh

Vutikatul Nur Rohmah
NIM 130210101023

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing 2 : Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
Dosen Penguji 1 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc
Dosen Penguji 2 : Drs.Totok Bara Setiawan, M.Si

PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2017

PERSETUJUAN

PELABELAN SUPER ANTIAJAIB *SHACKLE* GRAF BUKU BERSUSUN UNTUK PENGEMBANGAN *CHIPERTEXT* METODE *AFFINE CHIPER* DALAM KAITANNYA DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pengetahuan Universitas Jember

Nama Mahasiswa	: Vutikatul Nur Rohmah.
NIM	: 130210101023
Jurusan	: Pendidikan IPA
Program Studi	: Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun	: 2013
Daerah Asal	: Kediri
Tempat, Tanggal Lahir	: Kediri, 19 November 1994

Disetujui oleh:

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.	Arif Fatahillah, S.Pd.,M.Si.
NIP. 19680802 199303 1 004	NIP.19820529 200912 1 003

PENGESAHAN

Skripsi berjudul Pelabelan Super Antiajaib *Shackle* Graf Buku Bersusun Untuk Pengembangan *Chipertext* Metode *Affine Chiper* dalam Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam pada:

Hari / tanggal :

Tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji :

Ketua,	Sekretaris,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.	Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP.19680802 199303 1 004	NIP.19820529 200912 1 003
Anggota I,	Anggota 2,
Susi Setiawani, S.Si., M.Sc	Drs.Totok Bara Setiawan, M.Si
NIP.19700307 199512 2 001	NIP.19581209 198603 1 003

Mengesahkan,

Dekan

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.

NIP. 19680802 199303 1 004

RINGKASAN

Pelabelan Super Antiajaib *Shackle* **Graf Buku Bersusun untuk Pengembangan** *Chipertext* **Metode** ***Affine*** *Chiper* **dalam Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi**; Vutikatul Nur Rohmah, 130210101023; 2017: 84 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan bulat positif yang disebut label. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan super(a, d)-$\mathcal{H}$ antiajaib total selimut (S$\mathcal{H}$ATC), dimana a bobot sisi terkecil dan d nilai beda.

Pada penelitian ini mengkaji mengenai pelabelan super $\mathcal{H}$-antiajaib pada *shackle* graf buku bersusun. *Shackle* graf buku bersusun juga merupakan pengembangan dari graf buku bersusun. *Shackle* graf buku bersusun adalah graf berorder (m, n) dari hasil graph cartesian product $S_m + 1 \square P_n$ dimana S_m adalah graf star dan P_n adalah graf path sebanyak n. *Shack*(B_m, S_m, n) memiliki himpunan titik $V_1 = \{x_j; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dan $V_2 = \{y_{i,j}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dan himpunan sisi $E_1 = \{x_j x_{j+1}; 1 \leq \jmath \leq n-1\}$, $E_2 = \{x_j y_{i,j}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$, dan $E_3 = \{y_{i,j} y_{i,j+1}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n-1\}$. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui apakah graf yang di hasilkan dari *shackle* graf buku bersusun memiliki pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antiajaib total selimut yang kemudian digunakan untuk mengembangkan *chipertext affine chiper* serta kaitannya dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi berdasarkan Taksonomi Bloom yang telah di revisi.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini, yaitu metode deduktif aksiomatik. Langkah yang dilakukan terlebih dahulu pada penelitian ini adalah menentukan nilai beda (d), selanjutnya nilai beda (d) tersebut diterapkan dalam pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$-antiajaib total selimut pada *shackle* graf buku bersusun. Hasil penelitian ini berupa lemma dan teorema baru mengenai S$\mathcal{H}$ATC pada *shackle* graf buku bersusun dengan notasi *shack*(B_m, S_m, n). Kemudian dihasilkan

dua lemma, satu teorema dan langkah-langkah menghasilkan *chipertext affine chiper*.

◊ **Teorema 0.0.1.** *Misal m, r, n adalah bilangan bulat dengan $r, m \geq m$, dan $n \geq 3$, maka shackle dari graf buku bersusun dengan konektor graf bintang yang dinotasikan dengan $Shack(B_m, S_m, n)$, memiliki pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-anti ajaib total selimut dengan nilai $a = \{n(m_1^2 - m_1) + m_1 + 2n + 2n(2m_{ganjil} - 1) + 4m_{genap} - nm_2 - \frac{m_2^2}{2} + 2n(m_1 + 1) + m_3 + 2n(m_1 + m_2 + 1) + nm_4(m_4 + 1) + m_4 + 2n(m_1 + m_2 + m_3 + 1) + 2n(2m_{ganjil} - 1) + nm_5 + 4m_{genap} + nm_5^2 - \frac{m_5^2}{2} + 2n(m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + 1) + m_6(2nm_6 + 1)2n(m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + 1) + n(r_1^2 - r_1) + r_1 + 2n(m + 1) + 2n(2r_{ganjil} - 1) + 4r_{genap} - nr_2 - \frac{r_2^2}{2} + 2n(m + r_1 + 1) + r_3 + 2n(m + r_1 + r_2 + 1) + nr_4(r_4 + 1) + r_4 + 2n(m + r_1 + r_2 + r_3 + 1) + 2n(2r_{ganjil} - 1) + nr_5 + 4r_{genap} + nr_5^2 - \frac{r_5^2}{2} + 2n(m + r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + 1) + r_6(2nr_6 + 1)2n(m + r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + 1)\}$, dan $d = \{[2 + 2(m_1 + m_2(\frac{m_2+2}{2}) + m_3^2 - m_4 - m_5(\frac{m_5+2}{2}) - m_6^2 + r_1 + r_2(\frac{r_2+2}{2}) + r_3^2 - r_4 - r_5(\frac{r_5+2}{2}) - r_6^2)]\}$.*

Kemudian peneliti juga mengembangkan pelabelan super $(7122, 73)$-$\mathcal{H}$ total selimut pada *shackle* graf buku bersusun dengan notasi $Shack(B_{16}, S_{16}, 3)$ dalam pengembangan *chipertext* metode *affine chiper* dengan $d = \{73\}$. Sehingga didapatkan *chipertext* dari pelabelan super $(7122, 73)$-$\mathcal{H}$ antiajaib total selimut pada *shackle* graf $(B_{16}, S_{16}, 3)$ dengan $d = 73$ dengan A=T,B=X, C=1, D=5, E=9, F= ?, G= :, H=), I=B, J=C, K=D, L=E, M=F, N=G, O=H, P=U, Q=1,R=Y, S=J, T=2, U=K, V=6, W=L, X= !, Y=M, Z= $, 0=N, 1=*, 2=O, 3= &, 4=V, 5=P, 6=Z, 7=Q, 8=3, 9=R, !=7, ?=S, .=?, ,=+, $= =, += @, -=W, :=0, *=4, = = 8, (= .,)= -, &=(, @=A. Selanjutnya di aplikasikan dengan menggunakan *software* MATLAB.

Dari kajian diatas ada beberapa pelabelan yang belum ditemukan oleh peneliti sehingga dalam penelitian ini diajukan masalah terbuka.

Masalah terbuka 4.6.1. Pelabelan super (a, d)-$\mathcal{H}$ antiajaib total selimut pada gabungan saling lepas *shackle* graf buku bersusun dengan notasi $shack(B_m, S_m, n)$.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Analisis Pelabelan Super (a,d)-$\mathcal{H}$-Antiajaib Graf Buku Bersusun Untuk Pengembangan *Chipertext* dalam Kaitannya Dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Ibunda tercinta Surati dan Alm. Abah Purwiyono serta Bapak Moedjito yang senantiasa memberikan dorongan, semangat dan kasih sayang berlimpah serta cucuran keringat dan do'a yang tak pernah putus dalam mengiringiku meraih impian, juga Adikku tersayang Mohammad Syaifudin Purwiyono terima kasih banyak atas *support* dan kasih sayangnya selama ini;

2. Prof. Drs. Dafik, M.Sc.,Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I dan Arif fatahillah, S.Pd., M.Si. selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;

3. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, April 2017

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMBANG

G	=	Graf G
$G(V,E)$	=	Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
v_n	=	Titik ke-n pada suatu graf
e_n	=	Sisi ke-n dari suatu graf
$\|V(G)\|$	=	Himpunan titik dari graf G yang disebut *order*
$\|E(G)\|$	=	Himpunan sisi dari graf G yang disebut ukuran (*size*)
$\mathcal{H}AVC$	=	$\mathcal{H}$ *antimagic vertex covering* atau pelabelan titik $\mathcal{H}$ anti-ajaib selimut
$S\mathcal{H}ATC$	=	*Super* $\mathcal{H}$ *antimagic total covering* atau super *(a,d)*-$\mathcal{H}$ anti ajaib total selimut
d	=	Nilai beda barisan bobot total selimut pada S$\mathcal{H}$ATC
a	=	Bobot total selimut terkecil yang merupakan suku pertama barisan
B_m, S_m, n	=	Lambang untuk graf buku bersusun
$Shack(B_m, S_m, n)$	=	Lambang untuk graf *shackle* buku bersusun
m	=	Banyak titik pada graf star dan sisi graf buku bersusun
n	=	Banyak *expand* pada graf dasar (B_m, S_m, n)
r	=	Banyaknya sisi pada graf star
x_j	=	Titik ke-j pada graf *shack*(B_m, S_m, n)
$y_{i,j}$	=	Titik ke-i dalam komponen ke-j pada graf *shack*(B_m, S_m, n)
x_jx_{j+1}	=	Sisi dari titik ke-x_j ke-x_{j+1} pada graf *shack*(B_m, S_m, n)
$x_jy_{i,j}$	=	Sisi dari titik ke-x_j ke-$y_{i,j}$ pada graf *shack*(B_m, S_m, n)
$y_{i,j}y_{i,j+1}$	=	Sisi dari titik ke-$y_{i,j}$ ke-$y_{i,j+1}$ pada graf *shack*(B_m, S_m, n)

$\cup$	=	Mengabungkan lebih dari satu himpunan
$\oplus$	=	Menjumlahkan setiap anggota partisi dengan bilangan real
W	=	Bobot total selimut graf $shack(B_m, S_m, n)$
$f(V_1)$	=	Fungsi bijektif pelabelan titik pusat pada graf $shack(B_m, S_m, n)$
$f(V_2)$	=	Fungsi bijektif pelabelan titik ke-$y_{i,j}$ pada graf $shack(B_m, S_m, n)$
$f(E)$	=	Fungsi bijektif pelabelan sisi keseluruhan pada graf $shack(B_m, S_m, n)$
$\mathcal{P}^n_{m,d_1}(i,j)$	=	Fungsi suatut partisi yang memiliki n kolom dan m baris dan beda d untuk antar jumlah anggota pada partisi ke-j
$\sum \mathcal{P}^n_{m,d_1}(i,j)$	=	Jumlah setiap anggota pada partisi ke-j
$E(P)$	=	*Chipertext*
$D(E)$	=	*plaintext*

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Seiring dengan perkembangan zaman serta ilmu pengetahuan dan teknologi di dunia maka akan berakibat timbulnya permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Oleh karena itu, setiap manusia berupaya untuk mencari solusi dalam menyelesaikan permasalahan yang secara tidak langsung mendobrak perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi masa kini. Salah satu ilmu pengetahuan yaitu matematika. Sehingga matematika mempunyai peran yang sangat penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan karena sebagian besar masalah kehidupan sehari-hari dapat diabstraksikan sebagai masalah yang berkaitan dengan benda-benda dan relasi pada benda-benda tersebut yang tentunya perhitungannya terkait dengan teorema yang terkandung dalam matematika.

Matematika merupakan induk ilmu pengetahuan atau ilmu yang mendasari ilmu pengetahuan lainnya dan termasuk ilmu pengetahuan yang kompleks. Hal ini menunjukkan bahwa matematika telah memberikan manfaat secara langsung kepada masyarakat. Dalam kehidupan sehari-hari manusia berpikir mengembangkan teknologi yang di dasari oleh matematika sehingga kegiatan mental yang melibatkan kerja otak untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu. Menurut taksonomi bloom keterampilan berpikir atau proses berpikir ada 6 tahapan, tiga termasuk kategori berpikir tingkat rendah dan tiga selanjutnya termasuk kategori berpikir tingkat tinggi. Dari perbedaan kedua itu sama-sama memiliki peran yang sama penting. Seseorang tidak akan bisa berpikir tingkat tinggi sebelum memasuki 3 tahapan berpikir tingkat rendah yang meliputi pengetahuan (khowledge), pemahaman (comprehension), dan evaluasi (evaluation) tetapi karena ada revisi maka 3 tahapan pertama yaitu mengingat, memahami, menerapkan. Kemudian seseorang akan memasuki proses berpikir tingkat tinggi dengan melalui tiga tahapan selanjutnya yaitu analisis (analysis), sintesin (synthesis), dan evaluasi (evaluation) di ubah menjadi menganalisis, mengevaluasi, menciptakan atau mengkreasi. Dari enam tahapan diatas yang paling sulit terdapat pada tahap menciptakan karena pada tahap ini seseorang akan menghasilkan karya baru dan belum pernah ada atau dengan cara mengeksplorasi penemuan sebelumnya menjadi berbeda. Salah satu ilmu yang memerlukan proses berpikir tingkat tinggi adalah matematika.

Matematika terdiri dari beberapa cabang ilmu, antara lain : Matematika Analisis, Matematika Geometri, Matematika Terapan, Matematika Statistik, Matematika Ekonomi, Matematika Aplikasi, Matematika Diskrit, dan lain sebagainya. Salah satu cabang dari beberapa ilmu pengetahuan yaitu Matematika Terapan yang di dalamnya terdapat tentang Matematika Diskrit. Di dalam Matematika Diskrit terdapat banyak materi, salah satunya adalah Teori Graf. Teori Graf dikenal saat seorang ahli matematika Bangsa Swiss yang bernama Leonhard Euler. Beliau berhasil mengungkap misteri Jembatan Konigsberg tahun 1736. Jembatan ini terletak diatas sungai Pregel. Euler melewati 7 jembatan dari 4 daerah di Konigsberg dalam kurun 1 waktu. Ternyata pembuktian Euler menyatakan bahwa hal yang dilakukan tidak tepat sekali. Akhirnya Euler kembali ke tempat semula sehingga jumlah jembatan yang menghubungkan daratan selalu genap. Dari studi kasus diatas maka lahirnya teori graf yang memunculkan konsep-konsep lain guna memecahkan masalah di dalam kehidupan sehari-hari.

Graf sudah banyak memecahkan masalah diantaranya masalah jaringan komunikasi, ilmu komputer riset operasi, ilmu kimia, sosiologi, kartograph, teknik kontruksi, peningkatan keterampilan daya pikir dan sebagainya. Salah satu topik dalam teori graf yaitu pelabelan graf. Pelabelan graf muncul pertama kali pada pertengahan tahun 1960 an yang diawali dengan hipotesis oleh Ringel dan Rosa serta di kembangkan oleh Sedlack pada tahun 1964 dan Stewart pada tahun 1966.

Pelabelan suatu graf adalah pemetaan bijektif yang memasangkan unsur-unsur graf (titik atau sisi) dengan bilangan bulat positif. Pelabelan graf diperkenalkan oleh Sedl*áček* pada tahun 1963 dengan memunculkan ide tentang pelabelan ajaib. Misal $G(V, E)$, selanjutnya disingkat G, adalah graf sederhana dan tak berarah dengan himpunan titiknya adalah V dan himpunan sisinya adalah E. Graf G mempunyai jumlah titik (*order*) dan jumlah sisi (*size*). Pelabelan titik dan sisi dari graf bisa dilakukan dengan banyak cara. Salah satu cara yang bisa digunakan adalah melabelinya dengan bilangan. Terdapat banyak jenis pelabelan graf yang telah dikembangkan, diantaranya adalah pelabelan graceful, pelabelan harmoni, pelabelan total tak beraturan, pelabelan magic, dan pelabelan antimagic. Dalam pengembangan pelabelan antimagic, dikenal juga pelabelan total (a, d)-titik antimagic, pelabelan total titik magic super, pelabelan total (a, d)-sisi antimagic, dan pelabelan total sisimagic super serta pelabelan selimut (a, d)-$\mathcal{H}$-antimagic super.

Pelabelan antiajaib adalah pengembangan dari pelabelan ajaib yang dilakukan oleh Hartsfield dan Ringel (dalam martin baca dan M.Miller,2008). Mereka mendefinisikan bahwa suatu graf G disebut antiajaib jika sisi-sisinya dapat dilabeli dengan $1, 2, \ldots, e_G$ sehingga setiap titik mempunyai bobot titik yang berbeda. Gutiérrez dan Lladó (2005) memperkenalkan pelabelan total $\mathcal{H}-$ ajaib dengan menggunakan konsep selimut -$\mathcal{H}$. Inayah et al. kemudian mengembangkan suatu pelabelan selimut (a, d)-$\mathcal{H}$-antiajaib dengan penjelasan bahwa suatu pelabelan selimut (a, d)-$\mathcal{H}$-antiajaib pada graf G adalah sebuah fungsi bijektif sehingga terdapat penjumlahan yang merupakan barisan aritmatika $a, a + d, a + 2d, \ldots, a + (t-1)d$. Pelabelan selimut (a, d)-$\mathcal{H}$-antimagic dapat dikatakan fungsi bijektif jika label selimut pada suatu graf tersebut selalu berbeda dan berurutan. Salah satu jenis graf yang akan di labeli yaitu graf Staked Book. Menurut (Gallian,2007) Graf staked book adalah yaitu graf berorder (m, n) dari hasil graph cartesian product $S_m + 1 \square P_n$ dimana S_m adalah graf star dan P_n adalah graf path sebanyak n.

Aplikasi dari teori graf yang berkembang saat ini yaitu mengenai pembuatan pesan rahasia. Dalam kriptografi terdapat dua konsep utama yakni enkripsi dan dekripsi. Enkripsi adalah proses dimana informasi/data yang hendak dikirim diubah menjadi bentuk yang hampir tidak dikenali sebagai informasi awalnya dengan menggunakan algoritma tertentu. Dekripsi adalah kebalikan dari enkripsi yaitu mengubah kembali bentuk tersamar tersebut menjadi informasi awal. Ada beberapa contoh macam-macam metode kriptografi untuk membuat pesan rahasia antara lain: *Caesar*, *Affine*, *Monoalphabetic*, *Polyalphabetic*, *Vigenere*, *Beaufort*, *Playfair*, Transposisi, MD5, DES, RSA, DSA, ElGamal, dan SHA.

Metode pertama kriptografi adalah *Caesar*, yang mana metode mengikuti pola pesan rahasia yang dikirim oleh raja Caesar pada jaman romawi, kini banyak model untuk dapat diterapkan dalam kriptografi, diantaranya adalah *affine*. *Affine* sudah cukup baik untuk mengirim pesan rahasia berupa pesan teks rahasia. Pesan (*message*) adalah data atau informasi yang dapat dibaca dan dimengerti maknanya. Nama lain untuk pesan adalah plainteks (*plaintext*) atau teks jelas (*cleartext*). Maka diperlukan membuat aplikasi pesan rahasia berupa teks menggunakan metode *Affine* yang merupakan perluasan dari caesar yang mengalihkan plainteks dengan sebuah nilai dan menambahkannya dengan sebuah pergeseran.

Penelitian ini mengkaji keterkaitan antara menciptakan lemma dan teorema dari pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut pada *shackle* graf buku bersusun dengan *Higher Order Thinking Skills* (HOTS) serta pengembangan *affine chipertext* pada kalimat . Sehingga penelitian ini berjudul "**Pelabelan Super Antiajaib *Shackle* Graf Buku Bersusun untuk Pengembangan *Chipertext* Metode *Affine Chiper* dalam Kaitannya dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. berapa kardinalitas titik dan kardinalitas sisi pada *shackle* graf buku bersusun?
2. apakah pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut pada *shackle* graf buku bersusun?
3. bagaimana pengembangan kriptografi *affine chiper* dengan menggunakan pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut dari *shackle* graf buku bersusun?
4. bagaimana keterkaitan pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut pada *shackle* graf buku bersusun dalam mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan penelitian ini dibatasi pada :

1. graf berhingga sederhana, yaitu graf yang tidak mempunyai loop dan sisi ganda (paralel) serta bukan graf berarah (*directed graph*);
2. graf yang digunakan adalah graf $Shack(B_m, S_m, n)$;
3. penerapan teknik partisi dan variasi beda aritmatika dalam pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut pada *Shackle* graf buku bersusun konektif disimbolkan dengan $Shack(B_m, S_m, n)$, dimana $n \geq 3$, dengan n adalah duplikat graf secara konektif;
4. proses subtitusi pesan ke dalam *chipertext* teknik *affine chiper* dengan mengabaikan spasi dan tanda baca serta apabila pesan tersebut berbentuk angka, maka di konversikan ke dalam bentuk huruf;
5. menggunakan taksonomi bloom yang telah direvisi.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. untuk menentukan kardinalitas titik dan kardinalitas sisi pada *shackle* graf buku bersusun.
2. untuk menentukan pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut dari *shackle* graf buku bersusun.
3. untuk mengembangkan *affine chiper* dengan menggunakan pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut dari *shackle* graf buku bersusun .
4. untuk mengetahui keterkaitan proses menemukan pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut dari *shackle* graf buku bersusun dalam mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini, yaitu:

1. Menambah pengetahuan baru dalam bidang teori graf tentang pelabelan variasi konektor pada graf buku bersusun.

2. Menambah wawasan baru tentang pengembangan *chipertext* dengan menggunakan pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut dari *shackle* graf buku bersusun.
3. Hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai perluasan ilmu atau pengembangan ilmu dalam masalah pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut dari *shackle* graf buku bersusun.
4. Memberi pengetahuan baru tentang *chipertext* dalam mengubah kalimat pesan menjadi kalimat rahasia.
5. Melatih peneliti dalam proses berpikir tngkat tinggi terutama yang berkaitan dengan mengingat dalam mengidentifikasi family graph, memahami dalam menghitung jumlah titik p dan sisi q pada graf buku bersusun $(B_m, S_m, -n)$ dan menentukan batas atas, menerapkan serta menentukan label titik, menganalisa label sisi, mengevaluasi dalam membuktikan kebenaran fungsi, dan menciptakan teorema

1.6 Kebaharuan Penelitian

Kebaharuan yang diharapkan dari hasil penelitian ini, yaitu:

1. graf yang di gunakan adalah graf buku bersusun.
2. dalam pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib menggunakan pelabelan gabungan graf dan lebih fokus pada pelabelan total selimut.
3. teknik yang digunakan pada pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut yaitu teknik partisi pada titik dan sisinya.
4. *Chipertext* yang hasilkan dari metode *affine chiper*.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Dalam menemukan sebuah graf baru haruslah berdasarkan dari teorema atau lemma tentang graf. Adapun beberapa hal yang mendasari terbentuknya graf baru adalah definisi graf, jenis graf, keisomorfisan graf, dan lain sebagainya. Pada bab ini akan dibahas tentang beberapa hal yang dijadikan landasan terbentuknya sebuah graf baru beserta pelabelan totalnya.

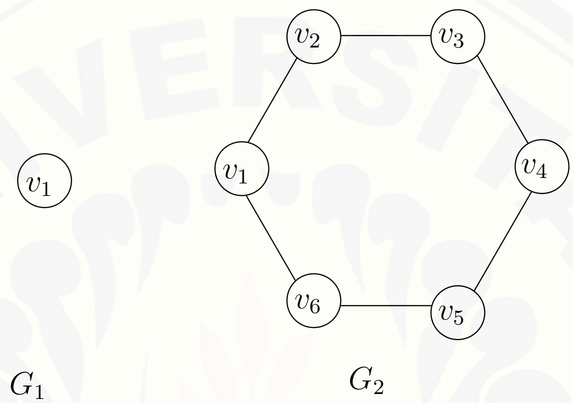
2.1 Definisi dan Terminologi Draf

Di dalam teori graf merupakan pokok bahasan yang sudah tua usianya namun memiliki banyak terapan sampai saat ini. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek tersebut. Garis menyatakan hubungan antara objek, noktah, bulatan,atau titik dinyatakan dengan graf sebagai titik representasi visual.

Dalam hal ini V adalah himpunan tidak-kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan E adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul yaitu notasi $G = (V, E)$.

Definisi 2.1.1. *Dalam hal ini V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi simpulnya harus ada, minimal satu.Graf yang hanya mempunyai satu buah simpul tanpa sebuah sisi pun dinamakan graf trivial.*

Simpul pada graf dapat di labeli dengan huruf, seperti a, b, c , v, w, , dengan bilangan asli 1, 2, 3, , atau gabungan keduanya. Sedangkan sisi yang menghubungkan simpul u dengan simpul v dinyatakan dengan pa-sangan (u, v) atau dinyatakan dengan lambang e_1, e_2, . Dengan kata lain, jika e adalah sisi yang menghubungkan simpul u dengan simpul v, maka e dapat ditulis sebagai $e = (v, v)$ Titik pada graf dapat dinomori dengan huruf, seperti a, b ,c, $\ldots$ dengan bilangan asli 1, 2 ,3 $\ldots$ atau gabungan antara keduanya. Sedangkan sisi yang menghubungkan titik u dan titik v dapat dinyatakan dengan pasangan $e = (u, v)$. Setiap sisi menghubungkan satu titik ke titik yang lain, dan setiap titik dapat mempunyai banyak sisi yang menghubungkannya ke titik lain. Order n dari graf G adalah banyaknya titik di G, yakni $n = |V(G)|$ sedangkan banyaknya sisi dari sebuah graf G disebut size dari G, sering dinotasikan dengan $|E(G)|$. G_1 pada Gambar 2.1 adalah graf dengan order = 1 dan G_2 pada Gambar 2.1 adalah graf dengan $|V(G)| = 6$ dan $|E(G)| = 6$. Untuk G_1, $V = v_1$ dan $E = \phi$, sedangkan untuk G_2, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ dan $E = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), (v_4, v_5), (v_5, v_6), (v_1, v_6)\}$.



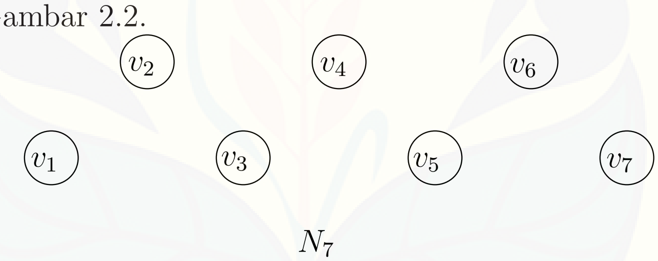
Gambar 2.1 Contoh graf null dan C_6 merupakan graf secara umum

Menurut Munir (2012:256) secara geometri graf digambarkan sebagai sekumpulan noktah (simpul) di dalam bidang dwimatra yang dihubungkan dengan sekumpul-an garis (sisi)dengan kata lain v tidak boleh kosong sedangkan E boleh kososng.

Definisi 2.1.2. *Menurut Chartrand dan Ping Zhang (2012:10) menyatakan bahwa Suatu graf H dikatakan subgraf dari graf G, dinotasikan $H \subseteq G$, jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$.*

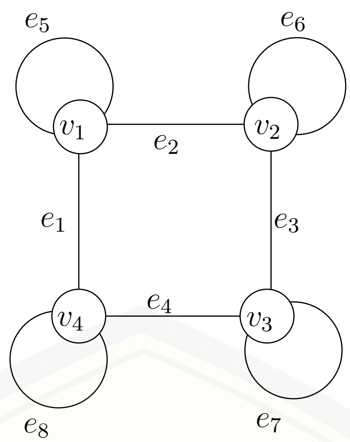
Muhammad (2012) menyatakan bahwa beberapa terminology (istilah) dasar yang sering digunakan dalam graf adalah bertetangga (*adjacent*), bersisian (*incident*), derajat (*degree*), simpul terpencil (*isolated vertex*), graf kosong (*null graph* *atau empty graph*), gelang (*loop*), lintasan (*path*), sirkuit atau siklus (*cycle*), dan cut - set. Beberapa terminology tersebut dapat dijabarkan sebagai berikut:

1. Bertetangga (*adjacent*)
   Dua buah simpul dikatakan bertetangga jika keduanya terhubung langsung dengan sebuah sisi.
2. Derajat (*Degree*)
   Derajat suatu simpul pada graf, disimbolkan $d(v)$ adalah jumlah sisi yang bersisian pada simpul tersebut.
3. Bersisian (*Incidency*)
   Sisi yang menghubungkan simpul A dan B disebut bersisian dengan simpul A atau B.
4. Simpul Terpencil (*Isolated Vertex*)
   Simpul terpencil adalah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya.
5. Graf Kosong (*null graph atau empty graph*)
   Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong. Graf kosong biasa ditulis dengan N_n dengan n adalah jumlah simpul. Perhatikan Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Contoh graf Kosong pada N_7

6. Derajat (*Degree*)
   Definisi 2.1.3. *Derajat suatu simpul pada graf tak berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.*
7. Gelang (*Loop*)
   Loop adalah sisi yang menghubungkan sebuah simpul yang sama. Pada gambar 2.3 merupakan contoh dari graf loop.



$Graf Loop$

Gambar 2.3 Contoh graf yang punya simpul sama

8. Lintasan (*Path*)

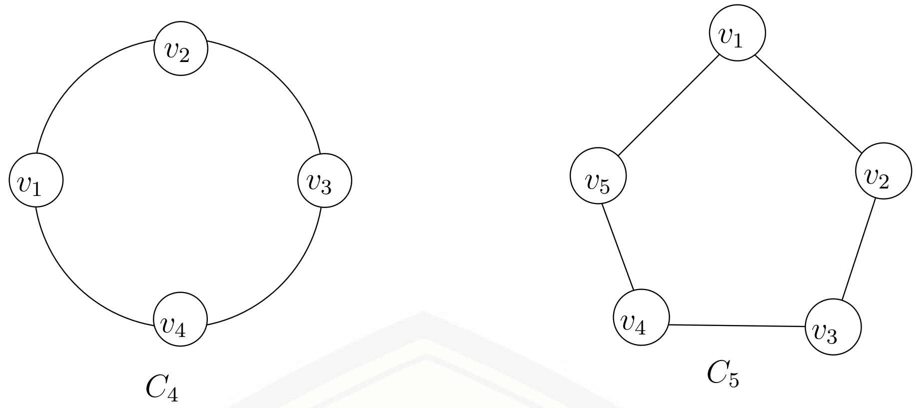
   Lintasan yang panjangnya n dari simpul awal v_0 ke simpul tujuan v_n di dalam graf G adalah barisan berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang terbentuk v_0,e_1,e_2,, v_n-$_1$,e_n,v_n sedemikian sehingga e_1= (v_0, v_1), yang dilalui di dalam lintasan boleh berulang. Sebuah lintasan dikatakan lintasan sederhana (*simple path*) jika semua simpulnya berbeda.Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut lintasan tertutup (*closed path*), sedangkan lintasan yang tidak berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut lintasan terbuka (*open path*).

9. Sirkuit atau siklus (*Cycle*)

   Sirkuit atau siklus adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Sebuah sirkuit dikatakan sirkuit sederhana jika setiap sisi yang dilalui berbeda. Pada gambar 2.4 (C_4), v_1, v_2, v_3, v_4,v_1 adalah sebuah sirkuit sederhana dengan panjang 4, yang dihitung berdasarkan jumlah sisi di dalam sirkuit tersebut. sedangkan pada gambar 2.4 (C_5),v_1, v_2, v_3, v_4,v_5,v_1 adalah sebuah sirkuit sederhana dengan panjang 5.

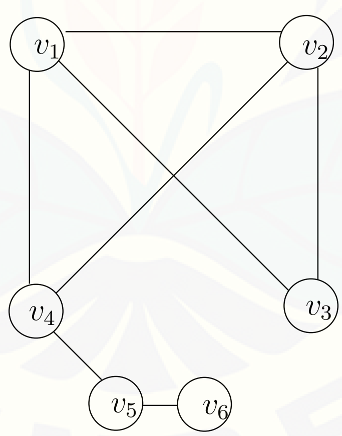
10. Cut - Set

    Cut - Set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dibuang



Gambar 2.4 Contoh graf Siklus

dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi cut - set menghasilkan dua buah komponen terhubung. Pada gambar 2.5, jika kita membuang (v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_6, v_4) dan (v_6, v_5) maka graf menjadi tidak terhubung. Jadi himpunan (v_1, v_2), (v_1, v_4), (v_6, v_4), (v_6, v_5) adalah cut - set. Himpunan (v_1, v_2), (v_2, v_4), (v_4, v_5) bukan merupakan cut - set karena terdapat (v_1, v_2), (v_2, v_4) yang juga merupakan cut - set dan merupakan himpunan bagian dari $(v_1, v2)$, (v_2, v_4), (v_4, v_5).

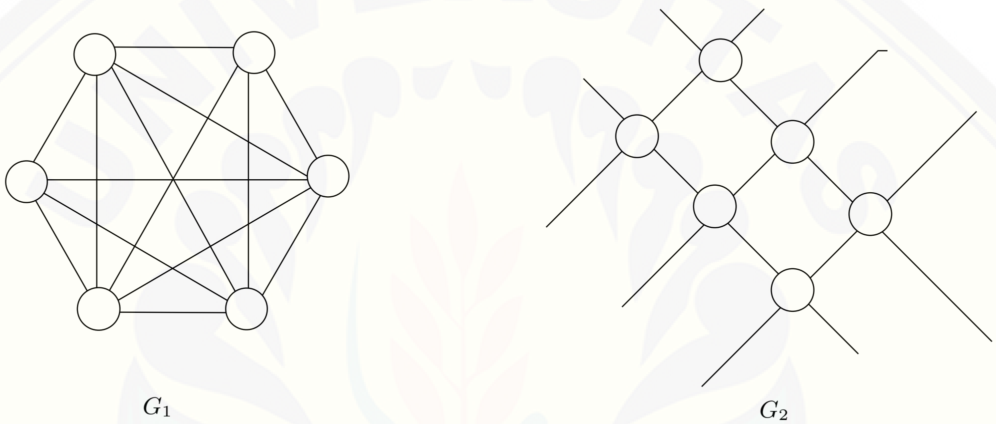


Gambar 2.5 Graf terhubung yang menjadi tidak terhubung karena ada cut-set

2.2 Jenis Graf

Berdasarkan sifatnya graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori (jenis) bergantung pada sudut pandang pengelompokannya. Berdasarkan jumlah simpul yang dimilikinya, arah dan bobotnya serta ada tidaknya sisi ganda tersebut graf dapat dikelompokan. Pada jumlah simpul yang dimiliki, graf dikelompokkan menjadi dua jenis, yaitu :

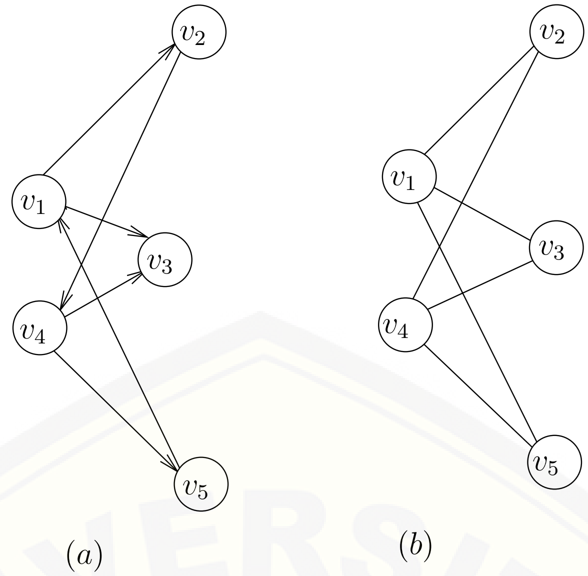
1. Graf berhingga (*limited graph*)yaitu graf yang jumlah simpulnya, n berhingga. Graf pada G_1 Gambar 2.6 merupakan contoh graf berhingga.
2. Graf tak berhingga (*unlimited graph*) yaitu graf yang jumlah simpulnya, n tidak berhingga banyaknya disebut graf tak berhingga. Graf pada G_2 Gambar 2.6 merupakan contoh graf yang tak berhingga.



Gambar 2.6 (a). Gambar G_1 adalah graf berhingga. (b) Gambar G_2 adalah graf tak berhingga.

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan menjadi dua jenis (Yulianti, 2008):

1. Graf berarah (*directed graph* atau digraph) adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah disebut graf berarah. Contoh graf pada Gambar 2.7(a) merupakan graf berarah.
2. Graf tak berarah (*undirected graph*) adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah disebut graf tak terarah. Contoh graf pada gambar 2.7(b) merupakan graf tak berarah.



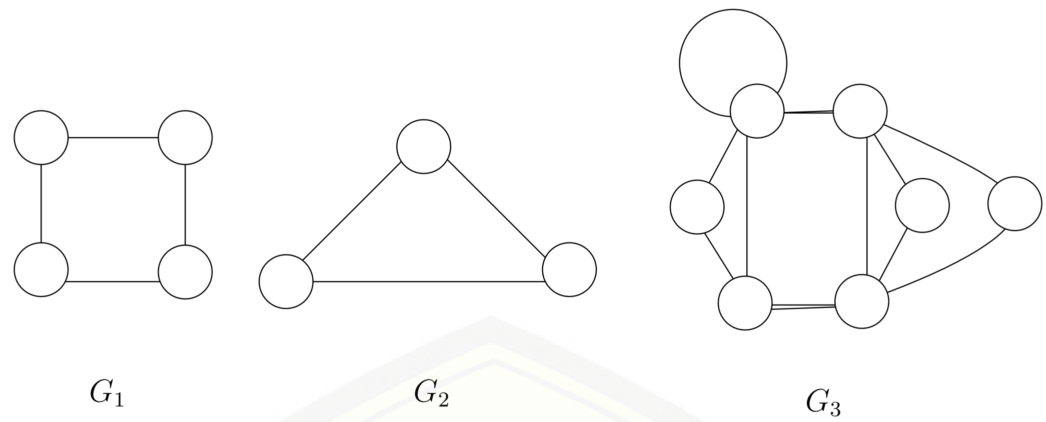
Gambar 2.7 (a). Gambar (a) adalah graf berarah. (b) Gambar (b) adalah graf tak berarah.

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda suatu graf, maka graf digolongkan menjadi dua jenis (Yulianti, 2008):

1. Graf sederhana (*simple graf*) adalah graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda. Contoh pada graf sederhana meliputi dengan jaringan komputer. graf sederhana pada sisi merupakan pasangan tak terurut. Sehingga sisi (u, v) sama dengan sisi (v, u).Pada Gambar 2.8 graf G_1 dan G_2 merupakan graf sederhana, dan G_3 merupakan graf semu.
2. Graf tak sederhana (*unsimple graph*/ multigraf) adalah graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Graf tak sederhana dibagi menjadi dua macam, yaitu graf ganda dan graf semu. Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Sedangkan graf semu adalah graf yang mengandung gelang. Sisi pada graf semu dapat terhubung ke dirinya sendiri.

2.3 Graf Khusus

Graf yang memiliki keunikan atau tidak isomorfis dengan graf yang lain dan memiliki karakteristik bentuk khusus yang dapat diperluas sampai orde n tetapi



Gambar 2.8 (a). Gambar G_1 dan G_2 adalah graf sederhana. (b) Gambar G_3 adalah graf tak sederhana.

tetap simetris disebut graf khusus. Graf khusus dapat diklasifikasikan dalam beberapa famili, diantaranya : graf lengkap, graf lintasan, graf *ladder*, graf roda, graf kipas, graf *cycle*, graf *triangular book*, dan masih banyak yang lainnya. Berikut akan dijelaskan beberapa graf tersebut.

1. Graf Lengkap (*Complete graph*)

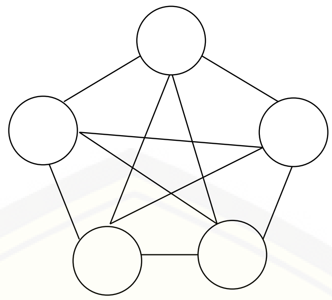
   Graf lengkap yaitu graf yang sederhana yang terhubung, karena setiap titiknya terhubung ke semua titik yang lain atau setiap titik v terhubung dengan $(n-1)$ titik-titik yang lainnya sehingga $deg(v) = n-1$. Dengan kata lain, setiap titiknya bertetangga. Graf lengkap dengan n buah titik dilambangkan dengan K_n. Contoh graf lengkap dapat dilihat pada Gambar 2.9 Graf tersebut merupakan graf K_6 dengan 5 buah titik (Lipschutz dan Lipson, 2008:141).

2. Graf Lintasan

   Graf lintasan atau *path graph* adalah graf yang terdiri dari satu lintasan. graf lintasan dengan n titik dinotasikan P_n dengan $n \geq 2$. Contoh graf lintasan P_3 dan P_5 dapat dilihat pada Gambar 2.10.

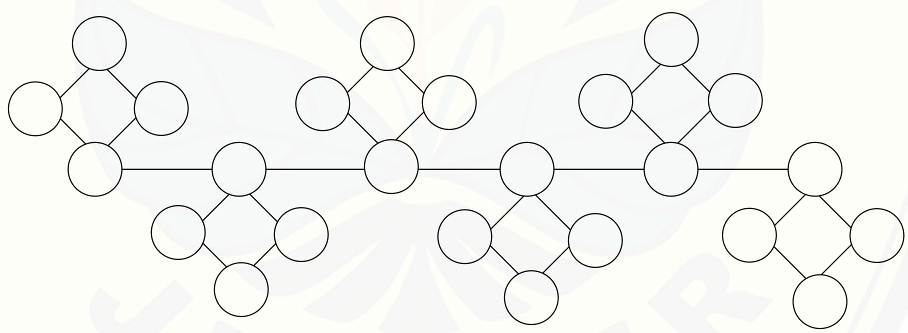
3. Graf Ladder

   Graf ladder yang dilambangkan dengan L_n adalah sebuah graf yang berpadanan dengan $K_2 \times P_n$ dengan titik $V(L_n) = \{u_i, v_i : 1 \leq i \leq n\}$ dan



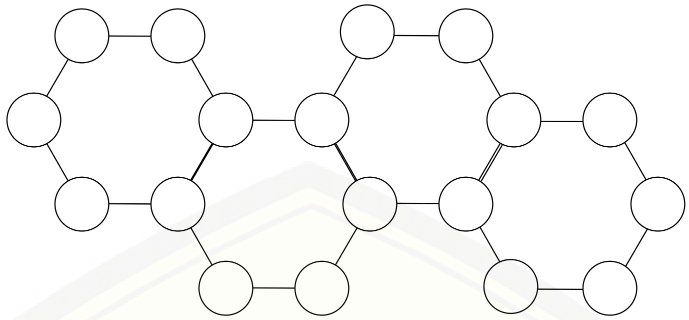
K_5

Gambar 2.9 Contoh graf Lengkap K_6



Gambar 2.10 Graf path yang di shackle K_4

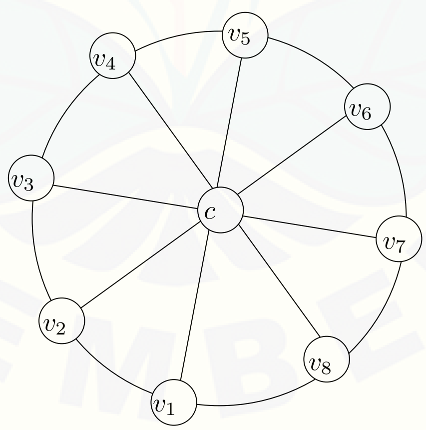
$E(L_n) = \{u_i u_{i+1}, v_i v_{i+1} : 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{u_i, v_i : 1 \leq i \leq n\}$. Graf ladder mempunyai $2n$ titik, dan $3n-2$ sisi. Gambar 2.11 menunjukkan satu contoh graf ladder dengan $n = 6$.



Gambar 2.11 Graf ladder pada K_6

4. Graf Roda

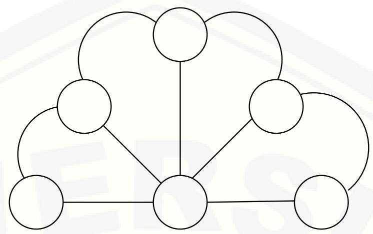
   Slamin dkk (2002) menjelaskan graf roda yang dinotasikan dengan W_n adalah sebuah graf yang memuat n siklus dengan satu titik pusat yang bertetangga dengan semua titik di n siklus. Sehingga graf roda W_n terdiri dari $n+1$ titik yaitu : $c, x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ dan $2n$ sisi, yaitu $cx_i, 1 \leq i \leq n, x_i x_{i+1}, 1 \leq i \leq n-1$ dan $x_n x_1$. Graf pada Gambar 2.12 adalah contoh graf roda dengan 5 titik atau W_4.



Gambar 2.12 Graf roda

5. Graf Kipas

Graf kipas atau *fan graph*, dinotasikan dengan F_n dimana $n \geq 2$, adalah graf yang didapat dengan menghubungkan semua titik dari graf lintasan P_n pada suatu titik yang disebut pusat. Jadi, F_n terdiri dari $n+1$ titik, yaitu $c, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dengan c merupakan titik pusat, dan $2n-1$ sisi, yaitu $cx_i, 1 \leq i \leq n, x_ix_{i+1}, 1 \leq i \leq n-1$ (Bača dkk. 2007:1235). Contoh graf kipas dapat dilihat pada Gambar 2.13.



F_5

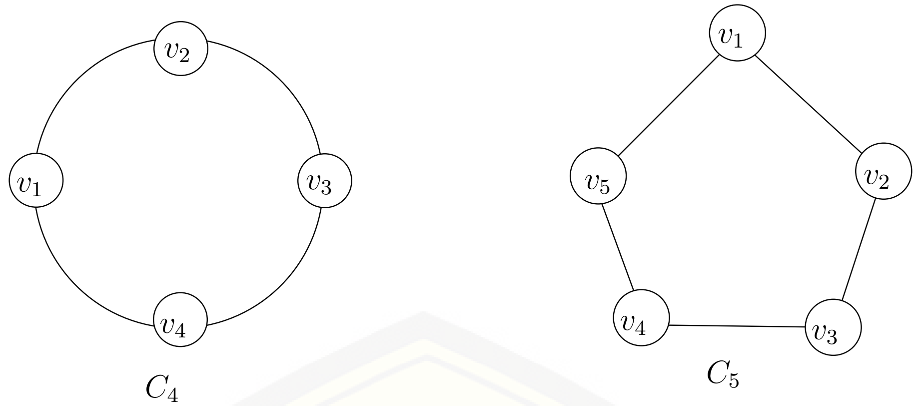
Gambar 2.13 Graf kipas pada F_5

6. Graf Siklus

Graf siklus atau *cycle*, dinotasikan dengan C_n, adalah graf dengan n titik $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ dan sisi $v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_nv_1$ (Hartsfield dan Ringel, 1994: 16). Graf siklus merupakan graf reguler berderajat dua, artinya pada graf siklus setiap titiknya mempunyai derajat dua, sehingga dalam graf siklus jumlah titik dan jumlah sisinya sama. Graf siklus C_n, untuk $n \geq 3$, adalah graf dengan n titik $V = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan n sisi $E = \{x_ix_{i+1} \cup x_nx_1; 1 \leq i \leq n-1\}$. Contoh beberapa graf siklus dapat dilihat pada Gambar 2.14.

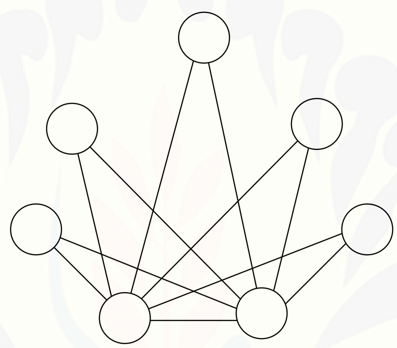
7. Graf *Triangular Book*

Graf triangular book dinotasikan dengan Bt_n adalah suatu graf yang merupakan famili dari graf komplete tripartit $K_{m,n,l}$ dengan jumlah titik pada m dan n adalah satu dan jumlah titik pada l sebanyak n. Graf triangular book Bt_n merupakan graf yang terdiri dari sejumlah n buah segitiga $(n \geq 1)$ dengan setiap segitiga memiliki sebuah sisi yang dipakai bersama



Gambar 2.14 Graf siklus C_4 dan C_5

atau dengan kata lain setiap segitiga memiliki 2 titik yang sama. Berikut contoh dari graf triangular book dapat dilihat pada Gambar 2.15.



Bt_n

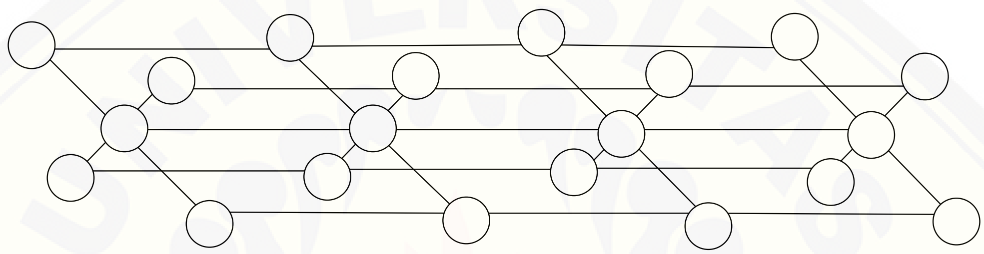
Gambar 2.15 Graf buku segitiga

Misalkan k adalah bilangan bulat positif. Maryati dkk (2010) mendefinisikan *shackle* graf dinotasikan dengan $shack(G_1, G_2, \ldots, G_k)$, sebagai sebuah graf yang dibentuk dari k graf tak terhubung tak trivial $G_1, G_2, \ldots, G_k$ sehingga untuk setiap $s, t \in [1, k]$ dengan $\mid s, t \mid \geq 2$ berlaku G_s dan G_t tidak mempunyai titik yang sama, dan untuk setiap $i \in [1, k-1]$, G_i dan G_{i+1} mempunyai tepat satu titik yang sama, disebut titik penghubung, dan $k-1$ titik penghubung itu semua berbeda.

8. Graph *staked book* atau graf buku bersusun

   Definisi 2.3.1. *Graf stacked book dinotasikan* (B_m, n) *adalah suatu graf hasil kali Cartesian* $S_m \square P_n$ *dengan* S_m *adalah graf bintang dengan* $m+1$ *vertex dan* P_n *adalah path dengan* n *vertex.*

graf *staked book* adalah salah satu graf yang merupakan famili dari graf book. Graf ini merupakan salah satu contoh graf $Well-Defined$ yang masih belum ditemukan pelabelannya. Graf *Staked Book* adalah sebuah graf yang dinotasikan dengan B_m, n dimana $V_1 = \{x_j; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dan $V_2 = \{y_{i,j}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dan himpunan sisi $E_1 = \{x_j x_{j+1}; 1 \leq \jmath \leq n-1\}$, $E_2 = \{x_j y_{i,j}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$, dan $E_3 = \{y_{i,j} y_{i,j+1}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n-1\}$.



Gambar 2.16 Contoh *shackle* Graf Staked Book dengan notasi $Shack(B_4, S_4, 3)$

2.4 Operasi Graf

Terdapat beberapa cara untuk membuat graf baru yaitu dengan melakukan sesuatu pada dua atau lebih graf disebut Operasi Graf. Pada penelitian ini dalam operasi graf menggunakan operasi *shackle* dan graf gabungan.

Maryati dkk (2010) menyatakan bahwa operasi *shackle* dinotasikan dengan *shack* $(G_1, G_2, ..., G_n)$ sebagai graf yang dibentuk dari graf n terhubung tak trivial $G_1, G_2, ..., G_n$ pada tiap $s, t \in [1, n] dengan$[s-t]$\geq$ 2 apabila G_s dan G_t tidak mempunyai titik yang sama disebut graf belenggu, dan untuk setiap $i \in$ [1,n-1], G_t dan G_{t+1} mempunyai tepat satu titik yang sama disebut titik penghubung, dan $k-1$ titik penghubung tersebut semuanya berbeda.

Menurut (Muharromah, 2014:11) bahwa istilah lain dari sesuatu yang mengikat disebut *shackle*. Operasi *shackle* dari $(G_1, G_2, ..., G_k)$ dinotasikan dengan *Shack*

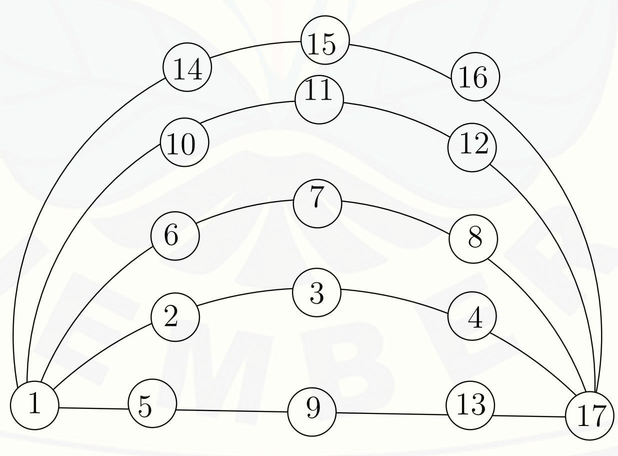
$(G_1, G_2, ..., G_k)$ yaitu graf yang dibangun dari graf terhubung nontrivial dan order graf $(G_1, G_2, ..., G_k)$ sehingga untuk setiap $1 \leq i$, $j \leq k$ dengan $[i-j] \leq k-1$, $G_{io}+_1$ tepat yang sama, disebut *vertex linkge*

2.5 Partisi dengan Menetapkan Beda *d*

Misalkan n,c,d, dan k adalah bilangan bulat positif dimana d dan c boleh nol "0". Kita menganggap $\mathcal{P}^n_{c,d}(k)$ dari himpunan {1,2,3,...,cn } dalam n dan c-tuple dengan $n \geq 2$, sedemikian hingga beda antara jumlah bilangan pada c-tuple ke k=1,2,3,...,n adalah konstan d. Diberikan $\sum \mathcal{P}^n_{c,d}(k)$ adalah jumlah bilangan pada $\mathcal{P}^n_{c,d}(k)$. Jika terdapat partisi dengan beda d maka pasti ada partisi dengan beda-d. Notasi $\mathcal{P}^n_{c,d}(k)$ $\oplus b$ diartikan untuk setiap bilangan pada $\mathcal{P}^n_{c,d}(k)$ ditambahkan dengan b (Baca dkk, 2013). Bentuk umum partisi apabila dinyatakan dalam bentuk matriks adalah

$$\mathcal{P}^n_{c,d}(k) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ n+1 & n+2 & \cdots & 2n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (c-1)n+1 & (c-1)n+2 & \cdots & cn \end{pmatrix}$$

contoh partisi :



Gambar 2.17 Contoh Partisi Graf

Tabel 2.1 Partisi graf

$i \setminus k$	1	2	3	4	
1	1	5	9	13	
2	2	6	10	14	$\oplus 1$
3	3	7	11	15	
	6	18	30	42	

menghasilkan d=12 dan membentuk barisan aritmatika:

$$\mathcal{P}^4_{3,12}(k) \oplus 1 \quad = i + (k-1)(c+1)$$

Berikut adalah bentuk umum partisi $\mathcal{P}^n_{c,c}(i,j)$:

Tabel 2.2 Klasifikasi partisi $d = c$.

$i \setminus$ j	1	2	$\dots$	n	
1	1	2	$\dots$	n	
2	$n+1$	$n+2$	$\dots$	$n+n$	
3	$2n+1$	$2n+2$	$\dots$	$2n+n$	
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	
c	$(c-1)n+1$	$(c-1)n+2$	$\dots$	$(c-1)n+n$	$+$
	a	$a+c$	$\dots$	$a+(n-1)c$	$d=c$

Pada tabel 4.1, dengan menerapkan aturan suku dan jumlah suku pada barisan aritmatika diperoleh $\mathcal{P}^n_{c,d}(i,j) = \{(i-1)n + j, 1 \leq i \leq c\}$ dan jumlah dari partisinya adalah $\sum \mathcal{P}^n_{c,d}(i,j) = \frac{c^2n-nc}{2} + cj$ dengan beda $d = c$. Tabel 4.2 juga merupakan contoh partisi $\mathcal{P}^n_{c,d}(i,j)$ lain yang digunakan pada c-tuple. Dengan cara yang sama diperoleh perhitungan $\mathcal{P}^n_{c,d}(i,j) = \{(j-1)c + i,\ 1 \leq i \leq c\}$ dan jumlah dari partisinya adalah $\sum \mathcal{P}^n_{c,d}(i,j) = \frac{c-c^2}{2} + c^2 j$ dengan nilai beda $d = c^2$.

Tabel 4.3 merupakan contoh bentuk partisi lain dimana $c \equiv 0 \pmod 2$ dan $n \equiv 1 \pmod 2$. Dengan menggunakan perhitungan yang sama dengan partisi sebelumnya maka pada tabel 4.3 dihasilkan beberapa fungsi seperti di bawah ini:

Tabel 2.3 Klasifikasi partisi $d = c^2$.

$i \diagdown j$	1	2	3	4	...	n	
1	1	$c+1$	$2c+1$	$3c+1$	...	$(n-1)c+1$	
2	2	$c+2$	$2c+2$	$3c+2$	...	$(n-1)c+1$	
3	3	$c+3$	$2c+3$	$3c+3$	...	$(n-1)c+1$	
...	...	...	...	...	......		
c	c	$c+c$	$2c+c$	$3c+c$	...	$(n-1)c+1$	$+$
	a	$a+c^2$	$a+2c^2$	$a+c^3$	...	$a+(n-1)c^2$	$d = c^2$

Tabel 2.4 Klasifikasi partisi $d = \frac{c}{2}$.

$i \diagdown j$	1	2	3	4	5	
1	1	4	2	5	3	
2	8	6	9	7	10	
3	11	14	12	15	13	
4	18	16	19	17	20	$+$
	38	40	42	44	46	$d = \frac{c}{2}$

$$\mathcal{P}^n_{c,\frac{c}{2}}(k) \quad = \begin{cases} \{(i-1)n + \frac{j+1}{2}; \quad 1 \leq i \leq c, i \equiv 1 \pmod 2\} \bigcup \\ \{\frac{j-n}{2} + in; \quad 1 \leq i \leq c, i \equiv 0 \pmod 2\}, j \equiv 1 \pmod 2 \\ \{\frac{j+1-n}{2} + in; \quad 1 \leq i \leq c, i \equiv 1 \pmod 2\} \bigcup \\ \{(i-1)n + \frac{j}{2}; \quad 1 \leq i \leq c, i \equiv 0 \pmod 2\}, j \equiv 0 \pmod 2 \end{cases}$$

$\sum \mathcal{P}^n_{c,\frac{c}{2}} = \frac{c}{4}(2cn - n + 1) + \frac{cj}{2}$; untuk $1 \leq j \leq n$.

Berdasarkan 3 klasifikasi partisi di atas maka dapat dikatakan bahwa setiap partisi yang didefinisikan dengan $\mathcal{P}^n_{c,d}(i,j)$ memiliki sifat berikut :

1. $\sum \mathcal{P}^n_{c,d}(i,j) = \mathcal{P}^n_{c,d} + dj$, dimana $\mathcal{P}^n_{c,d}$ merupakan fungsi yang berdasarkan parameter c dan n;

2. jika terdapat partisi dengan beda d maka dipastikan ada partisi dengan beda $-d$;

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^n_{c,-d}(i,j) &= \mathcal{P}^n_{c,d}(n+1-j) \\ \sum \mathcal{P}^n_{c,-d}(i,j) &= \sum \mathcal{P}^n_{c,d}(n+1-j), \quad \text{dengan } 1 \le j \le n. \end{aligned}$$

3. jika b adalah konstanta maka partisi dikonstruksi dengan mengikuti

$$\begin{aligned} \bigcup_{j=1}^n \{b+1+(j-1)c, b+2+(j-1)c, \ldots, b+cj\} &= \mathcal{P}^n_{c,d}(i,j) \oplus b \\ \bigcup_{j=1}^n \{b+1+(j-1)c+b+2+(j-1)c+\cdots+b+cj\} &= \sum \mathcal{P}^n_{c,d}(i,j) + cb \end{aligned}$$

Suatu partisi yang didefinisikan dengan $\mathcal{P}^n_{c,d}(i,j)$ dapat dibentuk dengan mengkombinasikan partisi lain sehingga diperoleh beda d yang bervariasi. Konstruksi partisi tersebut mengikuti fakta di bawah ini:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^n_{c,d}(k) &= \mathcal{P}^n_{c_1,d_1}(i,j) \bigcup (\mathcal{P}^n_{c_2,d_2}(i,j) \oplus (nc_1); \text{ untuk } 1 \le j \le n \\ \sum \mathcal{P}^n_{c,c}(i,j) &= \sum \mathcal{P}^n_{c_1,d_1}(i,j) + \sum (\mathcal{P}^n_{c_2,d_2}(i,j) \oplus nc_1), \quad \text{untuk } 1 \le j \le n \\ &= \sum \mathcal{P}^n_{c_1,d_1}(i,j) + \sum (\mathcal{P}^n_{c_2,d_2}(i,j) \oplus nc_1c_2), \ 1 \le i \le c\} \end{aligned}$$

dimana $c = c_1 + c_2$ dan $d = d_1 + d_2$ (Bača, dkk. 2013)

2.6 Aksioma, postulat, teorema, lemma, corollary, konjektur, dan open problem

Aksioma merupakan sebuah proposisi yang diasumsikan benar tanpa perlu adanya pembuktian. Sehingga aksioma tidak memerlukan pembuktian lagi. Postulat merupakan proposisi yang dianggap jelas dengan sendirinya yang biasanya dalam matematika merupakan pernyatan yang telah disepakati kebenarannya. Teorema merupakan proposisi yang sudah terbukti benar. Bentuk khusus dari teorema adalah lemma dan *corollary* (akibat). Lemma merupakan teorema sederhana yang digunakan sebagai pendukung pembuktian teorema lain. Lemma biasanya kurang menarik tetapi berguna bagi pembuktian proporsisi yang lebih kompleks, yang artinya pembuktian tersebut dapat lebih muda dimengerti dengan menggunakan beberapa lemma, namun disetiap pembuktian lemma ini dibuktikan secara individual. *Corollary* (akibat) merupakan teorema yang dapat dibentuk langsung dari teorema yang sudah terbukti, atau dengan kata lain ini merupakan teorema yang mengikuti teorema lain. Konjektur merupakan sebuah proposisi yang dipradugakan sebagai hal yang nyata, benar, atau asli, sebagaian besar didasarkan pada landasan inkonklusif (tanpa simpulan), sehingga ini biasanya bertentangan dengan hipotesis (oleh karenanya bertentangan pula dengan teori, aksioma, atau prinsip), yang merupakan pernyataan perjanjian menurut landasan yang dapat diterima. Di dalam Matematika, konjektur merupakan proposisi yang tidak terbuktikan (tidak memerlukan bukti) sehingga dianggap pasti benar adanya. *Open problem* (masalah terbuka atau pernyataan terbuka) merupakan beberapa masalah yang dapat secara akurat dinyatakan dan belum terselesaikan (tidak ada solusi yang diketahui). Contoh *open problem* dalam permasalahan teori graf adalah permasalahan jembatan Königsberg.

2.7 Lemma Batas Atas d

Batas atas adalah nilai beda (d) tertinggi dalam suatu pelabelan. Lemma untuk menghitung batas atas d dalam suatu pelabelan graf adalah sebagai berikut:

Lemma 2.7.1. *Jika sebuah graf $G(V,E)$ adalah pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut maka*

$$d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{n-1}$$

untuk $n = |H_i|, p_G = |V|, q_G = |E|, p_H = |V`|, q_H = |E`|$

bukti.$f(V) = \{1, 2, 3, ..., p_G\}$ dan $f(E) = \{p_G + 1, p_G + 2, p_G + 3, ..., p_G + q_G\}$. Misalkan graf (p_G, q_G) mempunyai pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut dengan fungsi total $f_{total} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., p_G + q_G\}$ maka himpunan bobot total selimut sebuah graf adalah $\{a, a+d, a+2d, ..., a(n-1)d\}$ dimana a merupakan bobot total selimut terkecil maka berlaku:

$$\begin{aligned}
1 + 2 + ... + p_H + (p_G + 1) + (p_G + 2) + ... + (p_G + p_H) &\leq a \\
\frac{p_H}{2}(1 + p_H) + q_H p_G + \frac{q_H}{2}(1 + q_H) &\leq a \\
\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2} &\leq a
\end{aligned}$$

Sedangkan nilai terbesar berlaku:

$$\begin{aligned}
a+(n-1)d &\leq p_G + p_G - 1 + p_G - 2 + ... + (p_G - (p_H - 1)) + (p_G + q_G) + \\
&\quad (p_G + q_G - 1) + ((p_G + q_G - 2) + ... + (p_G + q_G - (q_H - 1)) \\
&= p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(1 + (p_H - 1)) + q_H p_G + q_H p_G - \frac{q_H - 1}{2}(1+ \\
&\quad (q_H - 1)) \\
&= p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H p_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H) \\
(n-1)d &\leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H p_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H) - a \\
&\leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H p_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H) - (\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} \\
&\quad + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2}) \\
&= p_H p_G - \frac{p_H^2}{2} + \frac{p_H}{2} + q_H p_G - \frac{q_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} - (\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2}) \\
&= p_H p_G + q_H q_G - p_H^2 - q_H^2 \\
&= p_H p_G - p_H^2 + q_H q_G - q_H^2 \\
&= (p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H \\
d &\leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{n-1}
\end{aligned}$$

Terbukti bahwa batas atas $d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{n-1}$ jika graf G memiliki pelabelan super (a, d)-$\mathcal{H}$-antimagic total selimut dari berbagai famili graf (Dafik,2007). $\square$

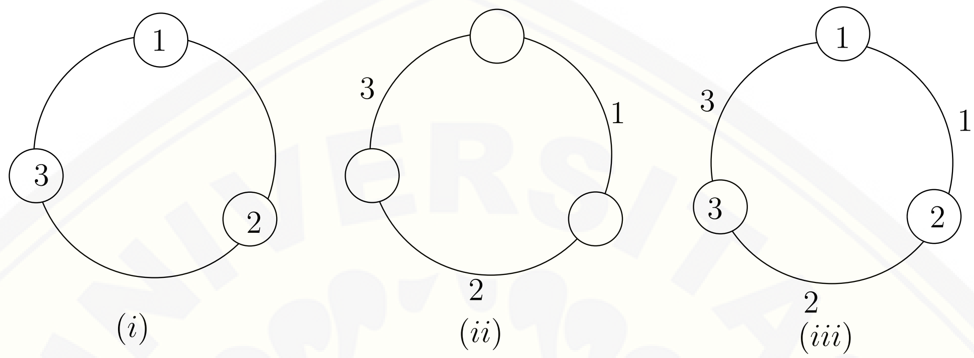
2.8 Pelabelan Graf

Definisi 2.8.1. *Pelabelan graf adalah suatu pemetaan satu-satu dan onto (fungsi bijektif) yang memtakan himpunan dari elemen-elemen graf (titik dan sisi) ke himpunan bilangan bulat positif*

Silaban(1990:50) menyatakan bahwa fungsi f yang memetakan himpunan A ke dalam B disebut fungsi satu-satu jika setiap elemen dalam A mempunyai bayangan yang berbeda pada B dan disebut onto jika dan hanya jika range f sama dengan B. Secara umum dapat ditulis Fungsi $f : A \rightarrow B$ yaitu fungsi satu-satu apbila $f(a) = f(a')$ maka $a = a$" dan juga fungsi onto apabila $f(A) = B$.

Menurut (Wallis, 2001:2)pelabelan titik (*vertex labelling*)yaitu domain dari fungsi adalah titik, pelabelan sisi (*edge labelling*)yaitu domainnya adalah sisi, dan jika domainnya adalah gabungan dari titik dan sisi, maka pelabelannya disebut pelabelan total (*total labellings*)

Pada Gambar 2.20. merupakan contoh pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total.



Gambar 2.18 (*i*) Pelabelan titik, (*ii*) Pelabelan sisi, (*iii*) Pelabelan total

Menurut Dafik (2014) pelabelan selimut-$\mathcal{H}$ anti ajaib (*antimagic*) graf G adalah pelabelan total λ dari $V(G) \cup E(G)$ ke bilangan bulat $\{1, 2, 3, ..., |V(G) \cup E(G)|$, untuk setiap subgraf H dari G yang isomorfik dengan $\mathcal{H}$ dimana $\sum H = \sum v \in V(H)\lambda(v) + \sum e \in E(H)\lambda(e)$ merupakan barisan aritmatika.

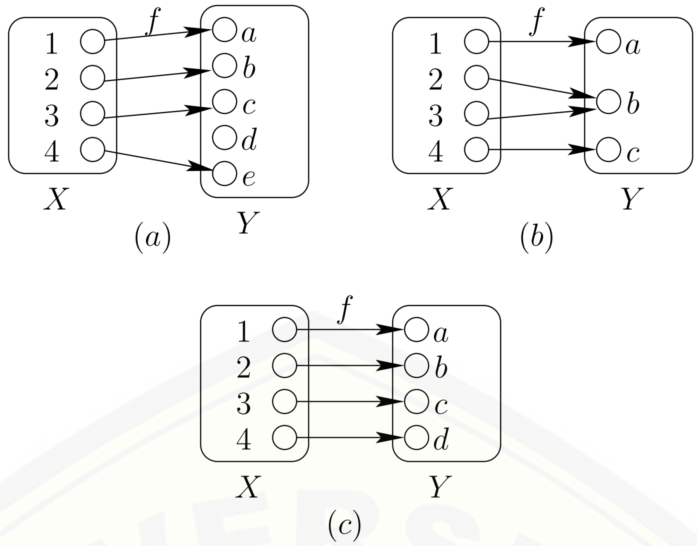
2.9 Fungsi dan Barisan Aritmatika

Fungsi sering kali dikenal dengan pemetaan. Secara umum fungsi "f" dari himpunan "A" ke himpunan "B", ditulis dengan notasi $f : A \rightarrow B$ adalah aturan pemetaan yang menghubungkan setiap anggota A dengan tepat satu anggota B. Himpunan A yaitu himpunan yang memuat elemen pertama dari elemen-elemen dalam f, disebut *domain* f dan dapat dinyatakan sebagai D_f. Anggota himpunan yang dipetakan dapat berupa kata, orang atau objek lain, namun sering kali yang dibahas adalah besaran matematika seperti bilangan riil. Himpunan B yaitu himpunan yang memuat elemen kedua dari elemen-elemen dalam f, disebut *range* f dan dinyatakan sebagai R_f. Jenis-jenis fungsi diantaranya fungsi genap, fungsi ganjil, fungsi injektif, fungsi surjektif, fungsi bijektif, fungsi linear, fungsi kuadrat, fungsi modulus, fungsi tangga, dan fungsi konstan.

Susilo (2012:115) menyatakan bahwa ada tiga fungsi khusus yaitu:

1. Fungsi Injektif
   Suatu fungsi $f : X \to Y$ disebut fungsi (pemetaan) injektif jika dan hanya jika untuk setiap $x_1, x_2 \epsilon X$ berlaku apabila $f(x_1) = f(x_2)$ maka $x_1 = x_2$, yaitu bila dua elemen dalam domain mempunyai bayangan (peta) yang sama, maka kedua elemen itu adalah elemen yang sama. Secara simbolis dapat dinyatakan:
   f adalah fungsi injektif $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \epsilon X) f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$.
   Secara ekivalen, juga dapat dinyatakan bahwa:
   f adalah fungsi injektif $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \epsilon X) x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
   yaitu bila dua elemen dalam domain adalah dua elemen yang tidak sama, maka bayangan (peta) kedua elemen itu juga tidak sama.
2. Fungsi Surjektif
   Suatu fungsi $f : X \to Y$ disebut fungsi (pemetaan) surjektif jika dan hanya jika kisaran dari fungsi f tersebut sama dengan kodomain dari fungsi f, yaitu $f(X) = Y$. Dengan perkataan lain, fungsi $f : X \to Y$ adalah fungsi surjektif jika dan hanya jika untuk setiap $y \epsilon Y$ terdapat $x \epsilon X$ sedemikian sehingga $y = f(x)$, yaitu setiap elemen dalam kodomain mempunyai prabayangan (prapeta). Secara simbolis dapat dinyatakan:
   f adalah fungsi surjektif $\Leftrightarrow (\forall y \epsilon Y)(\exists x \epsilon X) y = f(x)$.
3. Fungsi Bijektif
   Suatu fungsi $f : X \to Y$ disebut fungsi (pemetaan) bijektif jika dan hanya jika fungsi f tersebut adalah fungsi yang injektif dan sekaligus surjektif. Pada fungsi bijektif, setiap elemen dalam domain mempunyai tepat satu bayangan dan setiap elemen dalam kodomain juga mempunyai tepat satu prabayangan. Oleh karena itu, fungsi bijektif seringkali juga disebut korespondensi satu-satu.

Contoh dari ketiga fungsi khusus tersebut adalah dapat dilihat pada Gambar 2.21.

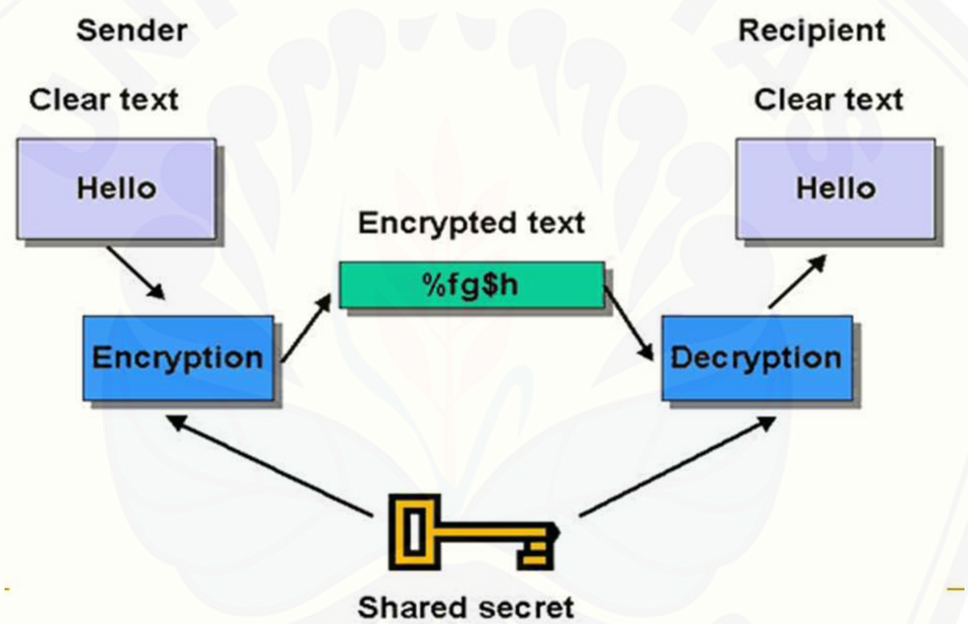


Gambar 2.19 Fungsi-fungsi khusus: (a) injektif; (b) surjektif; (c) bijektif

Barisan Aritmatika adalah barisan bilangan yang dibentuk dengan cara menambah atau mengurangi suku sebelumnya dengan suatu bilangan tetap tertentu dan mempunyai beda atau selisih yang tetap antara dua suku barisan yang berurutan. Suatu barisan $U_1, U_2, U_3, \ldots$ disebut barisan aritmatika jika selisih dua suku yang berurutan adalah tetap. Nilai untuk menentukan suku ke-n dari barisan aritmatika. Secara umum, jika suku pertama $(U_1) = a$ dan beda suku yang berurutan adalah b maka suku ke-n dapat dirumuskan $U_n = a + b(n-1)$. Barisan aritmatika yang mempunyai beda positif disebut barisan aritmatika naik, sedangkan jika bedanya negatif disebut barisan aritmatika turun. $U_1, U_2, U_3, \ldots,$ U_{n-1}, U_n disebut barisan aritmatika, jika $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \ldots = U_n - U_{n-1} =$ konstanta.

2.10 Aplikasi Graf

Aplikasi graf terdapat beberapa macam, yaitu dalam transparansi, komunikasi, ikatan kimia, desain arsitektur. Kegunaan aplikasi graf lainnya sebagai kriptografi, pengaturan jadwal, astronommi dan lain-laim. Aplikasi graf mulai berkembang pada pengembangan *chipertext*. *Chipertext* yaitu proses pengembangan dari *criptosystem*. *Chipertext* merupakan kalimat rahasia yang akan dikembangkan. Sedangkan *cryptosystem* merupakan suatu fasilitas yang mengkonversikan *plaintext* ke dalam bentuk *chipertext* dan sebaliknya. Di dalam *crypto−system* menyangkut *cryptography* yang merupakan skema yang mungkin untuk *encrypson* dan *decrypson* (kak.2015). *Encrypson* merupakan proses perubahan *plaintext*(pesan yang akan dikirim) menjadi *chipertext*(pesan rahasia) sedangkan *decrypson* merupakan proses untuk memperoleh kembali *plaintext* dari *chipertext*. Dalam proses ini dibutuhkan sebuah kunci rahasia untuk mengatur beberapa atau semua yang digunakan dalam proses *encrypson* maupun *decrypson*. Secara umum, yaitu kunci-kunci yang digunakan untuk proses pengenkripsian dan pendeskripsian tidak harus identik dan tergantung pada sistem yang digunakan (Pearson,2006).Di bawah ini merupakan alur kerja pada pengembangan *chipertext* yang akan di tunjukkan pada gambar 2.20



Gambar 2.20 Alur Kerja Kriptografi

Terdapat banyak metode yang dapat digunakan untuk memperoleh *chipertext* seperti *affine chipers*, *vigenere chipers*, *the one − time pad*, Caesar *system*, dan sebagainya. *Affine cipher* pada metode *affine* adalah perluasan dari metode *Caesar Cipher*, yang mengalihkan *plainteks* dengan sebuah nilai dan menambahkannya dengan sebuah pergeseran P menghasilkan *cipherteks* C. Metode yang digunakan pada penelitian ini merupakan aplikasi pelabelan super $(a, d) - \mathcal{H}$ antiajaib total selimut. Metode ini merujuk pada *affine chipers* yaitu menggunakan sistem (mod 26) dengan aturan sebagai berikut:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

2.11 Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

Menurut Dewey (dalam kowiyah, 2012) berpikir adalah suatu proses yang dimulai apabila seorang dihadapkan pada suatu masalah dan menghadapi sesuatu yang menghendaki adanya jalan keluar sehingga yang bersangkutan harus memanfaatkan pengetahuan, pemahaman, atau keterampilan yang dimilikinya.

Sedangkan menurut santrock (2008), berpikir melibatkan kegiatan memanipulasi dan mentransformasi informasi dalam memori kita berpikir untuk membentuk konsep, menalar, berpikir secara kritis membuat keputusan, berfikir secara kreatif dan memecahkan masalah.

Sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa berpikir adalah proses tentang pengetahuan, pemahaman, dan ketrampilan yang dihubungkan dengan informasi untuk mencari jalan dari suatu permasalahan.

Menurut Wardana (dalam Rofiah, 2013:17), keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah proses berpikir yang melibatkan aktivitas mental dalam usaha mengeksplorasi pengalaman yang kompleks, reflektif dan kreatif yang dilakukan secara sadar untuk mencapai tujuan, yaitu memperoleh pengetahuan yang meliputi tingkat berpikir analitis, sistesis, dan evaluasi.

Kawuwung(2001) menyatakan bahwa keterampilan berpikir tingkat tinggi dapat diketahui dari kemampuan kognitif seseorang pada tingkatan analisis, sintesis, dan evaluasi. Dari pernyataan tersebut dapat disimpulkan bahwa berpikir tingkat tinggi yaitu proses berpikir yang mencapai pada tahap analisis, sintesis, evaluasi dan menciptakan sesuatu yang baru.

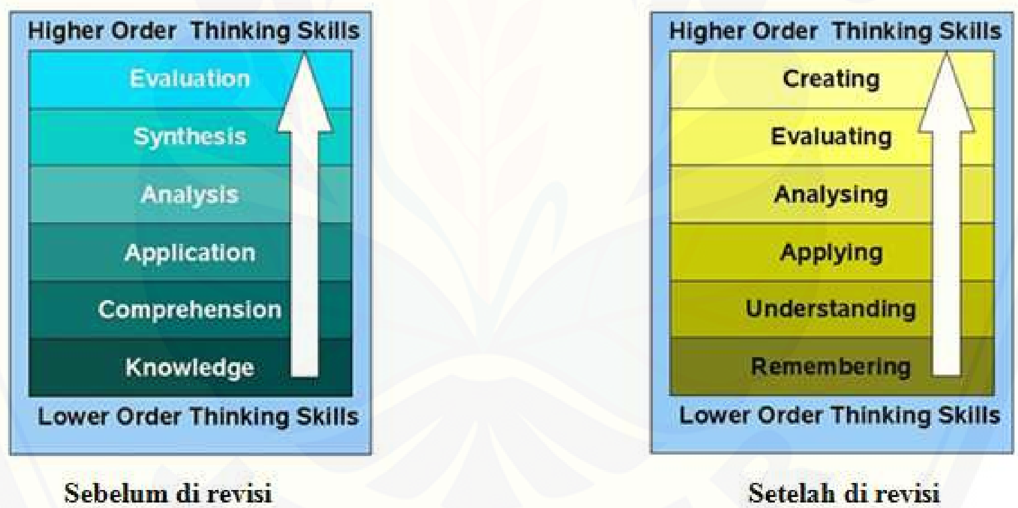
Sedangkan menurut Lorin W. Anderson dan David R. Krathwohl pada tahun 2001 menyatakan taksonomi Bloom yang telah direvisi khususnya pada ranah kognitif sudah banyak yang menerima terutama oleh saintisi dan praktisi sehingga keberadaan bisa dijadikan rujukan penelitian. Berikut Level Taksonomi Bloom ranah kognitif yang telah direvisi Anderson dan Krathwohl (2001:66 - 88) yakni: mengingat (*remembering*) , memahami/mengerti (*understanding*) , menerapkan (*applying*) , menga nalisis (*analyzing*) , mengevaluasi (*evaluating*) , dan menciptakan (*creating*).

(Utari,2012) Dari setiap kategori diatas dalam revisi taksonomi bloom terdiri dari subkategori yang memiliki kata kunci berupa kata yang berasosiasi dengan kaegori diatas. Kata kunci tersebut yaitu :

1. mengingat merupakan kemampuan mengulang pengetahuan dari ingatan atau memori yang telah lampau diterima, baik yang baru diperoleh atau sudah lama. Kemampuan mengingat berperan penting dalam proses pembelajaran yang bermakna dan pemecahan permasalahan. Proses mengingat kata kerja kuncinya yaitu : mengingat, mengulangi, menemukan, menyusun, menyataakan kembali,mengurutkan,menamai, menyebutkan.
2. memahami berkaitan dengan kemampuan membangun sebuah pengertian dari sebuah pesan atau informasi yang telah ada baik dalam bentuk lisan atau tertulis. Kata kerja kunci yaitu menerangkan, menjelaskan, menerjemahkan, menguraikan, menafsirkan, membandingkan.
3. menerapkan merupakan kemapuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikann konsep dalam situasi tertentu. Menerapkan berkaitan dengan dimensi pengetahuan prosedural (*pro cedural knowledge*). Kata kerja kunci yaitu : menerapkan, memilih, melaksanakan menggunakan, memprogramkan, mempraktikan.
4. menganalisis merupakan kemampuan untuk memecahkan permasalahan dengan memisahkan tiap-tiap bagian dari masalah serta mencari tahu bagaimana keterkaitan tersebut menimbulkan masalah. Kata kerja kunci : mengkaji ulang, membedakan, membandingkan, mengorganisir, menghubungkan.

5. mengevaluasi berkaitan dengan proses kognitif yaitu memberikan penilaian berdasarkan norma dan kriteria tertentu. Kata kerja kunci menilai, mengevaluasi, mengecek, mengkritik, memprediksi,menyeleksi.
6. mengkreasi merupakan kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi kesatuan yang koheren dan mengarahkan untuk menghasilkan suatu produk baru. Kata kerja kunci : merancang, membangun, membentuk,melakukan inovasi, mendesain, menghasilkan karya.

Penggunaan berpikir tingkat tinggi dalam penelitian ini akan digunakan pada super -$(a, d) - \mathcal{H}$ antimagic labelling dari graf staked book untuk mengetahui hubungan tahapan taksonomi bloom pada proses menemukan lema, teorema, dan algoritmanya. *Higher Order Thinking Skills* (HOTS) adalah kegiatan berpikir yang melibatkan level kognitif hirarki tinggi dari taksonomi berpikir Bloom. Terdiri enam level yaitu (1) pengetahuan (*knowledge*); (2) pemahaman (*comprehension*); (3) penerapan (*application*); (4) analisis (*analysis*); (5) sintesis (*synthesis*); dan (6) evaluasi (*evaluation*).



Gambar 2.21 Tahapan Taksonomi Bloom yang belum di revisi dan telah di revisi

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan aksioma atau teorema yang telah ada yang berkaitan dengan pengertian dasar pelabelan super(a,d)-$\mathcal{H}$ antiajaib total selimut pada graf buku bersusun. Kemudian menggunakan metode teknik partisi untuk menentukan nilai beda (d), selanjutnya nilai beda (d) tersebut dite-rapkan dalam pelabelan super $(a,d)-\mathcal{H}$ antiajaib total selimut dari graf khusus. Pada penelitian ini graf khusus yang digunakan yaitu *shackle* graf buku bersusun. Penelitian ini di mulai dari dari graf konektif dahulu selanjutnya graf diskonektif. Kemudian diterapkan dalam pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$ antiajaib total selimut pada *shackle* graf buku bersusun dengan notasi $Shack(B_m, S_m, n)$. Selanjutnya, dapat dirumuskan pelabelan super $(a,d)-\mathcal{H}$ antiajaib total selimut pada *shackle* graf buku bersusun baik berupa konektif maupun diskonektif. Pada tahap- tahap penelitian ini menggunakan tahapan taksonomi bloom yang telah direvisi yaitu mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, menciptakan.

3.2 Defisi Operasional

Defisi operasional variabel yang digunakan untuk memberikan gambaran secara sistematis dalam penelitian dan menghindari terjadinya perbedaan pengertian makna. Defisi operasional variabel yang dimaksud sebagai berikut :

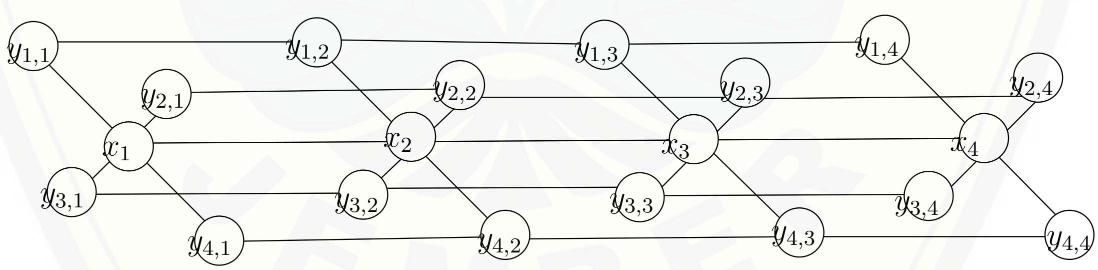
3.2.1 pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-antiajaib total selimut

Pelabelan super $(a,d)-\mathcal{H}-$antiajaib total selimut pada graf G dengan v titik dan e sisi didefinisikan sebagai fungsi bijektif dari titik-titik dan sisi-sisi pada himpunan bilangan bulat dari 1 sampai sejumlah titik dan sisi, secara matematis ditulis dalam bentuk $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1,2,3,...,|V(G)|+|E(G)|\}$ dengan sifat bahwa setiap subgraf dari G yang isomorfik dengan H dimana H juga subgraf dari

G mempunyai total label $\omega(H)$=$\Sigma_v \epsilon V(H) f(v) + \Sigma_e \epsilon E(H) f(e)$ sedemikian hingga bobot selimutnya membentuk barisan aritmatika $\{a, a+d, a+2d, ..., a+(k-1)d\}$ dengan a adalah suku pertama, d adalah beda, dan k adalah jumlah selimutnya.

3.2.2 Graf Buku Bersusun Konekif

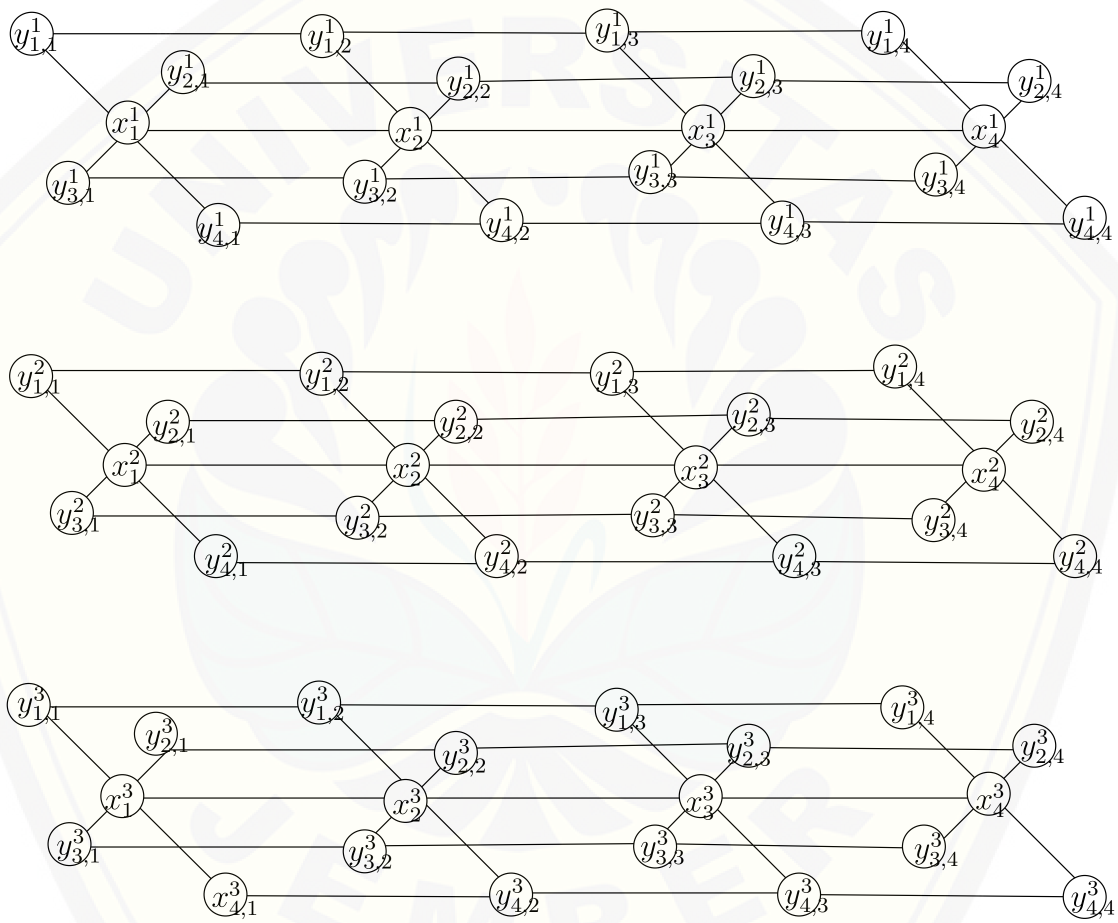
Adapun objek dari penelitian ini adalah *shackle* dari graf buku bersusun. *Shackle* dari graf buku bersusun merupakan graf yang terbentuk dari beberapa graf buku bersusun. *Shackle* dari graf buku bersusun dinotasikan dengan $shack(B_m, S_m, n)$ untuk B, S sebanyak m dan n sebanyak *expand*. m merupakan 1 sisi yang digunakan bersama-sama oleh graf buku bersusun yang pertama dan graf buku bersusun yang kedua, 1 sisi dari graf buku bersusun yang kedua juga digunakan bersama-sama dengan graf buku bersusun yang ketiga, dan seterusnya. Peneliti menggunakan $B, S = 4$ dan $n = 3$ pada *shackle* graf buku bersusun yang memiliki himpunan titik $V(Shack(B_m, S_m, n)) = V_1 = \{x_j; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dan $V_2 = \{y_{i,j}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(Shack(B_m, S_m, n)) = E_1 = \{x_j x_{j+1}; 1 \leq \jmath \leq n-1\}$, $E_2 = \{x_j y_{i,j}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$, dan $E_3 = \{y_{i,j} y_{i,j+1}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n-1\}$. Jika jumlah titik $|V_1| = n$ dan $|V_2| = mn$ maka $p_G = |V_1| + |V_2| = n(m+1)$; dan jika $|E_1| = n-1$, $|E_2| = mn$, dan $|E_3| = m(n-1)$ maka $q_G = |E_1| + |E_2| + |E_3| = 2mn + n - m - 1$ sedangkan p_H dan q_H merupakan selimut ketika $n = 2$ sehingga $p_H = 2(m+1)$ dan $q_H = 3m+1$ dengan jumlah selimut $s = n-1$. Konektif dari *shackle* graf buku bersusun dapat dilihat pada gambar 3.1.



Gambar 3.1 penotasian pada *shackle* graf buku bersusun konektif $Shack(B_4, S_4, 3)$

3.2.3 Graf Buku Bersusun Diskonekif

Shackle graf buku bersusun diskonektif atau gabungan saling lepas adalah gabungan diskonektif sebanyak m salinan atau kopian graf buku bersusun yang dinotasikan dengan $Shack(B_m, S_m, n)$. Graf buku bersusun yang memiliki himpunan titik $V(Shack(B_m, S_m, n)) = V_1 = \bigcup_{\jmath=1}^{n}\{\nu_{\jmath^p}, \nu_{\jmath+1^p}; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dengan jumlah titik $|V_1| = n$, $V_2 = \bigcup\{\chi_{\imath^p\jmath^p};\ 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dengan jumlah titik $|V_2| = mn$ dan himpunan sisi $E_1(Shack(B_m, S_m, n)) = \bigcup_{\jmath^p=1}^{m}\{\nu_\imath\nu_{\imath+1}\}$ dengan jumlah sisi $|E_1| = n$, $E_2(Shack(B_m, S_m, n)) = \bigcup_{\imath=1}^{m}\bigcup_{\jmath^p=1}^{\ell}\{1 \leq \ell \leq r; 1 \leq \jmath \leq n\}$. Diskonektif dari *shackle* graf buku bersusun dapat dilihat pada gambar 3.2.



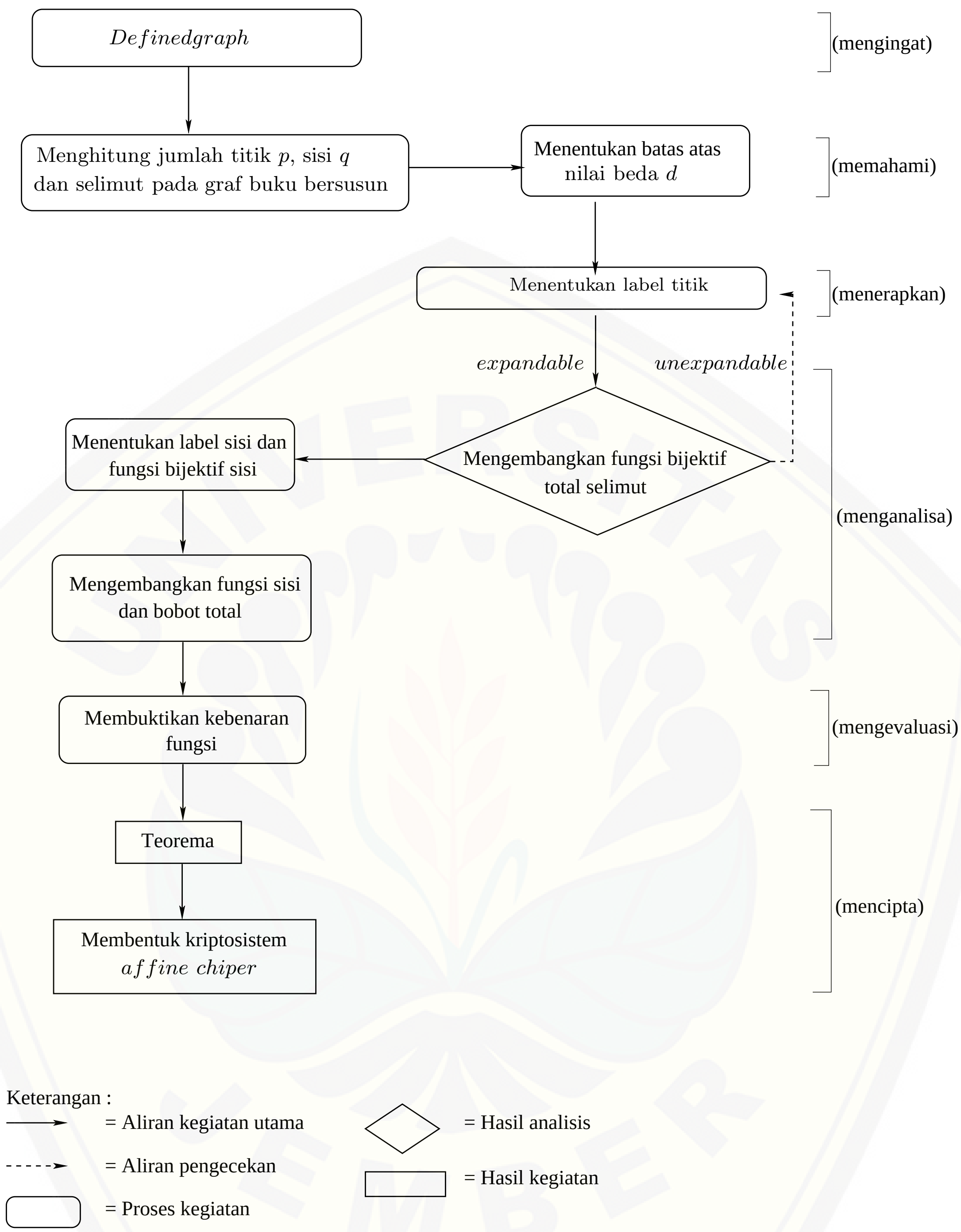
Gambar 3.2 penotasian pada *shackle* graf buku bersusun $3Shack(B_4, S_4, 3)$

3.3 Teknik Penelitian

Penelitian ini dilakukan pada graf *shackle* graf buku bersusun dengan notasi $Shack(B_m, S_m, n)$. Adapun teknik penelitian adalah sebagai berikut:

1. mengidentikasi famili graf buku bersusun (B_m, n),
2. menghitung jumlah titik p_G dan sisi q_G pada *shackle* graf buku bersusun $Shack(B_m, S_m, n)$, serta menghitung jumlah titik p_H, jumlah selimut sisi q_H, dan jumlah selimut pada *shackle* graf buku bersusun $Shack(B_m, S_m, n)$,
3. menentukan batas atas nilai beda d pada *shackle* graf buku bersusun $Shack-(B_m, S_m, n)$,
4. menentukan label $\mathcal{H}AVC$ ($\mathcal{H}-$*antimagic vertex covering*) atau pelabelan titik $(a, d)-$ antiajaib selimut pada *shackle* graf buku bersusun $Shack(B_m,-S_m, n)$,
5. apabila label $\mathcal{H}AVC$ berlaku untuk beberapa graf baik maka dikatakan pelabelan itu *expandable* sehingga dilanjutkan dengan mengembangkan fungsi bijektif bobot titik $(a, d)-$antimagic selimut pada *shackle* graf buku bersusun $Shack(B_m, S_m, n)$,
6. menentukan label sisi dan fungsi bijektif sisi $(a, d)-$ antimagic selimut pada *shackle* graf buku bersusun $Shack(B_m, S_m, n)$,
7. mengembangkan fungsi sisi dan bobot total $(a, d)-$ antimagic total selimut pada *shackle* graf buku bersusun $Shack(B_m, S_m, n)$,
8. membuktikan kebenaran fungsi sisi pada *shackle* graf buku bersusun $Shack-(B_m, S_m, n)$,
9. menemukan teorema,
10. membentuk kriptosistem *affine chiper* sesuai pesan rahasia.

Penelitian ini akan menemukan berbagai pola pelabelan super (it a,d)-$\mathcal{H}$ antiajaib total selimut dengan berbagai nilai awal a dan nilai beda d yang telah ditentukan. Pada teknik penelitian gabungan saling lepas dari graf buku bersusun sama dengan teknik penelitian yang telah disebutkan diatas namun teknik tersebut ditetapkan pada gabungan saling lepas dari graf buku bersusun. Secara umum, langkah-langkah penelitian diatas dapat di sajikan dalam bagan alir pada gambar 3.3.

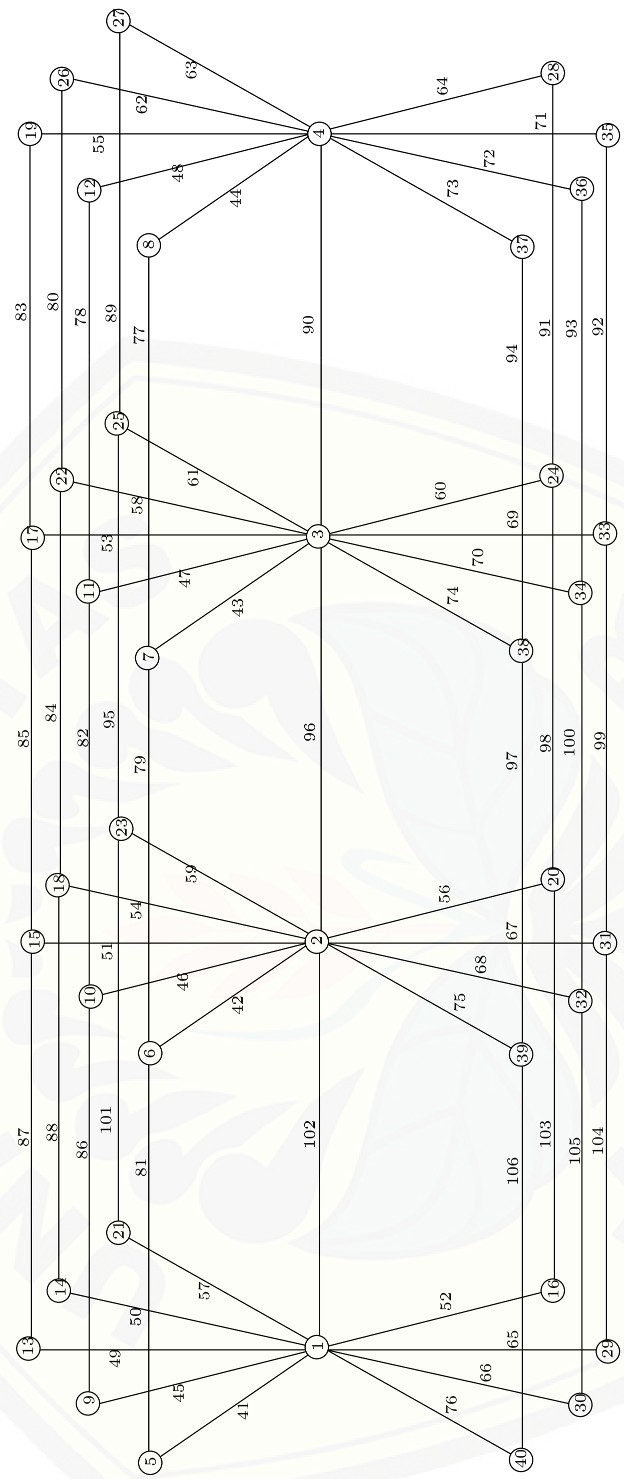


Gambar 3.3 Rancangan penelitian

3.4 Observasi

Sebelum penelitian lanjutan pada *shackle* graf buku bersusun, telah dilakukan observasi awal untuk nilai m, n, dan s tertentu sebagai pedoman untuk menduga pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$ antiajaib total selimut pada graf buku bersusun serta menentukan pola pelabelannya. Setelah melakukan observasi awal, peneliti menemukan pola pelabelan titik tunggal pada graf buku bersusun, antara lain dengan beberapa tahapan berikut serta beserta kaitannya dengan proses berpikir tingkat tinggi berdasarkan Taksonomi Bloom : 1) mengingat, definisi dan teorema yang telah dibuktikan pada pelabelan selimut (tahap mengingat), 2)memahami definisi dan teorema tersebut (tahap memahami), 3) menggunakan definisi dan teorema pada pelabelan selimut yaitu mencari pelabelan titik dan pelabelan sisi pada *shackle* graf buku bersusun (tahap menerapkan), 4) tahap penerapan ini dimulai dengan melabeli titik $V(Shack(B_m, S_m, n)) = V_1 = \{x_j; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dan $V_2 = \{y_{i,j}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dan melabeli sisi $E(Shack(B_m, S_m, n))$=$E_1 = \{x_j x_{j+1}; 1 \leq \jmath \leq n-1\}$, $E_2 = \{x_j y_{i,j}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$, dan $E_3 = \{y_{i,j} y_{i,j+1}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n-1\}$ pada *shackle* graf buku bersusun, tahapan pelabelan diskonektif pada *shackle* dari graf buku bersusun sama dengan tahapan pelabelan konektif hanya berbeda pengurutannya.

Berdasarkan Gambar 3.4. penulis menemukan pelabelan total untuk *shackle* dari graf staked book tunggal (konektif) untuk $n = 3$,$m = 9$ secara berurutan dengan d=22, maka penulis dapat melanjutkan observasinya untuk menemukan beberapa pelabelan selimut yang lain. Observasi selanjutnya akan mengikuti tahapan-tahapan pada taksonomi Bloom yang telah di revisi.



Gambar 3.4 Pelabelan super $(2356, 22) - \mathcal{H}$ Anti ajaib Total Selimut pada Graf $Shack(B_9, S_9, 3)$

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

1. Graf buku bersusun berorder $n(m+1)$. graf buku bersusun mempunyai himpunan titik $V_1 = \{x_j; 1 \leq \jmath \leq n\}$ dan $V_2 = \{y_{i,j}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$ serta himpunan sisi $E_1 = \{x_j x_{j+1}; 1 \leq \jmath \leq n-1\}$, $E_2 = \{x_j y_{i,j}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n\}$, dan $E_3 = \{y_{i,j} y_{i,j+1}; 1 \leq \imath \leq m; 1 \leq \jmath \leq n-1\}$. Jika jumlah titik $|V_1| = n$ dan $|V_2| = mn$ maka $p_G = |V_1| + |V_2| = n(m+1)$; dan jika $|E_1| = n-1$, $|E_2| = mn$, dan $|E_3| = m(n-1)$ maka $q_G = |E_1|+|E_2|+|E_3| = 2mn + n - m - 1$ sedangkan p_H dan q_H merupakan selimut ketika $n = 2$ sehingga $p_H = 2(m+1)$ dan $q_H = 3r+1$ dengan jumlah selimut $s = n-1$.

2. Misalkan m,n, r adalah bilangan bulat dengan $m, r \geq 8$, $n \geq 3$, maka graf $shack(B_m, S_m, n)$ memiliki pelabelan super (a,d)-$\mathcal{H}$-anti ajaib total selimut dengan nilai $a = \{n(m_1^2 - m_1) + m_1 + 2n + 2n(2m_{ganjil} - 1) + 4m_{genap} - nm_2 - \frac{m_2^2}{2} + 2n(m_1+1) + m_3 + 2n(m_1+m_2+1) + nm_4(m_4+1) + m_4 + 2n(m_1+m_2+m_3+1) + 2n(2m_{ganjil}-1) + nm_5 + 4m_{genap} + nm_5^2 - \frac{m_5^2}{2} + 2n(m_1+m_2+m_3+m_4+1) + m_6(2nm_6+1)2n(m_1+m_2+m_3+m_4+m_5+1) + n(r_1^2 - r_1) + r_1 + 2n(m+1) + 2n(2r_{ganjil}-1) + 4r_{genap} - nr_2 - \frac{r_2^2}{2} + 2n(m+r_1+1) + r_3 + 2n(m+r_1+r_2+1) + nr_4(r_4+1) + r_4 + 2n(m+r_1+r_2+r_3+1) + 2n(2r_{ganjil}-1) + nr_5 + 4r_{genap} + nr_5^2 - \frac{r_5^2}{2} + 2n(m+r_1+r_2+r_3+r_4+1) + r_6(2nr_6+1)2n(m+r_1+r_2+r_3+r_4+r_5+1)\}$, dan dengan beda $d = \{[3 + 2(m_1 + m_2(\frac{m_2+2}{2}) + m_3^2 - m_4 - m_5(\frac{m_5+2}{2}) - m_6^2 + r_1 + r_2(\frac{r_2+2}{2}) + r_3^2 - r_4 - r_5(\frac{r_5+2}{2}) - r_6^2)]$.

3. Dari pelabelan super $(a,d) - \mathcal{H}$ anti ajaib total selimut pada *shackle* dari graf buku bersusun dapat digunakan untuk mengembangkan *affine chiper*. Untuk menghasilkan kunci aliran mengikuti algoritma berikut ini: didapatkan *chipertext* dari pelabelan super $(7122, 73)$-$\mathcal{H}$ antiajaib total selimut

pada *shackle* graf $(B_16, S_16, 3)$ dengan $d = 73$ dengan A=T,B=X, C=1, D=5, E=9, F= ?, G= :, H=), I=B, J=C, K=D, L=E, M=F, N=G, O=H, P=U, Q=1,R=Y, S=J, T=2, U=K, V=6, W=L, X= !, Y=M, Z= $, 0=N, 1=*, 2=O, 3= &, 4=V, 5=P, 6=Z, 7=Q, 8=3, 9=R, !=7, ?=S, .=?, ,=+, $= =, += @, -=W, :=0, *=4, = = 8, (= .,)= -, &=(, @=A.

4. Kaitan antara keterampilan berpikir tingkat tinggi dengan pelabelan super yakni dalam penemuan teorema pada batas atas yang yelah ditemukan, yaitu dimulai dari mengingat dalam mengidentifikasi famili graf, memahami dalam menghitung jumlah titik p dan sisi q serta menentukan batas atas nilai beda d pada, menerapkan dalam menentukan label titik dan mengembangkan fungsu bijekti bobot titik selimut, menganalisa dalam menentukan lebel sisi dan fungsi bijektif serta mengembangkan fungsi sisi dan bobot total, mengevaluasi dalam membuktikan kebenaran fungsi dan mencipta teorema baru.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian pelabelan super $(a, d) - H$ anti ajaib total selimut pada graf buku bersusun serta mengacu pada open problem dari hasil penelitian yang telah ditemukan, maka peneliti memberikan sara agar pembaca dapat melakukan penelitian pelabelan $(a, d)-H$ anti ajaib pada graf buku bersusun untuk diskonektif

DAFTAR PUSTAKA

Bača dkk. 2007. *Edge-Antimagic Graphs.* Discrete Mathematics 307 (2007) 1232-1244.

Bača, Bronkovic, L., Lascsakova, M., Phanalasy, and Fenovcikova, A. S. 2013. *On d- antimagic labelings of plane graphs.* Electonica Journal of Graph Theory and Aplication,1. 28-29.

Chartrand, G. 2012. *Introductory Graph Theory.* United Stated of America: Dover Publication Inc.

Dafik. 2014. *Batas Atas d dari Sebuah Graf yang Memiliki Super (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic Covering.* Working Paper, FKIP UNEJ.

Dafik. 2007. *Structural Properties and Labeling of Graph.*Australia: Tidak dipublikasikan (Tesis).

Dafik, Slamin, Wuria. 2015. *Super (a, d) $-H-$ Antimagic Total Covering of Shackle Graph.* Working Paper, FKIP UNEJ.

Gallian, J. A. 2007. *Electronic J. Combinatorics, DS6, 1-58.* Dynamic Survey DS6.

Guitierrez,A. dan Liado,A. 2005. *Magic Coverings. Of Combin Math and Combin Comput..* Vol.55: 451-461

Hartsfield, N. and Ringel, G. 1994. *Pearls in Graph Theory.* London: Accademic Press Limited.

Inayah, N., Simanjuntak, R., Salman, A. 2009. *On (a,d)-H-Antimagic Covering of Graph.* The Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing 71, 273-281.

Inayah, N., Simanjuntak, R., Salman, A. 2013. *Super (a,d)-H-Antimagic Total Labelings For Shackles of A Connected Graph H.* Australasian Journal of Combinatorics 57, 127-138.

Kak, Avi. 2015. *Lecture 2: Classical Encryption Techniques*. Purdue University.

Karyanti. 2012. *Pelabelan Selimut (a,d)-H-Anti Ajaib Super pada Graf Fan, Sun, dan Generalized Petersen*. Tidak dipublikasikan (Skripsi). Surakarta: Universitas Sebelas Maret.

Kawuwung, F. 2011. *Profil Guru Pemahaman Kooperatif NHT, dan Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi di SMP Kabupaten Minahasa Utara*. Jurnal El-hayah. Vol 1, No 4 Maret 2012.

Kowiyah. 2012. *Kemampuan Berpikir*. Jakarta: None.

Lipschutz,S dan Lipson,M.L. 2002. *Matematika Diskrit*. Working Paper, FKIP UNEJ.

Lipschutz,S dan Lipson,M.L. 2008. *Schaum's Outlines Matematika Dikret Edisi Ketiga*. Jakarta: Erlangga.

Maryati, T. K., Salman, A., Baskoro, E. T., Ryan, J. Miller, M. 2010. *On H Supermagic Labellings for Certain Shackles and Amalgamations of A Connected Graph Antimagic Total Labelings For Shackles of A Connected Graph*. Utilitas Math 83, 333-342.

Muhammad, Fawwas. 2012. *Pemodelan Graf Berbobot dalam Penentuan Strategi Permainan Bola Keranjang*. Makalah IF2091 Struktur Diskrit-Sem 1 Tahun 2012/2013: 1-7.

Muharromah, Agustina. 2014. *Analisis Morfologi Jalan Kota dengan Penerapan Teori Graf Dominating Set*. Tidak dipublikasikan (Skripsi). Jember: Universitas Jember.

Munir, Renaldi. 2012. *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika.

Pearson, E. 2006.*Introduction to Cryptography with Coding Theory*. America: United States of America.

Rofiah,E., Aminah, Nonoh S., dan Ekawati, Elvin Yusliana. 2013.(*Penyusunan Instrumen Tes Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi Fisika pada siswa SMP.Jurnal*

Pendidikan Fisika vol.1 (2): 17-22.

Santrock, John. 2008. *Psikologi Pendidikan.* Jakarta: Salemba Humanika.

Slamin, Baca, M., Lin, Y., Miller, M., Simanjuntak, R. 2002. *Edge-magic total labekings of wheels, fans and friendship graphs.* Bull. ICA 35, 89-98.

Slamin. 2009. *On (Pendekatan Teori Graf. Jember: Universitas Jember.*

Susilo, Frans. 2012. On (Landasan Matematika. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Universitas Jember. 2013. Pedoman Penulisan Karya Ilmiah. Jember: UPT Penerbitan Universitas Jember.

Utari, Retno. 2008.Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Cara Menggunakannya. Pusdiklat KNKP, Widyaiswara Madya.

Wallis, W. D. 2001. Magic Graphs. Boston: Birkhäuser.

Yulianti, Kartika. 2008. Hand Out Mata Kuliah Teori Graf (MT424) Jilid Satu. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.

LAMPIRAN

Program Matlab Untuk Enkripsi dan Deskripsi Pada Pelabelan Super $(7122, 73)$-$\mathcal{H}$ *Antiajaib Total Selimut Pada Shackle graf* $(B_16, S_16, 3)$ *dengan* $d = 73$

```
clear all
clc
disp('========Enkripsi dan Dekripsi========')
disp('===PELABELAN SUPER (7122,73)-H ANTIAJAIB TOTAL SELIMUT PADA Shack(B_16,S_16,3)====')
disp('=============dengan d=73==============')
nm=input('masukkan jumlah karakter = ');
%enkripsi dan dekripsi
ulang=1;
while ulang
    disp('==Pilihan==')
    disp('1. Enkripsi')
    disp('2. Dekripsi')
    disp('3. Keluar')
    pil=input('Pilih (1,2 atau 3) = ');
    if isempty(pil)
    pil=3;
end
switch pil
    case(1)%ini kode dalam proses mengenkripsi
        A='T';B='X';C='1';D='5';E='9';F='?';G=':';H=')';I='B';
        J='C';K='D';L='E';M='F';N='G';O='H';P='U';Q='1';R='Y';
        S='J';T='2';U='K';V='6';W='L';X='!';Y='M';Z='$';'0= N';
        '1=*';'2=O';'3=&';'4=V';'5=P';'6=Z';'7=Q';'8=3';'9=R';
        '!=7';'?=S';'.=?';,'=+';'$==';'+=@';'-=W';':=O';'*=4';
        '= =8';'(=.';')=-';'&=(';'@=A';
        for ii=1:nm;
```

```
            pp(ii)=input('masukkan Plaintext : ');
        end
        fprintf('Ciphertext:%s\nm',pp);
        disp('Tekan sembarang tombol untuk lanjut');
        pause
    case{2}%ini kode dalam proses mendekripsi
        T='A';X='B';'1=C';'5=D';'9=E';'?=F';':=G';')=H';B='I';
        C='J';D='K';E='L';F='M';G='N';H='O';U='P';'1=Q';Y='R';
        J='S';'2=T';K='U';'6=V';L='W';'!=X';M='Y';'$=Z';N='0';
        '*=1';O='2';'&=3';V='4';P='5';Z='6';Q='7';'3=8';R='9';
        '7=!';'$=?';'?=.';'+=,';'==$';'@=+';W='-';'0=:';'4=*';
        '8==';'.=(';'-=)';'(=&';A='@';
        for ii=1:nm;
            pp(ii)=input('masukkan Chiphertext : ');
        end
        fprintf('Plaintext:%s\nm',pp);
        disp('Tekan sembarang tombol untuk lanjut');
        pause
    case{3}
        disp('Terima Kasih');
        pause
        ulang=0
    otherwise
        disp('Pilihan tidak ada');
        pause
end %akhir dari switch pemilihan
end %akhir while untuk berhenti pengulangan
```