ANALISA *LOCATING TOTAL DOMINATING SET* PADA GRAF KHUSUS DAN GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI

SKRIPSI

Oleh

Masnita Novita Sari
NIM 121810101057

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2016

ANALISA *LOCATING TOTAL DOMINATING SET* PADA GRAF KHUSUS DAN GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

Masnita Novita Sari
NIM 121810101057

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2016

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah S.W.T Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Orang tuaku tercinta dan terkasih : Ibunda Almh. Maisusi Rosita dan Omku Meldy Ance Almendo, S.H., M.H. yang senantiasa mengalirkan kasih sayang, perhatian, dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita;
2. Keluarga besarku di Sumatera Barat : Alm. Abo, Almh. Nenek, Ibuk, Ancak, Adang, Angah, Om Yan, Ayah yang selalu menyemangati, mendukung, dan mendoakanku;
3. Ibu Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si. dan Bapak Kusbudiono, S.Si., M.Si., yang dengan sabar dan tulus ikhlas membimbing sehingga penulisan skripsi ini dapat terselesaikan;
4. Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc., Ph.D selaku Dosen Pembimbing Akademik yang selalu memberikan motivasi;
5. Rizal Rachmadani yang selalu sabar menemani dan memberikan dukungan dalam pengerjaan skripsi ini;
6. Guru dan dosen-dosenku, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
7. Keluarga Besar Matematika Angkatan 2012 (BATHICS’12) yang senantiasa membantuku dan menorehkan sebuah pengalaman hidup yang tak terlupakan;
8. Teman-teman pejuang graf :Mellisa, Hanuf, Komariyah dan pencinta graf lainnya yang selalu berbagi suka duka untuk menemukan rumus dan memberikan dukungan untuk terus semangat dalam mengerjakan skripsi ini;

9. Sahabat - sahabatku (Mery, Ajeng, Agis, Unek) yang selalu berbagi canda tawa dan mengajarkan arti keluarga sesungguhnya;
10. Almamater tercinta Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

HALAMAN MOTTO

"Bersemangatlah atas apa yang bermanfaat bagimu, meminta tolonglah pada Allah, janganlah engkau lemah"
(HR. Muslim)

"Kesuksesan hanya dapat diraih dengan segala upaya dan usaha yang disertai dengan doa, karena sesungguhnya nasib seseorang manusia tidak akan berubah dengans sendirinya tanpa berusaha."

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Masnita Novita Sari

NIM : 121810101057

menyatakan dengan sesungguhnya bawha karya ilmiah yang berjudul ”Analisa *Locating Total Dominating Set* pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi Amalgamasi” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Desember 2016

Yang menyatakan,

Masnita Novita Sari

NIM. 121810101057

SKRIPSI

ANALISA HIMPUNAN TOTAL DOMINASI LOKASI PADA GRAF KHUSUS DAN GRAF HASIL OPERASI AMALGAMASI

Oleh

Masnita Novita Sari
NIM 121810101057

Dosen Pembimbing 1 : Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si
Dosen Pembimbing 2 : Kusbudiono, S.Si., M.Si

PENGESAHAN

Skripsi berjudul ”Analisa *Locating Total Dominating Set* pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi Amalgamasi” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Tim Penguji:

Dosen Pembimbing Utama,	Dosen Pembimbing Anggota,
Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.	Kusbudiono, S.Si., M.Si.
NIP. 198408012008012006	NIP. 197704302005011001
Dosen Penguji I,	Dosen Penguji II,
Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.	Dian Anggraeni, S.Si,M.Si.
NIP. 196808021993031004	NIP. 198202162006042

Mengesahkan

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Jember,

Drs. Sujito, Ph.D.

NIP. 196102041987111001

RINGKASAN

Analisa*Locating Totsl Dominating Set* pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi Amalgamasi; Masnita Novita Sari, 121810101057; 2016: 80 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Teori graf pertama kalo dikenalkan pada tahun 1735 oleh seorang matematikawan bernama Leonhard Euler yang berasal dari Swiss. Teori graf merupakan salah satu cabang matematika diskrit yang digunakan untuk menggambarkan suatu persoalan agar lebih mudah untuk dipecahkan. Aplikasi dari teori graf sangat banyak diterapkan dala, kehidupan sehari - hari salah satunya yaitu penempatan detektor. Penempatan detektor adalah salah satu masalah yang pemecahannya menggunakan konsep teori graf yaitu himpunan dominasi lokasi.

Himpunan total dominasi lokasi atau disebut juga *locating total dominating set* diperkenalkan oleh Slatter pada tahun 1980an. Himpunan total dominasi lokasi merupakan perluasan teori *dominating set* dan *total dominating set*. Suatu himpunan titik D pada graf $G = (V, E)$ dikatakan himpunan total dominasi lokasi atau *locating total dominating set* jika untuk setiap pasangan titik yang berbeda u dan v pada $V(G) - D$ memenuhi syarat $\emptyset \neq N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$ dimana $N(u)$ adalah himpunan titik tetangga dari u. Kardinalitas mini
mum dari himpunan total dominasi lokasi disebut *locating total domination number* yang disimbolkan dengan $\gamma_{LT}(G)$.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah eksploratif. Data dalam penelitian ini menggunakan data sekunder berupa graf - graf khusus dan beberapa graf hasil operasi amalgamasi. Graf-graf khusus yang digunakan antara lain graf Tangga L_m, graf Tangga Tiga Siklus Tcl_n, graf Tangga Permata Dl_n, graf Matahari S_n, graf Bunga Matahari Sf_n dan operasi yang digunakan yaitu Amalgamasi. Pada penelitian ini dihasilkan beberapa teorema sebagai berikut:

1. **Teorema 4.1.** Misal G adalah graf khusus berupa graf *Matahari* S_n untuk $n \geq 3$, maka nilai himpunan total dominasi lokasi dari G adalah γ_{LT} (S_n)=n.

2. **Teorema 4.2.** Misal G adalah graf khusus berupa graf *Ladder (Tangga)* L_n untuk $n \geq 2$, maka nilai himpunan total dominasi lokasi dari G adalah γ_{LT} (L_n)=n.

3. **Teorema 4.3.** Misal G adalah graf khusus berupa graf *Tangga Tiga Siklus* Tcl_n untuk $n \geq 2$, maka nilai himpunan total dominasi lokasi dari G adalah γ_{LT} (Tcl_n)=$n+1$.

4. **Teorema 4.4.** Misal G adalah graf khusus berupa graf *Sun Flower* Sf_n untuk $n \geq 4$, maka nilai himpunan total dominasi lokasi dari G adalah γ_{LT} (Sf_n)=$n-1$.

5. **Teorema 4.5.** Misal G adalah graf khusus berupa graf *Tangga Permata* Dl_n untuk $n \geq 2$, maka nilai himpunan total dominasi lokasi dari G adalah γ_{LT} (Dl_n)=$2n$.

6. **Teorema 4.6.** Misal G adalah graf hasil operasi amalgamasi dari graf *Matahari* S_n, untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$, maka γ_{LT} $(amal(S_n, v, m)) = nm - 1$.

7. **Teorema 4.7.** Misal G adalah graf hasil operasi amalgamasi dari graf *Wheel* W_4, untuk $m \geq 2$, maka γ_{LT} $(Amal(W_4, e, m)) = m + 1$.

8. **Teorema 4.8.** Misal G adalah graf hasil operasi amalgamasi dari graf *Sun Flower* Sf_n, untuk $n \geq 4$ dan $m \geq 2$, maka γ_{LT} $(Amal(Sf_n, v, m)) = nm - m$.

9. **Teorema 4.9.** Misal G adalah graf hasil operasi amalgamasi dari graf *Web* Wb_n, untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$, maka γ_{LT} $(Amal(Wb_n, v, m)$ dengan n=ganjil= $\frac{n-1}{2}(m) + nm$.

10. **Teorema 4.10.** Misal G adalah graf hasil operasi amalgamasi dari graf *Tangga Permata* Dl_n, untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$, maka γ_{LT} $(amal(Dl_n, v, m)) = 2nm - m + 1$.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul ”Analisa *Locating Total Dominating Set* pada Graf Khusus dan Graf Hasil Operasi Amalgamasi”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) dan mencapai gelar Sarjana Sains pada Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Ibu Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Bapak Kusbudiono, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Anggota;
2. Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Penguji I dan Ibu Dian Anggraeni, S.Si., M.Si selaku Dosen Penguji II ;
3. Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang selalu memberikan motivasi dan pengarahan selama penulis menjadi mahasiswa;
4. Dosen dan Karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
5. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Desember 2016 Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan bagian dari matematika diskrit yang banyak digunakan sebagai alat bantu untuk menggambarkan atau mempresentasikan suatu persoalan agar lebih mudah dimengerti dan diselesaikan. Pada abad ke 18 terjadi suatu permasalahan yang berhubungan dengan jembatan Knigsberg. Kasus ini terpecahkan pada tahun 1736 oleh matematikawan Swiss, yaitu Leonhard Euler. Saat itulah pertama kali teori graf diperkenalkan. Sejak peristiwa tersebut, graf berkembang dengan sangat pesat. Beberapa teori yang dikembangkan dalam graf adalah dominating set, total dominating set, covering, dekomposisi, dan lain - lain. Dalam graf juga mempelajari penempatan detektor dengan menggunakan konsep himpunan dominasi lokasi. Beberapa contoh aplikasi teori graf adalah jaringan komputer, jaringan komunikasi, lalu lintas, pengaturan jadwal dan lain-lain.

Himpunan total dominasi lokasi atau dalam bahasa asing disebut *locating total dominating set* diperkenalkan oleh Howard pada tahun 2004 sedangkan konsep *locating dominating* diperkenalkan oleh Slatter (1980an). Himpunan total dominasi lokasi merupakan perluasan teori *dominating set* dan *total dominating set*. *Dominating set* merupakan suatu konsep penentuan suatu titik pada graf dengan ketentuan titik sebagai *dominating set* bisa mengcover titik yang ada di sekitarnya dan *adjacent*. *Dominating number* merupakan kardinalitas minimum dari *dominating set* yang disimbolkan dengan $\gamma(G)$. Berdasarkan sejarah, masalah dominasi telah dipelajari dari tahun 1960, akan tetapi tingkat pengkajian tentang dominasi berkembang dan meningkat secara pesat pada pertengahan 1970-an. A merupakan himpunan titik S pada graf $G(V, E)$ dikatakan *total domination set* jika setiap titik $v \epsilon V$ adjacent dengan himpunan *S*. Sedangkan *total dominating number* pada sebuah graf G adalah kardinalitas minimal dari *total dominating set* pada G (Agustin, 2014). Menurut Slater

(2002) suatu himpunan titik D pada graf $G = (V, E)$ dikatakan himpunan dominasi lokasi atau *locating dominating set* jika untuk setiap pasangan titik yang berbeda u dan v pada $V(G) - D$ memenuhi syarat $\emptyset \neq N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$ dimana $N(u)$ adalah himpunan titik tetangga dari u. Kardinalitas minimum dari himpunan dominasi lokasi disebut *locating domination number* yang disimbolkan dengan $\gamma_L(G)$. Menurut (Howard,2004) *Locating Total Dominating Set* (LTDS) *D* pada suatu graf adalah *total dominating set D* dari *G* sehingga untuk setiap dua titik *u* dan *v* dalam *V-D*, $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$. *Locating Total Dominating Number* yang dilambangkan dengan $\gamma_{LT}(G)$ adalah kardinalitas minimum dari *Locating Total Dominating Set* dari graf *G*.

Penelitian sebelumnya tentang himpunan dominasi lokasi telah banyak dilakukan diantaranya Wardani (2014) melakukan penelitian tentang *dominating set* pada beberapa graf khusus dan mengaplikasikan teori *dominating set* pada analisis topologi jaringan *Wide Area Network* (WAN). Agustin (2014) menggunakan teori *dominating set* untuk menghitung jumlah minimum yang menghasilkan beberapa kemungkinan untuk instalasi meletakkan client hub untuk jaringan intranet di Universitas Jember.Alfarisi(2014) melakukan penelitian tentang Analisa Himpunan Dominasi Graf - Graf Khusus. Canoy *et.al* (2014) mencari *locating dominating set* pada *corona dan composition graph*, dan yang terbaru Desvandai (2016) menganalisa tentang himpunan *dominasi lokasi* pada model topologi graf khusus dan operasinya.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, maka peneliti tertarik untuk menganalisa teori himpunan total dominasi lokasi pada beberapa graf khusus dengan beberapa operasi graf. Pada penelitian kali ini jenis graf yang digunakan yaitu graf konektif dan tidak berarah. Proses awal penelitian ini yaitu menentukan kardinalitas titik dan himpunan sisi pada graf khusus dan hasil operasi amalgamasi, kemudian menentukan titik-titik yang memenuhi syarat himpunan total dominasi lokasi, dan menentukan nilai himpunannya.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat dirumuskan masalah dalam penelitian ini yaitu:

a. bagaimana menentukan kardinalitas titik dan kardinalitas sisi pada operasi amalgamasi graf (W_4, e, n), (S_n, v, m), (P_n, v, m), (Wb_n, v, m dengan n=ganjil)?
b. bagaimana menentukan himpunan total dominasi lokasi dari beberapa graf khusus yaitu L_m, Tcl_n, Dl_n, S_n, Sf_n dan operasi amalgamasi graf (W_4, e, n), (S_n, v, m), (P_n, v, m), (Wb_n, v, m dengan n=ganjil)?
c. bagaimana menentukan nilai himpunan total dominasi lokasi dari hasil graf khusus yaitu L_m, Tcl_n, Dl_n, S_n, Sf_n dan beberapa operasi amalgamasi graf (W_4, e, n), (S_n, v, m), (P_n, v, m), (Wb_n, v, m dengan n=ganjil)?

1.3 Batasan Masalah

Untuk menghindari meluasnya permasalahan yang akan dipecahkan, maka permasalahan dalam penelitian ini dibatasi sebagai berikut:

a. graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf konektif dan graf yang tidak berarah;
b. graf khusus yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf L_m, Tcl_n, Dl_n, S_n, Sf_n;
c. operasi graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah operasi graf amalgamasi.

1.4 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah dan latar belakang di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. menentukan kardinalitas titik dan himpunan sisi pada operasi amalgamasi graf (W_4, e, n), (S_n, v, m), (Wb_n, v, m dengan n=ganjil), (Sf_n, v, m), (Dl_n, v, m);

b. menentukan himpunan total dominasi lokasi dari beberapa graf khusus yaitu L_m, Tcl_n, Dl_n, S_n, Sf_n dan operasi amalgamasi graf (W_4, e, n), (S_n, v, m), (Wb_n, v, m dengan n=ganjil), (Sf_n, v, m), (Dl_n, v, m);

c. menentukan nilai himpunan total dominasi lokasi dari hasil graf khusus L_m, Tcl_n, Dl_n, S_n, Sf_n, dan operasi amalgamasi graf (W_4, e, n), (S_n, v, m), (Wb_n, v, m dengan n=ganjil), (Sf_n, v, m), (Dl_n, v, m).

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. menambah pengetahuan dan wawasan baru mengenai teori himpunan total dominasi lokasi;

b. hasil penelitian ini diharapkan dapat digunakan sebagai pengembangan atau perluasan ilmu dan aplikasi dalam masalah himpunan total dominasi lokasi.

1.6 Kebaharuan Penelitian

Untuk mengetahui kebaharuan penelitian maka ditunjukkan sebagai berikut:

a. Penelitian sebelumnya meneliti tentang Himpunan Dominasi Lokasi pada Model Topologi Graf Khusus dan Operasinya, sedangkan pada penelitian ini yang diteliti adalah Himpunan Total Dominasi Lokasi pada beberapa Graf khusus dan Graf Hasil Operasi Amalgamasi.

b. Pada penelitian sebelumnya operasi graf yang digunakan banyak, sedangkan pada penelitian ini difokuskan pada satu operasi graf yaitu Operasi Amalgamasi.

c. Fungsi penelitian ini terhadap kehidupan yaitu untuk mengembangkan kreatifitas, kognitif, dan membangun kritik - kritik serta saran untuk mengembangkan ilmu pengetahuan.

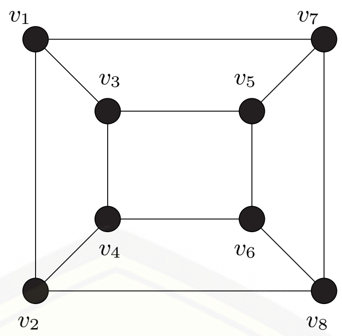
d. Penelitian ini dapat diterapkan kedalam kehidupan sehari - hari hanya saja ada keterbatasan pada programnya. Akan tetapi jika bentuk graf tersebut teratur maka bisa diterapakan.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Terminologi Dasar Graf

Sebuah graf G merupakan pasangan himpunan (*V(G)*,*E(G)*), dimana *V(G)* adalah himpunan berhingga tak kosong dari elemen yang disebut titik (*vertex*), dan *E(G)* adalah sebuah himpunan (mungkin kosong) dari pasangan tak terurut *u*,*v* dari titik - titik *u*,*v* ϵ *V(G)* yang disebut sisi (*edges*). *V(G)* disebut himpunan titik dari *G* dan *E(G)* disebut himpunan sisi dari *G*(Tantri,2014). Definisi graf tersebut menya- takan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi, tetapi harus memiliki titik (Slamin,2009).

Suatu graf dengan V buah titik dan E buah sisi ditulis dengan $G(V, E)$. Secara umum graf dapat digambarkan dengan suatu diagram dimana verteks yang ditunjukkan sebagai titik yang dinotasikan dengan $v_i, i = 1, 2, 3...$ dan sisi yang digambarkan dengan sebuah garis lurus atau dengan garis lengkung yang menghubungkan dua verteks v_i, v_j dan dinotasikan $e_k, k = 1, 2, 3, ..., E$ disebut dengan simpul - simpul verteks dari e_k. Dengan kata lain titik pada graf dapat dinomori dengan huruf, dengan bilangan asli, atau dengan menggunakan huruf dan angka (bilangan asli). Misalkan v_i dan v_j adalah titik pada suatu graf, maka sisi yang menghubungkan titik v_i dan v_j dinyatakan dengan pasangan (v_i ,v_j)atau dengan lambang e_1, e_2, e_3, ..., e_n (Douglas, 1996). Banyak titik yang ada pada graf G dinyatakan sebagai $|V(G)|$ atau $|V|$. Banyak sisi yang ada pada graf G dinyatakan sebagai $|E(G)|$ atau $|E|$ .Graf yang terdiri dari satu titik dan himpunan sisinya kosong disebut graf trivial (Harary, 2007). Berikut contoh graf dapat dilihat pada Gambar 2.1



Gambar 2.1 Contoh Graf G

Gambar 2.1 **G** adalah graf dengan $|V(G)| = 8$ dan $|E(G)| = 12$, himpunan titik $V = \{v_1, v_2, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_7\}$ dan himpunan sisi $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6,$ $e_7, e_8, e_9, e_10, e_11, e_12\}$. Dua titik dikatakan berdekatan (*adjacent*) jika ada sisi yang menghubungkan keduanya. Sedangkan jika ada sebuah sisi yang menghubung

kan dua titik, maka dapat dikatakan titik tersebut bersisihan (*incident*) dengan sisi tersebut. Akan tetapi, jika sebuah titik tidak mempunyai dengan kata lain berderajat 0, maka titik tersebut disebut titik terisolasi (*isolated vertex*). Sejumlah sisi dikatakan menempel pada sebuah titik disebut derajat titik (*degree*). Sebagai contoh, graf G1 pada gambar 2.1, v_1 berhubungan dengan v_3 dan v_3 berhubungan dengan v_4, dan sisi e_1 menempel dengan titik v_1 dan v_2. Titik v_4 mempunyai derajat 3, v_1 memiliki derajat 3.

G merupakan sebuah graf. Jalan (*walk*) di G adalah barisan berhingga (tak kosong) $W = (v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, ..., e_k, v_k)$ yang suku-sukunya bergantian titik (vertex) dan sisi (edge), sedemikian hingga v_{i-1} dan v_i adalah akhir sisi e_1 untuk $1 \leq i \leq k$. *W* dikatakan sebagai jalan (*walk*) dari v_0 ke v_k atau (v_0, v_k). Titik v_0 dan v_k berturut-turut disebut titik awal dan titik akhir *W*. Sedangkan titik- titik $v_1, v_2, ..., v_(k-1)$ disebut titik-titik internal dari *W* dan *k* disebut panjang W. Panjang jalan *W* adalah banyaknya sisi dalam *W*. Jalan *W* dikatakan tertutup jika titik awal dan titik akhir *W* sama $(v_0 = v_k)$ (Hartsfield and Ringel, 1994).

Suatu graf disebut graf terhubung (*connected graph*), jika untuk setiap pasang titik v_i dan v_j di dalam himpunan *V* terdapat *path* dari v_i ke v_j. Jika tidak, maka

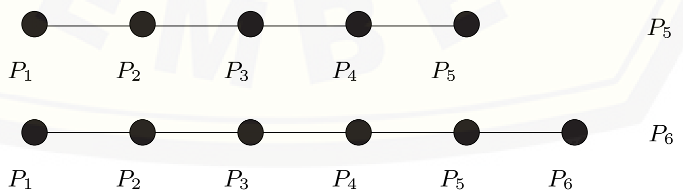
G disebut graf tak terhubung (*disconnected graph*). Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda, graf digolongkan mnjadi dua jenis, yaitu Graf sederhana (*simple graph*) yang merupakan graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda dan Graf tak sederhana (*unsimple graph*)merupakan graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Berdasarkan orientasi arah pada sisi, maka secara umum graf dibedakan atas dua jenis, yaitu graf tak berarah (*undirected graph*)dan Graf berarah (*directed graph*). Sebuah graf *G* juga mungkin mengandung loop yaitu sisi yang hanya terhubung dengan satu titik, dan struktur graf yang mengandung loop disebut *Pseudograph*. Gabungan saling lepas (*Disjoint*) salinan graf *G* sebanyak *m* komponen adalah dua graf atau lebih yang dinotasikan dengan mG.

2.2 Graf Khusus

Graf khusus adalah graf yang mempunyai keunikan dan karakteristik bentuk khusus. Keunikan graf khusus yaitu tidak isomorfis dengan graf lain. Isomorfis adalah jika dua graf memiliki bentuk yang berbeda tetapi kardinalitasnya sama. Sedangkan untuk karakteristik bentuknya akan tetap simetris meskipun diperluas sampai order *n*. Berikut beberapa contoh graf khusus :

a. Graf Lintasan (*Path*)

Graf lintasan adalah graf sederhana yang terdiri dari satu lintasan. Graf lintasan dengan n titik dinotasikan dengan P_n dengan $n \geq 2$(Damayanti, 2011). Contoh graf lintasan :

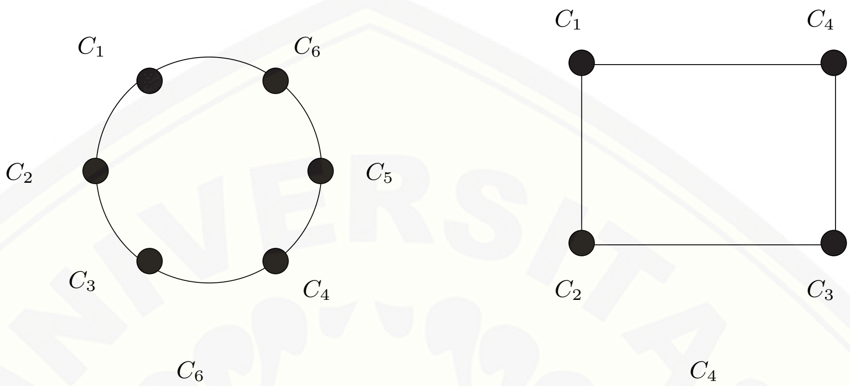


Gambar 2.2 Graf Lintasan P_5 dan P_6

b. Graf Lingkaran(*Cycle Graph*)

Graf lingkaran adalag graf sederhana yang disetiap titiknya mempunyai derajat 2. Graf lingkaran dengan n titik dilambangkan dengan C_n (Harary, 2007).

Contoh graf Lingkaran :



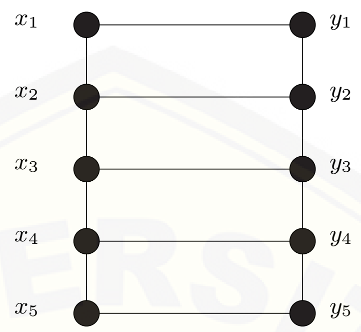
Gambar 2.3 Graf Cycle C_6 dan C_4

c. Graf Tangga (*Ladder Graph*)

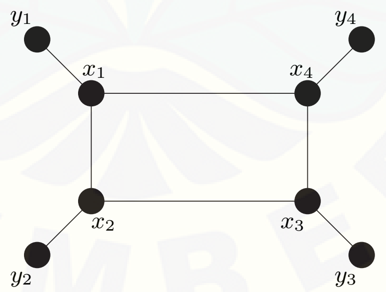
Graf *Tangga* atau *Ladder Graph* adalah graf sederhana tak berarah dengan simpul $2m$ dan $m+2(m-1)$ busur. Graf Tangga didefinisikan sebagai produk kartesian dari K_2 dan P_m. Ketika dibentuk kelihatan seperti tangga dengan m anak tangga. Graf tangga dinotasikan dengan L_m dimana $V(L_m) = \{x_i, y_i; 1 \leq i \leq m\}$ dan $E(L_m) = \{x_i\ y_i; 1 \leq i \leq m\} \cup \{x_i\ x_{i+1}; 1 \leq i \leq m-1\} \cup \{y_i\ y_{i+1}; 1 \leq i \leq m-1\}$ (Sanjaya, 2011).

d. Graf Matahari (*Sun Graph*)

Graf Matahari (Sun Graph) dinotasikan dengan S_n adalah graf yang memiliki himpunan titik $V(S_n) = \{u_i\}, \{v_i\}$, himpunan sisi $E(S_n) = \{u_i, v_i, 1 \leq i \leq n\}$ $\cup$ $\{v_i, v_{i+1}, 1 \leq i \leq n\}$ dengan banyaknya titik $|V| = p = 2n$ dan banyaknya sisi $|E| = e = 2n$. Graf matahari dengan simpul $n \geq 3$. Titik bandul berderajat satu (Tantri, 2014).



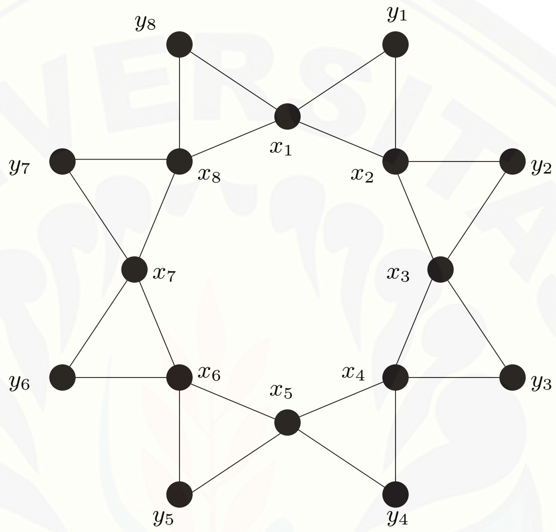
Gambar 2.4 Graf *Ladder* L_5



Gambar 2.5 Graf Matahari S_4

e. Graf Bunga Matahari (*Sun Flower Graph*)

Graf Bunga Matahari dinotasikan dengan SF_n adalah graf yang dibentuk dari graf *cycle* C_n dan n buah titik y_i dengan $i = 1, 2, 3, ..., n$ sedemikian hingga jika x_i adalah titik ke-i dari C_n maka y_i ***adjacent*** dengan x_i dan x_{i+1} untuk setiap $i = 1, 2, 3, ..., n$. Dengan demikian graf bunga matahari mempunya $2n$ titik dan $3n$ sisi. Contoh graf bunga matahari dapat dilihat pada Gambar 2.6.

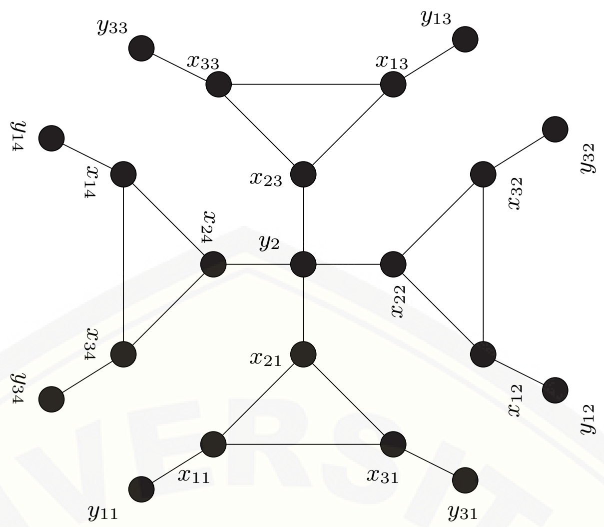


Gambar 2.6 Graf Bunga Matahari SF_8

2.3 Operasi Graf

Operasi graf merupakan operasi terhadap dua buah graf atau lebih sehingga menghasilkan graf baru. Salah satu dari banyaknya operasi graf adalah *Amalgamasi*.Berikut definisi dan contoh operasi Amalgamasi.

Definisi 2.1. *Amalgamasi dinotasikan dengan* $Amal(H_i, v_{0i})$. *Misalkan* H_i *adalah suatu keluarga graf berhingga dan setiap* H_1 *mempunyai suatu titik* v_{0i} *yang disebut titik terminal (Ardiyansah, 2013).* Contoh operasi Amalgamasi dapat dilihat pada Gambar 2.7



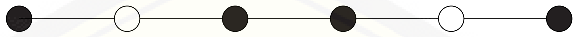
Gambar 2.7 Graf Hasil Operasi Amalgamasi dari S_3

2.4 Dominasi dan Total Dominasi

Konsep dominasi dalam graf dimulai pada tahun 1850-an dengan permainan catur. Tujuan dari masalah ini adalah untuk menggunakan buah catur tertentu untuk mendominasi kotak yang ada pada papan catur. Mengetahui bahwa ratu bisa bergerak secara horizontal, vertikal, atau diagonal, de Jaenis, pada tahun 1862, dianggap dapat memecahkan masalah tersebut dengan menemukan jumlah minimum ratu yang dapat ditempatkan pada papan catur, sehingga setiap persegi baik ditempati oleh ratu atau dapat ditempati ratu dapat dilakukan dalam satu langkah tunggal. Ternyata minimum jumlah ratu dibutuhkan adalah lima, dan hal ini dikenal sebagai Five Queens (Haynes dkk (1998)dan L. Lesniak, G.Chartrand(1996)).

Hubungan antara masalah Five Queeens dan dominasi dapat dilihat jika kita membiarkan setiap sudut dari graf mewakili persegi dari 64 kotak pada papan catur. Kemudian, 2 titik yang berdekatan di G jika setiap persegi yang berhubungan dapat dicapai oleh ratu di kotak lain dengan satu kali gerakan. Graf ini disebut sebagai graf Ratu. Oleh karena itu, jumlah minimum ratu yang mendominasi seluruh papan catur membentuk dominasi dalam G (Lesniak, G.Chartrand, 1996).

Menurut Howard (2004), Satu set D dari graf $G = (V, E)$ adalah *dominating set* dari G jika setiap titik pada $V - S$ bertetangga dengan beberapa titik di D. *Domination Number* $\gamma(G)$ adalah minimum kardinalitas dari *dominating set* graf *G*. Perhatikan contoh dari graf P_6 pada Gambar 2.8.



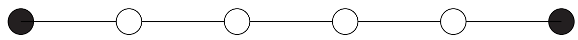
P_6

Gambar 2.8 Dominasi pada Graf Path (P_6)

Berdasarkan gambar diatas, dikatakan bahwa D adalah 2 titik yang berwarna putih, kemudian masing - masing titik yang tersisa saling berdekatan dengan titik yang termasuk pada D. Maka dari itu, $\gamma(P_6) \leq 2$. Karena tidak ada satu titik yang dapat mendominasi semua titik yang tersisa, maka $\gamma(P_6) \geq 2$. Oleh karena itu diperoleh $\gamma(P_6) = 2$.

Dalam susunan satu set titik, D menjadi dominasi, setiap titik yang tidak terdapat pada set harus saling bertetangga dengan salah satu titik pada set. Jika kita memperkuat kondisi tersebut dan mengharuskan setiap titik dari graf *G* menjadi bertetangga dengan beberapa titik di D, kemudian kita memiliki suatu *total dominating set* dari graf *G*. Suatu D dari titik - titik pada suatu graf $G = (V, E)$ adalah *total dominating set* dari *G* jika setiap titik di *V* bertetangga dengan beberapa titik di D. Kardinalitas minimum dari *total dominating set* graf *G* adalah *total dominating number* $\gamma_t(G)$. Catat bahwa $\gamma_t(G)$ didefinisikan hanya untuk graf tanpa titik yang terisolasi. Setiap *total dominating set* adalah *dominating set*, sehingga $\gamma(G) \leq \gamma_t(G)$ untuk semua graf *G* dengan tidak ada titik yang terisolasi.

Perhatikan kembali Gambar 2.8. Titik berwarna putih merupakan *dominating set D* dari P_6, akan tetapi 2 titik tersebut tidak saling berhubungan. Maka, *total dominating set D'* dari P_6 adalag seperti Gambar 2.9.



P_6

Gambar 2.9 Total Dominasi pada Graf Path (P_6)

Dengan membiarkan *D'* mewakili titik yang berwarna putih, dapat dilihat bahwa setaip titik dari P_6 sekarang bertetangga dengan titik pada *D'*. Oleh karena itu, $\gamma_t(P_6) \leq 4$. Karena tidak ada 3 titik yang dapat mendominasi P_6, $\gamma_t(P_6) \geq 4$. Maka dari itu dapat disimpulkan bahwa $\gamma_t(G) = 4$. Secara umum, *Total Domination Number* untuk suatu jalur adalah $\gamma_t(P_n) = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + \lfloor \frac{n}{4} \rfloor - \lfloor \frac{n}{4} \rfloor$. Secara singkat, titik - titik yang yang dapat mencover semua titik pada suatu graf dapat dikatakan *dominating set* dari graf tersebut. Akan tetapi,jika titik yang mengcover tidak saling bertetangga (mengocer satu sama lain) tidak bisa disebut *total dominating set* dari graf tersebut. Karena syarat dari *total dominating set* adalah titik - titik dominatornya haruslah saling mengcover(bertetangga).

2.5 Locating Dominating

Himpunan dominasi lokasi atau biasa disebut *Locating dominating set* merupakan *dominating set* dengan tambahan syarat.

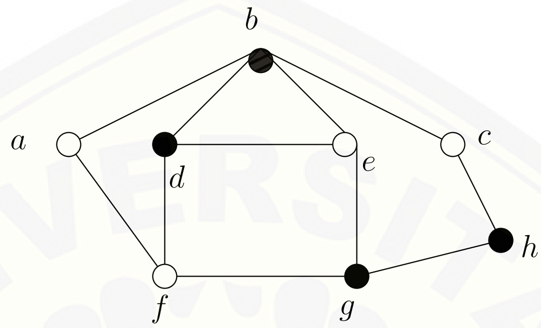
Definisi 2.2. *Diberikan sebuah graf terhubung* $G = (V, E)$*,* $D \subseteq V$ *merupakan dominating set dari titik G sedemikian hingga untuk semua titik* $v \in V$ *salah satu dari:* $v \in D$ *atau sebuah tetangga u dari v ada di D dimana* $u \in D$ *(Haynes et al., 1998).*

Suatu graf $G = (V, E)$ dikatakan himpunan dominasi lokasi jika himpunan titik dominator D memenuhi syarat setiap titik yang berbeda diluar D yaitu $V - D$ memiliki irisan yang berbeda dengan D (Honkala, 2002). Misal V himpunan titik dan E himpunan sisi dari graf G sehingga $\{u, v \in V \backslash D\}$ maka berlaku :

a. $N(u) \cap D \neq \emptyset$ dan $N(v) \cap D \neq \emptyset$.

b. $u \neq v$ maka $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$.

Menurut Foucaud (2015)*Locating dominating number* merupakan kardinalitas minimum dari himpunan dominasi lokasi yang disimbolkan denga $\gamma_L(G)$. .



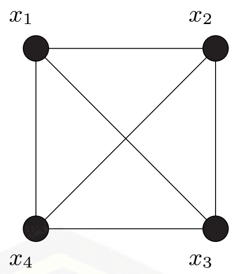
Gambar 2.10 Himpunan Dominasi Lokasi Pada Graf G

Berikut contoh untuk himpunan dominasi lokasi dapat dilihat pada gambar 2.10 dimana titik yang berwarna hitam merupakan titik himpunan dominasi lokasinya. Pada contoh gambar 2.10 diperoleh himpunan titik $V = \{a, b, c, d, e, f, g,$ $h\}$ dan diperoleh titik dominator $D = \{b, d, g, h\}$, $V - D = \{a, c, e, f\}$ sehingga menurut syarat himpunan dominasi lokasi diperoleh :

$$\{N(a) \cap D = \{b\}, N(c) \cap D = \{b, h\}, N(e) \cap D = \{d, g\}, N(f) \cap D = \{g\}\}.$$

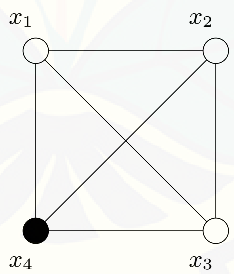
Berdasarkan hasil diatas maka kedua syarat himpunan dominasi lokasi terpenuhi sehingga *locating domination number* $\gamma_L(G) = 4$.

Perlu diperhatikan bahwa *locating dominating number* diterapkan untuk setiap graf terhubung G karena V merupakan sebuah himpunan. Menurut Howard (2004)Konsep ini dipelajari di Colbourn dkk(1987), A. Finhow dkk (1988), D.F. Rall dkk (1984), Slater (1987), Slater(1988), Slater(1995). Untuk mengilustrasikan, misalkan $G = K_4$, suatu graf kompleks yang mempunya 4 titik seperti pada Gambar 2.11.



Gambar 2.11 Complete Graph (K_4)

Dapat dilihat bahwa untuk mengcover atau mendominasi graf ini hanya dibutuhkan satu titik, misalkan titik x_1, karena semua sisi terdapat antara setiap pasangan titik. Oleh karena itu, $\gamma(K_4) = 1$. Namun, *dominating set* $D = a$ tidak bisa menjadi *locating dominating set* karena titim- titik yang tersisa (x_2, x_3, x_4) semuanya bertetangga dan terhubung ke *a*, dan oleh sebab itu $N(x_2) \cap D = a, N(x_3) \cap D = a, N(x_4) \cap D = a$. Faktanya, setiap *locating dominating set* dari complate graph harus memuat semua titik kecuali satu. Contohnya $D' = x_1, x_2, x_3$ adalah *locating dominating set* dari K_4 seperti yang dilihat pada Gambar 2.12.



Gambar 2.12 *Locating Dominating Set* pada Complete Graph (K_4)

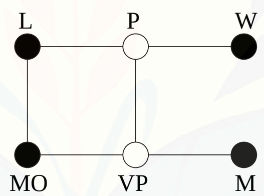
Karena $\gamma_L(K_4) \leq 3$ akan tetapi dapat dilihat karena K_4 adalah graf kompleks beberapa titik harus termasuk *locating dominating set* kecuali satu, sehingga $\gamma_L(K_4) \geq 3$. Oleh karena itu, $\gamma_L(K_4) = 3$. Pada umumnya, untuk semua graf kompleks K_n,

$\gamma_L(K_n) = n - 1$.

2.6 Locating Total Dominating

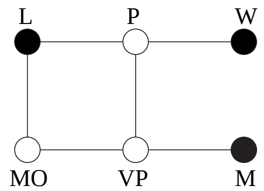
Definisi 2.3. Locating Total Dominating Set *(LTDS)* D *pada suatu graf adalah* total dominating set D *dari* G *sehingga untuk setiap dua titik* u *dan* v *dalam* V-D, $N(u) \cap D \neq N(v) \cap D$ *(Howard,2004).*

Locating Total Dominating Number yang dilambangkan dengan $\gamma_{LT}(G)$ adalah kardinalitas minimum dari *Locating Total Dominating Set* dari graf *G*. Suatu kardinalitas dari *locating total dominating set* $\gamma_{LT}(G)$ dapat disebut $\gamma_{LT}(G) - set$. Harus diingat bahwa *locating total dominating number* didefinisikan untuk setiap graph *G* tanpa ada titik yang terisolasi, karena *V* adalah suatu himpunan. Untuk mengilustrasikan misal diketahui suatu graf seperti Gambar 2.13.



Gambar 2.13 *Total Dominating Set* pada graf G (Howard,2004)

Himpunan $D = P, VP$ adalah *total dominating set* graf *G*. Untuk menentukan jika himpunan ini adalah suatu *Locating Total Dominating Set*, kita harus meninjau titik pada $V - D$ yaitu L, MO, W, M. Dapat dilihat bahwa $N(W) \cap D = P$ dan $N(L) \cap D = P$. Karena hasil irisan keduanya sama maka terjadi suatu ”masalah” karena hal ini tidak sesuai dengan syarat suatu *locating set*. Misalkan himpunan *D* diubah menjadi $D = P, VP, MO$ seperti pada Gambar 2.14.



Gambar 2.14 *Total Dominating Set* pada graf G (Howard,2004)

Untuk titik yang ada pada $V - S$ diperoleh :

$$N(L) \cap D = P, MO$$
$$N(W) \cap D = P$$
$$N(M) \cap D = VP$$

Karena semua himpunan sudah terbeda, maka dapat disimpulkan bahwa *D* adalah *locating total dominating set* dari graf *G* dan $\gamma_{TL}(G) \leq 3$. Karena titik *W* dan *M* mempunyai derajat satu, maka harus disimpulkan titik *P* dan *VP* termasuk *locating total dominating set*. Seperti yang ditunjukkan diatas, himpunan titik - titik yang memenuhi syarat bukan dari *locating total dominating set* dari graf *G* dan karena itu kita mempunyai $\gamma_{LT}(G) \geq 3$. Karenanya, ini memenuhi bahwa $\gamma_{LT}(G) = 3$ dan $D = P, VP, MO$ adalaf $\gamma_{LT}(G) - set$.

Tabel 2.1 *Locating Total Domination Number* Pada Sebarang Graf Khusus

$Graph$	$\gamma(G)$	Keterangan
$P_n, untukn \geq 2$	$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + \lfloor \frac{n}{4} \rfloor - \lfloor \frac{n}{4} \rfloor$	Howard
Jika T adalah tree dengan order $n \geq 2$	$\gamma_{Lt} \geq \frac{2(n+1)}{5}$	Haynes
Jika G graf order $n \geq 3, \Delta \geq 2$, ,no isolated vertex	$\gamma_{Lt} \geq \frac{2n}{(\Delta+2)}$	J.McCoy
$P_2 \square P_n$	$4\lfloor \frac{n}{5} \rfloor + r$ jika $r \neq 1$ $4\lfloor \frac{n}{5} \rfloor + 2$ jika $r = 1$	Henning
Jika G graf terhubung dengan order $n \geq 2$	a dan $n \leq 2^a + a - 1$	Henning
TCL_n	$\gamma_t(TCL_n) = 2n - 1$	Wardani
M_{2n}	$\gamma_t(M_{2n}) = 2n + 1$	Wardani
Sw_n	$\gamma_t(Sw_n) = n$	Wardani
U_{mn}	$\gamma_t(U_{mn}) = 3$	Wardani
B_{mn}	$\gamma_t(B_{mn}) = 2n$	Wardani
H_n dengan $n \geq 3$	$\gamma_L(H_n) = n$	Desvandai
$Amal(H_n, v, m)$	$\gamma_L(Amal(H_n, v, m)) = nxm$	Desvandai
$Shack(H_n, v, m)$ dengan $n \geq 3$	$\gamma_L(Shack(H_n, v, m)) = nxm$	Desvandai
$W_n^{F_{1,2}}$ untuk $n \geq 3$	$\gamma_L(W_n^{F_{1,2}}) = n$	Desvandai
PC_n untuk $n \geq 4$	$\gamma_L(PC_n) = \lceil \frac{4n}{5} \rceil$	Desvandai

BAB 3. METODE PENELITIAN

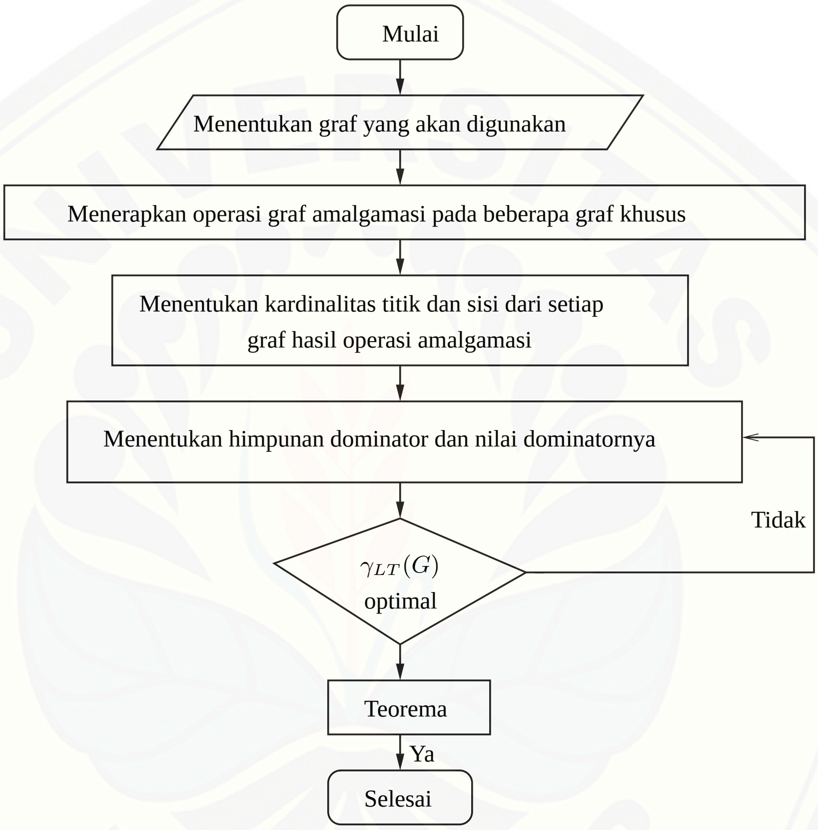
3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini dikategorikan ke dalam penelitian eksploratif. Penelitian eksploratif adalah jenis penelitian yang bertujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya. Data dalam penelitian ini menggunakan data sekunder berupa graf - graf khusus dan beberapa graf hasil operasi amalgamasi.

3.2 Rancangan Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode deduktif aksiomatik dalam menyelesaikan permasalahan. Metode deduktif aksiomatik merupakan metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah. Rancangan penelitian untuk himpunan total dominasi lokasi pada graf khusus dan operasinya digambarkan dalam bagan yang diilustrasikan oleh Gambar 3.1. Uraian dari rancangan penelitian ini sebagai berikut:

a. menentukan objek penelitian berupa graf-graf khusus dan graf operasi amalgamasi;
b. menentukan banyak titik dan banyak sisi pada hasil graf operasi amalgamasi;
c. menentukan himpunan total dominasi lokasi pada graf khusus dan graf operasi amalgamasi;
d. menganalisa graf-graf khusus dan graf operasi amalgamasi dengan teori himpunan total dominasi lokasi, sehingga dihasilkan teorema dan akibat tentang nilai himpunan dominasi lokasi ($\gamma_{LT}(G)$) dari hasil graf khusus dan operasi amalgamasi;
e. Menganalisa keoptimalan dari nilai himpunan dominasi lokasi.



Gambar 3.1 Rancangan Penelitian

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

a. Kardinalitas titik dan himpunan sisi pada beberapa graf hasil operasi amalgamasi dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. $|V(amal(S_n, v, m))| = 2mn - m + 1$ dan $E(amal(S_n, v, m)) = \{y_2\ x_{2,j}; 1 \leq j \leq m\} \cup \{x_{ij}\ x_{i+1,j}; 1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq m\} \cup \{x_{1,j}\ x_{n,j}; 1 \leq j \leq m\} \cup \{x_{i,j}\ y_{i,j}; 1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq m\}$.
2. $|V(amal(W_4, e, m))| = 2m + 1$ dan $E(amal(W_4, v, m)) = \{x_1\ x_2\} \cup \{x_1\ x_{i+2}; 1 \leq i \leq 2m\} \cup \{x_2\ x_{i+2}; 1 \leq i \leq 2m\} \cup \{x_{2i+1}\ x_{2i+2}; 1 \leq i \leq m\}$.
3. $|V(amal(Sf_n, v, m))| = 2nm - m + 1$ dan $E(amal(Sf_n, v, m)) = \{y_3\ x_{4,j}\} \cup \{y_3\ x_{3,j} \cup \{x_{1,j}\ x_{n,j} \cup \{y_{n,j}\ x_{1,j}; 1 \leq j \leq m\} \cup \{x_{i,j}\ x_{i+1,j} \cup y_{i,j}\ x_{i,j}; 1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq m\} \cup \{y_{i,j}\ x_{i+1,j}; 1 \leq i \leq n-2, 1 \leq j \leq m\}$.
4. $|V(amal(Wb_n, v, m))| = 3nm - m + 1$ dan $E(amal(Wb_n, v, m)) = \{z_1\ y_{1,j}; 1 \leq j \leq m\} \cup \{y_{i,j}\ x_{i,j} \cup y_{i,j}\ z_{i,j} \cup y_{i,j}\ y_{i+1,j} \cup x_{i,j}\ x_{i+1,j}; 1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq m\} \cup \{x_{n,j}\ x_{1,j} \cup y_{n,j}\ x_{1,j}; 1 \leq j \leq m\}$ dengan $n = ganjil$.
5. $|V(amal(Dl_n, v, m))| = 4nm - m + 1$ dan $E(amal(Dl_n, v, m)) = \{y_1\ z_{1,j} \cup y_1\ x_{1,j}; 1 \leq j \leq m\} \cup \{x_{i,j}\ z_{i,j} \cup x_{i,j}\ y_{2i,j} \cup y_{2i,j}\ z_{i,j}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\} \cup \{xi,j\ y_{2i-1,j} \cup y2i-1,j\ z_{i,j} \cup y_{2i,j}\ y_{2i+1,j} \cup x_{i,j}\ x_{i+1,j} \cup z_{i,j}\ z_{i+1,j}; 1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq m\}$.

b. Himpunan total dominasi lokasi pada beberapa graf khusus dan beberapa graf hasil operasi amalgamasi dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Himpunan total dominasi lokasi Graf *Matahari* S_n untuk $n \geq 3$ adalah $D = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$.

2. Himpunan total dominasi lokasi Graf *Ladder (Tangga)* L_n untuk $m \geq 2$ adalah $D = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$.
3. Himpunan total dominasi lokasi Graf *Tangga Tiga Siklus* Tcl_n untuk $n \geq 2$ adalah $D = \{x_i; 1 \leq i \leq n+1\}$.
4. Himpunan total dominasi lokasi Graf *Sun Flower* Sf_n untuk $n \geq 4$ adalah $D = \{x_i; 1 \leq i \leq n-1\}$.
5. Himpunan total dominasi lokasi Graf *Tangga Permata* Dl_n *untuk* $n \geq 2$ *adalah* $D = \{x_i, y_{2i-1}; 1 \leq i \leq n\}$.
6. Himpunan total dominasi lokasi amalgamasi Graf *Matahari* $amal(S_n, v, m)$, untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$ adalah $D = \{x_{i,j}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m-1\} \cup \{x_{i,m}, 1 \leq i \leq n-1\}$.
7. Himpunan total dominasi lokasi amalgamasi Graf *Wheel* $amal(W_4, e, m)$, untuk $m \geq 2$ adalah $D = \{x_{2i}; 1 \leq i \leq m\}$.
8. Himpunan total dominasi lokasi amalgamasi Graf *Sun Flower* $amal(Sf_n, v, m)$, untuk $n \geq 4$ dan $m \geq 2$ adalah $D = \{x_{i,j}; 1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq m\}$.
9. Himpunan total dominasi lokasi amalgamasi Graf *Web* $amal(Wb_n, v, m)$, untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$ adalah $D = \{x_{2i-1,j}; 1 \leq i \leq \frac{n-1}{2}, 1 \leq j \leq m\} \cup \{y_{i,j}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$.
10. Himpunan total dominasi lokasi amalgamasi Graf *Tangga Permata* $amal(Dl_n, v, m)$, untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$ adalah $D = \{x_{i,j} \cup y_{2i,j}; 2 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\} \cup \{y_1\} \cup \{z_{1,j}; 1 \leq j \leq m\}$.

c. Nilai himpunan total dominasi lokasi pada beberapa graf khusus dan graf hasil operasi amalgamasi dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. γ_{LT} (S_n)=n, untuk $n \geq 3$.
2. γ_{LT} (L_n)=n, untuk $n \geq 2$.

3. γ_{LT} (Tcl_n)=$n+1$, untuk $n \geq 2$.
4. γ_{LT} (Sf_n)=$n-1$, untuk $n \geq 4$.
5. γ_{LT} (Dl_n)=$2n$, untuk $n \geq 2$.
6. γ_{LT} $(amal(S_n, v, m)) = nm - 1$, untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$.
7. γ_{LT} $(Amal(W_4, e, m)) = m + 1$, untuk $m \geq 2$.
8. γ_{LT} $(Amal(Sf_n, v, m)) = nm - m$, untuk $n \geq 4$ dan $m \geq 2$.
9. γ_{LT} $(Amal(Wb_n, v, m)$ dengan $n = ganjil) = \frac{n-1}{2}(m)+nm$, untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 2$.
10. γ_{LT} $(amal(Dl_n, v, m)) = 2nm - m + 1$, untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian berkaitan himpunan total dominasi lokasi pada beberapa graf khusus dan beberapa graf operasi amalgamasi maka peneliti memberikan saran kepada pembaca untuk meneliti himpunan total dominasi lokasi pada graf khusus lainnya dan operasi graf yang lainnya seperti operasi *cartesian product*, tensor, shackel, dan lain sebagainya. Selain itu penerapan aplikasi pada himpunan total dominasi lokasi bisa dijadikan bahan untuk penelitian selanjutnya.

DAFTAR PUSTAKA

A. Finhow and B. L. Hartnell. 1998. Locating dominating sets and well-covered graph. *Congr. Numer.* ***65***, 191-200.

Agustin, I. H. 2014. *Penerapan Teori Dominating Set dalam Instalasi Client Hub untuk Jaringan Intranet di Universitas Jember*. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

Agustin, I. H. dan Dafik. 2014. *On The Domination Number of Some Families of Special Graphs*. Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Jember. **1**(1), 139 - 143.

Alfarisi,R., Dafik., Fatahillah,A. 2014. *Analisa Himpunan Dominasi pada Graf - Graf Khusus*. Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika Universitas Jember. **1**(1).

Ardiyansah, R. 2013. Bilangan Kromatik Graf Hasil Amalgamasi Dua Buah Graf: *Jurnal Sains dan Seni Pomits*, **2**(1), 2337 - 3520.

Canoy, S.R., Jr., Malacas, G.A. 2014. ”Locating-Dominating Sets in Graphs”. *Journal of Applied Mathematical Sciences*, **8** (88): 4381-4388.

C.J. Colbourn, P.J. Slater, and L.K. Stewart. 1987. ”Locating-Dominating Sets in Series Parallel Networks”. *Congr. Numer.* ***56***, 135 - 162.

Damayanti,R.T. 2011. ”Automorfisme Graf Bintang dan Graf Lintasan”. *ejournal.unega.ac.id/article/6101/29/article.pdf*, **2**(1),35-40.

Desvandai,R.B. 2016. *Analisa Himpunan Total Dominasi Lokasi pada Model Topologi Graf Khusus dan Operasinya*. Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, 11-14.

D.F. Rall and P.J. Slater. 1984. ”Location - domination numbers for certain classes of graph”. *Congr. Numer.* ***45***, 97 - 106.

Douglas.W.B . 1996. *”Introduction to Graph Theory”*. New Jersey : Prentice - Hall.

Foucaud,F. 2015. ”Decision and Approximation Complexity for Identifying Codes and Locating-Dominating Sets in Restricted Graph Classes”. *Journal of Discrete Algorithms*, **31**: 48-68.

Harary, F. 2007. ”Graph Theory”. *Addison : Wesley.*

Hartsfield, N. and Ringel, G. 1994. *Pearls in Graph Theory*. *London : Accademic Press Limited.*

Haynes.T.W., S.T.Hedetniemi and P.J. Slater. 1998. *eds. Fundamental of Domination in graphs : Advanced Topics*, *Marcel Dekker, Inc*. New York.

Henning.M.A. and Nader.J.R . 2012. Locating - total domination in graph. *Discreate Applied Mathematics 160*.

Honkala,I., Laihonen,T., Ranto,S. 2002. ”On strongly identifying codes”. *Discrete Math*, **254** (13): 191205.

Howard.J.M. 2004. Locating and Total Dominating Sets in Trees. *Electronic Theses and Desertations, Paper 872, School of Graduate Studies*.

Lesniak.L and G.Chartrand. 1996. *Graphs and Disgraphs*3rd ed. *Chapman and Hall, New York*.

Sanjaya.D., Peter.J., Muhammad.H. 2011. Pelabelan Jumlah Ekslusif pada Graf Tangga. *Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA, Fakultas MIPA, Universitas Negeri Yogyakarta.*

Slamin. 2009. *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf*. Jember : Universitas Jember.

Slater, P. J. 1987. Domination and Location in acyclic graphs. *Networks* 17, 55 - 64.

Slater, P. J. 1995. Locating dominating sets and locating-dominating sets, in: Y. Alavi, A. Schwenk (Eds.). *Graph Theory, Combinatorics, and Applications, Proceedings of Seventh Quad. International Conference on the Theory and Applications of Graphs, Wiley, New York.*

Slater, P. J. 2002. ”Fault-Tolerant Locating-Dominating Sets”. *Discrete Mathematics*, **249**: 179-189.

Tanti,W., Slamin, Dafik. 2014.*Nilai Ketidakteraturan Jarak dari Famili Graf Roda dan Graf Matahari*. *Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember*.

Wardani, D. A. R., Agustin, I. H., Dafik. 2014. Bilangan Dominasi dari Graf-graf Khusus: *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. Jurnal: UAD Yogyakarta*, **1** 78 - 82.