



**PEWARNAAN SISI r -DINAMIS PADA GRAF KHUSUS
DAN GRAF HASIL OPERASI *SHACKLE* DIKAITKAN
DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT
TINGGI**

SKRIPSI

Oleh

**Ika Nur Maylisa
NIM 130210101076**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2017



**PEWARNAAN SISI r -DINAMIS PADA GRAF KHUSUS
DAN GRAF HASIL OPERASI *SHACKLE* DIKAITKAN
DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT
TINGGI**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

**Ika Nur Maylisa
NIM 130210101076**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
JURUSAN PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN IPA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2017

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga selalu terlimpah kepada Nabi Muhammad S.A.W., kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. ayahanda Sobingi dan Ibunda Kayatin yang selalu memberikan doa, semangat, dan dukungan;
2. Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. dan Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
3. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd. dan Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah sabar membimbing penulis selama menjadi mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Jember;
4. guru-guruku sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi yang selalu sabar memberikan bimbingan;
5. teman-teman pejuang graf: Wahyu, Putu, Hasan, Litta, Alivia, Mita, Rudi, Darian, Aghni, Yulianita, Ulul, Ali, Vutikatul dan teman-teman pejuang graf lainnya yang selalu berbagi suka duka dan memberikan dukungan untuk terus semangat;
6. sahabat dan keluargaku "Sahabat Saklawase (Angkatan 2013)" yang selalu memberikan dukungan untuk terus semangat selama perkuliahan;
7. almamater tercinta Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

يَرْفَعُ اللَّهُ الَّذِينَ ءَامَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ
وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ

"Allah meninggikan orang-orang yang beriman di antara kamu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat. Dan Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan."

(QS. Al-Mujadilah: 11) *

وَعَنْ أَبِي هُرَيْرَةَ أَنَّ رَسُولَ اللَّهِ قَالَ: وَمَنْ سَلَكَ طَرِيقًا يَلْتَمِسُ فِيهِ عِلْمًا، سَهَّلَ
اللَّهُ لَهُ طَرِيقًا إِلَى الْجَنَّةِ

Dari Abu Hurairah radhiallahu'anh, sesungguhnya Rasulullah shallallahu'alaihi wasallam bersabda: "Barang siapa yang berjalan untuk menuntut ilmu, maka Allah akan memudahkan baginya jalan ke surga."

(H.R Muslim)

*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2004. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Bandung. CV Penerbit J-ART.

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ika Nur Maylisa

NIM : 130210101076

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pewarnaan Sisi r -Dinamis pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi *Shackle* Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, April 2017

Yang menyatakan,

Ika Nur Maylisa

NIM 130210101076

SKRIPSI

**PEWARNAAN SISI r -DINAMIS PADA GRAF KHUSUS
DAN GRAF HASIL OPERASI *SHACKLE* DIKAITKAN
DENGAN KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT
TINGGI**

Oleh

**Ika Nur Maylisa
NIM 130210101076**

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

HALAMAN PENGAJUAN

PEWARNAAN SISI r -DINAMIS PADA GRAF KHUSUS DAN
GRAF HASIL OPERASI *SHACKLE* DIKAITKAN DENGAN
KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

SKRIPSI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Ika Nur Maylisa
NIM : 130210101076
Jurusan : Pendidikan MIPA
Fakultas : Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Angkatan Tahun : 2013
Daerah Asal : Tulungagung
Tempat, Tanggal Lahir : Tulungagung, 06 Mei 1994

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP 196808021993031004

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP 197003071995122001

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul Pewarnaan Sisi r -Dinamis pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi *Shackle* Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember pada:

hari : Selasa

tanggal : 04 April 2017

tempat : Ruang Dosen Pendidikan Matematika

Tim Penguji :

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP 196808021993031004

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP 197003071995122001

Dosen Penguji Utama,

Dosen Penguji Anggota,

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si.
NIP 195812091986031003

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP 198205292009121003

Mengesahkan,

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP 196808021993031004

RINGKASAN

Pewarnaan Sisi r -Dinamis pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi *Shackle* Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi; Ika Nur Maylisa, 130210101076; 2017: 66 halaman; Jurusan Pendidikan MIPA, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Topik yang dijadikan sebagai bahan kajian pada penelitian ini adalah salah satu topik pada teori graf, yaitu pewarnaan graf, khususnya adalah pewarnaan sisi r -dinamis pada graf khusus. Pewarnaan graf adalah salah satu bentuk pelabelan pada graf dengan cara memberikan warna yang berbeda pada setiap elemen (titik/ sisi/ wilayah) yang bertetangga. Sedangkan pewarnaan r -dinamis adalah pewarnaan yang diperumum dengan syarat tertentu, tergantung pada jenis pewarnaan r -dinamis yang dilakukan. Selain itu pada penelitian ini juga dilakukan kajian mengenai keterampilan berpikir tingkat tinggi yang terjadi pada pewarnaan sisi r -dinamis pada graf khusus.

Penelitian ini dikategorikan ke dalam penelitian eksploratif, yaitu jenis penelitian yang bertujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deduktif aksiomatik dan pendeteksian pola. Setiap proses dalam menemukan pewarnaan sisi r -dinamis dikaitkan dengan 6 tahapan taksonomi Bloom revisi. Penelitian ini bertujuan untuk mencari nilai kromatik pewarnaan sisi r -dinamis pada graf khusus.

Hasil penelitian ini berupa 6 teorema baru mengenai nilai kromatik dari pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $E_{m,n}$, graf $Lobs_n$, graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$, graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$, graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$ dan graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$. Teorema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Teorema 4.1.1** *Misalkan G merupakan graf E yang dinotasikan dengan $E_{m,n}$, jika $m \geq 3$ dan m ganjil, serta $n \geq 3$, maka bilangan kromatik dan pewarnaan sisi r -dinamis pada graf G adalah: $\chi_r E_{m,n} = 3$, untuk $1 \leq r \leq 2$ dan $\chi_r E_{m,n} = 4$, untuk $r \geq 3$.*

2. **Teorema 4.1.2** Graf G merupakan graf **lobster** yang dinotasikan dengan $Lobs_n$. Jika $n \geq 3$, maka bilangan kromatik dan pewarnaan sisi r -dinamis pada graf G adalah: $\chi_r Lobs_n = 4$, untuk $1 \leq r \leq 3$; $\chi_r Lobs_n = 5$, untuk $r = 4$; $\chi_r Lobs_n = 6$, untuk $r = 5$; dan $\chi_r Lobs_n = 7$, untuk $r \geq 6$.
3. **Teorema 4.1.3** Graf G merupakan graf hasil operasi **shackle** dari graf **butterfly**, yang dinotasikan dengan $Shack(Btf, v \in C_3, n)$. Jika $n \geq 2$, maka bilangan kromatik dan pewarnaan sisi r -dinamis pada graf G adalah: $\chi_r Shack(Btf, v \in C_3, n) = 4$, untuk $1 \leq r \leq 3$; $\chi_r Shack(Btf, v \in C_3, n) = 6$, untuk $4 \leq r \leq 5$; dan $\chi_r Shack(Btf, v \in C_3, n) = 8$, untuk $r \geq 6$.
4. **Teorema 4.1.4** Graf G merupakan hasil operasi **shackle** dari graf **diamond** yang dinotasikan dengan $Shack(Dn, v \in C_3, n)$. Jika $n \geq 2$, maka bilangan kromatik dan pewarnaan sisi r -dinamis pada graf G adalah: $\chi_r Shack(Dn, v \in C_3, n) = 4$, untuk $1 \leq r \leq 2$; $Shack(Dn, v \in C_3, n) = 5$, untuk $3 \leq r \leq 4$; dan $Shack(Dn, v \in C_3, n) = 7$, untuk $r \geq 5$.
5. **Teorema 4.1.5** Graf G merupakan graf hasil operasi **shackle** dari graf kipas $(F_{2,3})$ yang dinotasikan dengan $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$. Jika $n \geq 2$, maka bilangan kromatik dan pewarnaan sisi r -dinamis pada graf G adalah: $\chi_r Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n) = 6$, untuk $1 \leq r \leq 4$; $\chi_r Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n) = 8$, untuk $5 \leq r \leq 6$; $\chi_r Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n) = 10$, untuk $r = 7$; dan $\chi_r Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n) = 12$, untuk $r \geq 8$.
6. **Teorema 4.1.6** Graf G merupakan graf hasil operasi **shackle** dari graf bintang (S_m) dengan $m \geq 8$ yang dinotasikan dengan $Shack(S_m, v \in P_2, n)$. Jika $n \geq 3$, maka bilangan kromatik dan pewarnaan sisi r -dinamis pada graf G adalah: $\chi_r Shack(S_m, v \in P_2, n) = m$, untuk $1 \leq r \leq m - 1$ dan $\chi_r Shack(S_m, v \in P_2, n) = m + 1$ untuk $r \geq m$.

Dari pembahasan diatas ada beberapa batasan r yang belum ditemukan, sehingga dalam penelitian ini diajukan *open problem*.

Masalah Terbuka 4.3.1 Misalkan G adalah graf hasil operasi **shackle** dengan titik yang dipakai bersama adalah titik dengan derajat tertinggi dari graf **diamond** (Dn) , graf **butterfly** (Btf) , graf kipas $(F_{2,3})$, dan graf bintang (S_m) , maka tentukan nilai kromatik pewarnaan sisi r -dinamis pada graf G untuk $r \geq 4$.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pewarnaan Sisi r -Dinamis pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi *Shackle* Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I, Susi Setiawani, S.Si., M.Sc. selaku Dosen Pembimbing II, Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si. dan Prof. Slamini, M.Comp.Sc., Ph.D. selaku Dosen Penguji I, serta Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si. selaku Dosen Penguji II yang telah meluangkan waktu, pikiran, perhatian, dan dukungan dalam penulisan skripsi ini;
5. dosen dan karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. semua pihak yang telah membantu dalam penyelesaian skripsi ini;

Semoga bantuan, bimbingan, dan dukungan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, April 2017
Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN SAMPUL	i
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iii
HALAMAN MOTTO	iv
HALAMAN PERNYATAAN	v
HALAMAN PEMBIMBING	vi
HALAMAN PENGAJUAN	vii
HALAMAN PENGESAHAN	viii
RINGKASAN	ix
PRAKATA	xi
DAFTAR ISI	xiv
DAFTAR GAMBAR	xvi
DAFTAR TABEL	xviii
DAFTAR LAMBANG	xix
BAB 1.PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah.....	4
1.4 Tujuan Penelitian.....	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
1.6 Keterbaruan Penelitian.....	5
BAB 2.TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Definisi dan Terminologi Dasar Graf.....	6
2.2 Graf Khusus.....	9
2.3 Operasi <i>Shackle</i>	13
2.4 Pewarnaan Graf.....	14
2.4.1 Pewarnaan Titik (<i>Vertex Coloring</i>).....	14
2.4.2 Pewarnaan Sisi (<i>Edge Coloring</i>)	15

2.4.3	Pewarnaan Wilayah (<i>Region Coloring</i>)	16
2.5	Pewarnaan r-Dinamis	16
2.5.1	Pewarnaan Titik r -dinamis	17
2.5.2	Pewarnaan Sisi r -dinamis	18
2.6	Fungsi	21
2.7	Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi	22
BAB 3.	METODE PENELITIAN	26
3.1	Jenis Penelitian	26
3.2	Metode Penelitian	26
3.3	Definisi Operasional	26
3.3.1	Pewarnaan Sisi r -Dinamis	27
3.3.2	Graf Operasi $Shack(S_m, v \in P_2, n)$	27
3.4	Data Penelitian	27
3.5	Prosedur Penelitian	27
3.6	Observasi Awal	28
BAB 4.	HASIL DAN PEMBAHASAN	32
4.1	Bilangan Kromatik, Pewarnaan Sisi r-Dinamis, dan Fungsi Pewarnaan Sisi	32
4.2	Berpikir Tingkat Tinggi dalam Menentukan Pewarnaan Sisi r-Dinamis pada Graf Khusus dan Graf Hasil Orperasi <i>Shackle</i>	57
4.2.1	Tahap Mengingat	58
4.2.2	Tahap Memahami	59
4.2.3	Tahap Menerapkan	60
4.2.4	Tahap Menganalisis	60
4.2.5	Tahap Mengevaluasi	61
4.2.6	Tahap Mencipta	61
4.3	Pembahasan	62
BAB 5.	KESIMPULAN DAN SARAN	64
5.1	Kesimpulan	64
5.2	Saran	66

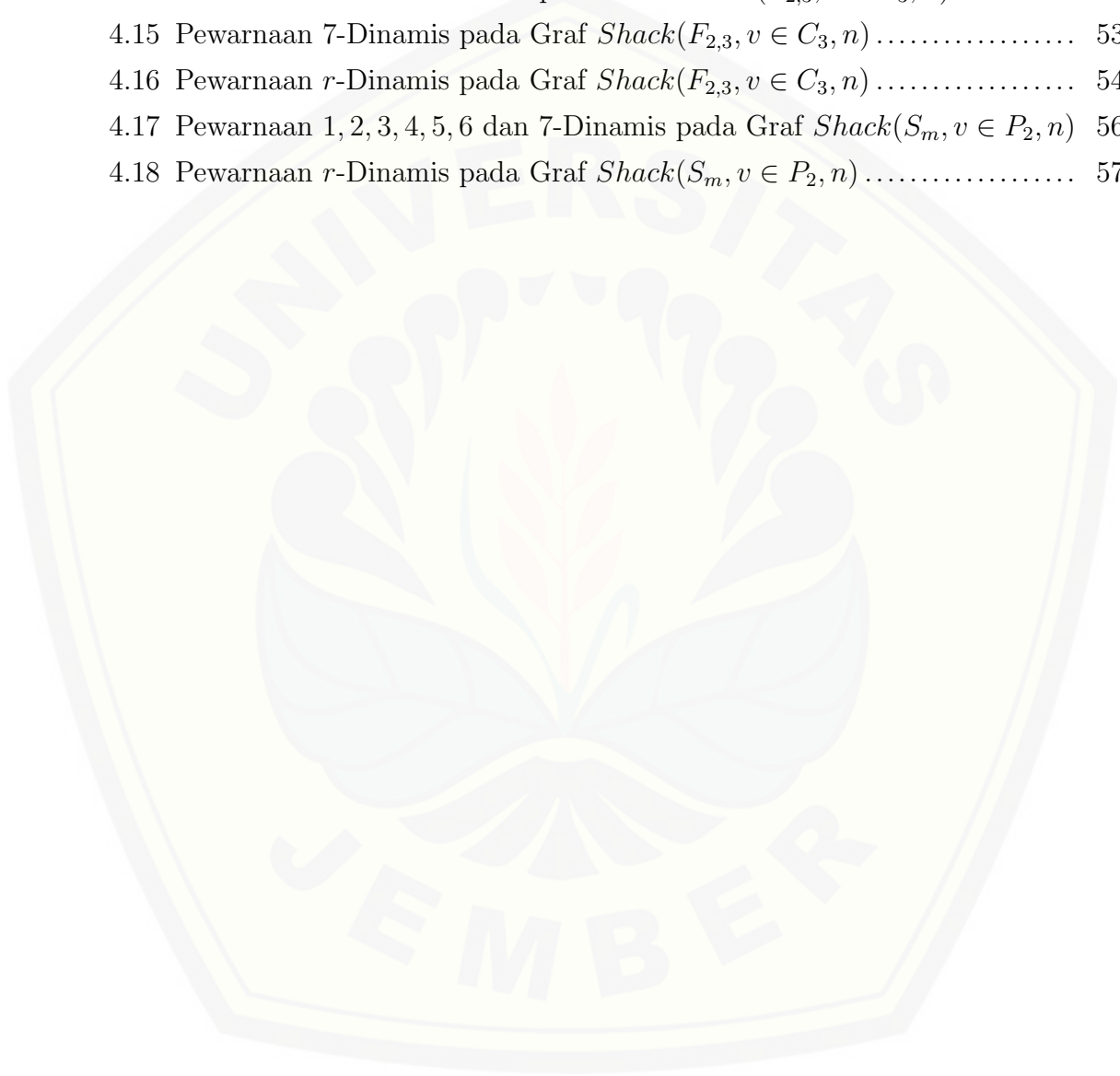
DAFTAR PUSTAKA	67
LAMPIRAN	70



DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Graf Berarah	8
2.2 Graf Tak Berarah	8
2.3 Graf Sederhana	8
2.4 Graf Tak Sederhana	9
2.5 Graf Tak Terhubung.....	9
2.6 Graf E ($E_{3,4}$)	10
2.7 Graf <i>Lobster</i> ($Lobs_3$)	10
2.8 Graf <i>Butterfly</i> ($Shack(Btf, v \in C_3, 2)$)	11
2.9 Graf <i>Diamond</i> ($Shack(Dn, v \in C_3, 2)$)	12
2.10 Graf Kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, 2)$)	12
2.11 Graf Bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, 2)$)	13
2.12 Graf $Shack(Btf, v \in C_3, 2)$	15
2.13 Graf $Shack(Btf, v \in C_3, 2)$	16
2.14 (a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif.....	22
2.15 Tahapan Taksonomi Bloom yang Telah Direvisi	25
3.1 Graf Operasi $Shack(S_m, v \in P_2, 2)$	28
3.2 Prosedur Penelitian.....	29
3.3 Pewarnaan sisi 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$	30
4.1 Pewarnaan 1 dan 2-Dinamis pada Graf $E_{m,n}$	34
4.2 Pewarnaan r -Dinamis pada Graf E	35
4.3 Pewarnaan 1, 2 dan 3-Dinamis pada Graf $Lobs_n$	36
4.4 Pewarnaan 4-Dinamis pada Graf $Lobs_n$	37
4.5 Pewarnaan 5-Dinamis pada Graf $Lobs_n$	39
4.6 Pewarnaan sisi r -Dinamis pada Graf $Lobs_n$	40
4.7 Pewarnaan 1, 2 dan 3-Dinamis pada Graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$	41
4.8 Pewarnaan 4 dan 5-Dinamis pada Graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$	43

4.9	Pewarnaan r -Dinamis pada Graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$	44
4.10	Pewarnaan 1 dan 2-Dinamis pada Graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$	46
4.11	Pewarnaan 3 dan 4-Dinamis pada Graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$	47
4.12	Pewarnaan r -Dinamis pada Graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$	48
4.13	Pewarnaan 1, 2, 3 dan 4-Dinamis pada Graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$	50
4.14	Pewarnaan 5 dan 6-Dinamis pada Graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$	51
4.15	Pewarnaan 7-Dinamis pada Graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$	53
4.16	Pewarnaan r -Dinamis pada Graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$	54
4.17	Pewarnaan 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-Dinamis pada Graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$	56
4.18	Pewarnaan r -Dinamis pada Graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$	57



DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Penelitian Pewarnaan Titik r -Dinamis Terdahulu.....	17
2.2 Penelitian Pewarnaan Sisi r -dinamis Terdahulu.....	19
3.1 Pewarnaan sisi 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$	31
5.1 Pewarnaan sisi 1 dan 2-dinamis pada graf $E_{m,n}$	71
5.2 Pewarnaan sisi 1 dan 2-dinamis pada graf $E_{m,n}$	71
5.3 Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $E_{m,n}$	72
5.4 Pewarnaan sisi 1, 2 dan 3-dinamis pada graf $Lobs_n$	72
5.5 Pewarnaan sisi 1, 2 dan 3-dinamis pada graf $Lobs_n$	73
5.6 Pewarnaan sisi 4-dinamis pada graf $Lobs_n$	74
5.7 Pewarnaan sisi 4-dinamis pada graf $Lobs_n$	75
5.8 Pewarnaan sisi 5-dinamis pada graf $Lobs_n$	76
5.9 Pewarnaan sisi 5-dinamis pada graf $Lobs_n$	77
5.10 Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $Lobs_n$	78
5.11 Pewarnaan sisi 1, 2 dan 3-dinamis pada graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$	79
5.12 Pewarnaan sisi 1, 2 dan 3-dinamis pada graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$	80
5.13 Pewarnaan sisi 4 dan 5-dinamis pada graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$	81
5.14 Pewarnaan sisi 4 dan 5-dinamis pada graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$	82
5.15 Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$	83
5.16 Pewarnaan sisi 1 dan 2-dinamis pada graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$	84
5.17 Pewarnaan sisi 1 dan 2-dinamis pada graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$	84
5.18 Pewarnaan sisi 3 dan 4-dinamis pada graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$	85
5.19 Pewarnaan sisi 3 dan 4-dinamis pada graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$	85
5.20 Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$	86
5.21 Pewarnaan sisi 1, 2, 3 dan 4-dinamis pada graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$...	87
5.22 Pewarnaan sisi 5 dan 6-dinamis pada graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$	88
5.23 Pewarnaan sisi 7-dinamis pada graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$	89

5.24	Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$	90
5.25	Pewarnaan sisi 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$	91
5.26	Pewarnaan sisi 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$	92
5.27	Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$	93
5.28	Pewarnaan sisi 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$	94



DAFTAR LAMBANG

G	graf
$V(G)$	himpunan titik dari graf G
$E(G)$	himpunan sisi dari graf G
$p = V(G) $	banyaknya titik pada graf G
$q = E(G) $	banyaknya sisi pada graf G
$d(u, v)$	jarak titik u ke titik v pada suatu graf G
u	titik pada suatu graf
uv	sisi yang dimulai dari u dan berakhir pada v pada suatu graf
$N(u)$	himpunan semua tetangga (<i>neighbourhood</i>) dari u
$\chi(G)$	bilangan kromatik pada graf G
$\chi_r(G)$	bilangan kromatik r -dinamis pada graf G
U_n	suku ke- n barisan aritmetika
$\Delta(G)$	derajat terbesar pada graf G
$\delta(G)$	derajat terkecil pada graf G
e	sisi
$c(e)$	pewarnaan pada sisi e
$ c(N(e)) $	banyaknya warna yang bertetangga dengan sisi e
r	parameter bilangan bulat positif
$d(v)$	derajat pada titik v
$d(u)$	derajat pada titik u
$E_{m,n}$	graf E dengan banyak m titik pada sisi vertikal dan n titik pada sisi horizontal
$Lobs_n$	graf <i>lobster</i> dengan n kaki
Bt_f	graf <i>butterfly</i>
D_n	graf <i>diamond</i>
$F_{2,3}$	graf kipas yang terdiri dari P_3 yang dihubungkan ke dua titik pusat yang saling vertikal atau saling horizontal
S_m	graf bintang yang terdiri dari m cabang

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Pendidikan di era globalisasi seperti sekarang adalah kebutuhan pokok bagi umat manusia. Seseorang tidak bisa berkembang tanpa pendidikan, apalagi untuk bisa mengikuti arus perkembangan zaman yang tiada hentinya. Begitu pula pendidikan, selalu berkembang dan mengalami kemajuan seiring dengan perkembangan zaman yang terjadi. Pendidikan yang selalu berkembang tentunya juga harus diiringi dengan perkembangan insan manusia itu sendiri, khususnya yaitu perkembangan kualitas berpikir. Seyogyanya manusia di era globalisasi ini memiliki pola pikir yang maju guna menyelesaikan berbagai permasalahan yang ada. Oleh karena itu manusia perlu menguasai keterampilan berpikir yang lebih baik daripada sebelumnya. Salah satu cara untuk meningkatkan keterampilan berpikir manusia adalah dengan membiasakan diri menggunakan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

Keterampilan berpikir tingkat tinggi atau *Higher Order Thinking Skills (HOTS)* adalah suatu bentuk keterampilan dalam pemecahan masalah. Keterampilan berpikir tingkat tinggi sangat berguna dalam pemecahan berbagai masalah dalam kehidupan umat manusia, salah satunya yaitu masalah Matematika. Hal ini terjadi karena Matematika memiliki berbagai masalah yang membutuhkan pemecahan dengan cara kompleks dan matematis.

Matematika merupakan salah satu disiplin ilmu yang mendasari ilmu pengetahuan yang lain. Matematika sering digunakan dalam menyelesaikan masalah, khususnya untuk komputasi dan perhitungan. Berdasarkan pandangan formalis, Matematika merupakan pemeriksaan aksioma yang menegaskan struktur abstrak menggunakan logika simbolik dan notasi Matematika. Hal ini menunjukkan bahwa Matematika telah memberikan banyak sumbangan dan manfaat secara langsung kepada masyarakat.

Matematika harus dipelajari secara individual terkait dengan proses

berpikir logis yang bermanfaat bagi seseorang dalam mengambil suatu kesimpulan dan termasuk memecahkan masalah. Berpikir merupakan suatu kegiatan mental yang dialami seseorang jika mereka dihadapkan pada suatu masalah atau situasi yang harus dipecahkan. Hal ini menunjukkan ketika seseorang memecahkan suatu masalah ataupun ingin memahami sesuatu, maka orang tersebut melakukan aktivitas berpikir. Masalah yang dikategorikan sulit atau tinggi dapat diselesaikan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

Salah satu cabang ilmu di dalam Matematika yang membutuhkan penyelesaian dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi adalah Matematika Diskrit, sebagai contoh yaitu pokok bahasan mengenai Teori Graf. Teori Graf banyak digunakan sebagai alat bantu untuk menggambarkan atau menyatakan suatu persoalan agar lebih mudah dimengerti dan diselesaikan. Persoalan-persoalan ini dapat lebih jelas untuk diterangkan bila direpresentasikan dalam bentuk graf. Graf adalah himpunan tidak kosong dari elemen-elemen yang disebut titik, dan suatu himpunan pasangan tidak terurut dari titik-titiknya yang disebut dengan sisi. Hingga saat ini pemanfaatan teori graf sangat membantu dalam pengaplikasiannya seperti dalam jaringan transportasi, komunikasi, pendesainan *chip* dan lain sebagainya.

Topik yang dijadikan sebagai bahan kajian pada penelitian ini adalah salah satu topik pada teori graf, yaitu pewarnaan graf. Pewarnaan graf adalah salah satu cara pelabelan pada graf dengan cara memberikan warna yang berbeda pada elemen (titik/ sisi/ wilayah) yang bertetangga (*adjacent*). Pewarnaan graf terdiri dari pewarnaan titik, pewarnaan sisi dan pewarnaan wilayah. Pewarnaan graf dapat digunakan untuk penjadwalan, ilmu komputer, jaringan komunikasi, analisis algoritma, penyimpanan dan transportasi. Tetapi, fokus kajian pada penelitian ini adalah pewarnaan sisi. Hal ini dikarenakan telah banyak penelitian yang dilakukan oleh peneliti-peneliti terdahulu mengenai pewarnaan graf. Bahkan hingga saat ini penelitian terkait pewarnaan graf masih dilakukan dengan berbagai pengembangannya yang telah divariasi.

Berdasarkan hasil-hasil penelitian yang telah dilakukan oleh para peneliti terdahulu, pada penelitian ini peneliti tertarik untuk mengkaji lebih lanjut

mengenai pewarnaan r -dinamis pada graf khusus dan juga pengembangannya pada pewarnaan sisi. Pengembangan yang dimaksud adalah pewarnaan sisi r -dinamis pada graf khusus. Pewarnaan r -dinamis bertujuan untuk mencari bilangan kromatik paling minimum dari pewarnaan graf dengan parameter r . Bilangan kromatik itu sendiri adalah bilangan yang menunjukkan jumlah warna minimal yang perlu digunakan untuk melakukan pewarnaan pada graf. Sedangkan pengertian graf khusus adalah graf yang memiliki karakteristik atau kekhasan tertentu.

Graf khusus yang digunakan pada penelitian ini adalah graf $E(E_{m,n})$, graf *lobster* ($Lobs_n$), graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$), graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) dan graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$), yang beberapa di antaranya telah diteliti mengenai pewarnaan titiknya oleh para peneliti terdahulu. Selain itu pada penelitian ini juga dilakukan kajian mengenai keterampilan berpikir tingkat tinggi yang dimiliki seseorang pada proses pewarnaan sisi r -dinamis pada graf khusus. Berdasarkan latar belakang tersebut, penulis mengambil judul **"Pewarnaan Sisi r -Dinamis pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi *Shackle* Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi"**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan sebelumnya, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

- berapa kardinalitas pada graf $E(E_{m,n})$, graf *lobster* ($Lobs_n$), graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$), graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) dan graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$)?
- berapa nilai kromatik sisi r -dinamis pada graf $E(E_{m,n})$, graf *lobster* ($Lobs_n$), graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$), graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) dan graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$)?
- bagaimana keterampilan berpikir tingkat tinggi yang terjadi pada proses pewarnaan sisi r -dinamis?

1.3 Batasan Masalah

Penelitian ini memiliki batasan masalah yang bertujuan untuk menghindari meluasnya pemecahan masalah, antara lain:

- a). penelitian dilakukan pada graf tak berarah, sederhana, dan tidak terhubung;
- b). graf yang digunakan adalah graf khusus, yaitu graf $E(E_{m,n})$, graf *lobster* ($Lobs_n$), graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$), graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) dan graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$);
- c). taksonomi Bloom revisi.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan latar belakang dan rumusan masalah yang telah dikemukakan sebelumnya, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

- a). untuk mengetahui kardinalitas pada graf $E(E_{m,n})$, graf *lobster* ($Lobs_n$), graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$), graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) dan graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$);
- b). untuk mengetahui nilai kromatik sisi r -dinamis pada graf $E(E_{m,n})$, graf *lobster* ($Lobs_n$), graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$), graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) dan graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$);
- c). untuk mengetahui keterampilan berpikir tingkat tinggi yang terjadi pada proses pewarnaan sisi r -dinamis.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari hasil penelitian ini adalah:

- a). menambah pengetahuan baru dalam bidang Teori Graf, khususnya mengenai pengembangan pewarnaan sisi r -dinamis pada graf khusus.
- b). membuka peluang bagi peneliti lain untuk melakukan analisis lebih lanjut terhadap hasil penelitian ini untuk perluasan ilmu dan aplikasi dalam masalah pewarnaan graf, khususnya pewarnaan sisi.
- c). hasil penelitian ini diharapkan mampu menjadi sarana untuk pengembangan keterampilan berpikir tingkat tinggi.

- d). membantu peneliti dalam mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi.

1.6 Keterbaruan Penelitian

Penelitian ini memiliki beberapa kebaruan dibandingkan dengan penelitian terdahulu, yaitu:

- a). penelitian terdahulu terkait dengan pewarnaan yang hanya terbatas pada $r=1$, sedangkan dalam penelitian ini diteliti untuk sebarang r , yaitu parameter bilangan bulat positif yang tidak terbatas;
- b). penelitian ini menggunakan banyak graf, yaitu graf $E(E_{m,n})$, graf *lobster* ($Lobs_n$), graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$), graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) dan graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$), serta menggunakan satu operasi, yaitu operasi *shackle* sehingga bermakna untuk karakterisasi operasi graf dalam pelabelan r -dinamis;
- c). pada penelitian ini digunakan tabel *checklist* pewarnaan sisi.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Definisi dan Terminologi Dasar Graf

Sebuah graf G merupakan pasangan himpunan $(V(G), E(G))$, dimana $V(G)$ adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah sebuah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut $\{u, v\}$ dari titik-titik $u, v \in V(G)$ yang disebut sisi (Slamin, 2009: 11-12). $V(G)$ disebut himpunan titik dari G dan $E(G)$ disebut himpunan sisi dari G . Secara sederhana dapat ditulis $G=(V, E)$. Untuk penyederhanaan notasi, sebuah sisi $\{u, v\}$ sering dinotasikan dengan uv .

Titik-titik pada graf G dikatakan bertetangga (*adjacent*) apabila terdapat sebuah sisi yang menghubungkan antara titik-titik tersebut. Secara matematis, representasinya adalah jika u dan v adalah titik-titik pada graf G , maka u dikatakan bertetangga (*adjacent*) dengan v jika terdapat sebuah sisi e yang menghubungkan antara u dan v , yaitu $e = uv$ dan selanjutnya v disebut sebagai tetangga dari u . Himpunan semua tetangga dari u disebut ketetanggaan dari u dan dinotasikan dengan $N(u)$. Adapun sebuah sisi disebut bersisian/ bertemu (*incident*) dengan titik-titik pada graf G apabila sisi tersebut menjadi penghubung antara titik-titik yang dimaksud. Representasinya dalam bahasa matematis yaitu sebuah sisi e disebut bersisian/ bertemu (*incident*) dengan titik u dan v jika sisi e merupakan penghubung titik u dan v , dan sebaliknya.

Derajat dari titik v pada G adalah banyaknya titik-titik yang bertetangga dengan v , yaitu jumlah semua tetangga dari v (Slamin, 2009: 13). Derajat dinotasikan dengan d_i (*index i* menunjukkan titik ke- i dari sebuah graf). Jika sebuah titik v mempunyai derajat 0, dengan kata lain tidak bertetangga dengan sebarang titik yang lain, maka v disebut sebagai titik terasing. Sebuah titik berderajat 1 disebut sebagai titik ujung atau daun. Jika setiap titik dari graf G mempunyai derajat yang sama, maka G disebut sebagai graf reguler atau teratur.

Derajat terkecil dari suatu graf G adalah banyaknya minimal sisi yang

incident pada suatu titik v_i di graf G di antara titik-titik lainnya di graf G yang dinotasikan dengan $\delta(G)$. Derajat terbesar dari suatu graf G adalah banyaknya maksimal sisi yang *incident* pada suatu titik v_i di graf G di antara titik-titik lainnya di graf G yang dinotasikan dengan $\Delta(G)$.

Jarak dari titik u ke titik v dinotasikan dengan $\delta(u, v)$, adalah panjang lintasan terpendek dari titik u ke titik v . Diameter dari graf G adalah jarak terpanjang di antara sebarang dua titik pada graf G .

Misal terdapat dua buah graf, yaitu $G_1 = (V_1, E_1)$ dan $G_2 = (V_2, E_2)$. G_1 dan G_2 disebut isomorfis jika terdapat fungsi bijektif $f: V_1 \rightarrow V_2$ sedemikian hingga $\{v_1, v_2\} \in E_1$ jika dan hanya jika $\{f(v_1), f(v_2)\} \in E_2$. f yang demikian disebut isomorfisme. Jika G_1 dan G_2 isomorfis maka dinotasikan dengan $G_1 \cong G_2$ (Guichard, 2015:66).

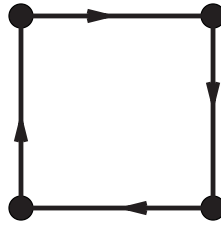
Secara umum, pada kasus graf yang berukuran besar (jumlah titik dan sisinya), lebih sulit untuk menentukan keisomorfisan dua buah graf. Oleh karena itu, untuk mengetahui keisomorfisan dua buah graf, hal pertama yang harus dilakukan adalah memastikan bahwa kedua graf memiliki urutan derajat yang sama. Setelah itu, dilakukan analisis lebih lanjut untuk memastikan apakah kedua graf tersebut isomorfis atau tidak (Hartafeld, 1990: 14).

Sebuah graf H disebut subgraf dari G jika setiap titik dari H merupakan titik dari G dan setiap sisi dari H merupakan sisi dari G . Dengan kata lain, $V(H) \subset V(G)$ dan $E(H) \subset E(G)$ (Slamin, 2009:15). Jika H merupakan subgraf dari G maka G disebut sebagai supergraf dari H , yang dinotasikan dengan $G \supset H$. Gabungan dari dua subgraf pada G , yaitu G_1 dan G_2 adalah subgraf $G_1 \cup G_2$ dimana himpunan titik-titiknya $V(G_1) \cup V(G_2)$ dan himpunan sisi-sisinya $E(G_1) \cup E(G_2)$. Sebaliknya, irisan dari dua subgraf pada G , yaitu G_1 dan G_2 adalah subgraf $G_1 \cap G_2$ dimana himpunan titik-titiknya $V(G_1) \cap V(G_2)$ dan himpunan sisi-sisinya $E(G_1) \cap E(G_2)$ (Graham, 1995: 7).

Graf terdiri dari berbagai jenis, diantaranya diklasifikasikan berdasar orientasi arah, ada tidaknya *loop* ataupun sisi ganda, dan titik yang terhubung:

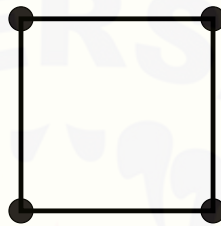
a). Berdasarkan orientasi arah:

- (1). graf berarah (*direct graph*) adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah;



Gambar 2.1 Graf Berarah

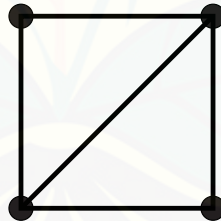
- (2). graf tak berarah (*undirect graph*) adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah.



Gambar 2.2 Graf Tak Berarah

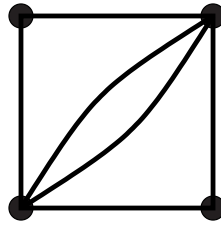
- b). Berdasarkan ada tidaknya *loop* ataupun sisi ganda:

- (1). graf sederhana (*simple graph*) adalah graf yang tidak mengandung *loop* ataupun sisi ganda;



Gambar 2.3 Graf Sederhana

- (2). graf tak sederhana (*unsimple graph*) adalah graf yang mengandung *loop* ataupun sisi ganda.



Gambar 2.4 Graf Tak Sederhana

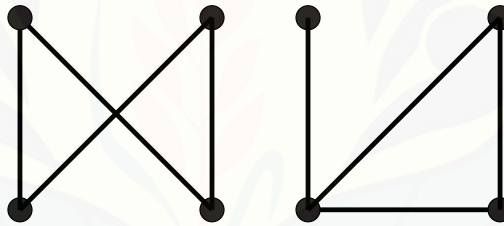
c). Berdasarkan titik yang terhubung:

(1). Graf terhubung (*connected graph*)

Graf G dikatakan terhubung jika untuk setiap dua titik yang berbeda v_i dan v_j di G terdapat lintasan dari v_i ke v_j . Contoh graf terhubung adalah graf pada Gambar 2.3

(2). Graf tak terhubung (*disconnected graph*)

Graf G dikatakan tak terhubung jika ada minimal dua titik yang berbeda v_i dan v_j di G , sehingga tidak terdapat lintasan dari v_i ke v_j .



Gambar 2.5 Graf Tak Terhubung

Sesuai dengan batasan masalah yang telah disebutkan pada bab sebelumnya, maka karakteristik dari graf khusus yang dikaji pada penelitian ini adalah graf tak berarah, graf sederhana, dan graf terhubung.

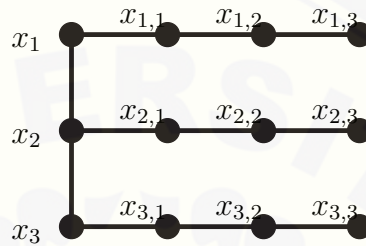
2.2 Graf Khusus

Graf khusus adalah graf yang memiliki karakteristik bentuk khusus. Graf ini memiliki keunikan yaitu tidak isomorfis dengan graf lainnya. Karakteristik bentuknya dapat diperluas sampai *order n* tetapi simetris. Graf khusus yang sudah populer dinamakan *well-known special graph*, sedangkan graf khusus yang

belum populer tetapi dengan karakteristik graf khusus dinamakan *well-defined special graph*. Beberapa contoh graf khusus adalah sebagai berikut:

a). Graf $E(E_{m,n})$

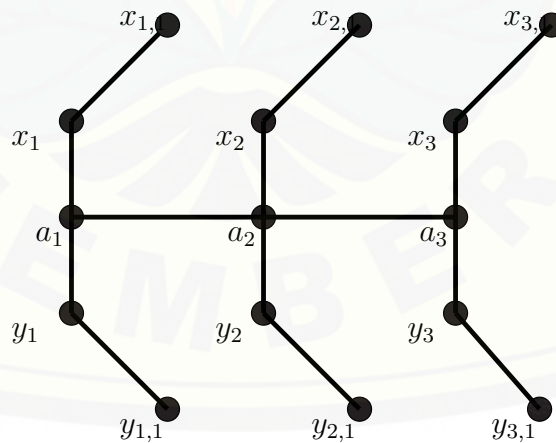
Graf E dinotasikan dengan $E_{m,n}$ dimana $m \geq 3$ dan m ganjil, serta $n \geq 2$, yaitu graf yang didapat dengan menghubungkan titik dari graf lintasan P_m dan P_n sehingga membentuk huruf E. Graf $E(E_{m,n})$ terdiri dari mn titik dan $mn - 1$ sisi. Contoh graf $E(E_{3,4})$ dapat dilihat pada Gambar 2.6.



Gambar 2.6 Graf $E(E_{3,4})$

b). Graf *lobster* ($Lobs_n$)

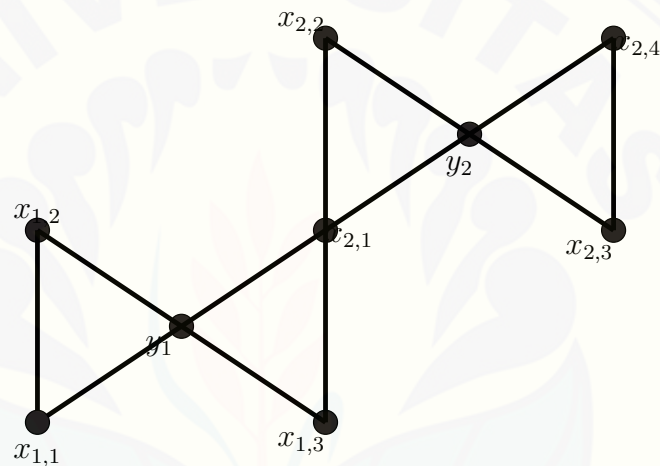
Graf *lobster* yang dinotasikan dengan ($Lobs_n$) adalah keluarga graf pohon yang dapat diperoleh dengan cara menambahkan satu titik anting pada graf *caterpillar* yang berderajat satu. Gambar 2.7 adalah contoh graf $Lobs_3$.



Gambar 2.7 Graf *Lobster* ($Lobs_3$)

c). Graf *Butterfly* ($ShackBtf, v \in C_3, n$)

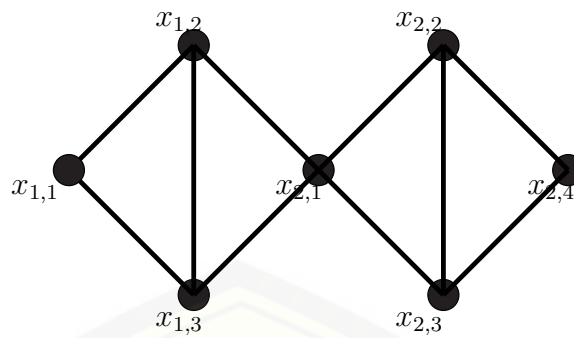
Graf kupu-kupu (*butterfly*) yang dinotasikan dengan ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$) adalah graf hasil operasi *shackle* dari graf *butterfly* (Btf) yang merupakan graf planar tak berarah dengan 5 titik dan 6 sisi yang dapat diperoleh dengan cara membuat 2 duplikat dari graf siklus C_3 dan menghubungkan salah satu titik dari masing-masing graf C_3 tersebut. Syarat dari operasi *shackle* dari graf ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$) adalah titik yang dipakai bersama dari masing-masing duplikat graf *butterfly* tersebut merupakan titik yang berderajat 2. Contoh graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, 2)$) dapat dilihat pada Gambar 2.8.



Gambar 2.8 Graf *Butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, 2)$)

d). Graf *Diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$)

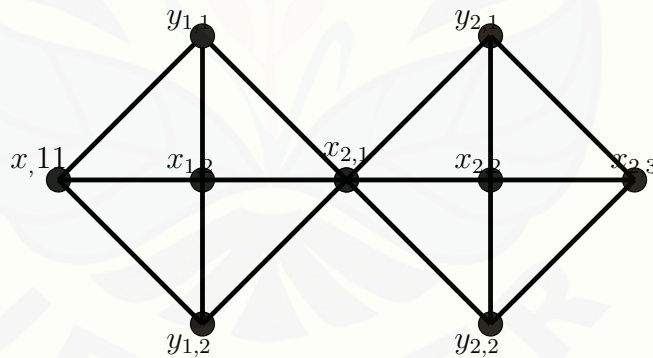
Graf *diamond* yang dinotasikan dengan ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$) adalah graf hasil operasi *shackle* dari graf *diamond* Dn yang merupakan graf planar tak berarah dengan 4 titik dan 5 sisi. Bentuknya menyerupai graf lengkap K_4 yang dihilangkan salah satu sisinya (yang di bagian tengah). Syarat dari operasi *shackle* dari graf ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$) adalah titik yang dipakai bersama dari masing-masing duplikat graf *diamond* Dn tersebut merupakan titik yang berderajat 2. Contoh graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, 2)$) dapat dilihat pada Gambar 2.9.



Gambar 2.9 Graf *Diamond* ($Shack(D_n, v \in C_3, 2)$)

e). Graf Kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$)

Graf kipas yang dinotasikan dengan ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) adalah graf yang diperoleh dengan cara menghubungkan semua titik pada lintasan P_n pada dua titik yang saling horizontal atau vertikal yang disebut titik pusat. Syarat dari operasi *shackle* dari graf ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) adalah titik yang dipakai bersama dari masing-masing duplikat graf kipas $F_{2,3}$ tersebut merupakan titik yang berderajat 3. Contoh graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, 2)$) dapat dilihat pada Gambar 2.10.

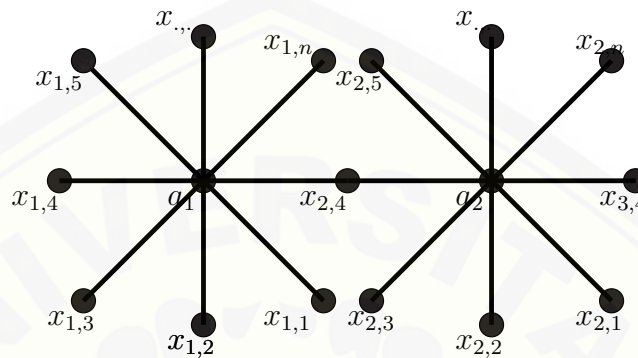


Gambar 2.10 Graf Kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, 2)$)

f). Graf Bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$)

Graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$) adalah hasil operasi *shackle* dari graf bintang (S_m) yang merupakan graf pohon yang terdiri dari satu titik yang berderajat m dan m titik yang berderajat 1. Graf bintang ($Shack(S_m, v \in$

P_2, n) dengan $n \geq 3$ terdiri dari $mn + 1$ titik dan mn sisi. Syarat dari operasi *shackle* dari graf ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$) adalah titik yang dipakai bersama dari masing-masing duplikat graf bintang (S_m) tersebut merupakan titik yang berderajat 1. Sebagai contoh yaitu hasil operasi *shackle* dari graf S_8 pada gambar 2.11.



Gambar 2.11 Graf Bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, 2)$)

Keenam graf khusus tersebut dibahas lebih lanjut pada bab berikutnya mengenai kardinalitas, yaitu bilangan yang menyatakan jumlah titik dan jumlah sisi suatu graf G , dibahas mengenai pewarnaan sisi r -dinamisnya, serta dibahas mengenai keterampilan berpikir tingkat tinggi yang terjadi proses pewarnaan sisi r -dinamis tersebut sebagaimana telah disebutkan pada tujuan penelitian pada bab sebelumnya.

2.3 Operasi *Shackle*

Operasi graf merupakan suatu cara yang digunakan untuk memperoleh graf baru dengan cara mengombinasikan dua graf atau lebih. Terdapat beberapa cara dalam pengoperasian graf, salah satunya yaitu operasi *shackle*.

Definisi 2.3.1. *Shackle* dari graf H dinotasikan dengan $G = shack(H, v, n)$ adalah graf G yang dibangun dari graf non trivial H_1, H_2, \dots, H_n sedemikian hingga untuk setiap $1 \leq s, t \leq n$, H_s dan H_t tidak memiliki titik penghubung dimana $|s - t| \geq 2$ dan untuk setiap $1 \leq i \leq n - 1$, H_i dan H_{i+1} memiliki tepat satu titik bersama v , disebut dengan titik penghubung dan $k - 1$ titik

penghubung digantikan dengan subgraf $K \subset H$ disebut dengan *generalized shackle*, dan dinotasikan dengan $G = gshack(H, K \subset H, n)$ (Dafik et al., 2016).

Jika graf H memiliki titik $|V(H)| = p$ dan sisi $|E(H)| = q$, sedangkan subgraf K memiliki titik $|V(K)| = p_1$ dan sisi $|E(K)| = q_1$, maka graf *shackle* G memiliki titik $|V(G)| = n(p - 1) + 1$ dan sisi $|E(G)| = np$, sedangkan graf *generalized shackle* G memiliki $|V(G)| = n(p - p_1) + p_1$ dan sisi $|E(G)| = n(q - q_1) + q_1$.

Jenis operasi *shackle* dipilih sebagai bahan pengembangan graf pada penelitian ini karena operasinya cukup sederhana, dengan cara membuat duplikat graf asli, kemudian menempelkan salah satu titik dari graf hasil duplikat ke salah satu titik pada graf sebelumnya, begitu seterusnya. Syaratnya yaitu titik yang dipakai bersama harus konsisten (memiliki derajat titik sama) supaya hasil operasi *shackle* dari graf tersebut menjadi benar dan teratur.

2.4 Pewarnaan Graf

Pewarnaan graf adalah suatu bentuk pelabelan graf, yaitu dengan memberikan warna pada elemen graf. Pewarnaan graf terdiri dari tiga permasalahan, meliputi pewarnaan titik (*vertex coloring*), pewarnaan sisi (*edge coloring*), dan pewarnaan wilayah (*region coloring*) (Munir, 2007).

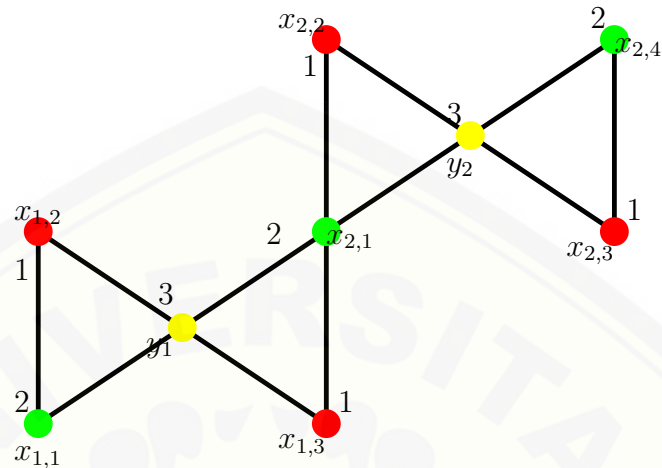
Ada beberapa prinsip dalam mewarnai graf, yaitu:

- a). Banyak warna yang digunakan harus seminimum mungkin.
- b). Dua buah titik yang terhubung oleh satu atau lebih rusuk tidak boleh diberi warna yang sama (pewarnaan titik).
- c). Dua buah sisi atau lebih yang bertemu pada sebuah titik tidak boleh diberi warna yang sama (pewarnaan sisi).
- d). Dalam mewarnai graf pakailah sebuah warna secara optimum, artinya warna kedua digunakan setelah warna pertama tidak dapat digunakan lagi, demikian seterusnya sampai semua titik/ sisi/ wilayah terwarnai semua.

2.4.1 Pewarnaan Titik (*Vertex Coloring*)

Pewarnaan titik pada graf G adalah memberikan warna berbeda pada setiap titik yang bertetangga sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga dengan

warna yang sama. Apabila suatu graf G dapat diwarnai dengan k minimal dari n warna, maka G mempunyai bilangan kromatik $n(\chi(G) = n)$. Contoh pewarnaan titik dapat dilihat pada Gambar 2.12.



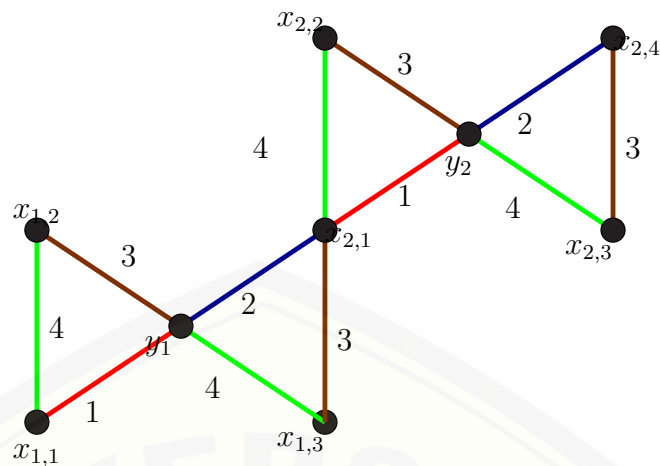
Gambar 2.12 Graf $Shack(Btf, v \in C_3, 2)$

2.4.2 Pewarnaan Sisi (*Edge Coloring*)

Suatu pewarnaan sisi- k untuk graf G adalah suatu penggunaan sebagian atau semua k warna untuk mewarnai semua sisi di G sehingga setiap pasang sisi yang mempunyai titik persekutuan diberi warna yang berbeda (Budayasa, 2007). Jika G mempunyai pewarnaan sisi- k , maka dikatakan sisi-sisi di G diwarnai dengan k warna seperti pada Gambar 2.13.

Pewarnaan sisi pada graf G merupakan pemberian warna pada sisi-sisi graf G , satu warna untuk setiap sisi pada graf G , dimana sisi-sisi yang bertetangga diberikan warna yang berbeda (Chartrand dan Zhang, 2009:249). Seperti halnya pada pewarnaan titik, pewarnaan sisi dapat digambarkan sebagai fungsi $c : E(G) \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$ sedemikian hingga $c(e) \neq c(f)$ untuk setiap dua sisi e dan f yang bertetangga pada G . Bilangan bulat positif k yang paling minimum untuk mewarnai sisi pada graf G disebut sebagai indeks kromatik (atau disebut juga bilangan kromatik sisi) graf G dan dinotasikan dengan $\chi(G)$.

Bilangan kromatik yang diperoleh dari hasil pewarnaan suatu graf G selalu

Gambar 2.13 Graf $Shack(Btf, v \in C_3, 2)$

memenuhi Teorema 2.4.1 sebagai berikut:

◇ **Teorema 2.4.1.** *Jika G adalah graf sederhana, maka $\Delta(G) \leq \chi(G) \leq \Delta(G)+1$.*

(Chartrand dan Zhang, 2009)

Pada perkembangannya, terdapat beberapa variasi mengenai pewarnaan sisi pada graf. Salah satunya yaitu pewarnaan sisi r -dinamis pada graf yang diperkenalkan oleh Bruce Montgomery pada tahun 2001. Pewarnaan sisi r -dinamis adalah topik utama pada penelitian ini.

2.4.3 Pewarnaan Wilayah (*Region Coloring*)

Pewarnaan wilayah adalah pemetaan warna pada setiap wilayah pada graf sehingga wilayah yang bertetangga tidak memiliki warna yang sama. Biasanya sering dipakai untuk mewarnai peta.

Penelitian ini fokus pada pewarnaan sisi, sesuai dengan judul penelitian yang telah dibuat. Pewarnaan sisi itu sendiri mengalami perkembangan, yaitu menjadi pewarnaan sisi r -dinamis.

2.5 Pewarnaan r -Dinamis

Pewarnaan r -dinamis adalah pewarnaan pada graf yang bertujuan untuk mencari bilangan kromatik paling minimum dari suatu pewarnaan graf dengan

parameter r . Pewarnaan r -dinamis terdiri dari tiga permasalahan, meliputi pewarnaan titik r -dinamis, pewarnaan sisi r -dinamis, dan pewarnaan total r -dinamis.

2.5.1 Pewarnaan Titik r -dinamis

Pewarnaan titik pada graf G bertujuan memberikan warna berbeda pada setiap titik yang bertetangga sehingga dua titik yang bertetangga tidak mempunyai warna yang sama (Munir, 2012: 425). Jumlah warna yang digunakan untuk mewarnai titik disebut bilangan kromatik, dinotasikan dengan $\chi_d(G)$.

Pewarnaan r -dinamis berbeda dengan pewarnaan titik pada umumnya. Pewarnaan titik r -dinamis digunakan untuk mewarnai titik-titik pada graf dengan beberapa warna berbeda sehingga pewarnaan r -dinamis tidak hanya memberi satu warna berbeda pada titik yang saling bertetangga. Pewarnaan titik pada graf dimana setiap titik yang berderajat minimal dua memiliki lebih dari satu warna terhadap titik yang bertetangga disebut pewarnaan titik r -dinamis. Himpunan titik yang bertetangga dinotasikan dengan $N(v)$, derajat dari suatu titik v dinotasikan dengan $d(v)$, derajat titik yang minimum pada graf G dinotasikan dengan $\delta = \delta(G)$ dan derajat maksimum pada graf G dinotasikan $\Delta = \Delta(G)$. Graf yang memiliki titik (simpul) yang semua titik (simpul) tidak saling terhubung hanya dibutuhkan satu warna saja. Sedangkan graf yang simpulnya saling terhubung membutuhkan n buah jenis warna.

Pada penelitian sebelumnya didapatkan beberapa hasil pewarnaan titik r -dinamis yang dapat digunakan sebagai rujukan pada penelitian ini. Adapun beberapa hasil penelitian terdahulu bisa dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1: Penelitian Pewarnaan Titik r -Dinamis Terdahulu

Graf	Bilangan kromatik r -dinamis	Keterangan
$P_2 \otimes C_n$, n ganjil	$\chi(G) = 6$	Harsya, dkk 2014
$P_2 \otimes C_n$, n genap	$\chi(G) = 4$	Harsya dkk 2014

Graf	Bilangan kromatik r-dinamis	Keterangan
$P_3 \odot C_n, n$ ganjil	$\chi(G) = 6$	Harsya dkk 2014
Graf Cycle(C_6)	$\chi(G) = 2$	Sesa, J. 2014
Graf Kipas(F_n), $n \geq 4$	$\chi(G) = 3$	Irwanto, dkk 2014
Graf Roda(W_n), $n \geq 5$	$\chi(G) = 4$	Irwanto dkk 2014
Graf Helm(H_n), $n \geq 4$	$\chi(G) = 3$	Irwanto dkk 2014
Graf Anti Prisma(H_m), $n \geq 4$	$\chi(G) = 4$	Irwanto dkk 2014
Graf Prisma(H_m), $n \geq 5$	$\chi(G) = 4$	Irwanto dkk 2014
$C_n \odot C_m$	$\chi(G) = 4$	Puspasari dkk 2014
$C_n \otimes C_m$	$\chi(G) = 3$	Puspasari dkk 2014
$S_n \otimes C_m$	$\chi(G) = 3$	Dewi, N.L dkk 2014
graf Particular	$\chi(G) = 2$	Lai, dkk 2002
$W_n + P_m = W_n + P_m, n$ genap	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = \chi_4(G) = 5$	Wulandari dkk 2015
$W_n + P_m = W_n + P_m, n$ ganjil	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = \chi_4(G) = 6$	Wulandari dkk 2015
$W_n \odot P_m$	$\chi(G) = \chi_d(G) = 4$	Wulandari dkk 2015
$P_m \odot W_n, n$ genap	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 5$	Wulandari dkk 2015
$P_m \odot W_n, n$ ganjil	$\chi(G) = \chi_d(G) = \chi_3(G) = 5$	Wulandari dkk 2015

2.5.2 Pewarnaan Sisi r -dinamis

Pewarnaan sisi r -dinamis merupakan perluasan konsep dari pewarnaan titik r -dinamis. Defnisi pewarnaan sisi r -dinamis dikembangkan dari defnisi pada pewarnaan titik r -dinamis yang disesuaikan dengan kondisi atau syarat pada pewarnaan sisi graf.

Definisi 2.5.1. *Pewarnaan sisi r -dinamis pada suatu graf G didefnisikan sebagai pemetaan c dari E ke himpunan warna sedemikian hingga memenuhi kondisi berikut:*

- a). Jika $e = uv; f = vw \in E(G)$ maka $c(e) \neq c(f)$.

b). $\forall e = uv \in E(G), |c(N(e))| \geq \min\{r, d(v) + d(u) - 2\}$.

(Dafik dan D.E.W. Meganingtyas, 2015)

Nilai k yang minimal sehingga graf G memenuhi pewarnaan k -warna sisi r -dinamis disebut dengan bilangan kromatik sisi r -dinamis yang dinotasikan dengan $\chi_r(G)$. Bilangan kromatik pada pewarnaan 1-dinamis merupakan bilangan kromatik pada $\chi(G)$. Sedangkan bilangan kromatik 2-dinamis disebut sebagai bilangan kromatik $\chi_d(G)$. Untuk mendapatkan nilai bilangan kromatik dinamis dirumuskan sebagaimana Observasi 2.5.1 berikut.

Observasi 2.5.1. Misal G adalah graf terhubung dan χ merupakan bilangan kromatik dinamis maka berlaku $\chi_r(G) \leq \chi_{r+1}(G)$.

(Kang et al, 2015)

Pada penelitian sebelumnya didapatkan beberapa hasil pewarnaan sisi r -dinamis yang digunakan sebagai rujukan dari penelitian ini. Adapun hasil penelitian pewarnaan sisi r -dinamis terdahulu bisa dilihat pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2: Penelitian Pewarnaan Sisi r -dinamis Terdahulu

Graf	Hasil	Keterangan
<i>Graf Lintasan</i> (P_n); $n \geq 2$	$\lambda(P_n) = 2$, untuk $n \geq 2$ $\lambda_2(P_n) = \lambda_r(P_n) = 3$, untuk, $n \geq 2, r \geq 2$	Meganingtyas, 2015
<i>Graf Sikel</i> (C_n); $n \geq 3$	$\lambda(C_n) = 2$, 2 untuk n genap 3 untuk n ganjil $\lambda_{r \geq 2}(C_n) = 3$, untuk, $n = 3k, k \in N$ $\lambda_{r \geq 2}(C_n) = 4$, untuk, $n = 3k + 1, k \in N$ $\lambda_{r \geq 2}(C_n) = 5$, untuk, $n = 3k + 2, k \in N$	Meganingtyas, 2015
<i>Graf Bintang</i> (S_n); $n \geq 3$	$\lambda_r \geq 1(S_n) = n$	Meganingtyas, 2015

Graf	Hasil	Keterangan
<i>Graf Roda</i> (W_n); $n \geq 5$	$\lambda_r \leq n - 1(W_n) = n$, untuk $1 \leq r \leq n - 1$ $\lambda_{r \geq n}(W_n) = 10$, untuk, $n = 5, r \geq n$ $\lambda_{r \geq n}(W_n) = n + 3$, untuk, $n = 3k + 3, k \in N, r \geq n$ $\lambda_{r \geq n}(W_n) = n + 4$, untuk, n lainnya, $r \geq n$	Meganingtyas, 2015
<i>Graf Prisma</i> (P_n); $n \geq 3$	$\lambda(P_n) = \lambda_2(P_n) = 2$, untuk n genap $\lambda(P_n) = \lambda_2(P_n) = 3$, untuk n ganjil $\lambda_3(P_n) = 4$, untuk $n = 3$ $\lambda_3(P_n) = 5$, untuk n lainnya $\lambda_{r \geq 4}(P_n) = 9$, untuk, $n = 3$ $\lambda_{r \geq 4}(P_n) = 6$, untuk, $n = 4k, k \in N$, $\lambda_{r \geq 4}(P_n) = 8$, untuk, $n = 5, 6, 4k + 7k \in N$ $\lambda_{r \geq 4}(P_n) = 7$, untuk, n lainnya	Meganingtyas, 2015
<i>Graf Tangga</i> (L_n); $n \geq 3$	$\lambda(L_n) = \lambda_2(L_n) = 3$, $\lambda_3(L_n) = 5$, $\lambda_4(L_n) = \lambda_r(L_n) = 6$,	Meganingtyas, 2015
<i>Graf Friendship</i> (F_n); $n \geq 3$	$\lambda_{r \leq 2n-1}(F_n) = 2n$, $\lambda_{r \geq 2n}(F_n) = 2n + 1$,	Meganingtyas, 2015
<i>Graf Amalgamasi Lintasan</i> (P_n); $n \geq 2, m \geq 3$	$\lambda(\text{amal}(P_n, v, m)) =$ $\lambda_2(\text{amal}(P_n, v, m)) = m$, $\lambda_{r \geq 3n}(\text{amal}(P_n, v, m)) = m + 1$,	Meganingtyas, 2015

Pewarnaan sisi r -dinamis merupakan topik utama yang dikaji pada penelitian ini, yaitu pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $E(E_{m,n})$, graf *lobster* ($Lobs_n$), graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$), graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) dan graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$). Pewarnaan sisi r -dinamis ini dilakukan setelah mengetahui kardinalitas dari masing-masing graf tersebut.

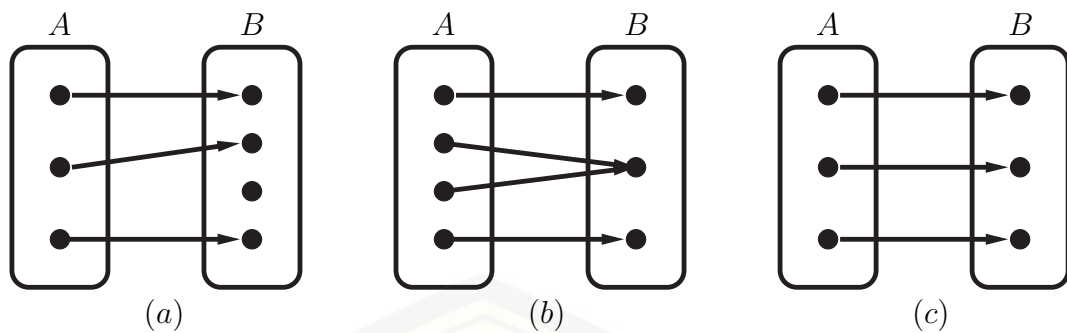
2.6 Fungsi

Fungsi ("f") merupakan sebuah pemetaan. Fungsi "f" dari himpunan A ke himpunan B , ditulis dengan notasi $f : A \rightarrow B$, adalah aturan korespondensi yang menghubungkan setiap $x \in A$ dengan tepat satu anggota B . Himpunan A yaitu himpunan yang memuat elemen pertama dari elemen-elemen dalam f , disebut *domain* f dan dapat dinyatakan sebagai D_f . Himpunan B yaitu himpunan yang memuat elemen kedua dari elemen-elemen dalam f , disebut *range* f dan dinyatakan sebagai R_f . Notasi $f : A \rightarrow B$ menunjukkan bahwa f merupakan fungsi dari A ke B , yang sering juga dibaca "f adalah pemetaan dari A ke B ", atau "f memetakan A ke B ". Jika (a, b) anggota dari f , maka $b = f(a)$ untuk $(a, b) \in f$. Fungsi dapat digolongkan menjadi 3 golongan sebagai berikut :

- a). Fungsi satu-satu (injektif) adalah sebuah pemetaan pada setiap elemen di daerah kodomain yang berpasangan mempunyai pasangan elemen tepat satu di daerah domain, $\forall a_1$ dan $a_2 \in A, a_1 \neq a_2 \Rightarrow f(a_1) \neq f(a_2)$.
- b). Fungsi $f: A \rightarrow B$ disebut fungsi kepada atau fungsi surjektif $\Leftrightarrow \forall b \in B, \exists a \in A \Rightarrow f(a) = b$. Dengan kata lain, suatu kodomain fungsi surjektif sama dengan kisarannya (range).
- c). Fungsi $f: A \rightarrow B$ disebut fungsi bijektif apabila fungsi tersebut merupakan fungsi injektif sekaligus surjektif.

Gambar 2.14 menunjukkan fungsi injektif, surjektif dan bijektif.

Barisan yang dibentuk dengan cara menambah atau mengurangi suku sebelumnya dengan suatu bilangan tetap tertentu disebut barisan aritmatika. Secara umum, barisan aritmatika suku ke- n dirumuskan :



Gambar 2.14 (a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Barisan mempunyai suku pertama (U_1) yang biasa disebut a dan beda yang disebut b . Barisan bilangan ($U_1, U_2, U_3, \dots, U_{n-1}, U_n$) disebut barisan aritmatika jika $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \dots = U_n - U_{n-1} = \text{konstanta}$. Berikut merupakan salah satu contoh barisan aritmatika :

Misalkan 10, 20, 30, 40, 50, ... adalah barisan aritmetika maka :

$$U_1 = 10 = 10 + 10(0)$$

$$U_2 = 20 = 10 + 10 = 10 + 10(1)$$

$$U_3 = 30 = 10 + 10 + 10 = 10 + 10(2) \dots U_n = 10 + 10(n - 1)$$

Oleh sebab itu, suku ke- n dapat dirumuskan $U_n = a + (n - 1)b$.

Materi fungsi ini sangat penting untuk dipahami karena erat kaitannya dengan proses pewarnaan sisi pada bab selanjutnya. Selain itu, untuk menentukan kardinalitas dari graf yang diteliti juga erat kaitannya dengan materi barisan aritmatika yang dijelaskan pada subbab ini.

2.7 Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi

Menurut Santrock (2008) berpikir melibatkan kegiatan memanipulasi dan mentransformasi informasi dalam memori. Keterampilan berpikir dapat didefinisikan sebagai proses kognitif yang dipecah-pecah ke dalam langkah-langkah nyata yang kemudian digunakan sebagai pedoman berpikir. Salah satu contoh keterampilan berpikir adalah menarik kesimpulan, yang didefinisikan sebagai kemampuan untuk menghubungkan berbagai petunjuk dan fakta atau informasi dengan pengetahuan yang telah dimiliki untuk membuat suatu prediksi hasil akhir yang terumuskan. Untuk

mengajarkan keterampilan berpikir menarik kesimpulan tersebut yaitu proses kognitif harus dipecah ke dalam langkah-langkah sebagai berikut:

- 1). mengidentifikasi pertanyaan atau fokus kesimpulan yang akan dibuat;
- 2). mengidentifikasi fakta yang diketahui;
- 3). mengidentifikasi pengetahuan yang relevan yang telah diketahui sebelumnya;
- 4). membuat perumusan prediksi hasil akhir. Berdasarkan taksonomi Bloom revisi terdapat enam tahapan ranah kognitif yaitu mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan mengkreasi.

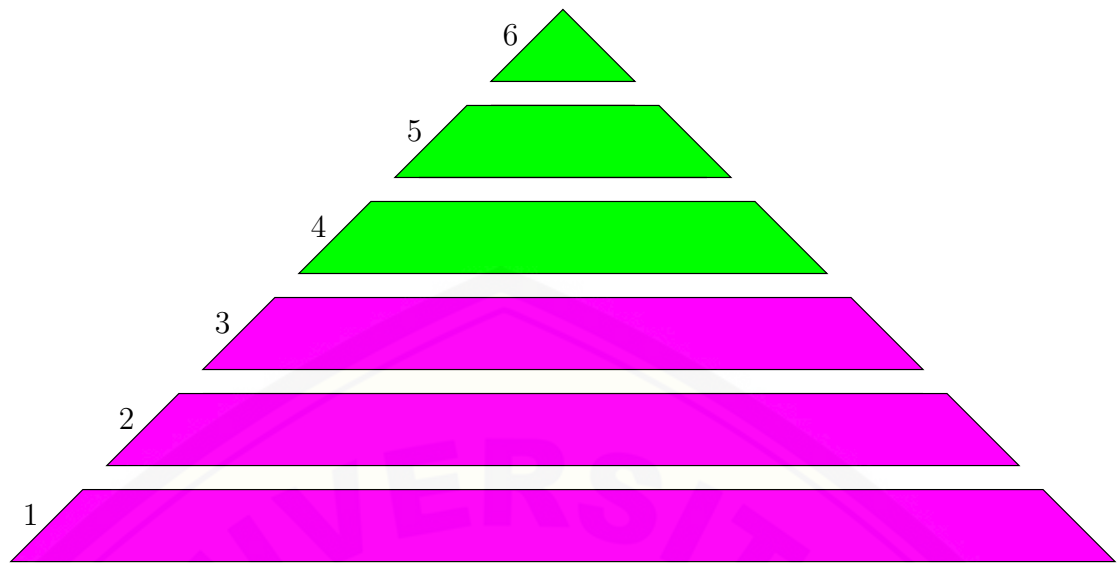
Taksonomi Bloom dianggap merupakan dasar bagi proses berpikir. Taksonomi Bloom yang digambarkan dalam Gambar 2.15 memuat enam level: mengingat (*remembering*), memahami (*understanding*), menerapkan (*applying*), menganalisis (*analyzing*), mengevaluasi (*evaluating*) dan mencipta (*creating*). Kebiasaan berpikir dapat memacu munculnya kreativitas, inovasi, dan kecerdasan. Semakin tinggi level berpikir seseorang dikatakan semakin tinggi pula keterampilan berpikirnya. Sebaliknya semakin rendah level berpikir seseorang dikatakan semakin rendah pula keterampilan berpikirnya.

Aspek mengingat, memahami, dan menerapkan merupakan kategori berpikir tingkat rendah, sedangkan aspek menganalisis, mengevaluasi, dan mengkreasi termasuk kategori berpikir tingkat tinggi. Hal tersebut bukan berarti bahwa aspek mengingat, memahami, dan menerapkan tidak penting, namun untuk menuju fase berpikir tingkat tinggi seseorang harus melalui tiga aspek tersebut. Berikut ini adalah penjelasan dan pilihan kata kerja kunci dari ranah kognitif yang telah direvisi (Utari, R :10):

- 1). mengingat adalah kemampuan menyebutkan kembali informasi/ pengetahuan yang tersimpan di dalam ingatan. Kata kerja kuncinya: mendefinisikan, menyusun daftar, menjelaskan, mengingat, mengenali, menemukan kembali, menyatakan, mengulang, mengurutkan, menamai, menempatkan, menyebutkan;
- 2). memahami adalah kemampuan memahami instruksi dan menegaskan pengertian makna ide atau konsep yang telah diajarkan baik dalam bentuk lisan, tertulis maupun grafik/ diagram. Kata kerja kuncinya: menerangkan, menjelaskan, me-nerjemahkan, menguraikan, mengartikan, menafsirkan, menginterpretasikan, men-diskusikan, menyeleksi, mendeteksi, melaporkan, menduga, mengelompokkan, memberi contoh, merangkum, menganalogikan, mengubah, memperkirakan;

- 3). menerapkan adalah kemampuan melakukan sesuatu dan mengaplikasikan konsep dalam situasi tertentu. Kata kerja kuncinya: memilih, menerapkan, melaksanakan, menggunakan, mendemonstrasikan, memodifikasi, menunjukkan, membuktikan, menggambarkan, memprogramkan, mempraktekkan;
- 4). menganalisis adalah kemampuan memisahkan konsep kedalam beberapa komponen dan menghubungkan satu sama lain untuk memperoleh pemahaman atas konsep tersebut secara utuh. Kata kerja kuncinya: mengkaji ulang, membedakan, membandingkan, memisahkan, menghubungkan, menunjukkan hubungan antara variabel, memecah menjadi beberapa bagian, menyisihkan menjadi beberapa bagian, mengorganisir, mengkerangkakan;
- 5). mengevaluasi adalah kemampuan menetapkan derajat sesuatu berdasarkan norma, kriteria atau patokan tertentu. Kata kerja kuncinya: menilai, mengevaluasi, menjustifikasi, mengecek, mengkritik, memprediksi, membenarkan, menyalahkan, menyeleksi;
- 6). mengkreasi adalah kemampuan memadukan unsur-unsur menjadi suatu bentuk yang utuh dan koheren, atau membuat sesuatu yang orisinal. Kata kerja kuncinya: merakit, merancang, menemukan, menciptakan, memperoleh, mengembangkan, memformulasikan, membangun, membentuk, membuat, melakukan inovasi, mendesain, menghasilkan karya.

Keterampilan berpikir tingkat tinggi juga menjadi topik utama dalam penelitian ini karena pada bab selanjutnya dituntut untuk dibahas mengenai keterkaitan antara pewarnaan sisi r -dinamis dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi. Jadi, materi ini harus dipahami dengan baik supaya bisa mengetahui keterkaitan yang dimaksud dan membuat kesimpulan pada tahap selanjutnya.



Keterangan:

 :Lower Order Thinking

 :Higher Order Thinking

1. Mengingat
2. Memahami
3. Menerapkan
4. Menganalisis
5. Mengevaluasi
6. Mengkreasi

Gambar 2.15 Tahapan Taksonomi Bloom yang Telah Direvisi

BAB 3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dikategorikan ke dalam 2 jenis, yaitu :

- a). penelitian eksploratif yaitu penelitian yang bertujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya;
- b). penelitian terapan (*applied research*) yaitu penelitian yang hati-hati, sistematis, dan terus-menerus terhadap suatu masalah dengan tujuan untuk digunakan dengan segera untuk keperluan tertentu.

3.2 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode deduktif aksiomatik dan pendeteksian pola (*pattern recognition*) dalam menyelesaikan permasalahan.

- 1). Metode deduktif aksiomatik yaitu metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah.
- 2). Metode pendeteksian pola (*pattern recognition*) yaitu mencari pola untuk dilakukan pewarnaan sisi sehingga mendapatkan nilai kromatik sedemikian hingga didapatkan nilai r -dinamis pada pewarnaan sisinya.

Penelitian ini juga menggunakan tahapan-tahapan yang terdapat di dalam taksonomi Bloom revisi, yaitu mengingat, memahami, menerapkan, menganalisa, mengevaluasi, dan mencipta. Setiap langkah dalam penelitian ini dikaitkan dengan tahapan-tahapan tersebut untuk mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi.

3.3 Definisi Operasional

Definisi operasional variabel bertujuan untuk memberikan gambaran sistematis tentang penelitian yang dilaksanakan dan juga untuk menghindari adanya perbedaan pengertian makna. Berikut adalah definisi operasional dari penelitian ini.

3.3.1 Pewarnaan Sisi r -Dinamis

Jika $G = (E, V)$ adalah graf sederhana, terhubung dan tak berarah, maka graf G memiliki himpunan titik V , himpunan sisi E , $d(v)$ merupakan derajat dari sebuah titik $v \in V(G)$ dan $d(u)$ adalah derajat dari sebuah sisi $u \in E(G)$. Jumlah derajat maksimum dari graf G dinotasikan dengan $\Delta(G)$ sedangkan derajat minimum dari graf tersebut dinotasikan dengan $\delta(G)$. Dimana tepat k - warna dari graf G merupakan pemetaan c dari E ke himpunan warna sedemikian hingga memenuhi kondisi berikut:

- Jika $e = uv; f = vw \in E(G)$ maka $c(e) \neq c(f)$.
- $\forall e = uv \in E(G), |c(N(e))| \geq \min\{r, d(v) + d(u) - 2\}$.

Jumlah warna r - dinamis dari graf G dinotasikan $\chi_r(G)$ adalah warna minimum k pada graf G .

3.3.2 Graf Operasi $Shack(S_m, v \in P_2, n)$

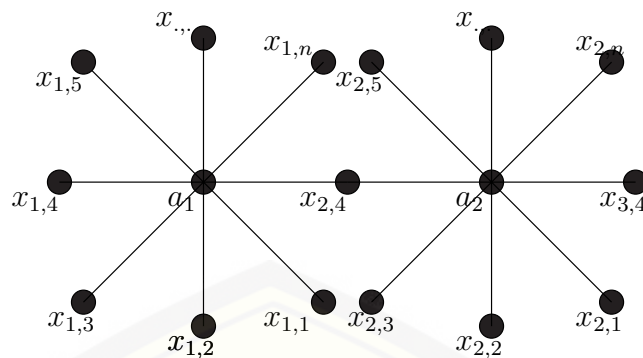
Graf operasi $Shack(S_m, v \in P_2, n)$ adalah graf yang diperoleh dari hasil operasi *shackle* dari graf bintang S_m , dengan $m \geq 8$. Langkah pertama dimulai dengan menggambar graf bintang, yaitu graf S_8 , sesuai dengan Definisi 2.3.1., dimulai dengan cara menggambar sebuah graf bintang (S_8). Setelah itu membuat duplikatnya dan merangkainya dengan graf S_8 yang sebelumnya dengan cara menghubungkan salah satu titik ujung dari masing-masing graf S_8 tersebut. Hal ini bisa dilakukan sampai n kali. Graf operasi $Shack(S_m, v \in P_2, n)$ mempunyai himpunan titik $V(Shack(S_m, v \in P_2, n)) = \{a_i, ; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_{i,j}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m - 1\} \cup \{x_{n,m}\}$ dan himpunan sisi $E(Shack(S_m, v \in P_2, n)) = \{a_i x_{i,j}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m - 1\} \cup \{a_i x_{(i+1),1}; 1 \leq i \leq n - 1\} \cup \{a_n x_{n,m}\}$, sehingga memiliki $|V(Shack(S_m, v \in P_2, n))| = mn + 1$, dan $|E(Shack(S_m, v \in P_2, n))| = mn$. Contoh graf operasi $Shack(S_m, v \in P_2, n)$ dapat dilihat pada Gambar 3.1.

3.4 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder berupa graf khusus yaitu graf $E(E_{m,n})$, graf *lobster* ($Lobs_n$), graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$), graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) dan graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$).

3.5 Prosedur Penelitian

Adapun penelitian ini dilakukan sesuai dengan prosedur penelitian sebagai berikut:

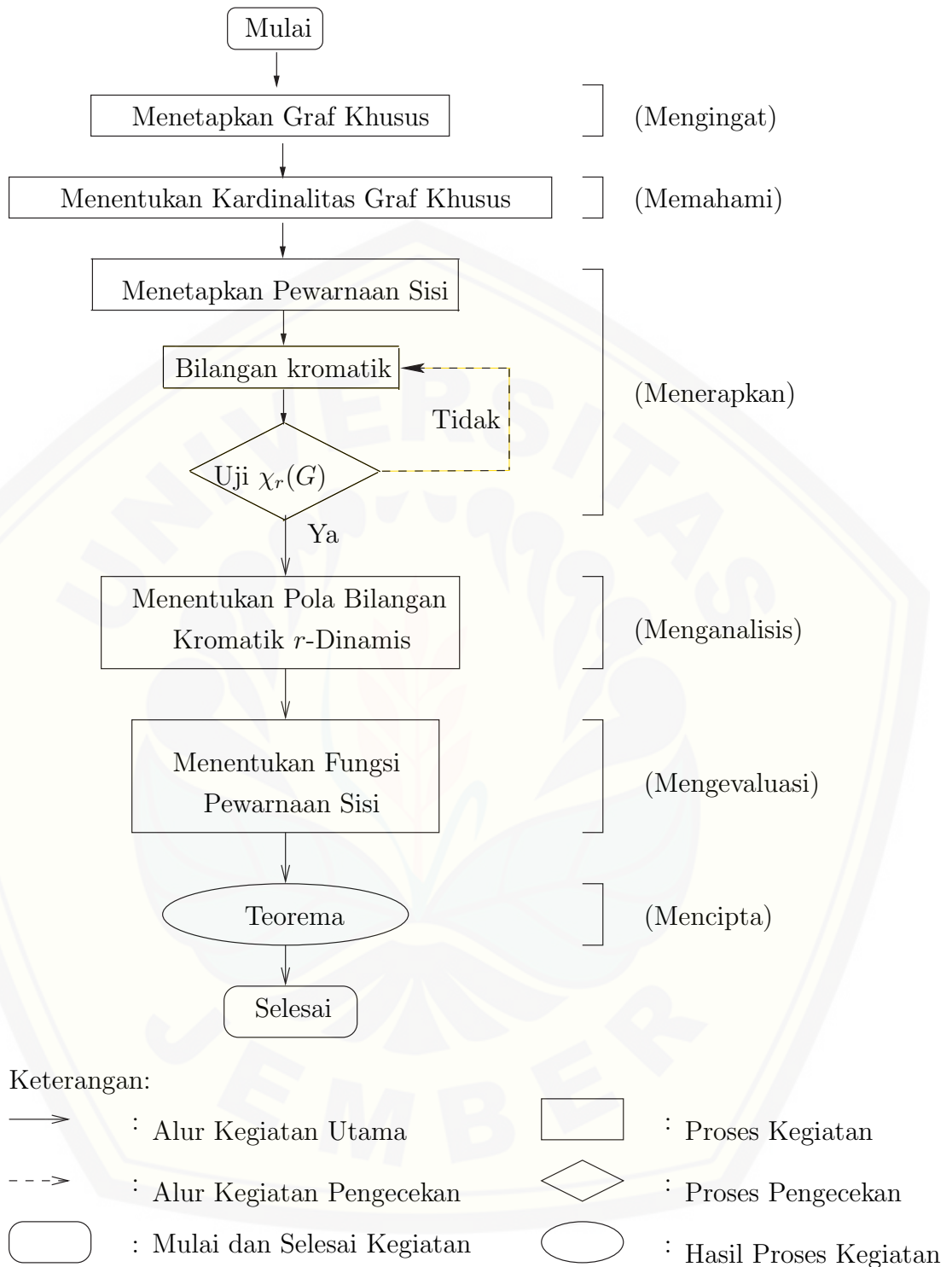
Gambar 3.1 Graf Operasi $Shack(S_m, v \in P_2, 2)$

- menentukan graf-graf khusus yang selanjutnya ditentukan pola pewarnaan sisi r -dinamisnya (*Edge r -Dynamic*) sebagai objek penelitian;
- menentukan kardinalitas dari graf-graf khusus yang digunakan;
- menerapkan pewarnaan sisi pada graf-graf khusus tersebut;
- memeriksa keoptimalan nilai kromatik, apabila sudah optimal dilanjutkan dengan menentukan fungsi, apabila belum optimal maka kembali ke tahap sebelumnya yaitu menerapkan pewarnaan sisi pada graf;
- menentukan fungsi berdasarkan keteraturan dari bilangan kromatik yang telah diperoleh;
- menentukan pewarnaan sisi r -dinamis dari graf khusus yang digunakan;
- pewarnaan sisi r -dinamis yang telah didapatkan kemudian dibuktikan sehingga menjadi sebuah teorema.

Prosedur penelitian tersebut dapat pula disajikan dalam suatu skema seperti Gambar 3.2.

3.6 Observasi Awal

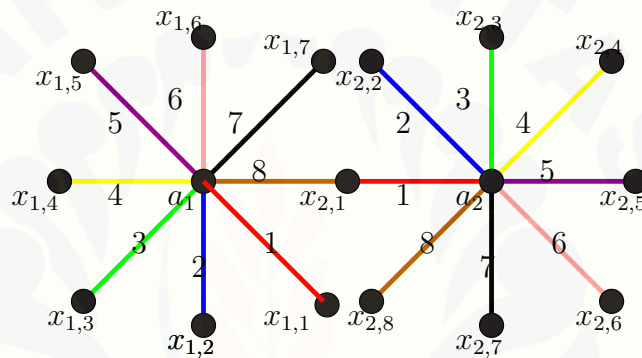
Sebelum penelitian lebih lanjut, telah dilakukan observasi awal sebagai pedoman dalam observasi selanjutnya. Observasi awal untuk nilai m pada $Shack(S_m, v \in P_2, n)$ bertujuan untuk mendeteksi pola pewarnaan sisi serta nilai kromatik r -dinamis. Pendeteksian pola ini sangat penting dilakukan untuk menemukan kromatik sisi $Shack(S_m, v \in P_2, n)$ yang general, sehingga bisa dijadikan acuan dalam menentukan fungsi pewarnaan sisinya. Sedangkan kaitan pewarnaan sisi r -dinamis dengan taksonomi Bloom revisi dapat dijelaskan sebagai berikut: 1) mengingat definisi dan



Gambar 3.2 Prosedur Penelitian

teorema yang telah dibuktikan pada pewarnaan sisi r -dinamis (tahap mengingat), 2) memahami definisi dan teorema tersebut (tahap memahami), 3) menggunakan definisi dan teorema pada pewarnaan sisi r -dinamis untuk memperoleh pewarnaan sisi dan nilai kromatik pada graf operasi $Shack(S_m, v \in P_2, n)$ (tahap menerapkan), 4) tahap penerapan ini dimulai dengan mewarnai sisi $a_i x_{i,j}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j$, 5) kemudian dilanjutkan dengan mewarnai sisi $a_i x_{(i+1),1}; 1 \leq i \leq n - 1$ dan $\{a_n x_{n,m}\}$, 6) dilanjutkan dengan melihat pola nilai kromatik r -dinamis yang telah diperoleh.

Penelitian awal mendapatkan hasil sebagai berikut untuk nilai r -dinamis dari graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$. Gambar 3.3 menunjukkan pola pewarnaan sisi pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$, sedangkan Tabel 3.1 adalah tabel *checklist* pewarnaan sisi dari graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$ berdasarkan Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Pewarnaan sisi 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$a_1x_{1,1}$	1	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_1x_{1,2}$	2	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_1x_{1,3}$	3	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_1x_{1,4}$	4	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_1x_{1,5}$	5	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_1x_{1,6}$	6	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_1x_{1,7}$	7	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_1x_{2,1}$	8	7	1,...,8	8	1,...,8	YA,...,TIDAK
$a_2x_{2,1}$	1	7	1,...,8	8	1,...,8	YA,...,TIDAK
$a_2x_{2,2}$	2	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_2x_{2,3}$	3	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_2x_{2,4}$	4	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_2x_{2,5}$	5	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_2x_{2,6}$	6	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_2x_{2,7}$	7	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_2x_{3,1}$	8	7	1,...,8	8	1,...,8	YA,...,TIDAK
$a_3x_{3,1}$	1	7	1,...,8	8	1,...,8	YA,...,TIDAK
$a_3x_{3,2}$	2	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_3x_{3,3}$	3	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_3x_{3,4}$	4	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_3x_{3,5}$	5	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_3x_{3,6}$	6	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_3x_{3,7}$	7	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA
$a_3x_{3,8}$	8	7	1,...,8	7	1,...,7	YA,...,YA

Tabel 3.1 Pewarnaan sisi 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$

Keterangan untuk Tabel 3.1: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan pada bab sebelumnya, telah diperoleh kardinalitas elemen dan pewarnaan sisi r -dinamis pada graf khusus, yaitu graf $E(E_{m,n})$, graf *lobster* ($Lobs_n$), graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$), graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$) dan graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$), serta diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Kardinalitas elemen pada graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:
 - a). $|V(E_{m,n})| = p = mn$ dan $|E(E_{m,n})| = q = mn - 1$
 - b). $|V(Lobs_n)| = p = 5n$ dan $|E(Lobs_n)| = q = 5n - 1$
 - c). $|V(Shack(Btf, v \in C_3, n))| = p = 5n - 1$ dan $|E(Shack(Btf, v \in C_3, n))| = q = 6n$
 - d). $|V(Shack(Dn, v \in C_3, n))| = p = 3n + 1$ dan $|E(Shack(Dn, v \in C_3, n))| = q = 5n$
 - e). $|V(Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n))| = p = 4n + 1$ dan $|E(Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n))| = q = 8n$
 - f). $|V(Shack(S_m, v \in P_2, n))| = p = mn + 1$ dan $|E(Shack(S_m, v \in P_2, n))| = q = mn$
2. Nilai kromatik pewarnaan sisi r -dinamis pada graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:
 - a). nilai kromatik pewarnaan sisi r -dinamis graf $E(E_{m,n})$

$$\chi_r E_{m,n} = \begin{cases} 3, & \text{untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ 4, & \text{untuk } r \geq 3 \end{cases}$$

b). nilai kromatik pewarnaan sisi r -dinamis graf *lobster* ($Lobs_n$)

$$\chi_r Lobs_n = \begin{cases} 4, & \text{untuk } 1 \leq r \leq 3 \\ 5, & \text{untuk } r = 4 \\ 6, & \text{untuk } r = 5 \\ 7, & \text{untuk } r \geq 6 \end{cases}$$

c). nilai kromatik pewarnaan sisi r -dinamis graf *butterfly* ($Shack(Btf, v \in C_3, n)$)

$$\chi_r Shack(Btf, v \in C_3, n) = \begin{cases} 4, & \text{untuk } 1 \leq r \leq 3 \\ 6, & \text{untuk } 4 \leq r \leq 5 \\ 8, & \text{untuk } r \geq 6 \end{cases}$$

d). nilai kromatik pewarnaan sisi r -dinamis graf *diamond* ($Shack(Dn, v \in C_3, n)$)

$$\chi_r Shack(Dn) = \begin{cases} 4, & \text{untuk } 1 \leq r \leq 2 \\ 5, & \text{untuk } 3 \leq r \leq 4 \\ 7, & \text{untuk } r \geq 5 \end{cases}$$

e). nilai kromatik pewarnaan sisi r -dinamis graf kipas ($Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$)

$$\chi_r Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n) = \begin{cases} 6, & \text{untuk } 1 \leq r \leq 4 \\ 8, & \text{untuk } 5 \leq r \leq 6 \\ 10, & \text{untuk } r = 7 \\ 12, & \text{untuk } r \geq 8 \end{cases}$$

f). nilai kromatik pewarnaan sisi r -dinamis graf bintang ($Shack(S_m, v \in P_2, n)$)

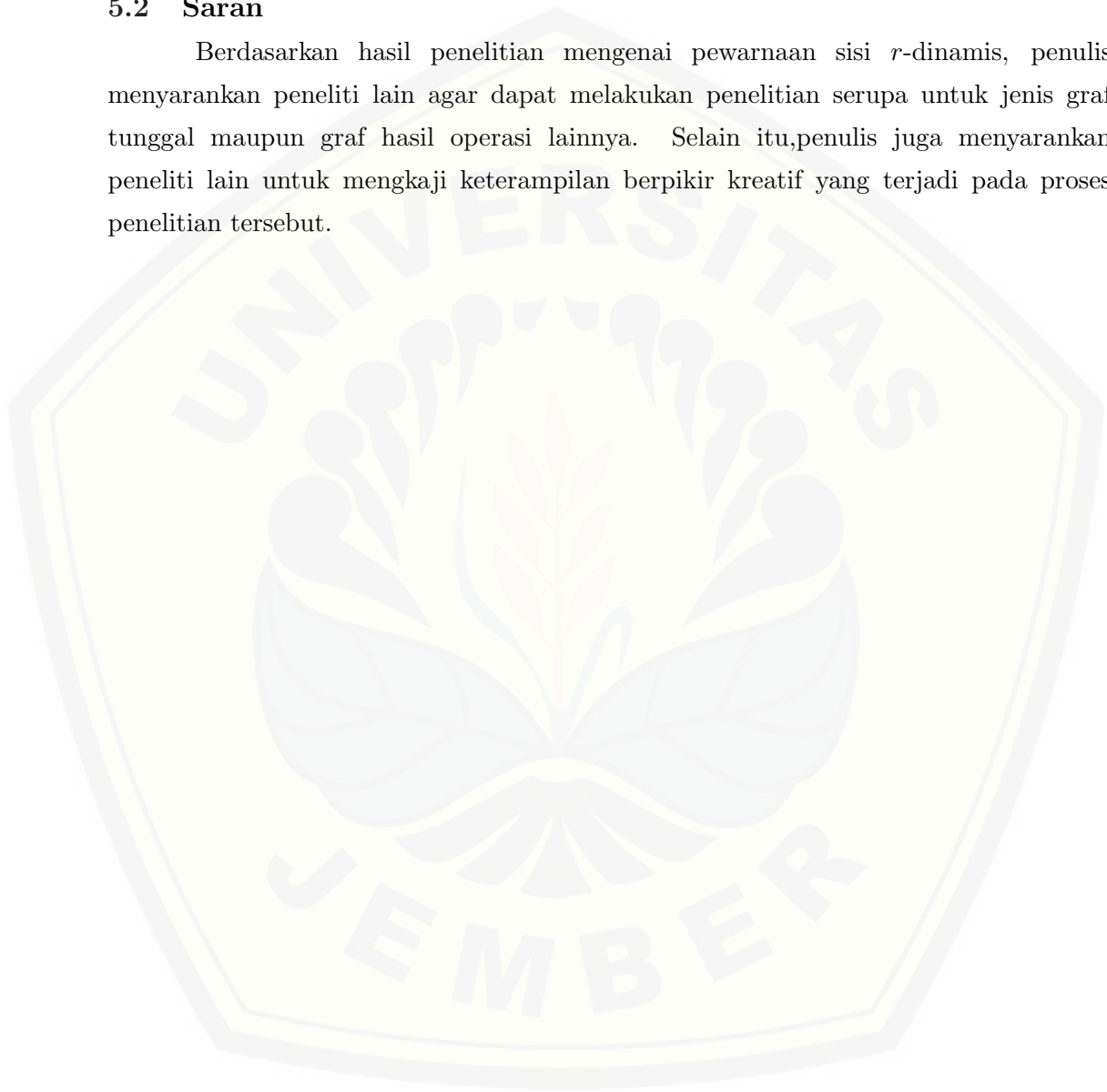
$$\chi_r Shack(S_m, v \in P_2, n) = \begin{cases} m, & \text{untuk } 1 \leq r \leq m - 1 \\ m + 1, & \text{untuk } r \geq m \end{cases}$$

3. Berpikir tingkat tinggi dalam menentukan pewarnaan sisi r -dinamis pada graf tunggal maupun graf hasil operasi *shackle* yaitu dalam mengidentifikasi kekeluargaan graf, menentukan kardinalitas elemen pada graf yang telah ditentukan untuk diterapkan pada pewarnaan sisi, menentukan batas atas bilangan kromatik r -dinamis, menerapkan dan menentukan pewarnaan sisi r -dinamis pada graf-graf tersebut, menentukan pola nilai kromatik r -dinamis,

menentukan fungsi pewarnaan sisi r -dinamis dan menjelaskan keterampilan berpikir tingkat tinggi yang terjadi pada proses penelitian pewarnaan sisi r -dinamis pada graf khusus dan graf hasil operasi *shackle*, serta menemukan teorema baru.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian mengenai pewarnaan sisi r -dinamis, penulis menyarankan peneliti lain agar dapat melakukan penelitian serupa untuk jenis graf tunggal maupun graf hasil operasi lainnya. Selain itu, penulis juga menyarankan peneliti lain untuk mengkaji keterampilan berpikir kreatif yang terjadi pada proses penelitian tersebut.



DAFTAR PUSTAKA

- Abidin, W. dan Masni. 2014. *Pewarnaan Sisi pada Graf yang Berhubungan dengan Sikel*. Jurnal MSA: UINAM.
- Ahadi, A., Akbari, S., Dehghan, A., Ghanbari M. 2012. *On the difference between chromatic number and dynamic chromatic number of graphs*. Discrete Mathematics. No.312, 2579-2583.
- Akbari, S., Ghanbari, M., Jahanbekam, S.. 2010. *On The Dynamic Chromatic Number of Graphs*. Combinatorics and graphs. Contemp. Math.
- Alisashi, M.. 2012. *Dynamic Chromatic Number Of Regular Graphs*. Jurnal: Discrete Applied Mathematics, Vol.160(15):2098-2103.
- Ardiansyah, R. 2013. *Bilangan Kromatik Graf Hasil Amalgamasi Dua Buah Graf*. Jurnal Sains dan Seni Pomits: ITS. Vol 2(1).
- Budayasa, K. 2007. *Teori Graf dan Aplikasinya*. Universitas Negeri Surabaya.
- Chartrand, Gary dan Zhang, Ping. 2009. *Chromatic Graph Theory of a Graph*. USA: CRC Press.
- Dewi, N.L. dan Dafik. 2014. *Pengembangan Pewarnaan Titik Pada Operasi Graf Khusus*. Prosiding Seminar Nasional Matematika 2014 Vol. 1 No. 1: Universitas Jember.
- Harrary, F.. 2007. *Graph Theory*. Addison: Wesley.
- Harsya, A.Y., Dafik, dan Agustin, I.H.. 2014. *Pewarnaan Titik pada Graf Sikel dengan Graf Lintasan*. jurnal: UNEJ.
- Hartsfield, N. and Ringel, G. 1994. *Pearls in Graph Theory*. London: Accademic Press Limited.
- Heong, Y.M., Othman, W.D., Md Yunos, J., Kiong, T.T., Hassan, R., dan Mohamad, M.M.. 2011. *The Level of Marzano Higher Order Thinking Skills Among Technical Education Students*. International Journal of Social and Humanity. No. 2, 121.
- Irwanto, J. dan Dafik. 2014. *Pewarnaan Titik pada Graf Spesial dan Operasinya*. Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Jember,

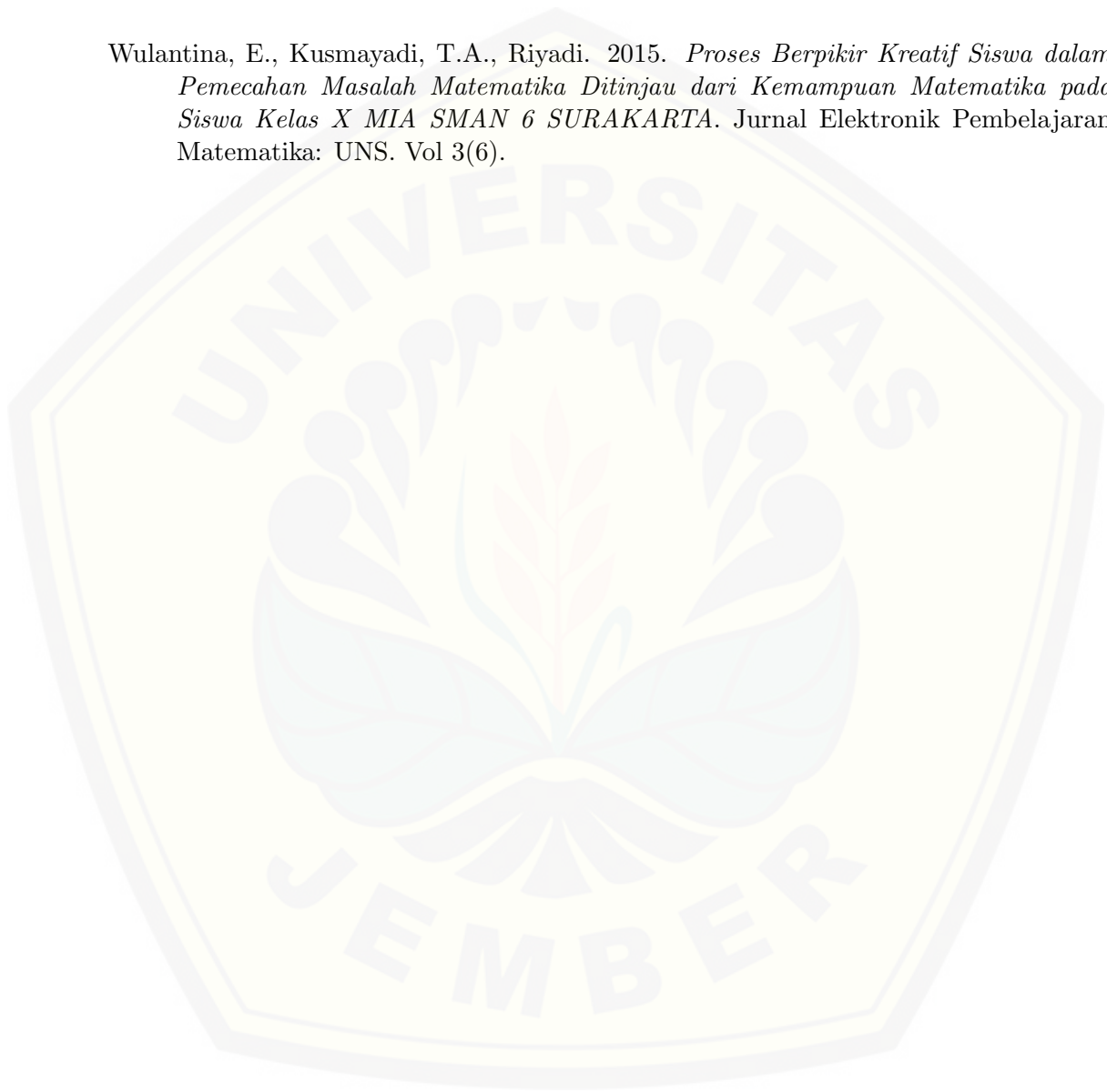
1 (1).

- Jahanbekam,S., Kim,J., Suil., West, D. 2014. *On r-dynamic Coloring of Graphs*. (Artikel). USA: University of Colorado.
- Kaiser, T. 2014. *Strong Parity Vertex Coloring of Plane Graphs*. Jurnal: University of Primorska. vol (16). 143158.
- Lai, Hong-Jian dan Montgomery, Bruce. 2002. *Dynamic Coloring of Graphs*. (Artikel). Morgantown: West Virginia University.
- Lai, Hong-Jian, Montgomery, dan Hoifung. 2003. *Upper Bounds of Dynamic Chromatic Number*. (Artikel). Morgantown: West Virginia University.
- Lu, H. 2013. *Vertex Coloring Edge Weighting of Bipartite Graphs with Two Edge Weight*. (Artikel). China:Xian Jiatong University.
- Meganingtyas, Devi E.W. 2015. *Analisis Pewarnaan r-Dinamis pada Graf-Graf Khusus*. Tesis: Magister Matematika FMIPA Universitas Jember.
- Montgomery, B.. 2001. *Dynamic Coloring of Graphs*. Ph.D Dissertation, West Virginia University.
- Munir, R. 2012. *Matematika Diskrit*. Bandung: Informatika Bandung.
- Puspasari, D. and Dafik. 2014. *Pewarnaan Titik Pada Graf Khusus*. Prosiding Semnas Matematika FMIPA Universitas Jember.
- Ringel, G. 1994. *Pearls in Graph Theory*. United Kingdom: Academi Press Limited.
- Roosen, Kenneth H.. 2003. *Discrete Mathematics and Its Application*. New York: The McGraw-Hill Companies.
- Slamin. 2009. *Desain Jaringan: Pendekatan Teori Graf*. Jember: Universitas Jember.
- Tarmidzi, M.D.. 2015. *Nilai Kromatik dan Pewarnaan Titik r-Dinamis pada Graf Khusus dan Operasi Shaket*. Skripsi. Jember: Universitas Jember.
- Universitas Jember. 2016. *Pedoman Penulisan Karya Ilmiah*. Jember: UPT Penerbitan Universitas Jember.
- Utari, R. 2008. *Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Cara Menggunakannya*. Pusklat KNPk, Widyaaiswara Madya.

Vasudev, C.. 2006. *Graph theory with aplication..*. India: New age international publisher.

Wulandari, N.I., Dafik, dan Agustin, I.H., 2015. *Analisis r-Dynamic Vertex Coloring Pada Hasil Operasi Graf Khusus*. Prosiding Seminar Nasional Matematika 2015 Vol. 1 No. 1: Universitas Jember.

Wulantina, E., Kusmayadi, T.A., Riyadi. 2015. *Proses Berpikir Kreatif Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau dari Kemampuan Matematika pada Siswa Kelas X MIA SMAN 6 SURAKARTA*. Jurnal Elektronik Pembelajaran Matematika: UNS. Vol 3(6).



Lampiran

MATRIK PENELITIAN

JUDUL	PERMASALAHAN	VARIABEL	INDIKATOR	SUMBER DATA	METODE PENELITIAN
Pewarnaan Sisi r -Dinamis pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi <i>Shackle</i> Dikaitkan dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi	<ol style="list-style-type: none"> Berapa kardinalitas pada graf $E (E_{m,n})$, graf <i>lobster</i> ($Lobs_n$), graf <i>butterfly</i> ($Shack (Btf, v \in C_3, n; n \geq 2)$), graf <i>diamond</i> ($Shack (Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack (F_{2,3}, v \in C_3, n; n \geq 2)$), dan graf bintang ($Shack (S_m, v \in P_2, n; n \geq 3)$)? Berapa nilai kromatik sisi r-dinamis pada graf $E (E_{m,n})$, graf <i>lobster</i> ($Lobs_n$), graf <i>butterfly</i> ($Shack (Btf, v \in C_3, n; n \geq 2)$), graf <i>diamond</i> ($Shack (Dn, v \in C_3, n)$), graf kipas ($Shack (F_{2,3}, v \in C_3, n; n \geq 2)$), dan graf bintang ($Shack (S_m, v \in P_2, n; n \geq 3)$)? Bagaimana keterampilan berpikir tingkat tinggi yang terjadi pada proses pewarnaan sisi r-dinamis? 	<ol style="list-style-type: none"> Pewarnaan sisi r-dinamis Graf E, graf <i>lobster</i>, serta graf hasil operasi <i>shackle</i> dari graf <i>butterfly</i>, graf <i>diamond</i>, graf kipas, dan graf bintang Taksonomi Bloom revisi 	<ol style="list-style-type: none"> Menentukan kardinalitas pada graf E, graf <i>lobster</i>, serta graf hasil operasi <i>shackle</i> dari graf <i>butterfly</i>, graf <i>diamond</i>, graf kipas, dan graf bintang Menentukan nilai kromatik pada pewarnaan sisi r-dinamis graf E, graf <i>lobster</i>, serta graf hasil operasi <i>shackle</i> dari graf <i>butterfly</i>, graf <i>diamond</i>, graf kipas, dan graf bintang Mengetahui keterampilan berpikir tingkat tinggi yang terjadi pada proses pewarnaan sisi r-dinamis 	Kepustakaan	<ol style="list-style-type: none"> Deduktif aksiomatik Pendeteksian pola

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
x_1x_2	1	2	1,2	3	1,2	YA, YA
x_2x_3	2	2	1,2	3	1,2	YA, YA
$x_1x_{1,1}$	3	2	1,2	2	1,2	YA, YA
$x_{1,1}x_{1,2}$	2	2	1,2	2	1,2	YA, YA
$x_{1,2}x_{1,3}$	1	1	1,2	1	1,2	YA, YA
$x_2x_{2,1}$	3	2	1,2	3	1,2	YA, YA
$x_{2,1}x_{2,2}$	2	2	1,2	2	1,2	YA, YA
$x_{2,2}x_{2,3}$	1	1	1,2	1	1,2	YA, YA
$x_3x_{3,1}$	3	1	1,2	2	1,2	YA, YA
$x_{3,1}x_{3,2}$	2	2	1,2	2	1,2	YA, YA
$x_{3,2}x_{3,3}$	1	1	1,2	1	1,2	YA, YA

Tabel 5.1 Pewarnaan sisi 1 dan 2-dinamis pada graf $E_{m,n}$

Keterangan untuk Tabel 5.1: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
x_1x_2	1	2	1,2,3	3	1,2,3	YA, YA, TIDAK
x_2x_3	2	2	1,2,3	3	1,2,3	YA, YA, TIDAK
$x_1x_{1,1}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	YA, YA, YA
$x_{1,1}x_{1,2}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	YA, YA, YA
$x_{1,2}x_{1,3}$	1	1	1,2,3	1	1,2,1	YA, YA, YA
$x_2x_{2,1}$	3	2	1,2,3	3	1,2,2	YA, YA, TIDAK
$x_{2,1}x_{2,2}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	YA, YA, YA
$x_{2,2}x_{2,3}$	1	1	1,2,3	1	1,2,1	YA, YA, YA
$x_3x_{3,1}$	3	1	1,2,3	2	1,2,2	YA, YA, YA
$x_{3,1}x_{3,2}$	2	2	1,2,3	2	1,2,2	YA, YA, YA
$x_{3,2}x_{3,3}$	1	1	1,2,3	1	1,2,1	YA, YA, YA

Tabel 5.2 Pewarnaan sisi 1 dan 2-dinamis pada graf $E_{m,n}$

Keterangan untuk Tabel 5.2: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
x_1x_2	1	3	3,4,...	3	3,3,...	YA, YA, ...
x_2x_3	2	3	3,4,...	3	3,3,...	YA, YA, ...
$x_1x_{1,1}$	3	2	3,4,...	2	2,2,...	YA, YA, ...
$x_{1,1}x_{1,2}$	2	2	3,4,...	2	2,2,...	YA, YA, ...
$x_{1,2}x_{1,3}$	1	1	3,4,...	1	1,1,...	YA, YA, ...
$x_2x_{2,1}$	4	3	3,4,...	3	3,3,...	YA, YA, ...
$x_{2,1}x_{2,2}$	3	2	3,4,...	2	2,2,...	YA, YA, ...
$x_{2,2}x_{2,3}$	1	1	3,4,...	1	1,1,...	YA, YA, ...
$x_3x_{3,1}$	3	1	3,4,...	2	2,2,...	YA, YA, ...
$x_{3,1}x_{3,2}$	2	2	3,4,...	2	2,2,...	YA, YA, ...
$x_{3,2}x_{3,3}$	1	1	3,4,...	1	1,1,...	YA, YA, ...

Tabel 5.3 Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $E_{m,n}$

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
a_1a_2	3	3	1,2,3	5	1,2,3	YA, YA, YA
a_2a_3	4	3	1,2,3	6	1,2,3	YA, YA, YA
a_3a_4	3	3	1,2,3	5	1,2,3	YA, YA, YA
a_1x_1	1	3	1,2,3	3	1,2,3	YA, YA, YA
a_1y_1	2	3	1,2,3	3	1,2,3	YA, YA, YA
a_2x_2	1	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
a_2y_2	2	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
a_3x_3	1	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
a_3y_3	2	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
a_4x_4	1	3	1,2,3	3	1,2,3	YA, YA, YA
a_4y_4	2	3	1,2,3	3	1,2,3	YA, YA, YA
$x_1x_{1,1}$	4	1	1,2,3	1	1,1,1	YA, YA, YA
$x_2x_{2,1}$	4	1	1,2,3	1	1,1,1	YA, YA, YA
$x_3x_{3,1}$	4	1	1,2,3	1	1,1,1	YA, YA, YA
$x_4x_{4,1}$	4	1	1,2,3	1	1,1,1	YA, YA, YA
$y_1y_{1,1}$	4	1	1,2,3	1	1,1,1	YA, YA, YA
$y_2y_{2,1}$	4	1	1,2,3	1	1,1,1	YA, YA, YA
$y_3y_{3,1}$	4	1	1,2,3	1	1,1,1	YA, YA, YA
$y_4y_{4,1}$	4	1	1,2,3	1	1,1,1	YA, YA, YA

Tabel 5.4 Pewarnaan sisi 1, 2 dan 3-dinamis pada graf $Lobs_n$

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
a_1a_2	3	3	1,2,3,4	5	1,2,3,4	YA, YA, YA, TD
a_2a_3	4	3	1,2,3,4	6	1,2,3,4	YA, YA, YA, TD
a_3a_4	3	3	1,2,3,4	5	1,2,3,4	YA, YA, YA, TD
a_1x_1	1	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	YA, YA, YA, YA
a_1y_1	2	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	YA, YA, YA, YA
a_2x_2	1	3	1,2,3,4	4	1,2,3,4	YA, YA, YA, TD
a_2y_2	2	3	1,2,3,4	4	1,2,3,4	YA, YA, YA, TD
a_3x_3	1	3	1,2,3,4	4	1,2,3,4	YA, YA, YA, TD
a_3y_3	2	3	1,2,3,4	4	1,2,3,4	YA, YA, YA, TD
a_4x_4	1	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	YA, YA, YA, YA
a_4y_4	2	3	1,2,3,4	3	1,2,3,3	YA, YA, YA, YA
$x_1x_{1,1}$	4	1	1,2,3,4	1	1,1,1,1	YA, YA, YA, YA
$x_2x_{2,1}$	4	1	1,2,3,4	1	1,1,1,1	YA, YA, YA, YA
$x_3x_{3,1}$	4	1	1,2,3,4	1	1,1,1,1	YA, YA, YA, YA
$x_4x_{4,1}$	4	1	1,2,3,4	1	1,1,1,1	YA, YA, YA, YA
$y_1y_{1,1}$	4	1	1,2,3,4	1	1,1,1,1	YA, YA, YA, YA
$y_2y_{2,1}$	4	1	1,2,3,4	1	1,1,1,1	YA, YA, YA, YA
$y_3y_{3,1}$	4	1	1,2,3,4	1	1,1,1,1	YA, YA, YA, YA
$y_4y_{4,1}$	4	1	1,2,3,4	1	1,1,1,1	YA, YA, YA, YA

Tabel 5.5 Pewarnaan sisi 1, 2 dan 3-dinamis pada graf $Lobs_n$

Keterangan untuk Tabel 5.5: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TD.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
a_1a_2	1	4	4	5	4	YA
a_2a_3	2	4	4	6	4	YA
a_3a_4	3	4	4	5	4	YA
a_1x_1	4	3	4	3	3	YA
a_1y_1	2	3	4	3	3	YA
a_2x_2	5	4	4	4	4	YA
a_2y_2	3	4	4	4	4	YA
a_3x_3	4	4	4	4	4	YA
a_3y_3	1	4	4	4	4	YA
a_4x_4	5	3	4	3	3	YA
a_4y_4	2	3	4	3	3	YA
$x_1x_{1,1}$	3	1	4	1	1	YA
$x_2x_{2,1}$	4	1	4	1	1	YA
$x_3x_{3,1}$	5	1	4	1	1	YA
$x_4x_{4,1}$	4	1	4	1	1	YA
$y_1y_{1,1}$	4	1	4	1	1	YA
$y_2y_{2,1}$	4	1	4	1	1	YA
$y_3y_{3,1}$	5	1	4	1	1	YA
$y_4y_{4,1}$	4	1	4	1	1	YA

Tabel 5.6 Pewarnaan sisi 4-dinamis pada graf $Lobs_n$

Keterangan untuk Tabel 5.6: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
a_1a_2	1	4	4,5	5	4,5	YA,TIDAK
a_2a_3	2	4	4,5	6	4,5	YA,TIDAK
a_3a_4	3	4	4,5	5	4,5	YA,TIDAK
a_1x_1	4	3	4,5	3	3,3	YA,YA
a_1y_1	2	3	4,5	3	3,3	YA,YA
a_2x_2	5	4	4,5	4	4,4	YA,YA
a_2y_2	3	4	4,5	4	4,4	YA,YA
a_3x_3	4	4	4,5	4	4,4	YA,YA
a_3y_3	1	4	4,5	4	4,4	YA,YA
a_4x_4	5	3	4,5	3	3,3	YA,YA
a_4y_4	2	3	4,5	3	3,3	YA,YA
$x_1x_{1,1}$	3	1	4,5	1	1,1	YA,YA
$x_2x_{2,1}$	4	1	4,5	1	1,1	YA,YA
$x_3x_{3,1}$	5	1	4,5	1	1,1	YA,YA
$x_4x_{4,1}$	4	1	4,5	1	1,1	YA,YA
$y_1y_{1,1}$	4	1	4,5	1	1,1	YA,YA
$y_2y_{2,1}$	4	1	4,5	1	1,1	YA,YA
$y_3y_{3,1}$	5	1	4,5	1	1,1	YA,YA
$y_4y_{4,1}$	4	1	4,5	1	1,1	YA,YA

Tabel 5.7 Pewarnaan sisi 4-dinamis pada graf $Lobs_n$

Keterangan untuk Tabel 5.7: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
a_1a_2	1	5	5	5	5	YA
a_2a_3	2	5	5	6	5	YA
a_3a_4	6	5	5	5	5	YA
a_1x_1	4	3	5	3	3	YA
a_1y_1	6	3	5	3	3	YA
a_2x_2	5	4	5	4	4	YA
a_2y_2	3	4	5	4	4	YA
a_3x_3	4	4	5	4	4	YA
a_3y_3	1	4	5	4	4	YA
a_4x_4	5	3	5	3	3	YA
a_4y_4	3	3	5	3	3	YA
$x_1x_{1,1}$	3	1	5	1	1	YA
$x_2x_{2,1}$	4	1	5	1	1	YA
$x_3x_{3,1}$	5	1	5	1	1	YA
$x_4x_{4,1}$	4	1	5	1	1	YA
$y_1y_{1,1}$	3	1	5	1	1	YA
$y_2y_{2,1}$	4	1	5	1	1	YA
$y_3y_{3,1}$	5	1	5	1	1	YA
$y_4y_{4,1}$	4	1	5	1	1	YA

Tabel 5.8 Pewarnaan sisi 5-dinamis pada graf $Lobs_n$

Keterangan untuk Tabel 5.8: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
a_1a_2	1	5	5,6	5	5,5	YA, YA
a_2a_3	2	5	5,6	6	5,6	YA, TIDAK
a_3a_4	6	5	5,6	5	5,5	YA, YA
a_1x_1	4	3	5,6	3	3,3	YA, YA
a_1y_1	6	3	5,6	3	3,3	YA, YA
a_2x_2	5	4	5,6	4	4,4	YA, YA
a_2y_2	3	4	5,6	4	4,4	YA, YA
a_3x_3	4	4	5,6	4	4,4	YA, YA
a_3y_3	1	4	5,6	4	4,4	YA, YA
a_4x_4	5	3	5,6	3	3,3	YA, YA
a_4y_4	3	3	5,6	3	3,3	YA, YA
$x_1x_{1,1}$	3	1	5,6	1	1,1	YA, YA
$x_2x_{2,1}$	4	1	5,6	1	1,1	YA, YA
$x_3x_{3,1}$	5	1	5,6	1	1,1	YA, YA
$x_4x_{4,1}$	4	1	5,6	1	1,1	YA, YA
$y_1y_{1,1}$	3	1	5,6	1	1,1	YA, YA
$y_2y_{2,1}$	4	1	5,6	1	1,1	YA, YA
$y_3y_{3,1}$	5	1	5,6	1	1,1	YA, YA
$y_4y_{4,1}$	4	1	5,6	1	1,1	YA, YA

Tabel 5.9 Pewarnaan sisi 5-dinamis pada graf $Lobs_n$

Keterangan untuk Tabel 5.9: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
a_1a_2	1	5	6,7,...	5	5,5,...	YA, YA,...
a_2a_3	2	6	6,7,...	6	6,6,...	YA, YA,...
a_3a_4	6	5	6,7,...	5	5,5,...	YA, YA,...
a_1x_1	4	3	6,7,...	3	3,3,...	YA, YA,...
a_1y_1	6	3	6,7,...	3	3,3,...	YA, YA,...
a_2x_2	5	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
a_2y_2	3	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
a_3x_3	4	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
a_3y_3	7	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
a_4x_4	5	3	6,7,...	3	3,3,...	YA, YA,...
a_4y_4	3	3	6,7,...	3	3,3,...	YA, YA,...
$x_1x_{1,1}$	3	1	6,7,...	1	1,1,...	YA, YA,...
$x_2x_{2,1}$	4	1	6,7,...	1	1,1,...	YA, YA,...
$x_3x_{3,1}$	5	1	6,7,...	1	1,1,...	YA, YA,...
$x_4x_{4,1}$	4	1	6,7,...	1	1,1,...	YA, YA,...
$y_1y_{1,1}$	3	1	6,7,...	1	1,1,...	YA, YA,...
$y_2y_{2,1}$	4	1	6,7,...	1	1,1,...	YA, YA,...
$y_3y_{3,1}$	5	1	6,7,...	1	1,1,...	YA, YA,...
$y_4y_{4,1}$	4	1	6,7,...	1	1,1,...	YA, YA,...

Tabel 5.10 Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $Lobs_n$

Keterangan untuk Tabel 5.10: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$y_1x_{1,1}$	1	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$y_1x_{1,2}$	3	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$y_1x_{1,3}$	4	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$y_1x_{2,1}$	2	3	1,2,3	6	1,2,3	YA, YA, YA
$y_2x_{2,1}$	1	3	1,2,3	6	1,2,3	YA, YA, YA
$y_2x_{2,2}$	3	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$y_2x_{2,3}$	4	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$y_2x_{3,1}$	2	3	1,2,3	6	1,2,3	YA, YA, YA
$y_3x_{3,1}$	1	3	1,2,3	6	1,2,3	YA, YA, YA
$y_3x_{3,2}$	3	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$y_3x_{3,3}$	4	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$y_3x_{1,1}$	2	3	1,2,3	6	1,2,3	YA, YA, YA
$y_4x_{4,1}$	1	3	1,2,3	6	1,2,3	YA, YA, YA
$y_4x_{4,2}$	3	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$y_4x_{4,3}$	4	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$y_4x_{4,4}$	2	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{1,1}x_{1,2}$	4	2	1,2,3	2	1,2,2	YA, YA, YA
$x_{2,1}x_{2,2}$	4	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{3,1}x_{3,2}$	4	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{4,1}x_{4,2}$	4	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{1,3}x_{2,1}$	3	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{2,3}x_{3,1}$	3	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{3,3}x_{4,1}$	3	3	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{4,3}x_{4,4}$	3	2	1,2,3	2	1,2,2	YA, YA, YA

Tabel 5.11 Pewarnaan sisi 1, 2 dan 3-dinamis pada graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.11: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$y_1x_{1,1}$	1	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_1x_{1,2}$	3	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_1x_{1,3}$	4	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_1x_{2,1}$	2	3	1,...,4	6	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_2x_{2,1}$	1	3	1,...,4	6	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_2x_{2,2}$	3	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_2x_{2,3}$	4	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_2x_{3,1}$	2	3	1,...,4	6	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_3x_{3,1}$	1	3	1,...,4	6	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_3x_{3,2}$	3	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_3x_{3,3}$	4	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_3x_{1,1}$	2	3	1,...,4	6	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_4x_{4,1}$	1	3	1,...,4	6	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_4x_{4,2}$	3	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_4x_{4,3}$	4	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$y_4x_{4,4}$	2	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$x_{1,1}x_{1,2}$	4	2	1,...,4	2	1,2,2,2	YA,...,YA
$x_{2,1}x_{2,2}$	4	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$x_{3,1}x_{3,2}$	4	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$x_{4,1}x_{4,2}$	4	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$x_{1,3}x_{2,1}$	3	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$x_{2,3}x_{3,1}$	3	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$x_{3,3}x_{4,1}$	3	3	1,...,4	4	1,2,3,4	YA,...,TIDAK
$x_{4,3}x_{4,4}$	3	2	1,...,4	2	1,2,2,2	YA,...,YA

Tabel 5.12 Pewarnaan sisi 1, 2 dan 3-dinamis pada graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.12: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$y_1x_{1,1}$	1	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$y_1x_{1,2}$	3	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$y_1x_{1,3}$	4	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$y_1x_{2,1}$	2	5	4,5	6	4,5	YA, YA
$y_2x_{2,1}$	1	5	4,5	6	4,5	YA, YA
$y_2x_{2,2}$	3	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$y_2x_{2,3}$	4	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$y_2x_{3,1}$	2	5	4,5	6	4,5	YA, YA
$y_3x_{3,1}$	1	5	4,5	6	4,5	YA, YA
$y_3x_{3,2}$	3	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$y_3x_{3,3}$	4	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$y_3x_{1,1}$	2	5	4,5	6	4,5	YA, YA
$y_4x_{4,1}$	1	5	4,5	6	4,5	YA, YA
$y_4x_{4,2}$	3	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$y_4x_{4,3}$	4	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$y_4x_{4,4}$	2	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$x_{1,1}x_{1,2}$	5	2	4,5	2	2,2	YA, YA
$x_{2,1}x_{2,2}$	5	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$x_{3,1}x_{3,2}$	5	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$x_{4,1}x_{4,2}$	5	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$x_{1,3}x_{2,1}$	6	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$x_{2,3}x_{3,1}$	6	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$x_{3,3}x_{4,1}$	6	4	4,5	4	4,4	YA, YA
$x_{4,3}x_{4,4}$	6	2	4,5	2	2,2	YA, YA

Tabel 5.13 Pewarnaan sisi 4 dan 5-dinamis pada graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.13: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$y_1x_{1,1}$	1	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$y_1x_{1,2}$	3	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$y_1x_{1,3}$	4	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$y_1x_{2,1}$	2	5	4,5,6	6	4,5,6	YA, YA, TIDAK
$y_2x_{2,1}$	1	5	4,5,6	6	4,5,6	YA, YA, TIDAK
$y_2x_{2,2}$	3	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$y_2x_{2,3}$	4	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$y_2x_{3,1}$	2	5	4,5,6	6	4,5,6	YA, YA, TIDAK
$y_3x_{3,1}$	1	5	4,5,6	6	4,5,6	YA, YA, TIDAK
$y_3x_{3,2}$	3	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$y_3x_{3,3}$	4	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$y_3x_{1,1}$	2	5	4,5,6	6	4,5,6	YA, YA, TIDAK
$y_4x_{4,1}$	1	5	4,5,6	6	4,5,6	YA, YA, TIDAK
$y_4x_{4,2}$	3	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$y_4x_{4,3}$	4	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$y_4x_{4,4}$	2	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$x_{1,1}x_{1,2}$	5	2	4,5,6	2	2,2,2	YA, YA, YA
$x_{2,1}x_{2,2}$	5	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$x_{3,1}x_{3,2}$	5	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$x_{4,1}x_{4,2}$	5	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$x_{1,3}x_{2,1}$	6	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$x_{2,3}x_{3,1}$	6	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$x_{3,3}x_{4,1}$	6	4	4,5,6	4	4,4,4	YA, YA, YA
$x_{4,3}x_{4,4}$	6	2	4,5,6	2	2,2,2	YA, YA, YA

Tabel 5.14 Pewarnaan sisi 4 dan 5-dinamis pada graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.14: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$y_1x_{1,1}$	1	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$y_1x_{1,2}$	3	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$y_1x_{1,3}$	4	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$y_1x_{2,1}$	2	6	6,7,...	6	6,6,...	YA, YA,...
$y_2x_{2,1}$	7	6	6,7,...	6	6,6,...	YA, YA,...
$y_2x_{2,2}$	3	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$y_2x_{2,3}$	4	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$y_2x_{3,1}$	8	6	6,7,...	6	6,6,...	YA, YA,...
$y_3x_{3,1}$	1	6	6,7,...	6	6,6,...	YA, YA,...
$y_3x_{3,2}$	3	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$y_3x_{3,3}$	4	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$y_3x_{1,1}$	2	6	6,7,...	6	6,6,...	YA, YA,...
$y_4x_{4,1}$	7	6	6,7,...	6	6,6,...	YA, YA,...
$y_4x_{4,2}$	3	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$y_4x_{4,3}$	4	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$y_4x_{4,4}$	8	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{1,1}x_{1,2}$	5	2	6,7,...	2	2,2,...	YA, YA,...
$x_{2,1}x_{2,2}$	5	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{3,1}x_{3,2}$	5	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{4,1}x_{4,2}$	5	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{1,3}x_{2,1}$	6	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{2,3}x_{3,1}$	6	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{3,3}x_{4,1}$	6	4	6,7,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{4,3}x_{4,4}$	6	2	6,7,...	2	2,2,...	YA, YA,...

Tabel 5.15 Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $Shack(Btf, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.15: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$x_{1,1}x_{1,2}$	2	2	1,2	3	1,2	YA, YA
$x_{1,1}x_{1,3}$	1	2	1,2	3	1,2	YA, YA
$x_{1,2}x_{1,3}$	3	2	1,2	4	1,2	YA, YA
$x_{1,2}x_{2,1}$	1	3	1,2	5	1,2	YA, YA
$x_{1,3}x_{2,1}$	2	3	1,2	5	1,2	YA, YA
$x_{2,1}x_{2,2}$	3	3	1,2	5	1,2	YA, YA
$x_{2,1}x_{2,3}$	4	3	1,2	5	1,2	YA, YA
$x_{2,2}x_{2,3}$	2	2	1,2	4	1,2	YA, YA
$x_{2,2}x_{2,4}$	2	2	1,2	3	1,2	YA, YA
$x_{2,3}x_{2,4}$	3	2	1,2	3	1,2	YA, YA

Tabel 5.16 Pewarnaan sisi 1 dan 2-dinamis pada graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.16: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$x_{1,1}x_{1,2}$	2	2	1,2,3	3	1,2,3	YA, YA, TIDAK
$x_{1,1}x_{1,3}$	1	2	1,2,3	3	1,2,3	YA, YA, TIDAK
$x_{1,2}x_{1,3}$	3	2	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, TIDAK
$x_{1,2}x_{2,1}$	1	3	1,2,3	5	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{1,3}x_{2,1}$	2	3	1,2,3	5	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{2,1}x_{2,2}$	3	3	1,2,3	5	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{2,1}x_{2,3}$	4	3	1,2,3	5	1,2,3	YA, YA, YA
$x_{2,2}x_{2,3}$	2	2	1,2,3	4	1,2,3	YA, YA, TIDAK
$x_{2,2}x_{2,4}$	2	2	1,2,3	3	1,2,3	YA, YA, TIDAK
$x_{2,3}x_{2,4}$	3	2	1,2,3	3	1,2,3	YA, YA, TIDAK

Tabel 5.17 Pewarnaan sisi 1 dan 2-dinamis pada graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.17: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$x_{1,1}x_{1,2}$	2	3	3,4	3	3,3	YA, YA
$x_{1,1}x_{1,3}$	1	3	3,4	3	3,3	YA, YA
$x_{1,2}x_{1,3}$	4	4	3,4	4	3,4	YA, YA
$x_{1,2}x_{2,1}$	5	4	3,4	5	3,4	YA, YA
$x_{1,3}x_{2,1}$	3	4	3,4	5	3,4	YA, YA
$x_{2,1}x_{2,2}$	2	4	3,4	5	3,4	YA, YA
$x_{2,1}x_{2,3}$	1	4	3,4	5	3,4	YA, YA
$x_{2,2}x_{2,3}$	4	4	3,4	4	3,4	YA, YA
$x_{2,2}x_{2,4}$	5	3	3,4	3	3,3	YA, YA
$x_{2,3}x_{2,4}$	3	3	3,4	3	3,3	YA, YA

Tabel 5.18 Pewarnaan sisi 3 dan 4-dinamis pada graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.18: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$x_{1,1}x_{1,2}$	2	3	3,4,5	3	3,3,3	YA, YA, YA
$x_{1,1}x_{1,3}$	1	3	3,4,5	3	3,3,3	YA, YA, YA
$x_{1,2}x_{1,3}$	4	4	3,4,5	4	3,4,4	YA, YA, YA
$x_{1,2}x_{2,1}$	5	4	3,4,5	5	3,4,5	YA, YA, TIDAK
$x_{1,3}x_{2,1}$	3	4	3,4,5	5	3,4,5	YA, YA, TIDAK
$x_{2,1}x_{2,2}$	2	4	3,4,5	5	3,4,5	YA, YA, TIDAK
$x_{2,1}x_{2,3}$	1	4	3,4,5	5	3,4,5	YA, YA, TIDAK
$x_{2,2}x_{2,3}$	4	4	3,4,5	4	3,4,4	YA, YA, YA
$x_{2,2}x_{2,4}$	5	3	3,4,5	3	3,3,3	YA, YA, YA
$x_{2,3}x_{2,4}$	3	3	3,4,5	3	3,3,3	YA, YA, YA

Tabel 5.19 Pewarnaan sisi 3 dan 4-dinamis pada graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.19: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$x_{1,1}x_{1,2}$	2	3	5,6,...	3	3,3,...	YA, YA,...
$x_{1,1}x_{1,3}$	7	3	5,6,...	3	3,3,...	YA, YA,...
$x_{1,2}x_{1,3}$	4	4	5,6,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{1,2}x_{2,1}$	5	5	5,6,...	5	5,5,...	YA, YA,...
$x_{1,3}x_{2,1}$	3	5	5,6,...	5	5,5,...	YA, YA,...
$x_{2,1}x_{2,2}$	6	5	5,6,...	5	5,5,...	YA, YA,...
$x_{2,1}x_{2,3}$	1	5	5,6,...	5	5,5,...	YA, YA,...
$x_{2,2}x_{2,3}$	4	4	5,6,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{2,2}x_{2,4}$	2	3	5,6,...	3	3,3,...	YA, YA,...
$x_{2,3}x_{2,4}$	7	3	5,6,...	3	3,3,...	YA, YA,...

Tabel 5.20 Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $Shack(Dn, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.20: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$x_{1,1}y_{1,1}$	1	4	1,...,4,...	4	1,...,4,...	YA,...,YA,...
$x_{1,2}y_{1,1}$	2	4	1,...,4,...	5	1,...,4,...	YA,...,TD,...
$x_{2,1}y_{1,1}$	3	5	1,...,4,...	7	1,...,4,...	YA,...,YA,...
$x_{2,1}y_{2,1}$	4	5	1,...,4,...	7	1,...,4,...	YA,...,YA,...
$x_{2,2}y_{2,1}$	2	4	1,...,4,...	5	1,...,4,...	YA,...,TD,...
$x_{2,3}y_{2,1}$	3	4	1,...,4,...	4	1,...,4,...	YA,...,YA,...
$x_{1,1}x_{1,2}$	4	4	1,...,4,...	5	1,...,4,...	YA,...,TD,...
$x_{1,2}x_{2,1}$	5	5	1,...,4,...	8	1,...,4,...	YA,...,YA,...
$x_{2,1}x_{2,2}$	1	5	1,...,4,...	8	1,...,4,...	YA,...,YA,...
$x_{2,2}x_{2,3}$	5	5	1,...,4,...	5	1,...,4,...	YA,...,YA,...
$x_{1,1}y_{1,2}$	5	4	1,...,4,...	4	1,...,4,...	YA,...,YA,...
$x_{1,2}y_{1,2}$	3	4	1,...,4,...	5	1,...,4,...	YA,...,TD,...
$x_{2,1}y_{1,2}$	6	5	1,...,4,...	7	1,...,4,...	YA,...,YA,...
$x_{2,1}y_{2,2}$	2	5	1,...,4,...	7	1,...,4,...	YA,...,YA,...
$x_{2,2}y_{2,2}$	4	4	1,...,4,...	5	1,...,4,...	YA,...,TD,...
$x_{2,3}y_{2,2}$	6	4	1,...,4,...	4	1,...,4,...	YA,...,YA,...

Tabel 5.21 Pewarnaan sisi 1, 2, 3 dan 4-dinamis pada graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.21: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TD.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$x_{1,1}y_{1,1}$	1	4	5,6,7,...	4	4,4,4,...	YA, YA, YA,...
$x_{1,2}y_{1,1}$	2	5	5,6,7,...	5	5,5,5,...	YA, YA, YA,...
$x_{2,1}y_{1,1}$	3	6	5,6,7,...	7	5,6,7,...	YA, YA, TD,...
$x_{2,1}y_{2,1}$	4	6	5,6,7,...	7	5,6,7,...	YA, YA, TD,...
$x_{2,2}y_{2,1}$	2	5	5,6,7,...	5	5,5,5,...	YA, YA, YA,...
$x_{2,3}y_{2,1}$	3	4	5,6,7,...	4	4,4,4,...	YA, YA, YA,...
$x_{1,1}x_{1,2}$	4	5	5,6,7,...	5	5,5,5,...	YA, YA, YA,...
$x_{1,2}x_{2,1}$	5	7	5,6,7,...	8	5,6,7,...	YA, YA, YA,...
$x_{2,1}x_{2,2}$	1	7	5,6,7,...	8	5,6,7,...	YA, YA, YA,...
$x_{2,2}x_{2,3}$	5	5	5,6,7,...	5	5,5,5,...	YA, YA, YA,...
$x_{1,1}y_{1,2}$	8	4	5,6,7,...	4	4,4,4,...	YA, YA, YA,...
$x_{1,2}y_{1,2}$	7	5	5,6,7,...	5	5,5,5,...	YA, YA, YA,...
$x_{2,1}y_{1,2}$	6	6	5,6,7,...	7	5,6,7,...	YA, TD, TD,...
$x_{2,1}y_{2,2}$	8	6	5,6,7,...	7	5,6,7,...	YA, TD, TD,...
$x_{2,2}y_{2,2}$	7	5	5,6,7,...	5	5,5,5,...	YA, YA, YA,...
$x_{2,3}y_{2,2}$	6	4	5,6,7,...	4	4,4,4,...	YA, YA, YA,...

Tabel 5.22 Pewarnaan sisi 5 dan 6-dinamis pada graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.22: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TD.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$x_{1,1}y_{1,1}$	5	4	7,8,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{1,2}y_{1,1}$	1	5	7,8,...	5	5,5,...	YA, YA,...
$x_{2,1}y_{1,1}$	6	7	7,8,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$x_{2,1}y_{2,1}$	9	7	7,8,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$x_{2,2}y_{2,1}$	1	5	7,8,...	5	5,5,...	YA, YA,...
$x_{2,3}y_{2,1}$	5	4	7,8,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{1,1}x_{1,2}$	4	5	7,8,...	5	5,5,...	YA, YA,...
$x_{1,2}x_{2,1}$	2	7	7,8,...	8	7,8,...	YA, TIDAK,...
$x_{2,1}x_{2,2}$	4	7	7,8,...	8	7,8,...	YA, TIDAK,...
$x_{2,2}x_{2,3}$	2	5	7,8,...	5	5,5,...	YA, YA,...
$x_{1,1}y_{1,2}$	8	4	7,8,...	4	4,4,...	YA, YA,...
$x_{1,2}y_{1,2}$	3	5	7,8,...	5	5,5,...	YA, YA,...
$x_{2,1}y_{1,2}$	7	7	7,8,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$x_{2,1}y_{2,2}$	10	7	7,8,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$x_{2,2}y_{2,2}$	3	5	7,8,...	5	5,5,...	YA, YA,...
$x_{2,3}y_{2,2}$	8	4	7,8,...	4	4,4,...	YA, YA,...

Tabel 5.23 Pewarnaan sisi 7-dinamis pada graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.23: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$x_{1,1}y_{1,1}$	5	4	8,...	4	4,...	YA,...
$x_{1,2}y_{1,1}$	1	5	8,...	5	5,...	YA,...
$x_{2,1}y_{1,1}$	6	7	8,...	7	7,...	YA,...
$x_{2,1}y_{2,1}$	9	7	8,...	7	7,...	YA,...
$x_{2,2}y_{2,1}$	1	5	8,...	5	5,...	YA,...
$x_{2,3}y_{2,1}$	5	4	8,...	4	4,...	YA,...
$x_{1,1}x_{1,2}$	4	5	8,...	5	5,...	YA,...
$x_{1,2}x_{2,1}$	2	8	8,...	8	8,...	YA,...
$x_{2,1}x_{2,2}$	11	8	8,...	8	8,...	YA,...
$x_{2,2}x_{2,3}$	12	5	8,...	5	5,...	YA,...
$x_{1,1}y_{1,2}$	8	4	8,...	4	4,...	YA,...
$x_{1,2}y_{1,2}$	3	5	8,...	5	5,...	YA,...
$x_{2,1}y_{1,2}$	7	7	8,...	7	7,...	YA,...
$x_{2,1}y_{2,2}$	10	7	8,...	7	7,...	YA,...
$x_{2,2}y_{2,2}$	3	5	8,...	5	5,...	YA,...
$x_{2,3}y_{2,2}$	8	4	8,...	4	4,...	YA,...

Tabel 5.24 Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $Shack(F_{2,3}, v \in C_3, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.24: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$a_1x_{1,1}$	1	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,2}$	2	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,3}$	3	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,4}$	4	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,5}$	5	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,6}$	6	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,7}$	7	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{2,1}$	8	7	1,2,...,7	8	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,1}$	1	7	1,2,...,7	8	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,2}$	2	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,3}$	3	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,4}$	4	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,5}$	5	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,6}$	6	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,7}$	7	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{3,1}$	8	7	1,2,...,7	8	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,1}$	1	7	1,2,...,7	8	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,2}$	2	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,3}$	3	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,4}$	4	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,5}$	5	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,6}$	6	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,7}$	7	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,8}$	8	7	1,2,...,7	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA

Tabel 5.25 Pewarnaan sisi 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.25: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$a_1x_{1,1}$	1	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,2}$	2	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,3}$	3	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,4}$	4	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,5}$	5	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,6}$	6	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,7}$	7	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{2,1}$	8	7	1,2,...,8	8	1,2,...,8	YA, YA, ..., TD
$a_2x_{2,1}$	1	7	1,2,...,8	8	1,2,...,8	YA, YA, ..., TD
$a_2x_{2,2}$	2	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,3}$	3	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,4}$	4	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,5}$	5	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,6}$	6	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,7}$	7	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{3,1}$	8	7	1,2,...,8	8	1,2,...,8	YA, YA, ..., TD
$a_3x_{3,1}$	1	7	1,2,...,8	8	1,2,...,8	YA, YA, ..., TD
$a_3x_{3,2}$	2	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,3}$	3	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,4}$	4	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,5}$	5	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,6}$	6	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,7}$	7	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,8}$	8	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA

Tabel 5.26 Pewarnaan sisi 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.26: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TD.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$a_1x_{1,1}$	1	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_1x_{1,2}$	2	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_1x_{1,3}$	3	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_1x_{1,4}$	4	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_1x_{1,5}$	5	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_1x_{1,6}$	6	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_1x_{1,7}$	7	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_1x_{2,1}$	8	8	8,9,...	8	8,8,...	YA, YA,...
$a_2x_{2,1}$	9	8	8,9,...	8	8,8,...	YA, YA,...
$a_2x_{2,2}$	2	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_2x_{2,3}$	3	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_2x_{2,4}$	4	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_2x_{2,5}$	5	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_2x_{2,6}$	6	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_2x_{2,7}$	7	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_2x_{3,1}$	1	8	8,9,...	8	8,8,...	YA, YA,...
$a_3x_{3,1}$	8	8	8,9,...	8	8,8,...	YA, YA,...
$a_3x_{3,2}$	2	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_3x_{3,3}$	3	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_3x_{3,4}$	4	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_3x_{3,5}$	5	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_3x_{3,6}$	6	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_3x_{3,7}$	7	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...
$a_3x_{3,8}$	9	7	8,9,...	7	7,7,...	YA, YA,...

Tabel 5.27 Pewarnaan sisi r -dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.27: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TIDAK.

e	$c(e)$	$ c(N(e)) $	r	$d(v)+d(u)-2$	$\min\{r, d(v)+d(u)-2\}$	$ c(N(e)) \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$
$a_1x_{1,1}$	1	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,2}$	2	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,3}$	3	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,4}$	4	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,5}$	5	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,6}$	6	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{1,7}$	7	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_1x_{2,1}$	8	7	1,2,...,8	8	1,2,...,8	YA, YA, ..., TD
$a_2x_{2,1}$	1	7	1,2,...,8	8	1,2,...,8	YA, YA, ..., TD
$a_2x_{2,2}$	2	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,3}$	3	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,4}$	4	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,5}$	5	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,6}$	6	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{2,7}$	7	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_2x_{3,1}$	8	7	1,2,...,8	8	1,2,...,8	YA, YA, ..., TD
$a_3x_{3,1}$	1	7	1,2,...,8	8	1,2,...,8	YA, YA, ..., TD
$a_3x_{3,2}$	2	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,3}$	3	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,4}$	4	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,5}$	5	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,6}$	6	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,7}$	7	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA
$a_3x_{3,8}$	8	7	1,2,...,8	7	1,2,...,7	YA, YA, ..., YA

Tabel 5.28 Pewarnaan sisi 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7-dinamis pada graf $Shack(S_m, v \in P_2, n)$

Keterangan untuk Tabel 5.28: jika memenuhi syarat $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka YA, sedangkan jika tidak memenuhi $|c(N(e))| \geq \min\{r, d(v)+d(u)-2\}$ maka TD.