PENDUGAAN PARAMETER *LEAST MEDIAN SQUARE*(LMS) PADA DATA MENGANDUNG *VERTICAL OUTLIER*

SKRIPSI

Oleh
Solehatul Ummah
NIM 121810101030

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2016

PENDUGAAN PARAMETER *LEAST MEDIAN SQUARE* (LMS) PADA DATA MENGANDUNG *VERTICAL OUTLIER*

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh
Solehatul Ummah
NIM 121810101030

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2016

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Allah SWT yang telah memberikan kehidupan, pertolongan, dan kasih sayang-Nya;
2. Ayahanda H. Ir. M. Solehuddin dan Ibunda Hj. Ny. Rodiah Ar, A.Md tercinta, yang telah sabar mendidik, memberi doa, memberi kasih sayang dan motivasi yang luar biasa;
3. saudara-saudariku Ainur Rohmah, M. Ihsan Abdullah, dan M. Kahfi Ahsan Ramadhan yang telah memberikan doa dan dukungan;
4. para dosen dan guru sejak taman kanak-kanak hingga perguruan tinggi yang telah membimbing dan membagi ilmu dengan sabar dan tulus;
5. Almamater Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember, MA Amanatul Ummah Surabaya, MTs Amanatul Ummah Surabaya, SD Laboratorium UNESA Surabaya, SD Islam Al-Fitriyah Medan, dan TK Islam Al-Fitriyah Medan yang telah menjadi sarana menuntut ilmu.

MOTTO

"Sesungguhnya orang-orang yang selalu membaca Kitab Allah (Al-Qur'an) dan melaksanakan salat dan menginfakkan sebagian rezeki yang Kami anugerahkan kepadanya dengan diam-diam dan terang-terangan, mereka itu mengharapkan perdagangan yang tidak rugi."

(*Terjemahan Q.S Faatir: 29*)*)

If we try, we might be able to achieve what is expected. But, if we do not try, then we certainly cannot be guaranteed to achieve what is expected. **)

*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2002. Al-Qur'an Al-Karim dan Terjemahannya. Semarang: PT Karya Toha Semarang.

**) Ust. Yazid al-Busthomi, Lc. 2013. Tahajjud untuk Kecerdasan Akademikmu. Yogyakarta: DIVA Press.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Solehatul Ummah

Nim : 121810101030

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul "Pendugaan Parameter *Least median Square* (LMS) pada data mengandung *Vertical Outlier*" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan dalam institusi manapun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juni 2016

Yang menyatakan,

Solehatul Ummah

NIM 121810101030

SKRIPSI

PENDUGAAN PARAMETER *LEAST MEDIAN SQUARE* (LMS)
PADA DATA MENGANDUNG *VERTICAL OUTLIER*

Oleh

Solehatul Ummah
NIM 121810101030

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si, M.Si
Dosen Pembimbing Anggota : Dian Anggraeni, S.Si, M.Si

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Pendugaan Parameter *Least median Square* (LMS) pada data mengandung *Vertical Outlier*” telah diuji dan disahkan pada :

Hari, tanggal :

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,	Sekretaris,
Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si NIP. 197407192000121001	Dian Anggraeni, S.Si., M.Si NIP. 198202162006042002
Anggota I,	Anggota II,
Dr. Mohamad Fatekurohman, S.Si., M.Si NIP. 196906061998031001	Prof. Drs. Kusno, DEA., PhD. NIP. 196101081986021001

Mengesahkan
Dekan,

Drs. Sujito, Ph.D
NIP.196102041987111001

RINGKASAN

Pendugaan Parameter *Least Median Square* (LMS) pada Data Mengandung *Vertical Outlier*; Solehatul Ummah, 121810101030; 2016: 35 Halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Dalam analisis regresi, menduga parameter regresi secara otomatis juga mengestimasi model regresi. Metode yang umum digunakan dalam menduga parameter regresi adalah *Ordinary Least Square* (OLS). Namun jika terjadi penyimpangan asumsi pada data, seperti adanya pencilan (*Outlier*) maka metode OLS ini tidak lagi efisien untuk digunakan.

Data Pencilan (*Outlier*) yaitu suatu data yang terletak jauh dari garis regresi. Adanya outlier dapat mengakibatkan estimasi parameter regresi menjadi bias dan tidak efisien sehingga model regresi yang diperoleh tidak cocok (*fit*) terhadap data yang dimodelkan. Ada dua jenis data pencilan yang dapat mempengaruhi model regresi. Diantaranya yaitu pencilan pada variabel bebas dan pecilan pada variabel respon. Pencilan yang disebabkan karena variabel respon(Y) disebut *Vertical Outlier*. Model linier yang mengandung *Vertical outlier* dapat diatasi dengan metode *robust*. Salah satunya yaitu Metode *Least Median Square* (LMS).

Penelitian dilakukan terhadap dua jenis data yaitu data tanpa pencilan dan data yang mengandung pencilan(*Vertical Outlier*) dengan 3 persentase pencilan yaitu 2%, 5%, dan 10%. Variasi ukuran sample untuk tiap jenis data adalah 20, 100, dan 180. Data tersebut merupakan data simulasi dengan cara membangkitkan data dengan parameter yang telah ditetapkan. Simulasi dilakukan menggunakan program R versi 3.1.2 dengan bantuan fungsi lm, lmsreg, sortlist, dan Boxplot. Setiap sampel data dianalisis menggunakan metode *Ordinary Least Square* dan metode *Least Median Square* untuk mendapatkan estimasi parameter dan model. Selain untuk mengetahui pengaruh estimasi parameter dari kedua metode, penelitian ini juga bertujuan untuk mengetahui metode mana yang lebih

baik untuk memodelkan data dengan membandingkan nilai *Mean Square Error*(MSE) model.

Hasil analisis menunjukkan bahwa pada **data tanpa pencilan**, metode OLS adalah model regresi yang lebih baik memodelkan data. Hal tersebut dapat dilihat dari nilai MSE pada model regresi OLS lebih kecil daripada nilai MSE pada model regresi LMS. Sedangkan pada **data pencilan(*Vertical Outlier*)** dengan tiga persentase pencilan yang telah ditetapkan sebelumnya, dapat dilihat bahwa mayoritas nilai-nilai MSE pada model regresi LMS lah yang lebih kecil dibanding dengan nilai MSE pada model regresi OLS, kecuali pada data n = 20 dengan 2% pencilan yang mana nilai MSE OLSnya lebih dikecil dibanding dengan nilai MSE LMS (0,6409571 < 0,831119). Hal ini dikarenakan pada data n = 20 dengan 2% pencilan sama artinya dengan data n = 20 tanpa pencilan. Sehingga nilai MSE OLS dan nilai MSE LMS dari n = 20 dengan 2% pencilan sama dengan nilai MSE OLS dan nilai MSE LMS dari n=20 tanpa pencilan. Meskipun begitu karena pada ukuran data pencilan yang lain mayoritas nilai MSE LMSnya yang lebih kecil dibanding dengan nilai MSE OLS, maka dalam hal ini, metode LMS yang paling baik memodelkan data. Karena metode LMS lebih baik dalam mengatasi data pencilan maka metode LMS dapat dikatakan *robust* terhadap pencilan.

PRAKATA

Alhamdulillah, puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayahNya sehingga skripsi yang berjudul "Pendugaan Parameter *Least Median Square* (LMS) pada Data Mengandung *Vertical Outlier*" ini dapat terselesaikan. Sholawat serta salam semoga tetap terlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW, keluarga, para sahabat, dan umat pengikutnya. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan strata 1 (S1) di Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung.oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Allah SWT atas segala pertolongan, kasih sayang, kedamaian hati dan fikiran serta nikmat yang tiada tara sampai detik ini;
2. Ayahanda H. Ir. M. Solehuddin dan Ibunda Hj. Ny. Rodiah, A.Md tercinta yang sabar mendidik, membimbing, memberi doa, kasih sayang, dan dukungan yang luar biasa yang selalu bisa saya rasakan setiap saat serta menjadi motivasi utama dalam hidup saya untuk berjuang sampai saat ini;
3. Ainur Rohmah, M. Ihsan Abdullah, dan M. Kahfi Ahsan Ramadhan yang selalu memberikan doa dan dukungan serta menjadi motivasi saya juga untuk terus berjuang sampai saat ini;
4. Bapak Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing Utama dan Ibu Dian Anggraeni, S.Si, M.Si selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan banyak waktu, pikiran, tenaga untuk membimbing saya dalam penulisan skripsi ini dengan sangat sabar, tulus dan penuh perhatian;
5. Bapak Dr. Mohamad Fatekurohman, S.Si., M.Si selaku Dosen Penguji I dan Bapak Prof. Drs. Kusno, DEA., PhD selaku Dosen Penguji II yang telah memberikan kritik dan saran yang sangat bermanfaat dan membangun untuk penyempurnaan skripsi ini;

6. Bapak Drs. Rusli Hidayat M.Sc selaku Dosen Pembimbing Akademik yang memberikan banyak masukan dan dukungan selama menjalani perkuliahan;
7. seluruh dosen dan karyawan Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.
8. teman-teman HIMAH JEMBER khususnya Indah, Jeni, Hanif, dan Arsyad yang selalu mendukung, membantu, memberi motivasi dan nasehat, serta berbagi saat suka dan duka;
9. Diana, Silvi, Firda, Tri, dan Anggrek yang selalu mengingatkan untuk saling memberi semangat, dukungan, bantuan, inspirasi serta rasa syukur yang selalu saya rasakan setiap berada dengan kalian;
10. Zulfi, Fifit yang sekaligus jadi partner terbaik satu bidang skripsi dan semua teman-teman se-angkatan BATHICS'12 serta kakak angkatan matematika tersayang, terimakasih atas bantuan, kekompakan, dan persahabatan yang diberikan selama ini;
11. keluarga besar UKM Seni TITIK FMIPA Universitas Jember yang sudah memberikan rasa kekeluargaan, kebersamaan, pembelajaran positif, dan pengalaman berharga yang tidak akan terlupakan;
12. teman-teman KKN 84 yang sudah memberikan rasa kebersamaan dan pegalaman-pengalaman baru kepada saya;
13. serta semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Semoga semua kebaikan yang telah diberikan akan dibalas oleh Allah Subhanallah Wa Ta'ala.

Penulis sangat mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari semua pihak demi penyempurnaan skripsi ini. Akhir kata, semoga skripsi ini dapat memberi manfaat bagi semua pihak.

Jember, Juni 2016 Solehatul Ummah

DAFTAR ISI

Halaman

DAFTAR TABEL

Halaman

DAFTAR GAMBAR

Halaman

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar belakang

Regresi linier banyak digunakan dalam berbagai bidang untuk melihat pengaruh suatu kondisi atau kejadian, misalkan pada pengaruh *Passing Grade* Universitas terhadap kuantitas minat calon mahasiswa. Dua hal tersebut mempunyai hubungan yang mungkin pengaruhnya besar atau sedikit atau bahkan tidak sama sekali berpengaruh. Hubungan dua kejadian tersebut didapatkan dengan analisis regresi linier.

Regresi linier merupakan metode statistika yang digunakan untuk membentuk model hubungan antara variabel respon (*dependent; Y*) dengan satu atau lebih variabel bebas (*independent*; *X*). Model regresi linier merupakan model yang sering digunakan dalam analisis statistika. Dalam analisis regresi, menduga parameter regresi secara otomatis juga mengestimasi model regresi. Metode yang umum digunakan dalam menduga parameter regresi adalah *Ordinary Least Square* (OLS).

OLS dikenal sebagai metode penduga terbaik dalam analisis regresi, namun metode ini sangat peka terhadap penyimpangan asumsi pada data. Asumsi tersebut antara lain kenormalan, kehomogenan ragam, dan tidak terjadi autokorelasi. Jika terjadi penyimpangan asumsi pada data, seperti adanya pencilan (*Outlier*) maka metode OLS ini tidak lagi efisien untuk digunakan. Karena menurut Srinadi (2014), penduga yang dihasilkan OLS bersifat tak bias dan efisien (*Best Linear Unibiased Estimator*/ BLUE) apabila terdapat pelanggaran asumsi, penduga yang diperoleh akan bersifat bias dan tidak efisien lagi, sehingga model regresi yang diperoleh tidak cocok terhadap data yang dimodelkan.

Data Pencilan (*Outlier*) yaitu suatu data yang terletak jauh dari garis regresi sehingga dalam konteks regresi, pencilan dapat menyebabkan garis regresi menjadi jauh dari mayoritas data. Padahal, model regresi yang baik yakni ditandai dengan data yang berada pada sekitar garis regresi. Semakin dekat garis regresi terhadap titik pengamatan asalnya, maka nilai kuadrat galatnya akan semakin kecil. Sehingga, semakin baik model regresi tersebut. Adanya outlier dapat mengakibatkan estimasi koefisien regresi menjadi bias dan tidak efisien sehingga model regresi yang diperoleh tidak cocok (*fit*) terhadap data yang dimodelkan. Dalam meningkatkan akurasi pada estimasi model regresi dari data yang mengandung pencilan diperlukan Analisis regresi *Robust*. Regresi *Robust* diperkenalkan oleh Andrews (1972) dan merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari *error* tidak normal atau adanya beberapa *outlier* yang berpengaruh pada model (Ryan, 1997). Metode ini merupakan alat penting untuk menganalisa data yang dipengaruhi oleh *outlier* sehingga dihasilkan model yang *robust* atau *resistance* terhadap *outlier*. Metode *robust* terdiri dari beberapa metode yang mengestimasi pencilan antara lain metode *M-Estimator, S-Estimator*, *Least Absolute Value* (LAV), *Least Trimmed Square* (LTS) dan *Least Median Square* (LMS). Metode-metode tersebut akan *robust* terhadap jenis-jenis pencilan yang ada.

Ada dua jenis data pencilan yang dapat mempengaruhi model regresi. Diantaranya yaitu pencilan pada variabel bebas dan pecilan pada variabel respon. Pencilan pada variabel bebas disebut dengan *leverage point*. Seperti pada penelitian Haditama (2011), penelitian tersebut menganalisis model regresi dengan data pencilan pada variabel bebas menggunakan metode LMS. Selain itu, penelitian Musafirah,dkk (2015) yang juga menganalisis model regresi dengan data pencilan pada variabel bebasnya dengan membandingkan Metode LTS dengan Metode S.

Menurut H Midi dan Mohammed (2015), pengamatan yang memencil di variabel X disebut *Leverage Point*. Pencilan ini dapat diklasifikasikan ke dalam 2 jenis *Leverag*e, yaitu *Good Leverage Point* dan *Bad Leverage Point*. *Good Leverage Point* merupakan suatu titik pencilan pada Variabel Bebas tetapi titik pencilan tersebut terletak dekat dengan garis linier. Sedangkan *Bad Leverage Point* merupakan suatu titik pencilan pada Variabel Bebas tetapi titik pencilannya terletak jauh dengan garis linier. Selain pengamatan yang terpencil terhadap variabel bebas(X), adapula pencilan yang disebabkan karena variabel respon(Y).

Pencilan yang seperti itu dinamakaan *Vertical Outlier*. *Vertical Outlier* merupakan suatu titik pencilan karena koordinat Y yang ekstrim. Model linier yang mengandung *Vertical outlier* juga dapat diatasi dengan metode *robust*. Salah satunya yaitu Metode *Least Median Square* (LMS).

Metode LMS (*Least Median Square*) yang diperkenalkan oleh Rousseeuw pada tahun 1984 adalah Metode yang menduga koefisien regresi dengan meminimumkan median dari kuadrat galatnya (min median $\{{e_i}^2\}$) (Haditama, 2011). Kelebihan dari LMS ialah mengurangi kesensitivan untuk mengestimasi model dibandingkan dengan OLS. Perbedaan antara keduanya teretak pada pemilihan kriteria kecocokan model. Pada metode OLS kriteria yang digunakan adalah meminimumkan kuadrat galat. Rata-rata sample sensitive terhadap nilai yang mempengaruhinya, tetapi untuk median tidak. Oleh karena itu, rata-rata diganti dengan median agar mengurangi terjadinya kesensitivan.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini bermaksud untuk menganalisis model regresi menggunakan metode *Least Median Square* (LMS) pada data yang memencil pada Variabel Respon (Y) dengan membangkitkan data simulasi dengan 3 persentase pencilan untuk setiap 3 ukuran data berbeda yang akan dibantu dengan program R.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dipecahkan dalam penelitian ini adalah

a. Bagaimana pengaruh *Vertical Outlier* terhadap pendugaan parameter model regresi?
b. Bagaimana estimasi dan inferensi model regresi pada metode *Least Median Square* untuk data yang mengandung *Vertical Outlier*?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah

a. Mengetahui informasi apa yang terjadi pada pengaruh *Vertical Outlier* terhadap pendugaan parameter regresi dengan metode *Ordinary Least Square*.
b. Mengestimasi/menduga model regresi pada data dengan *Vertical Outlier* menggunakan metode *Least Median Square*.
c. Membandingkan pengaruh *Vertical Outlier* pada metode *Ordinary Least Square* dan metode *Least Median Square*.

1.4 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dari penyusunan tugas akhir ini adalah dapat memberi pengetahuan metode regresi yang lebih baik digunakan untuk menyelesaikan data yang mengandung pencilan pada variabel respon (*Vertical Outlier*). Penelitian ini juga dapat digunakan sebagai refrensi tambahan tentang regresi robust khususnya *Least Median Square* (LMS).

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Model Regresi Linier

Model regresi merupakan metode yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara variabel. Hubungan tersebut dapat dituliskan kedalam bentuk persamaan yang menghubungkan variabel tak bebas (*Y*) dan variabel bebas (*X*).

Tedapat dua jenis regresi yang terkenal, yaitu regresi linier sederhana dan regresi linier berganda *(multiple linier regression model)* atau sering disebut dengan regresi klasik (Gujarati, 2003). Regresi linier klasik digunakan untuk menggambarkan hubungan antara peubah tak bebas (*Y*) dan peubah bebas (*X*).

Bentuk persamaan linier sederhana dapat dituliskan

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \qquad (2.1)$$

dengan $\varepsilon = error$

Sedangkan, Bentuk umum dari regresi linier berganda dengan p variabel bebas adalah (Kurtner *et.al*, 2004).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \ \dots \ + \ \beta_p X_{ip+1} + \varepsilon_i \qquad (2.2)$$

dengan:

Y_i adalah variabel tak bebas untuk pengamatan ke- i, untuk $i = 1,2, \dots, n$.

$\beta_i, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ adalah parameter yang menentukan koefisien dari variabel bebas.

$X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip+1}$ adalah variabel bebas.

ε_i adalah galat (*error*) untuk pengamatan ke-*i* yang diasumsikan berdistribusi normal yang saling bebas dan identik dengan rata-rata 0 (nol) dan variansi σ^2.

Persamaan (2.2) dapat dituliskan dalam bentuk matriks menjadi

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

dengan

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}, \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{2n} & \dots & X_{np} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} \text{ dan } \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \end{bmatrix}$$

dengan:

Y adalah vektor variabel tidak bebas (variabel terikat) berukuran $n \times 1$.

X adalah matriks variabel bebas (penduga) berukuran $n \times p$.

β adalah vector parameter (koefisien regresi) berukuran $p \times 1$.

ε adalah vector *error* berukuran $n \times 1$.

Menurut Gujarati (2003) asumsi-asumsi pada model regresi linier berganda adalah sebagai berikut:

a. Model regresinya adalah linier dalam parameter.
b. Nilai rata-rata dari *error* adalah nol. Asumsi $E(\varepsilon) = 0$ yang berarti bahwa nilai harapan atau rata-rata vektor yang setiap komponennya bernilai nol. ε adalah vektor kolom n × 1 dan 0 adalah vektor nol, sehingga E(ε) = 0 dapat ditulis

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E(\varepsilon_1) \\ E(\varepsilon_2) \\ \vdots \\ E(\varepsilon_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

c. Variansi dari *error* adalah konstan (homoskedastisitas). Yaitu bahwa setiap kesalahan penggunaan mempunyai varian yang sama $E({\varepsilon_i}^2) = \sigma^2$ untuk semua i.
d. Tidak terjadi autokorelasi pada *error*. Artinya kesalahan antara pengganggu yang satu dengan yang lainnya bebas, $kov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$.
e. Tidak terjadi multikolinieritas pada variabel bebas.
f. *Error* berdistribusi normal dengan varians konstan $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$.

2.2 Metode Kuadrat Terkecil (*Ordinary Least Square*)

Estimasi parameter bertujuan untuk mendapatkan model regresi yang akan digunakan dalam analisis regresi. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter model regresi linier sederhana maupun model regresi linier berganda adalah dengan metode kuadrat terkecil (MKT).

Metode kuadrat terkecil ini bertujuan meminimumkan jumlah kuadrat *error* (Kurtner, *et.al.*, 2004). Langkah-langkah yang dilakukan untuk mengestimasi dengan metode kuadrat terkecil adalah:

1. Meminimumkan kuadrat galat dengan mengubah model linier menjadi eksplisit terhadap galat

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i = Y_i - (\beta_0 + \beta_1 X_i) \qquad (2.3)$$

2. Mengkuadratkan kesalahan yang diperoleh dan menjumlahkannya untuk seluruh pasangan data. Diperoleh bentuk jumlah kuadrat kesalahan sebagai berikut

$$\sum_{i=1}^{n} {\varepsilon_i}^2 = \sum_{i=1}^{n} [Y_i - (\beta_0 + \beta_1 X_i)]^2 = \sum_{i=1}^{n} \left[Y_i - \sum_{j=0}^{1} \beta_j X_{ij} \right]^2$$

(2.4)

dimana $X_{i0} = 0$ dan $X_{i1} = X_i$

3. Menurunkan persamaan (2.4) terhadap parameter yang menjadi kepentingan. Estimasi dengan metode kuadrat terkecil diproses dengan mencari minimum $\sum_{i=1}^{n} {\varepsilon_i}^2$ terhadap β_0 dan β_1

$$\frac{\partial(\sum {\varepsilon_i}^2)}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) \qquad (2.5)$$

$$\frac{\partial(\sum {\varepsilon_i}^2)}{\partial \beta_1} = -2 \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) X_i \qquad (2.6)$$

4. Persamaan (2.5) dan (2.6) disamakan dengan nol sehingga diperoleh persamaan normal

$$\left. \begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0 \\ &\sum_{i=1}^{n} Y_i - n\beta_0 - \beta_1 \sum_{i=1}^{n} X_i = 0 \end{aligned} \right\} \qquad (2.7)$$

Persamaan normal di atas selanjutnya dapat disederhanakan menjadi

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i - n\beta_0 - \beta_1 \sum_{i=1}^{n} X_i = 0 \qquad (2.8a)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \beta_0 \sum_{i=1}^{n} X_i - \beta_1 \sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 = 0 \qquad (2.8b)$$

5. Dari persamaan normal (2.7a) di atas diperoleh

$$n\beta_0 = \sum_{i=1}^{n} Y_i - \beta_1 \sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Y_i - \beta_1 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i = \bar{Y} - \beta_1 \bar{X} \qquad (2.9)$$

Selanjutnya, Hasil persamaan (2.9) ini di substitusikan pada persamaan normal (2.8b) sehingga diperoleh:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i}{\sum_{i=1}^{n} {X_i}^2 - n(\bar{X})^2}$$

$$= \frac{\sum Y_i (X_i - \bar{X})}{\sum {X_i}^2 - n(\bar{X})^2}$$

dengan $\sum(X_i - \bar{X})^2 = \sum {X_i}^2 - \sum \bar{X}^2 = \sum {X_i}^2 - n(\bar{X})^2$, maka

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum Y_i (X_i - \bar{X})}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad (2.10)$$

(Tirta, 2009).

Persamaan (2.9) dan (2.10) merupakan penaksir kuadrat terkecil.

Penaksir kuadrat terkecil akan memenuhi sifat BLUE (*best, linier, unbiased, estimator*) jika memenuhi asumsi-asumsi regresi linier berganda. Dimana Sifat BLUE meliputi,

1. *Best* : Varian ε nya paling minimum
2. *Linear* : β_0, β_1, β_2 adalah kombinasi linear dari y
3. *Unbiased* : Rata-rata, nilai actual β_0, β_1, dan β_2 sama dengan β_0, β_1, β_2 ($E(\beta_0)$= β_0, $E(\beta_1) = \beta_1$, dan $E(\beta_2) = \beta_2$)
4. *Estimator* : β_0, β_1, β_2 adalah estimator dari nilai sebenarnya

2.3 Analisis Residual

Umumnya pengamatan yang dicurigai sebagai pencilan, *influential observation* dan *high leverage* dikatagorikan ke dalam pelanggaran asumsi, maka lebih tepat jika digunakan analisis residual.

Metode yang digunakan dalam hubungan dengan pencilan (*outlier*), *influential observation* (pengamatan berpengaruh), dan *high leverage* (pengaruh tinggi) adalah analisis residual. Residual banyak memegang peranan penting dalam pengujian untuk model regresi karena residual merupakan sisa pada suatu pengamatan. Sisa didefinisikan sebagai

$$\varepsilon_i = Y_i - \hat{Y}, \quad i = 1,2,\ldots,n. \quad (2.11)$$

Sisa memiliki banyak informasi, karena merupakan bagian yang amat penting dalam setiap analisis data. Informasi dari data semula yang tidak terserap oleh model akan menjadi sisa. Jika semua yang ada pada data telah masuk ke dalam model maka sisa akan berbentuk acak, tetapi jika model yang digunakan tidak mampu mengambil semua pola yang ada pada data maka sisa akan mempunyai kecenderungan tertentu. Dalam hal itu, model belum dapat dikatakan benar-benar baik, dalam arti masih dapat disempurnakan. Jika sisa sudah berbentuk acak maka anggapan tentang kenormalan dan kesamaan variansi dapat diuji dari sisa.

Baiknya model dapat dilihat dari R^2 dan pengujian hipotesis mengenai koefisien regresi. Ketidakcocokan model dengan data dilihat dengan mengamati sisa. Adanya pencilan dalam data dapat dilihat dengan mengamati sisa. Secara umum, sisa memberi keterangan tentang data yang tidak mengikuti pola umum model yang digunakan, ditandai oleh sisanya yang relatif besar. Sisa yang relatif besar dapat merupakan petunjuk bahwa modelnya belum cocok ataupun pengamatannya barangkali merupakan pencilan. Belum ada patokan yang disepakti para statistikawan kapan suatu pegamatan dapat dikatagorikan sebagai pencilan. Secara umum, pencilan ialah data yang tidak mengikuti pola umum model, sehingga, dapat diambil patokan yaitu yang sisanya berjarak 3 simpangan baku atau lebih rata-ratanya (yaitu nol) (Sembiring, 1995).

2.4 Pencilan (*Outlier*)

Secara umum pencilan (*outlier*) adalah data yang tidak mengikuti pola umum model. Pencilan juga dapat diartikan sebagai suatu keganjilan pada data amatan yang menunjukkan ketidaksesuaian dengan mayoritas sisaan data (Sembiring, 1995). Draper & Smith (1992) juga menyatakan bahwa pencilan (*outlier*) adalah pengamatan dengan nilai mutlak sisaan jauh lebih besar daripada sisaan-sisaan lain. Dalam analisis regresi, keberadaan pencilan dapat menimbulkan gangguan pada proses analisis data. Pencilan dapat menyebabkan hal-hal berikut:

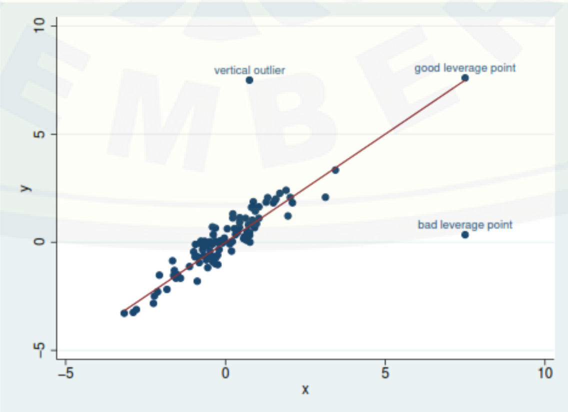
1. Residual yang besar dari model yang didapat atau $E(\varepsilon) \neq 0$,
2. Varians pada data menjadi lebih besar,
3. Taksiran interval memiliki rentang yang besar

(Paludi, 2009).

Adapun beberapa tipe *outlier* yang mempengaruhi model regresi menurut Verardi & Croux (2008), yaitu antara lain

1. Pencilan Vertikal (*Vertical Outlier*) merupakan pencilan yang disebabkan karena peubah respon. Titik pencilan ini memencil hanya karena koordinat y yang ekstrim, sehingga y_i menjauh tetapi x_i cocok dengan garis linier. Data yang mengandung *Vertical Outlier* ini diperkirakan akan menyebabkan pendugaan parameternya menjadi tidak efisien, sehingga harus diatasi dengan metode *robust*.
2. Titik Pengaruh Baik (*Good Leverage Points*) merupakan pencilan yang disebabkan oleh peubah bebas. Titik pencilan ini hanya memencil pada koordinat x dan terletak dekat dengan garis regresi.
3. Titik Pengaruh Buruk (*Bad Leverage Points*) merupakan pencilan yang disebabkan karena peubah respon dan peubah bebas. Titik pencilan yang memencil pada kedua koordinat (Koordinat Y dan Koordinat X) dan terletak jauh dari garis regresi sebeneranya.

Untuk menginterpretasikan istilah tipe-tipe *outlier* tersebut, anggap garis regresi seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.1



Gambar 2.1 Pencilan pada Analisis Regresi

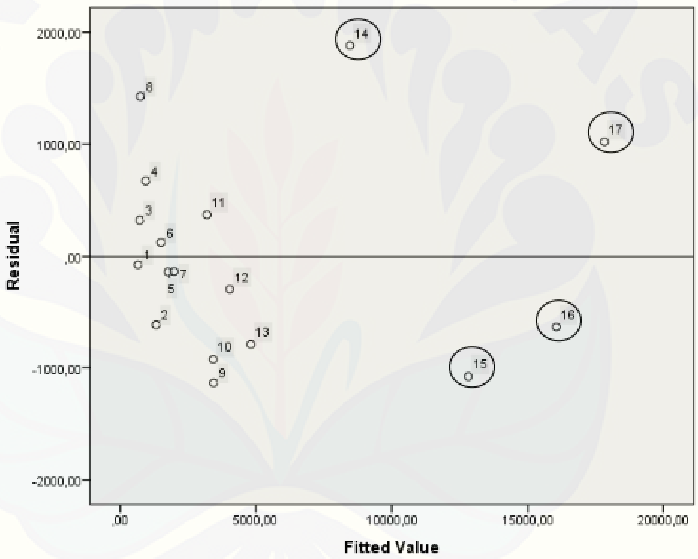
(Sumber: Verardi & Croux, 2008)

2.5 Identifikasi Pencilan

Menurut Paludi (2009), metode yang digunakan untuk mengidentifikasi adanya *outlier* yang berpegaruh dalam koefisisen regresi adalah sebagai berikut

2.5.1 *Scatter-plot*

Untuk melihat apakah terdapat *outlier* pada data observasi dapat dilakukan dengan memplotkan antara nilai residu (e_i) dengan nilai prediksi $y(y_i)$ seperti pada gambar 2.2 berikut:



Gambar 2.2 Contoh *scatter-plot* antara residu (e_i) dengan nilai prediksi $y(y)$

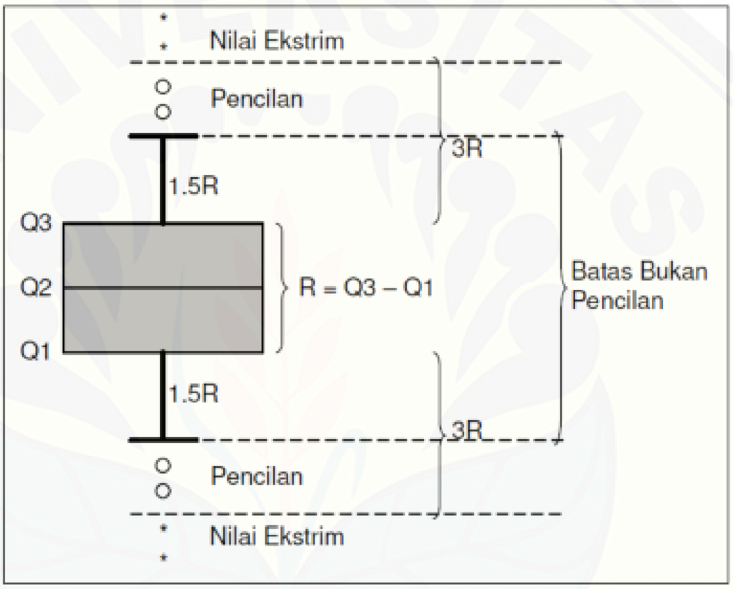
Dari contoh di atas terlihat bahwa oservasi ke-14, ke-15, ke-16 dan ke-17 merupakan data observasi yang mengindikasikan adanya *outlier*, karena keempat titik tersebut berada jauh sekumpulan data yang lainnya.

Keuntungan dari metode ini adalah mudah untuk dipahami karena menampilkan data secara grafis dan tanpa melibatkan perhitugan rumit. Sedangkan kelemahan pada metode ini adalah keputusan yang memperlihatkan data yang merupakan *outlier* hanya tergantung pada kebijakan peneliti, karena hanya mengandalkan visualisasi gambar.

2.5.2 *Boxplot*

Metode ini merupakan yang paling umum yaitu dengan mempergunakan nilai kuartil dan jangkauan. Kuartil 1, 2, dan 3 akan membagi sebuah urutan data menjadi empat bagian. Jangkauan (IQR, *Interquartile Range*) didefinisikan sebagai selisih kuartil 1 terhadap kuartil 3, atau IQR = Q3 – Q1.

Data-data *outlier* dapat ditentukan yaitu nilai dengan kuartil yang kurang dari 1,5 × IQR terhadap kuartil 1 dan nilai dengan kuartil lebih dari 1,5 × IQR terhadap kuartil 3.



Gambar 2.3 Skema identifikasi pencilan menggunakan IQR atau *boxplot*

2.6 Metode *Least Median Square* (LMS) dalam Regresi *Robust*

Regresi *Robust* diperkenalkan oleh Andrews (1972) dan merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari *error* tidak normal atau adanya beberapa *outlier* yang berpengaruh pada model (Ryan, 1997). Metode ini merupakan alat penting untuk menganalisa data yang dipengaruhi oleh *outlier* sehingga dihasilkan model yang robust atau *resistance* terhadap *outlier*. Suatu estimasi yang resistant adalah relatif tidak terpengaruh oleh perubahan besar pada bagian kecil data atau perubahan kecil pada bagian besar data.

Perubahan yang terjadi pada koefisien regresi yang disebabkan oleh disisihkannya pencilan dalam pendugaan akan memberikan petunjuk tentang besarnya peranan pengamatan tersebut terhadap persamaan regresi. Oleh karena itu, pengamatan tersebut tidak dapat disisihkan tetapi tidak berdampak besar terhadap persamaan regresi maka penyisipan pengamatan ini sebenarnya tidak menghilangkan informasi penting (Yaffe,2002).

Terdapat beberapa metode pada Regresi *Robust*, untuk penelitian ini, peneliti akan menggunakan metode *Least Median Square* (LMS). Metode LMS merupakan salah satu metode estimasi parameter model regresi yang kuat (*robust*) terhadap pencilan. Adapun tujuan yang akan dicapai adalah mendapatkan nilai parameter model regresi yang *robust* terhadap kehadiran pencilan dalam model tersebut. Metode LMS adalah salah satu metode estimasi parameter regresi *robust* yang diperkenalkan oleh Rouseeuw (1984).

Prinsip dasar metode regresi *robust* penduga *Least Median Square* (LMS) adalah mencocokkan sebagian besar data setelah pencilan teridentifikasi sebagai titik yang tidak berhubungan dengan data (Rosseeuw dan Leroy, 1987). Jika pada MKT hal yang perlu dilakukan adalah meminimumkan kuadrat *error* $(\sum_{i=1}^{n} {e_i}^2)$, maka pada LMS hal yang perlu dilakukan adalah meminimumkan median kuadrat *error*, yaitu

$$\mathbf{M_j} = \min\{med\ {e_i}^2\} = \min\{\mathrm{M}_1, \mathrm{M}_2, \dots, \mathrm{M}_s\} \qquad (2.12)$$

dengan ${e_i}^2$ adalah kuadrat error hasil taksiran dengan MKT

Untuk mendapatkan nilai $\mathbf{M_1}$, dicari himpunan bagian data dari matriks **X** sejumlah h_i pengamatan, yaitu:

$$h_i = h_1 = \left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{p+1}{2}\right]$$

di mana n adalah banyaknya data, dan p banyaknya parameter ditambah satu.

Dalam proses perhitungan, nilai h_i harus selalu dalam bentuk bilangan bulat oleh karena itu, jika nilai h_i bukan dalam bentuk bilangan bulat maka dilakukan pembulatan ke atas.

Selanjutnya untuk mencari $\mathbf{M_2}$, ditentukan himpunan bagian data dari matriks **X** sejumlah h_2 pengamatan, yaitu:

$$h_i = h_2 = \left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{p+1}{2}\right]$$

di mana $n = h_1$.

Demikian seterusnya, sampai iterasi berakhir pada iterasi ke-s yaitu saat $h_s = h_{s+1}$. Jadi akan diperoleh nilai $\mathbf{M_j}$ seperti pada persamaan (1).

Selanjutnya karena LMS merupakan penduga pada regresi *robust*, maka sama halnya dengan penduga lain pada regrsi *robust*, prinsip dasar dari LMS adalah dengan memberikan bobot w_{ii} pada data sehingga data pencilan tidak mempengaruhi model parameter taksiran. Bobot w_{ii} ditentukan berdasarkan taksiran *robust standard deviation* yang didapat berdasarkan hasil perhitungan $\mathbf{M_j}$ dan $\hat{\sigma}$.

Berdasarkan Rousseeuw (1987), bobot w_{ii} dirumuskan dengan ketentuan sebagai berikut:

$$w_{ii} = \begin{cases} 1, & \text{jika } |e_i/\hat{\sigma}| \leq 2{,}5 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

dengan

$$\hat{\sigma} = 1{,}4826\left[1 + \frac{5}{(n-p)}\right]\sqrt{\mathbf{M_J}} \qquad (2.13)$$

Setelah bobot w_{ii} dihitung, dapat dibentuk matriks **W** sebagai berikut:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} & \cdots & w_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1} & w_{n2} & \cdots & w_{nn} \end{bmatrix} \qquad (2.14)$$

dengan entri matriks $w_{ij} = 0$, dengan $i \neq j$.

Setelah entri matriks **W**, maka penaksir parameter regresi LMS dapat dihitung dengan menggunakan rumus

$$\hat{\theta}_{LMS} = (\mathbf{X}^T\mathbf{W}\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}^T\mathbf{W}\mathbf{Y}) \qquad (2.15)$$

(Parmikanti dkk, 2013).

2.7 *Goodness of Fit*

Melalui uji kecocokan (*goodness of fit*) dapat diperoleh gambaran apakah model yang dipilih sesuai atau tidak. Dalam *goodness of fit* dapat ditentukan model terbaik dan bagaimana signifikansi parameternya.

2.7.1 Uji Kebaikan Model

Kebaikan model dapat dilihat dari nilai MSE (*Mean Square Error*). Nilai MSE dapat diketahui dari persamaan

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - y_i)^2}{n} \tag{2.17}$$

dengan

n = banyaknya sampel

$\hat{y}_i$= nilai y dugaan ke-i

y_i= nilai y sebenarnya ke-i

Semakin kecil nilai MSE, maka model yang diperoleh semakin baik (Muzathik *et al*., 2011).

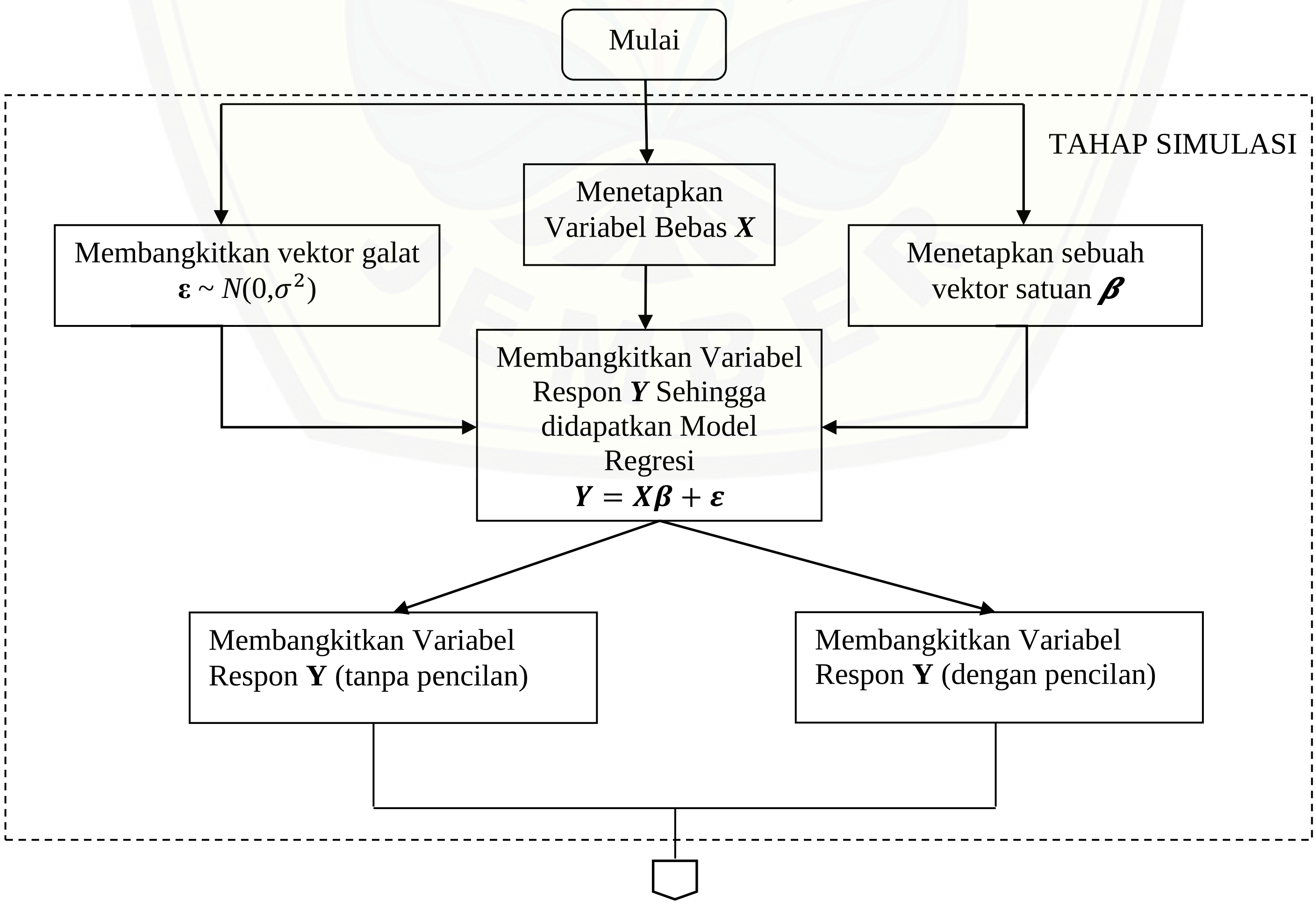
BAB 3. METODE PENELITIAN

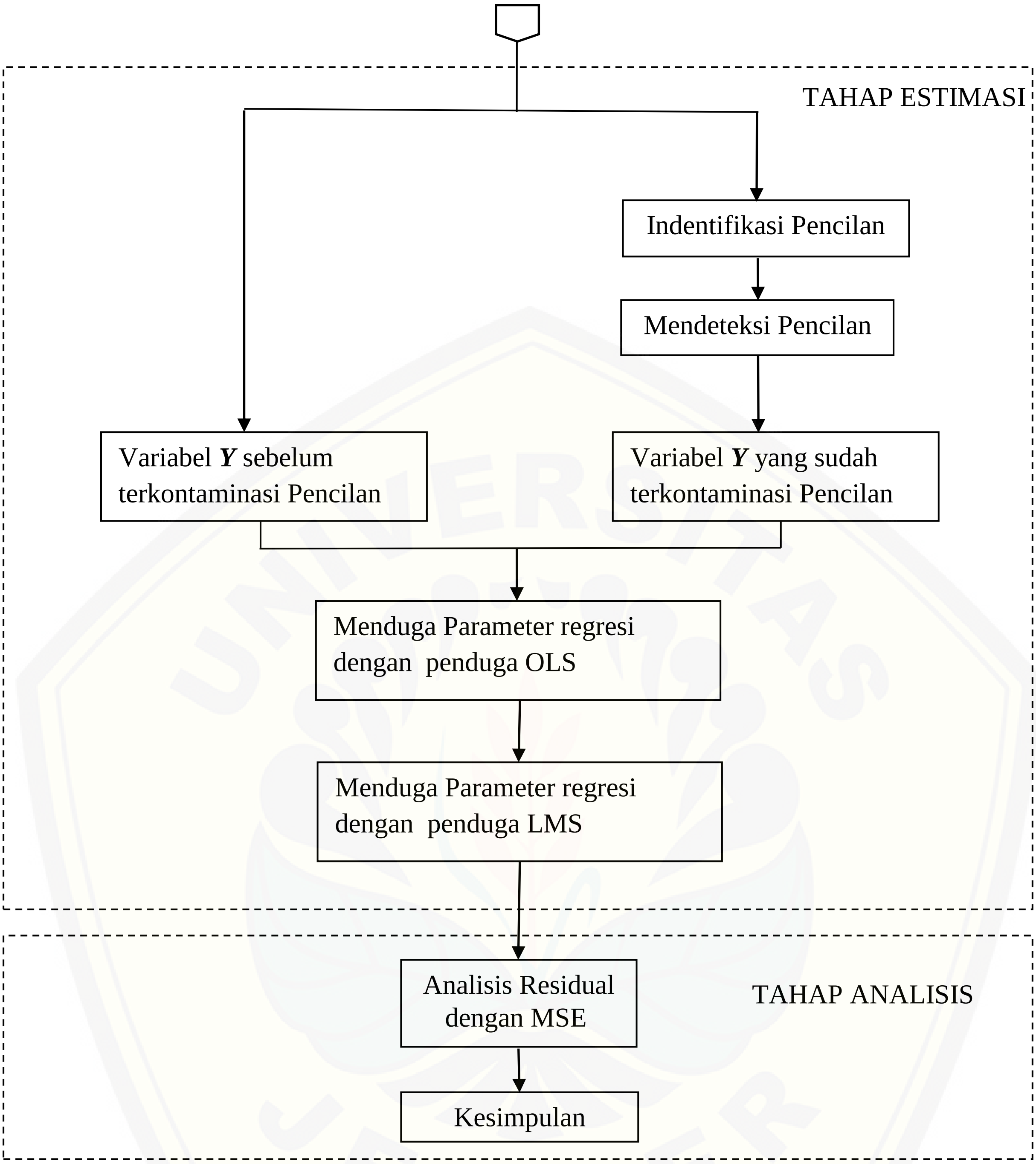
3.1 Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data simulasi dengan cara membangkitkan data berdasarkan simulasi data melalui program R. Ukuran data yang dibangkitkan bervariasi yaitu sebanyak 20, 100, dan 180 dengan menetapkan 2 variabel X $(x_1,\ x_2)$. Data tersebut merupakan data awal dari variabel X yang nantinya akan memberikan model Y. Kemudian dilakukan simulasi terhadap datanya. Hasil simulasi yang didapatkan data akan memencil pada 3 jenis persentase pencilan pada Y sebesar 2%, 5%, 10%.

3.2 Metode Pengolahan dan Analisis Data

Langkah-langkah simulasi dalam penelitian ini disajikan dalam diagram alir pada Gambar 3.2 berikut.





Gambar 3.1 Skema Desain Penelitian

Penjelasan dari masing-masing langkah penelitian pada skema desain penelitian di atas adalah sebagai berikut.

a. Tahap Simulasi

1) Menetapkan Variabel Bebas

   Menetapkan x_1 dan x_2 dengan korelasi 0. Data yang diperoleh dimisalkan X.

2) Membangkitkan Vektor galat

   Membangkitkan vektor galat (**ε**) dari sebaran normal $N(0, \sigma^2)$ dengan varian besar.

3) Menetapkan Vektor satuan

   Menetapkan $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ pada vetor Satuan.

4) Membangkitkan Variabel respon ***Y***

   Membangkitkan Variabel respon ***Y*** dibangkitkan dengan berdasarkan kombinasi linier x_1, x_2 , vektor satuan $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ dan galat.

5) Membangkitkan Variabel Respon Y dengan pencilan ($\boldsymbol{Y}_{\text{pencilan}}$)

   a) Mencari nilai rata-rata dari Variabel respon ***Y*** yang telah dibangkitkan sebelumnya.

   b) Mencari nilai maksimum dari Variabel respon ***Y*** yang telah dibangkitkan sebelumnya.

   c) Menghitung standar deviasi dari Variabel respon ***Y*** yang telah dibangkitkan sebelumnya.

   d) Menambahkan nilai maksimum dari Variabel respon ***Y*** dengan lebih dari tiga kli standar deviasi yang bersesuaian. Misalkan ***Y*** adalah vektor data, maka pencilan diberikan sebagai berikut:

   $$\text{Pencilan} \geq \max(y) + 3\times \text{stdev}(y)$$

   e) Pencilan ditambahkan secara proporsional pada setiap data dalam Variabel respon ***Y*** awal.

b. Tahap Estimasi

1) Mengidentifikasi dan mendeteksi pencilan dengan memplot data menggunakan *Boxplot*.
2) Menduga Parameter regresi dengan penduga OLS pada ***Y*** sebelum dan sesudah terkontaminasi pencilan ($\hat{\boldsymbol{Y}}_{OLS}$).
3) Menduga Parameter regresi dengan penduga LMS pada ***Y*** sebelum dan sesudah terkontaminasi pencilan ($\hat{\boldsymbol{Y}}_{LMS}$).
4) Menghitung Nilai MSE (*Mean Square Error*)

   Ukuran kebaikan model yang digunakan untuk menentukan metode pendugaan yang terbaik adalah Analisis Residual dengan MSE.

a. Tahap Analisis

1) Membandingkan MSE (*Mean Square Error*)

   Membandingkan MSE dari model regresi OLS dan LMS pada variabel ***Y*** sebelum terkontaminasi pencilan dengan MSE dari model regresi OLS dan LMS pada variabel ***Y*** yang sudah terkontamiasi pencilan, yang digunakan untuk pemilihan model terbaik. Semakin kecil nilai MSE maka model semakin baik.
2) Kesimpulan

   Setelah semua tahapan penelitian dilakukan, dapat ditarik kesimpulan yang merupakan jawaban dari rumusan masalah pada bab 1.

BAB 5. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan pada bab sebelumnya, didapatkan kesimpulan sebagai berikut.

a. Pengaruh *Vertical Outlier* terhadap pendugaan parameter model regresi dapat dilihat dari nilai antar parameter $(\beta_0, \beta_1, \beta_2)$ pada satu persentase pencilan dengan persentase pencilan yang lain dari tiap metode. Pada metode OLS, semakin banyak pencilan yang diberikan, hasil estimasi parameternya akan semakin besar pula. Overestimate yang dialami OLS tersebut kemungkinan disebabkan adanya tekanan dari pencilan atas/kanan. Beda halnya dengan metode LMS, semakin banyaknya pencilan tidak selalu memberikan hasil estimasi yang semakin besar pula. Hal ini berarti bahwa adanya tekanan dari pencilan atas/kanan tidak terlalu berpengaruh pada hasil estimasi metode LMS.

b. Pada data tanpa pencilan, identifikasi *Vertical Outlier* tetap dilakukan karena dikhawatirkan ada data pencilan yang disebabkan dari bangkitan data itu sendiri, tetapi setelah diidentifikasi, dari tiap ukuran sampel data tanpa pencilan tidak ada yang teridentifikasi pencilan. Selain itu, pada data tanpa pencilan, nilai MSE metode *Ordinary Least Square* lebih kecil dibanding *Least Median Square*. Hal ini menunjukkan bahwa metode *Ordinary Least Square* lebih baik memodelkan data tanpa pencilan.

c. Sedangkan pada data yang mengandung pencilan (*Vertical Outlier*), metode *Least Median Square* yang lebih baik dalam memodelkan data. Hal tersebut dapat dilihat dari hasil estimasi dan nilai-nilai MSE pada model regresi *Least Median Square* yang lebih kecil dibandingkan dengan model regresi *Ordinary Least Square* untuk setiap pengamatan yang mengandung pencilan.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, penulis mencoba mengkaji hasil pendugaan parameter menggunakan metode *Least Median Square*(LMS) pada data yang mengandung *Vertical Outlier* (Pencilan pada variabel Y). Penelitian selanjutnya dapat mencoba mengkaji hasil pendugaan parameter dengan menggunakan metode *robust* lain seperti *Least Trimmed Square*(LTS) atau *Least Absolute Value*(LAV) pada data yang mengandung *Vertical Outlier* ataupun *Leverage Point* (Pencilan pada variabel X) dengan penambahan pencilan di pencilan bawah/kiri ataupun keduanya (atas/kanan dan bawah/kiri). Saran lain untuk peneliti selanjutnya, gunakan metode *Ordinary Least Square* untuk menghasilkan pendugaan parameter dari data tanpa pencilan agar mendapatkan model terbaik.

DAFTAR PUSTAKA

Drapper, N.R, & Smith, H. 1992. *Analisis Regresi Terapan*. Jakarta: PT Gramedia.

Drapper, N. R. dan Smith. H. 1998. *Applied Regression Analysis Third Edition*. Canada: John Wiley and Sons, Inc.

Gujarati, D.N. 2003. *Basic Econometrics Fourth Edition*. New York: The McGraw-Hill Companies,Inc.

Haditama, H. 2011. “Analisis Regresi Robust Pada Data Mengandung Pencilan dengan Metode Least Median Square”. Tidak Diterbitkan. Skripsi. Jember: Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember.

Kurtner, M., Nachtsheim, C., dan Neter, J. 2004. *Applied Linear Regression Models Fifth Edition*[Only Chapters 1, 2, 13]. New York: The McGraw-Hill Companies,Inc.

Midi, H. dan Mohammed A.M. 2015. The Identification of Good and Bad High Leverage Points in Multiple Linear Regression Model. *Mathematical Methods and System in Science and Engineering*. Malaysia: University Putra Malaysia.

Musafirah, Raupong, dan Sirajang. N. 2015. Perbandingan Metode Robust Least Trimmed Square Dengan Metode Scale Dalam Mengestimasi Parameter Regresi Linear Berganda Untuk Data Yang Mengandung Pencilan. Makassar: Universitas Hasanuddin.

Muzathik, dkk. 2011. Daily Global Solar Raditional Estimate Based on Sunshine Hours. *International Journal of Mechanical and Engineering* (IJMME), **6**(1): 75-80.

Parmikanti, K., Rusyaman, E., dan Suryamah, E. 2013. Model Regresi Kandungan Batubara Menggunakan Metode Least Median Of Squares. *Prosiding SeminarNasional Sains dan Teknologi Nuklir PTNBR*-Batan Bandung.

Rousseeuw, P.J. dan Leroy, A.M. 1987. *Robust Regression and Outlier Detection*. Canada: John & Sons, Inc.

Ryan, T.P. 1997. *Modern Regression Methods*. New York: John & Sons, Inc.

Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Bandung: Penerbit ITB.

Srinadi, I.G.A.M. 2014. Pengaruh Outlier Terhadap Estimator Parameter Regresi dan Metode Regresi Robust. *Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVII*, ITS, Surabaya.

Tirta, I M. 2009. *Analisis Regresi dengan R*. Jember: Unej – *press*

Verardi, V. dan Croux, C. 2008. Robust Statistics in Stata. *Departement of Decision Sciences and Information Management,Katholieke Universiteit Leuven*.

Yaffe, R.A. 2002. *Robust Regression Analysis: some popular statistical package options*. www.nyu.edu/its/socsci/Docs/RobustRegression.pdf.

LAMPIRAN

A. STRUKTUR FUNGSI PROGRAM R

A.1 Struktur Fungsi `rnorm()`

Fungsi `rnorm()` merupakan fungsi untuk membangkitkan variabel bebas yang berdistribusi Normal. Struktur fungsi `rnorm()` yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

`rnorm(n,` μ`,` σ^2`)`

Keterangan:

`n` : banyaknya data ayng dibangkitkan

μ : rata-rata

σ^2 : standar deviasi

A.2 Struktur Fungsi `sort.list()`

Fungsi `sort.list()` merupakan fungsi yang digunakan untuk menghasilkan sebuah vektor yang berukuran sama dengan vektor dari variabel yang diteliti dimana elemennya sudah terurut dengan urutan menaik dengan fasilitas pengurutan yang lebih fleksibel. Struktur fungsi `sort.list()` yang digunakan dalam penelitian ini adalah

```
sort.list(variable, decreasing = TRUE)
```

Keterangan:

`Variable` : variabel yang diteliti (variabel respon atau prediktor)

`decreasing = TRUE` : logika agar elemennya menjadi urutan menurun

A.3 Struktur fungsi `lm()`

Fungsi `lm()` merupakan fungsi yang digunakan untuk menentukan model linier. Struktur fungsi `lm()` yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

```
lm(formula)
```

Keterangan:

`formula` : menyatakan hubungan antara variabel respon (y) dan variabel prediktor (x)

A.4 Struktur fungsi `Boxplot()` pada paket `car`

Fungsi `Boxplot()` merupakan fungsi yang digunakan untuk melihat sebaran data. Pada penelitian ini digunakan untuk mengidentifikasi pencilan. Struktur fungsi `Boxplot()` yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

```
Boxplot(variable)
```

keterangan:

`variable` : variabel yang diteliti (variabel respon atau prediktor)

A.5 Struktur Fungsi `lmsreg()` pada paket `MASS`

Fungsi `lmsreg()` merupakan fungsi untuk mendapatkan nilai parameter (β) dari salah satu metode *robust* yaitu *Least Median Square*. Struktur fungsi `lmsreg()` yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

```
lmsreg(formula)
```

keterangan:

`formula` : menyatakan hubungan antara variabel respon (y) dan variabel prediktor (x)

B. *SYNTAX* PROGRAM R

B.1 Tahapan Simulasi

B.1.1 Data sebelum diberi pencilan

a. Data dengan n = 20

```
> set.seed(0003)
> n<-20
> x0<-rep(1,n)
> r=1
> while (abs(r)>0)
+ {
+   x1<-rnorm(n,0,0.5)
+   x2<-rnorm(n,0,0.5)
+   r=round(cor(x1,x2),2)
+ }
> cor(x1,x2)
[1] 0.002573391
> r
[1] 0
> X<-cbind(x0,x1,x2)
> eps<-rnorm(n,0,0.8)
> beta<-c(1.4,1.2,2)
> Y<-X%*%beta+eps
```

b. Data dengan n = 100

```
> set.seed(03)
> n<-100
> x0A<-rep(1,n)
> r=1
> while (abs(r)>0)
+ {
+   x1A<-rnorm(n,0,0.5)
+   x2A<-rnorm(n,0,0.5)
+   r=round(cor(x1A,x2A),2)
+ }
> cor(x1A,x2A)
[1] -0.003915517
> r
[1] 0
> XA<-cbind(x0A,x1A,x2A)
> epsA<-rnorm(n,0,0.8)
> beta<-c(1.4,1.2,2)
> YA<-XA%*%beta+epsA
```

c. Data dengan n = 180

```
> set.seed(003)
> n<-180
> x0B<-rep(1,n)
```

```
> r=1
> while (abs(r)>0)
+ {
+   x1B<-rnorm(n,0,0.3)
+   x2B<-rnorm(n,0,0.3)
+   r=round(cor(x1B,x2B),2)
+ }
> cor(x1B,x2B)
[1] 0.002055767
> r
[1] 0
> XB<-cbind(x0B,x1B,x2B)
> epsB<-rnorm(n,0,0.8)
> beta<-c(1.4,1.2,2)
> YB<-XB%*%beta+epsB
```

B.1.2 Data setelah diberi pencilan

a. Data dengan *n* = 20, 2% pencilan

```
> stdY<-sqrt(sum((Y-mean(Y))^2/(length(Y)-1)))
> stdY
[1] 1.693444
> Yp<-Y
```

b. Data dengan *n* = 20, 5% pencilan

```
> stdY<-sqrt(sum((Y-mean(Y))^2/(length(Y)-1)))
> stdY
[1] 1.693444
> Yp<-Y
> m<-sort.list(Yp,decreasing = TRUE)
> for(i in 1:1)
+ {
+   Yp[m[i],]<-Yp[m[i],]+(3*stdY)
+ }
```

c. Data dengan *n* = 20, 10% pencilan

```
> stdY<-sqrt(sum((Y-mean(Y))^2/(length(Y)-1)))
> stdY
[1] 1.693444
> Yp<-Y
> m<-sort.list(Yp,decreasing = TRUE)
> for(i in 1:2)
+ {
+   Yp[m[i],]<-Yp[m[i],]+(3*stdY)
+ }
```

d. Data dengan n = 100, 2% pencilan

```
> stdYA<-sqrt(sum((YA-mean(YA))^2/(length(YA)-1)))
> stdYA
[1] 1.474576
> YpA<-YA
> mA<-sort.list(YpA,decreasing = TRUE)
> for(i in 1:2)
+ {
+   YpA[mA[i],]<-YpA[mA[i],]+(3*stdYA)
+ }
```

e. Data dengan n = 100, 5% pencilan

```
> stdYA<-sqrt(sum((YA-mean(YA))^2/(length(YA)-1)))
> stdYA
[1] 1.474576
> YpA<-YA
> mA<-sort.list(YpA,decreasing = TRUE)
> for(i in 1:5)
+ {
+   YpA[mA[i],]<-YpA[mA[i],]+(3*stdYA)
+ }
```

f. Data dengan n = 100, 10% pencilan

```
> stdYA<-sqrt(sum((YA-mean(YA))^2/(length(YA)-1)))
> stdYA
[1] 1.474576
> YpA<-YA
> mA<-sort.list(YpA,decreasing = TRUE)
> for(i in 1:10)
+ {
+   YpA[mA[i],]<-YpA[mA[i],]+(3*stdYA)
+ }
```

g. Data dengan n = 180, 2% pencilan

```
> stdYB<-sqrt(sum((YB-mean(YB))^2/(length(YB)-1)))
> stdYB
[1] 1.12045
> YpB<-YB
> mB<-sort.list(YpB,decreasing = TRUE)
> for(i in 1:4)
+ {
+   YpB[mB[i],]<-YpB[mB[i],]+(3*stdYB)
+ }
```

h. Data dengan n = 180, 5% pencilan

```
> stdYB<-sqrt(sum((YB-mean(YB))^2/(length(YB)-1)))
> stdYB
[1] 1.12045
> YpB<-YB
> mB<-sort.list(YpB,decreasing = TRUE)
> for(i in 1:9)
+ {
+   YpB[mB[i],]<-YpB[mB[i],]+(3*stdYB)
```

```
+ }
```

i. Data dengan *n* = 180, 10% pencilan

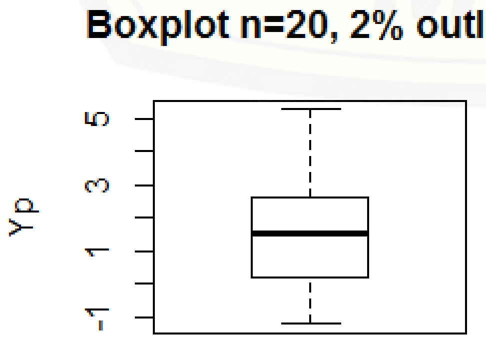
```
> YpB<-YB
> mB<-sort.list(YpB,decreasing = TRUE)
> for(i in 1:18)
+ {
+   YpB[mB[i],]<-YpB[mB[i],]+(3*stdYB)
+   print(mB[i])
+ }
[1] 88
[1] 90
[1] 84
[1] 62
[1] 96
[1] 45
[1] 76
[1] 11
[1] 6
[1] 78
[1] 87
[1] 124
[1] 40
[1] 122
[1] 154
[1] 97
[1] 180
[1] 142
```

B.2 Tahapan Estimasi Data

B.2.1 Identifikasi dan Deteksi Pencilan

a. Data dengan *n* = 20, 2% pencilan

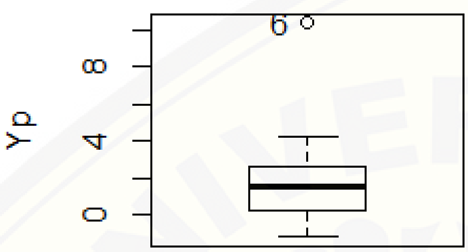
```
> library(car)
Warning message:
package 'car' was built under R version 3.1.3
> Boxplot(Y)
> Boxplot(Yp,main='Boxplot n=20, 2% outlier')
```



b. Data dengan n = 20, 5% pencilan

```
> library(car)
> Boxplot(Y)
> Boxplot(Yp,main='Boxplot n=20, 5% outlier')
[1] 6
```

Boxplot n=20, 5% outlier

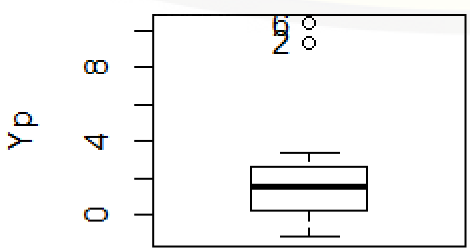



```
> summary(Yp)
       V1
 Min.   :-1.2084
 1st Qu.: 0.3975
 Median : 1.5211
 Mean   : 1.8204
 3rd Qu.: 2.6002
 Max.   :10.3335
> IQR<-as.numeric(quantile(Yp,75/100)-quantile(Yp,25/100))
> a<-3*IQR
> a
[1] 6.60789
> as.numeric(Yp>a)
 [1] 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

c. Data dengan n=20, 10% pencilan

```
> library(car)
> Boxplot(Y)
> Boxplot(Yp,main='Boxplot n=20, 10% outlier')
[1] 2 6
```

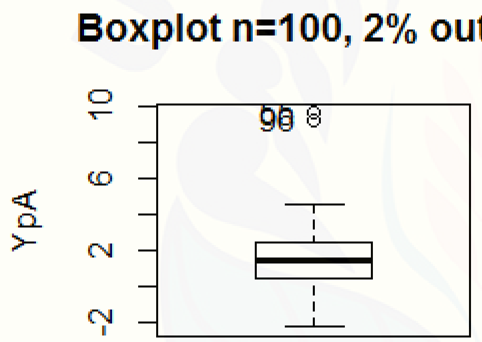
Boxplot n=20, 10% outlier



```
> summary(Yp)
       V1
 Min.   :-1.2084
 1st Qu.: 0.3975
 Median : 1.5211
 Mean   : 2.0744
 3rd Qu.: 2.6002
 Max.   :10.3335
> IQR<-as.numeric(quantile(Yp,75/100)-quantile(Yp,25/100))
> a<-3*IQR
> as.numeric(Yp>a)
 [1] 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

d. Data dengan n = 100, 2% pencilan

```
> library(car)
> Boxplot(YA)
> Boxplot(YpA,main='Boxplot n=100, 2% outlier')
[1] 55 96
```

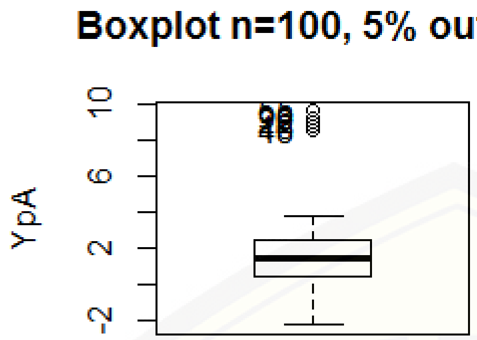



```
> summary(YpA)
       V1
 Min.   :-2.2196
 1st Qu.: 0.5009
 Median : 1.4528
 Mean   : 1.5712
 3rd Qu.: 2.4473
 Max.   : 9.5654
> IQR<-as.numeric(quantile(YpA,75/100)-quantile(YpA,25/100))
> a<-3*IQR
> as.numeric(YpA>a)
  [1] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [26] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [51] 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [76] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
```

e. Data dengan n = 100, 5% pencilan

```
> library(car)
> Boxplot(YA)
```

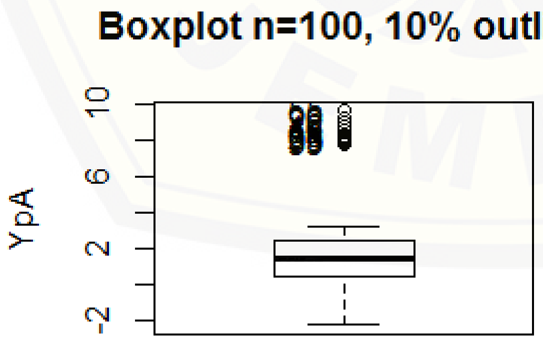
```
> Boxplot(YpA,main='Boxplot n=100, 5% outlier')
[1] 16 22 48 55 96
```




```
> summary(YpA)
       V1
 Min.   :-2.2196
 1st Qu.: 0.5009
 Median : 1.4528
 Mean   : 1.7039
 3rd Qu.: 2.4473
 Max.   : 9.5654
> IQR<-as.numeric(quantile(YpA,75/100)-quantile(YpA,25/100))
> a<-3*IQR
> as.numeric(YpA>a)
  [1] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
 [26] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
 [51] 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [76] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
```

f. Data dengan n = 100, 10% pencilan

```
> library(car)
> Boxplot(YA)
> Boxplot(YpA,main='Boxplot n=100, 10% outlier')
 [1] 16 22 24 48 53 55 58 95 96 99
```

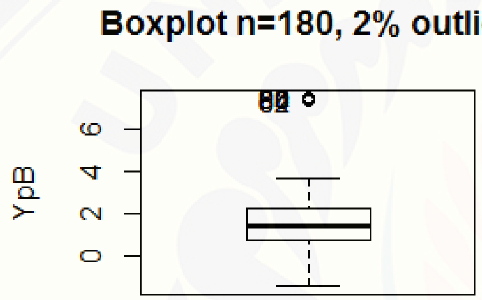



```
> summary(YpA)
       V1
 Min.   :-2.2196
 1st Qu.: 0.5009
 Median : 1.4528
 Mean   : 1.9251
```

```
 3rd Qu.: 2.4473
 Max.   : 9.5654
> IQR<-as.numeric(quantile(YpA,75/100)-quantile(YpA,25/100))
> a<-3*IQR
> as.numeric(YpA>a)
  [1] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0
 [26] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
 [51] 0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [76] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0
```

g. Data dengan *n* = 180, 2% pencilan

```
> library(car)
> Boxplot(YB)
> Boxplot(YpB,main='Boxplot n=180, 2% outlier')
[1] 62 84 88 90
```

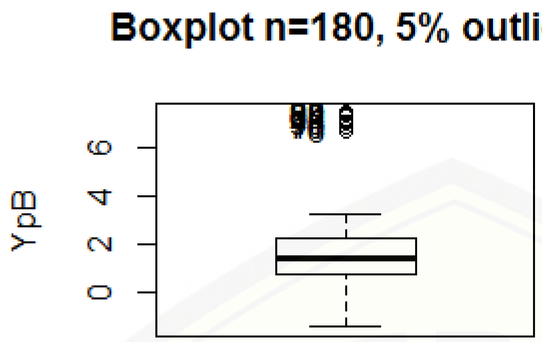



```
> summary(YpB)
       V1
 Min.   :-1.4064
 1st Qu.: 0.7833
 Median : 1.4775
 Mean   : 1.5664
 3rd Qu.: 2.2380
 Max.   : 7.4473
> IQR<-as.numeric(quantile(YpB,75/100)-quantile(YpB,25/100))
> a<-3*IQR
> as.numeric(YpB>a)
  [1] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [26] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [51] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [76] 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
[101] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
[126] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
[151] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
[176] 0 0 0 0 0
```

h. Data dengan *n* = 180, 5% pencilan

```
> library(car)
> Boxplot(YB)
```

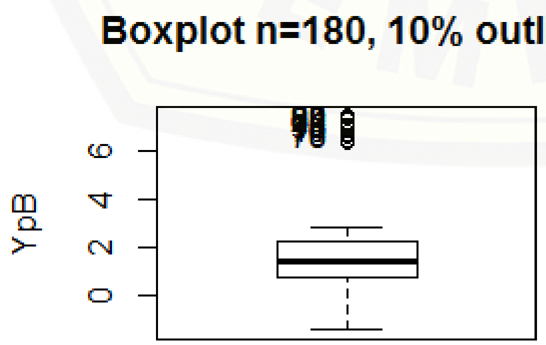
```
> Boxplot(YpB,main='Boxplot n=180, 5% outlier')
[1]  6 11 45 62 76 84 88 90 96
```




```
> summary(YpB)
       V1
 Min.   :-1.4064
 1st Qu.: 0.7833
 Median : 1.4775
 Mean   : 1.6598
 3rd Qu.: 2.2380
 Max.   : 7.4473
> IQR<-as.numeric(quantile(YpB,75/100)-quantile(YpB,25/100))
> a<-3*IQR
> as.numeric(YpB>a)
  [1] 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [30] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [59] 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
 [88] 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
[117] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
[146] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
[175] 0 0 0 0 0 0
```

i. Data dengan *n* = 180, 10% pencilan

```
> Boxplot(YB)
> Boxplot(YpB,main='Boxplot n=180, 10% outlier')
 [1] 88 90 84 62 96 45 76 11  6 78
```



```
> summary(YpB)
       V1
 Min.   :-1.4064
 1st Qu.: 0.7833
 Median : 1.4775
 Mean   : 1.8278
 3rd Qu.: 2.2380
 Max.   : 7.4473
> IQR<-as.numeric(quantile(YpB,75/100)-quantile(YpB,25/100))
> a<-3*IQR
> as.numeric(YpB>a)
  [1] 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [30] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 [59] 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1
 [88] 1 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
[117] 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0
[146] 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
[175] 0 0 0 0 0 1
```

B.2.2 Estimasi dengan Metode *Ordinary Least Square*

a. Data dengan n = 20, tanpa pencilan

```
> OLS<-lm(Y~x1+x2)
> summary(OLS)

Call:
lm(formula = Y ~ x1 + x2)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.77352 -0.42125 -0.08796  0.45831  1.65724

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)   1.6370     0.1944   8.420
x1            0.8811     0.3442   2.560
x2            2.7655     0.3966   6.972
            Pr(>|t|)
(Intercept) 1.81e-07 ***
x1            0.0203 *
x2          2.25e-06 ***
---
Signif. codes:
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8684 on 17 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7647,Adjusted R-squared:  0.7371
F-statistic: 27.63 on 2 and 17 DF,  p-value: 4.553e-06
```

b. Data dengan n = 20, 2% pencilan

```
> OLSp<-lm(Yp~x1+x2)
```

```
> summary(OLSp)

Call:
lm(formula = Yp ~ x1 + x2)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-1.77352 -0.42125 -0.08796  0.45831  1.65724 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)   1.6370     0.1944   8.420
x1            0.8811     0.3442   2.560
x2            2.7655     0.3966   6.972
            Pr(>|t|)    
(Intercept) 1.81e-07 ***
x1            0.0203 *  
x2          2.25e-06 ***
---
Signif. codes:  
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8684 on 17 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.7647,Adjusted R-squared:  0.7371 
F-statistic: 27.63 on 2 and 17 DF,  p-value: 4.553e-06
```

c. Data dengan n = 20, 5% pencilan

```
> OLSp<-lm(Yp~x1+x2)
> summary(OLSp)

Call:
lm(formula = Yp ~ x1 + x2)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-1.9667 -0.9458 -0.1082  0.7395  2.3461 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)   1.9254     0.2585   7.447
x1            1.4647     0.4577   3.200
x2            4.0848     0.5275   7.744
            Pr(>|t|)    
(Intercept) 9.54e-07 ***
x1           0.00525 ** 
x2          5.67e-07 ***
---
Signif. codes:  
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.155 on 17 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8054,Adjusted R-squared:  0.7825 
F-statistic: 35.17 on 2 and 17 DF,  p-value: 9.088e-07
```

d. Data dengan n = 20, 10% pencilan

```
> OLSp<-lm(Yp~x1+x2)
> summary(OLSp)

Call:
lm(formula = Yp ~ x1 + x2)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-2.1165 -0.8977 -0.0289  0.8789  2.7246 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)   2.2020     0.2972   7.409
x1            1.5768     0.5261   2.997
x2            5.0027     0.6063   8.251
            Pr(>|t|)    
(Intercept) 1.02e-06 ***
x1           0.00811 ** 
x2          2.39e-07 ***
---
Signif. codes:  
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.327 on 17 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8195,Adjusted R-squared:  0.7983 
F-statistic: 38.59 on 2 and 17 DF,  p-value: 4.786e-07
```

e. Data dengan n = 100, tanpa pencilan

```
> OLSA<-lm(YA~x1A+x2A)
> summary(OLSA)

Call:
lm(formula = YA ~ x1A + x2A)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-1.8939 -0.5724 -0.0072  0.4717  2.7378 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  1.41795    0.08499  16.684
x1A          1.18347    0.17349   6.822
x2A          2.16464    0.17299  12.513
            Pr(>|t|)    
(Intercept)  < 2e-16 ***
x1A         7.75e-10 ***
x2A          < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8479 on 97 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6761,Adjusted R-squared:  0.6694 
```

```
F-statistic: 101.2 on 2 and 97 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

f. Data dengan n = 100, 2% pencilan

```
> OLSpA<-lm(YpA~x1A+x2A)
> summary(OLSpA)

Call:
lm(formula = YpA ~ x1A + x2A)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-1.9865 -0.7458 -0.1177  0.5626  4.5080 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)   1.4990     0.1069  14.024
x1A           1.2141     0.2182   5.564
x2A           2.6624     0.2176  12.237
            Pr(>|t|)    
(Intercept)  < 2e-16 ***
x1A         2.33e-07 ***
x2A          < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.066 on 97 degrees of freedom
Multiple R-squared:   0.65, Adjusted R-squared:  0.6428 
F-statistic: 90.09 on 2 and 97 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

g. Data dengan n = 100, 5% pencilan

```
> OLSpA<-lm(YpA~x1A+x2A)
> summary(OLSpA)

Call:
lm(formula = YpA ~ x1A + x2A)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-2.1368 -0.8219 -0.2470  0.5880  5.0971 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)   1.6178     0.1317   12.28
x1A           1.5032     0.2689    5.59
x2A           3.0496     0.2681   11.37
            Pr(>|t|)    
(Intercept)  < 2e-16 ***
x1A         2.09e-07 ***
x2A          < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 1.314 on 97 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.6227,Adjusted R-squared:  0.6149
F-statistic: 80.05 on 2 and 97 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

h. Data dengan *n* = 100, 10% pencilan

```
> OLSpA<-lm(YpA~x1A+x2A)
> summary(OLSpA)

Call:
lm(formula = YpA ~ x1A + x2A)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-2.7365 -1.0562 -0.3238  0.6770  6.8167

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)   1.8318     0.1638  11.187
x1A           1.5138     0.3343   4.529
x2A           3.5711     0.3333  10.714
            Pr(>|t|)
(Intercept)  < 2e-16 ***
x1A         1.69e-05 ***
x2A          < 2e-16 ***
---
Signif. codes:
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.634 on 97 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.5818,Adjusted R-squared:  0.5731
F-statistic: 67.46 on 2 and 97 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

i. Data dengan *n* = 180, tanpa pencilan

```
> OLSB<-lm(YB~x1B+x2B)
> summary(OLSB)

Call:
lm(formula = YB ~ x1B + x2B)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-2.3314 -0.6416 -0.0368  0.5432  3.3213

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  1.42910    0.06597  21.662
x1B          1.34751    0.22981   5.864
x2B          2.10397    0.23471   8.964
            Pr(>|t|)
(Intercept)  < 2e-16 ***
x1B         2.17e-08 ***
x2B         4.35e-16 ***
---
```

```
Signif. codes:
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8773 on 177 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3937,Adjusted R-squared:  0.3869
F-statistic: 57.48 on 2 and 177 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

j. Data dengan n = 180, 2% pencilan

```
> OLSpB<-lm(YpB~x1B+x2B)
> summary(OLSpB)

Call:
lm(formula = YpB ~ x1B + x2B)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-2.5527 -0.6918 -0.0627  0.5593  5.2434

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  1.49670    0.08234  18.176
x1B          1.72098    0.28684   6.000
x2B          2.40180    0.29296   8.198
            Pr(>|t|)
(Intercept)  < 2e-16 ***
x1B         1.09e-08 ***
x2B         4.78e-14 ***
---
Signif. codes:
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.095 on 177 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3688,Adjusted R-squared:  0.3617
F-statistic: 51.71 on 2 and 177 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

k. Data dengan n = 180, 5% pencilan

```
> OLSpB<-lm(YpB~x1B+x2B)
> summary(OLSpB)

Call:
lm(formula = YpB ~ x1B + x2B)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-2.7035 -0.7793 -0.1600  0.5200  6.8380

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)  1.58086    0.09972  15.853
x1B          1.76279    0.34738   5.075
x2B          2.66938    0.35479   7.524
            Pr(>|t|)
(Intercept)  < 2e-16 ***
```

```
x1B         9.76e-07 ***
x2B         2.58e-12 ***
---
Signif. codes:
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.326 on 177 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.318, Adjusted R-squared:  0.3103
F-statistic: 41.26 on 2 and 177 DF,  p-value: 1.959e-15
```

l. Data dengan n = 180, 10% pencilan

```
> OLSpB<-lm(YpB~x1B+x2B)
> summary(OLSpB)

Call:
lm(formula = YpB ~ x1B + x2B)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-2.9551 -0.9647 -0.3158  0.3522  6.8036

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value
(Intercept)   1.7418     0.1220  14.282
x1B           1.9258     0.4248   4.533
x2B           2.9113     0.4339   6.710
            Pr(>|t|)
(Intercept)  < 2e-16 ***
x1B         1.07e-05 ***
x2B         2.54e-10 ***
---
Signif. codes:
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.622 on 177 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2707,Adjusted R-squared:  0.2625
F-statistic: 32.85 on 2 and 177 DF,  p-value: 7.372e-13
```

B.2.3 Estimasi dengan Metode *Least Median Square*

a. Data dengan n = 20, tanpa pencilan

```
> library(MASS)
> LMS<-lmsreg(Y~x1+x2)
> LMS
Call:
lqs.formula(formula = Y ~ x1 + x2, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)           x1           x2
     1.9404       0.4718       2.3697

Scale estimates 0.4100 0.5316
```

b. Data dengan n = 20, 2% pencilan

```
> LMSp<-lmsreg(Yp~x1+x2)
> LMSp
Call:
lqs.formula(formula = Yp ~ x1 + x2, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)          x1          x2
     1.9404      0.4718      2.3697

Scale estimates 0.4100 0.5316
```

c. Data dengan n = 20, 5% pencilan

```
> library(MASS)
> LMSp<-lmsreg(Yp~x1+x2)
> LMSp
Call:
lqs.formula(formula = Yp ~ x1 + x2, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)          x1          x2
     1.9884      0.5804      2.3849

Scale estimates 0.4285 0.6153
```

d. Data dengan n = 20, 10% pencilan

```
> library(MASS)
> LMSp<-lmsreg(Yp~x1+x2)
> LMSp
Call:
lqs.formula(formula = Yp ~ x1 + x2, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)          x1          x2
      1.563       1.185       2.530

Scale estimates 0.5109 0.5349
```

e. Data dengan n = 100, tanpa pencilan

```
> library(MASS)
> LMSA<-lmsreg(YA~x1A+x2A)
> LMSA
Call:
lqs.formula(formula = YA ~ x1A + x2A, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)         x1A         x2A
```

```
     1.5036       0.8204       2.0862

Scale estimates 0.6840 0.7724
```

f. Data dengan *n* = 100, 2% pencilan

```
> LMSpA<-lmsreg(YpA~x1A+x2A)
> LMSpA
Call:
lqs.formula(formula = YpA ~ x1A + x2A, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)          x1A          x2A
      1.373        1.067        2.156

Scale estimates 0.7222 0.7492
```

g. Data dengan *n* = 100, 5% pencilan

```
> library(MASS)
> LMSpA<-lmsreg(YpA~x1A+x2A)
> LMSpA
Call:
lqs.formula(formula = YpA ~ x1A + x2A, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)          x1A          x2A
     1.2623       0.8565       1.9970

Scale estimates 0.7364 0.7249
```

h. Data dengan *n* = 100, 10% pencilan

```
> library(MASS)
> LMSpA<-lmsreg(YpA~x1A+x2A)
> LMSpA
Call:
lqs.formula(formula = YpA ~ x1A + x2A, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)          x1A          x2A
      1.005        1.915        2.149

Scale estimates 0.7949 0.8741
```

i. Data dengan *n* = 180, tanpa pencilan

```
> library(MASS)
> LMSB<-lmsreg(YB~x1B+x2B)
```

```
> LMSB
Call:
lqs.formula(formula = YB ~ x1B + x2B, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)          x1B          x2B
      1.372        1.739        2.140

Scale estimates 0.7781 0.8084
```

j. Data dengan n = 180, 2% pencilan

```
> LMSpB<-lmsreg(YpB~x1B+x2B)
> LMSpB
Call:
lqs.formula(formula = YpB ~ x1B + x2B, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)          x1B          x2B
      1.342        1.355        1.926

Scale estimates 0.7948 0.8062
```

k. Data dengan n = 180, 5% pencilan

```
> library(MASS)
> LMSpB<-lmsreg(YpB~x1B+x2B)
> LMSpB
Call:
lqs.formula(formula = YpB ~ x1B + x2B, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)          x1B          x2B
      1.350        1.580        1.993

Scale estimates 0.8029 0.7957
```

l. Data dengan n = 180, 10% pencilan

```
> library(MASS)
> LMSpB<-lmsreg(YpB~x1B+x2B)
> LMSpB
Call:
lqs.formula(formula = YpB ~ x1B + x2B, method = "lms")

Coefficients:
(Intercept)          x1B          x2B
      1.357        1.711        1.913

Scale estimates 0.8091 0.7499
```

B.3 Tahapan Analisis Data

a. Data dengan n = 20, 2% pencilan

```
> YpredOLS<-fitted(OLS)
> YpredOLSp<-fitted(OLSp)
> YpredLMS<-fitted(LMS)
> YpredLMSp<-fitted(LMSp)
> as.numeric(Y-YpredOLSp)
 [1] -0.74633756  0.18984204  0.54880146  0.26655368
 [5]  0.72867588 -0.40722928 -0.63775405  0.42815074
 [9] -0.46330644  1.37725323 -0.25914275  0.82705905
[13] -0.14162941 -0.29505347  1.65723590  0.20393629
[17] -1.27468202 -0.03429538 -0.19456189 -1.77351603
> as.numeric(Y-YpredLMS)
 [1] -1.28239404  0.27653247  0.27653247 -0.24192744
 [5]  0.22219399  0.07207935 -1.34368248  0.42091523
 [9] -0.88041370  0.94885242 -0.87480217  0.27653247
[13] -0.19181915 -1.03281537  1.36165160 -0.27653247
[17] -1.70600187 -0.14952996 -0.11350461 -2.05723322
> as.numeric(Y-YpredLMSp)
 [1] -1.28239404  0.27653247  0.27653247 -0.24192744
 [5]  0.22219399  0.07207935 -1.34368248  0.42091523
 [9] -0.88041370  0.94885242 -0.87480217  0.27653247
[13] -0.19181915 -1.03281537  1.36165160 -0.27653247
[17] -1.70600187 -0.14952996 -0.11350461 -2.05723322
> MSE1<-sum((YpredOLS-Y)^2)/n
> MSE1
[1] 0.6409571
> MSE2<-sum((YpredOLSp-Y)^2)/n
> MSE2
[1] 0.6409571
> MSE3<-sum((YpredLMS-Y)^2)/n
> MSE3
[1] 0.831119
> MSE4<-sum((YpredLMSp-Y)^2)/n
> MSE4
[1] 0.831119
```

b. Data dengan n = 20, 5% pencilan

```
> YpredOLSp<-fitted(OLSp)
> YpredLMSp<-fitted(LMSp)
> as.numeric(Y-YpredOLSp)
 [1] -0.77917874 -1.29049683  0.58004676  0.02073915
 [5]  0.93867372 -2.73423040 -0.23716656 -0.23836522
 [9] -0.95538229  1.04410500  0.35395212  1.00500066
[13] -0.94258915  0.67308128  1.62670460  0.26399260
[17] -1.00274159 -0.24237195 -1.19741057 -1.96669347
> as.numeric(Y-YpredLMSp)
 [1] -1.25962975  0.20066345  0.17688145 -0.20580421
 [5]  0.20317503 -0.07382429 -1.29860705  0.28901771
```

```
 [9] -0.85472935  0.96052801 -0.89430911  0.28049600
[13] -0.28901771 -1.04146409  1.27950158 -0.28901771
[17] -1.76510223 -0.28901771 -0.24377578 -2.12518130
> MSE1<-sum((YpredOLSp-Y)^2)/n
> MSE1
[1] 1.232054
> MSE2<-sum((YpredLMSp-Y)^2)/n
> MSE2
[1] 0.8356317
```

c. Data dengan n = 20, 10% pencilan

```
> YpredOLSp<-fitted(OLSp)
> YpredLMSp<-fitted(LMSp)
> as.numeric(Y-YpredOLSp)
 [1] -1.0738295 -2.3557278  0.6853535 -0.4677131
 [5]  0.9416165 -4.2145693 -0.2802378 -0.5486616
 [9] -1.5932315  0.5625341  0.6521522  0.9182572
[13] -1.4510190  1.1987656  1.6364769  0.1387776
[17] -0.8389856 -0.1965735 -1.7575793 -2.1164677
> as.numeric(Y-YpredLMSp)
 [1] -0.44538780  0.42000775  0.34456858  0.66883423
 [5]  0.80763252 -0.26795212 -0.34456858  0.25113735
 [9] -0.04764287  1.70110311 -0.27255712  1.00535116
[13] -0.14936615 -0.34456858  1.53702747  0.34272087
[17] -1.37032019 -0.34456858 -0.28961531 -1.80030218
> MSE1<-sum((YpredOLSp-Y)^2)/n
> MSE1
[1] 2.254701
> MSE2<-sum((YpredLMSp-Y)^2)/n
> MSE2
[1] 0.6885084
```

d. Data dengan n = 100, 2% pencilan

```
> YpredOLSA<-fitted(OLSA)
> YpredOLSpA<-fitted(OLSpA)
> YpredLMSA<-fitted(LMSA)
> YpredLMSpA<-fitted(LMSpA)
> as.numeric(YA-YpredLMSA)
  [1] -0.8992302637  0.1603011506  0.1235290477 -0.3033983218
  [5]  0.1065724706 -0.4468525229 -0.6798775095 -0.1256563704
  [9] -0.7130293660 -1.2432168679  0.5768818079  1.1593543782
 [13]  0.6629201216 -0.0992430583 -1.4206605632  0.9500813909
 [17] -0.8503258460 -1.3647843927 -0.7072611294  1.6212752259
 [21] -0.6482801421  1.5484980857 -0.1104462896  1.3494839205
 [25] -0.0924381123 -1.5778177154  1.1285280056 -0.1035850104
 [29]  1.7514457199  0.1846204552 -1.1686655750  0.1956832799
 [33] -0.0008142561 -0.4438990423 -1.4707061475  0.4548329973
 [37]  0.9024800303 -1.5383060036  0.3820600254  0.3763599388
```

```
 [41] -0.6555261229 -1.3631697213  0.1389874246 -0.2776307602
 [45]  0.2893120888 -1.0478523259 -1.3543632093  0.0283993083
 [49] -0.1959125272 -0.1602677647 -0.4249501199 -0.9610986251
 [53] -0.0622379202 -0.5437054009  0.8814118748  0.4613462824
 [57]  0.8715165396  2.5287001666 -0.0161830037  0.0794100658
 [61] -1.4374470214 -1.4022542900 -0.3943481997 -0.3865535470
 [65] -1.0406305326 -0.3745623790  0.2271750761  0.6348633209
 [69]  1.9058489695 -1.2272965121  0.7568158804  0.2682968582
 [73] -0.4283468537 -0.9016791074  0.3820600254  0.6714345372
 [77]  1.0461113296  0.2201276036 -0.5445320500 -0.7216961135
 [81] -2.2323125524 -0.0649333068  0.0429458484 -0.7027680452
 [85]  1.0305051648  0.2758138172  0.0708291765  0.4558075396
 [89]  0.4451793568 -0.3228190984 -0.3242442676  0.9307290635
 [93] -0.2860958323  0.2972062670  0.3820600254  0.1655996653
 [97] -0.4613462824  0.7395796933 -0.1428868082 -0.7314193108
> as.numeric(YA-YpredLMSpA)
  [1] -0.781780663  0.296074977  0.411742366 -0.437600992
  [5]  0.401092216 -0.370260594 -0.577461783  0.006301735
  [9] -0.414665518 -0.979854492  0.588811560  1.351506498
 [13]  0.683551728  0.090473957 -1.205747748  0.883941409
 [17] -0.738017878 -1.085064317 -0.567088046  1.735102007
 [21] -0.408579940  1.567839739 -0.202067410  1.332042026
 [25]  0.030601170 -1.556657786  1.203810264 -0.034382727
 [29]  1.876588468  0.588679586 -1.027229822  0.237645613
 [33]  0.217981669 -0.475926907 -1.068165234  0.705844183
 [37]  1.177704006 -1.354734296  0.460706518  0.245888753
 [41] -0.819233338 -1.282775060  0.309284091 -0.327293863
 [45]  0.357729136 -0.790465786 -1.239877085 -0.089423059
 [49]  0.089391413 -0.145902928 -0.371439746 -0.707774481
 [53]  0.038587823 -0.275442456  0.866428771  0.617066147
 [57]  1.016366539  2.742203836 -0.069188179  0.279368358
 [61] -1.257950098 -1.169109334 -0.351212366 -0.203824606
 [65] -0.845381831  0.002040865  0.294148860  0.592495404
 [69]  1.910193147 -1.003417856  0.831726043  0.426759903
 [73] -0.244605684 -0.735292823  0.338163862  0.937977531
 [77]  1.256382746  0.296074977 -0.474282781 -0.898659541
 [81] -1.931569524  0.077830656  0.077239878 -0.462819948
 [85]  1.156381908  0.487088469  0.232539001  0.469182005
 [89]  0.634216300 -0.209073321 -0.367066386  1.049055164
 [93] -0.107564029  0.296074977  0.580897149  0.196651521
 [97] -0.348831824  1.012495772 -0.240036499 -0.487088469
> MSE1A<-sum((YpredOLSA-YA)^2)/n
> MSE1A
[1] 0.6972962
> MSE2A<-sum((YpredOLSpA-YA)^2)/n
> MSE2A
[1] 0.7648427
> MSE3A<-sum((YpredLMSA-YA)^2)/n
> MSE3A
[1] 0.7355892
> MSE4A<-sum((YpredLMSpA-YA)^2)/n
```

```
> MSE4A
[1] 0.7028768
```

e. Data dengan n = 100, 5% pencilan

```
> YpredOLSpA<-fitted(OLSpA)
> YpredLMSpA<-fitted(LMSpA)
> MSE1A<-sum((YpredOLSpA-YA)^2)/n
> as.numeric(YA-YpredOLSpA)
  [1] -1.188438902  0.522031733  0.445254757 -0.821447620
  [5]  1.388011212 -1.118435167 -1.175258337 -0.639815495
  [9]  0.022179331 -0.717732366  0.277154315  1.889108666
 [13]  0.261320753  0.426982027 -1.542715414 -0.191299864
 [17] -0.788840438 -0.892824032 -0.600919558  1.462579690
 [21] -0.205522952  0.673369851 -1.025673712  0.690490212
 [25] -0.158673013 -1.666135367  1.037422683 -0.348210323
 [29]  1.811225660  0.796885860 -1.539918567 -0.204664876
 [33]  0.724727197 -0.442386970 -0.803756749  0.974000981
 [37]  1.335190608 -1.387402528  0.573736074 -0.561271744
 [41] -2.136798598 -1.754086578 -0.591606316 -1.460955179
 [45]  0.346365459 -0.363685586 -1.158136387 -1.477951039
 [49] -0.203579271 -0.119960552 -1.546119188 -0.928165340
 [53] -1.039008947 -0.106686330 -0.578980373  0.566289540
 [57]  0.571175946  2.620304512 -0.790530988 -0.050430113
 [61] -1.668958059 -0.409650831 -0.790722510 -0.683939875
 [65] -0.846046041  0.008214654 -0.182745291  0.356706032
 [69]  1.741424618 -0.978727533  0.546097053  0.630901601
 [73] -0.325951198 -0.923899113 -0.300898265  0.981541683
 [77]  1.171576656 -0.379131245 -0.452575694 -1.949314306
 [81] -1.925790745 -0.278765947 -0.083265147 -0.357317717
 [85]  1.072706053  0.805818975 -0.353154786 -0.215293970
 [89]  0.841200567 -0.540195640 -1.202428172  0.846326181
 [93] -0.022537999  0.164318669 -0.325106486 -1.378961623
 [97] -0.431226463  0.847435706 -1.390685732 -0.823406383
> as.numeric(YA-YpredLMSpA)
  [1] -0.641781696  0.342981723  0.388111264 -0.143106256
  [5]  0.250494804 -0.160633303 -0.403394151  0.168121963
  [9] -0.496690194 -1.017436485  0.782567816  1.322929210
 [13]  0.886131567  0.089367890 -1.135716300  1.225067318
 [17] -0.640716720 -1.123862988 -0.489412325  1.860059536
 [21] -0.423737005  1.832160983  0.122530858  1.586741104
 [25]  0.139053402 -1.394763972  1.339187219  0.123822616
 [29]  1.967736075  0.470031518 -0.888555692  0.429471397
 [33]  0.176716952 -0.299211607 -1.193115409  0.675210696
 [37]  1.146202565 -1.304359814  0.557924716  0.592670429
 [41] -0.385799434 -1.111251300  0.479993003  0.011061857
 [45]  0.477397927 -0.845555482 -1.161043659  0.324460800
 [49]  0.109707558  0.002768409 -0.092338942 -0.676816259
 [53]  0.275560223 -0.304043062  1.223313661  0.687201934
 [57]  1.144195155  2.785365973  0.218055740  0.357830623
```

```
 [61] -1.156208048 -1.251959423 -0.160482086 -0.095187458
 [65] -0.806442308 -0.073361346  0.474789360  0.810432025
 [69]  2.090257753 -0.985661435  0.982721861  0.462286634
 [73] -0.188056248 -0.654045613  0.609092063  0.926606854
 [77]  1.296780802  0.496690194 -0.360027487 -0.491372507
 [81] -1.959460939  0.195532799  0.237500931 -0.465544323
 [85]  1.249433298  0.474789360  0.367949281  0.710140318
 [89]  0.650248540 -0.076503783 -0.071481007  1.162192180
 [93] -0.069222910  0.474789360  0.734410296  0.541536530
 [97] -0.247586012  1.024057352  0.130219880 -0.435545428
> MSE1A
[1] 0.9582144
> MSE2A<-sum((YpredLMSpA-YA)^2)/n
> MSE2A
[1] 0.7576825
```

f. Data dengan n = 100, 10% pencilan

```
> YpredOLSpA<-fitted(OLSpA)
> YpredLMSpA<-fitted(LMSpA)
> as.numeric(YA-YpredOLSpA)
  [1] -1.49728168  0.61823527  0.23688595 -0.82610035
  [5]  1.81454060 -1.61040212 -1.59558149 -1.12658982
  [9]  0.07381211 -0.74360658  0.15340349  2.13050447
 [13]  0.05310929  0.53573222 -1.91648072 -0.73973593
 [17] -0.85212045 -0.98453894 -0.68473712  1.24823780
 [21] -0.24402106  0.14857764 -1.37538399  0.37825996
 [25] -0.32751917 -1.66430826  0.93880269 -0.53915567
 [29]  1.72342181  0.57321806 -1.94770413 -0.45088192
 [33]  0.91476092 -0.28319041 -0.98782888  0.96636691
 [37]  1.22522874 -1.52024601  0.65944726 -0.85531654
 [41] -2.73646440 -2.06394584 -1.29397676 -2.06764900
 [45]  0.36003613 -0.27180110 -1.13463262 -2.17807439
 [49] -0.62850105 -0.01912686 -2.29885357 -1.26749951
 [53] -1.78066117 -0.20106867 -1.43544475  0.45321583
 [57]  0.20493299  2.39300883 -1.11568524 -0.40220326
 [61] -2.05194333 -0.06587911 -1.03640033 -1.11717959
 [65] -0.97073616 -0.32001396 -0.48096116  0.34637202
 [69]  1.72261798 -1.11920006  0.36759292  0.68637147
 [73] -0.49177419 -1.14204560 -0.58108961  0.80481435
 [77]  0.97297364 -0.82121295 -0.41873415 -2.35399677
 [81] -2.16721921 -0.58294510 -0.13088018 -0.46180519
 [85]  0.97172563  0.87785356 -0.83337946 -0.59180292
 [89]  0.86349472 -0.79391270 -1.61606351  0.67382738
 [93] -0.07032793  0.17672471 -1.06367720 -2.37595588
 [97] -0.51600782  0.52288177 -1.95431996 -1.23049769
> as.numeric(YA-YpredLMSpA)
  [1] -0.41195688  0.53612668  1.32448179 -1.08355345
  [5]  1.03285868 -0.05446738 -0.20648766  0.51118249
  [9]  0.40919537 -0.24013251  0.50526913  1.71737960
```

```
 [13]  0.67039784  0.51118249 -0.46774394  0.73282093
 [17] -0.50309658 -0.25734512 -0.22596028  2.04732208
 [21]  0.25529273  1.70120497 -0.53612668  1.23676406
 [25]  0.35299838 -1.66815438  1.32747879  0.11228082
 [29]  2.16761321  1.90953558 -0.52722789  0.31642034
 [33]  0.70053628 -0.84650234  0.22855403  1.39413270
 [37]  1.99856920 -0.84006841  0.50810470 -0.24913739
 [41] -1.28349892 -1.04067459  1.04963535 -0.39362120
 [45]  0.40409124 -0.12758084 -1.03880802 -0.34701977
 [49]  1.09534203 -0.32812796 -0.01114341  0.14670970
 [53]  0.55730753  0.51390783  1.03921183  1.02593766
 [57]  1.50836926  3.40547842 -0.28134952  0.95514192
 [61] -0.63808622 -0.71022790 -0.26863456  0.45118900
 [65] -0.29420264  1.27776766  0.48426090  0.26699572
 [69]  1.75035552 -0.34565369  0.99220513  0.76474160
 [73]  0.28637498 -0.23940523  0.13607570  1.76064848
 [77]  1.89478993  0.58584702 -0.43120109 -1.50178149
 [81] -0.95971132  0.53301661  0.03476629  0.23338179
 [85]  1.45623035  0.99989551  0.83723547  0.51118249
 [89]  1.09380405  0.12164511 -0.50179689  1.35688702
 [93]  0.34910070  0.10240671  1.43726132  0.59573394
 [97] -0.10294175  1.92771807 -0.49120066  0.36859381
> MSE1A<-sum((YpredOLSpA-YA)^2)/n
> MSE1A
[1] 1.393377
> MSE2A<-sum((YpredLMSpA-YA)^2)/n
> MSE2A
[1] 0.977904
```

g. Data dengan n = 180, 2% pencilan

```
> YpredOLSB<-fitted(OLSB)
> YpredOLSpB<-fitted(OLSpB)
> YpredLMSB<-fitted(LMSB)
> YpredLMSpB<-fitted(LMSpB)
> as.numeric(YB-YpredOLSB)
  [1] -0.6430317897 -0.7099629838  0.0042010024 -0.9968067370
  [5] -0.1086698548  1.2834476821  0.2768224072 -0.1146128532
  [9]  0.3496180169  0.4839152076  1.4049346983 -1.8713276958
 [13] -0.7226671710 -0.7979006045  0.3946414450 -0.9785741250
 [17] -0.1271256920 -1.2067610627 -0.9277044767 -1.5112232854
 [21]  0.4542378578 -0.3360701269 -0.9965664114 -0.4230414718
 [25] -1.0162491056 -1.3427782621 -0.5942322812 -0.5443384067
 [29]  0.3059861883 -0.1317445938 -0.1900814403  0.5209429661
 [33]  0.5247180221 -0.2248542637  0.9917457193  0.3390936651
 [37]  0.7197157667 -0.9083593953 -0.4805618608  1.7126212558
 [41] -0.6533432585 -0.7050414378  0.3972065321  0.7632744320
 [45]  0.8542271551 -0.1206978406 -0.0183796494 -0.4468628106
 [49]  0.3208046739  1.0514145208  0.8111005118  1.1444299735
 [53] -0.0116550110 -0.6734893750 -1.8795389828  1.1587381558
 [57]  1.0283966214  1.0750129010  0.7173868765  0.3543114367
```

```
 [61]  0.0578680400  1.7295857082 -0.3051785912  0.4401889963
 [65]  0.2130059769  1.0682893598  0.9971684677 -0.4489144249
 [69]  0.2605090211 -0.9291265841  0.9172532491  0.8883096857
 [73] -0.8850495543 -0.2581913863 -1.4774789636  0.6247976947
 [77]  0.4359228142  1.1185788287  0.3707745829  0.1035811544
 [81]  0.2437473105  0.3711628612  0.3864554463 -0.1263772058
 [85]  0.2821112405 -0.1455197245  1.3359389186  1.5211267097
 [89] -1.5114765750  2.0963137464 -0.0183299137 -0.8355536019
 [93] -1.0562528729 -0.0454750352 -0.4596898869  3.3213310420
 [97]  1.0649879636 -0.3110674426  0.7159549777  0.9670697621
[101] -0.7939374734 -0.9279001501  1.3317426128 -0.3842928938
[105] -1.2882903719 -1.0054717659  0.7312814973 -1.2658551088
[109]  0.0028644335 -2.3313940603  1.0478641222  0.7280396385
[113]  0.7839330280  0.2683011707  0.2095657447 -0.1017294081
[117] -0.3613995678 -1.1992731793 -0.5983530411 -0.0788684436
[121] -1.6265497840  1.0999705390  0.1399366372  1.4736136811
[125] -0.1692175267 -0.6857828967 -0.5037598701 -0.6743760222
[129]  0.8453628171  0.0005328633  0.2766831462 -1.3278435340
[133] -0.6932162319 -0.8212655374 -0.0281315952  0.1498232474
[137]  0.1683885954  0.1129254022  0.2919803273 -0.3083832047
[141] -0.4123398096 -0.1249922583  0.8267318071 -0.3998768518
[145] -0.8194655119 -1.7939062817 -0.5921657138  0.7086807451
[149]  0.4189108913 -0.6800641830 -0.3606538215 -0.1777969040
[153]  0.5988167792  1.6414084802 -0.1675779130  0.1124870177
[157] -0.6652317782 -0.7399437846 -0.8414850169 -0.3550719344
[161]  1.7055868523  0.0992472160 -0.2240374008 -0.3669882985
[165] -0.1998975751 -0.8402544637 -0.4991702191  0.7642990910
[169] -1.6359776251  0.1268980027  0.0267922259 -0.3860226364
[173]  0.3377596985 -0.3246996767 -0.6410608937 -0.4578388512
[177]  0.4424692132  1.1861089212  0.6636487741  1.8121126812
> as.numeric(YB-YpredOLSpB)
  [1] -0.606302415 -0.864212315  0.251122625 -0.902376803
  [5] -0.013039318  1.154648837 -0.010228144 -0.222708387
  [9]  0.233700823  0.670055304  1.278055772 -1.813491284
 [13] -0.863377498 -0.922149333  0.292666128 -1.198158044
 [17] -0.313292496 -1.419102761 -1.092015151 -1.496297479
 [21]  0.331350689 -0.369149402 -1.086016399 -0.430641805
 [25] -1.177342359 -1.327239679 -0.512904991 -0.215264037
 [29]  0.315616113 -0.352656112 -0.319876043  0.399694837
 [33]  0.290413433 -0.498992671  1.059761781  0.253820202
 [37]  0.716822484 -0.928067102 -0.633386851  1.627604959
 [41] -0.975573478 -0.796617252  0.345041340  0.604721587
 [45]  0.544734645 -0.300568372 -0.026184478 -0.726704565
 [49]  0.278994498  0.993865835  0.816624669  1.228597659
 [53]  0.091287571 -0.793025447 -1.850836188  1.049744640
 [57]  1.029591199  1.039426624  0.631193762  0.245212463
 [61]  0.042678312  1.510111596 -0.542223736  0.303067020
 [65] -0.099141637  0.972669698  0.864081957 -0.684254335
 [69]  0.065683184 -1.181929960  0.835943740  0.816172396
 [73] -0.714463274 -0.377828670 -1.337670129  0.271863331
 [77]  0.427823828  0.861896586  0.251117495 -0.042936770
```

```
 [81] -0.024994152  0.422889462  0.583789159 -0.681159631
 [85]  0.282710182 -0.125691649  1.180420701  1.235490883
 [89] -1.667075334  1.882010095  0.009861077 -1.012499003
 [93] -0.927623648 -0.046010225 -0.516563240  3.466005297
 [97]  0.903658838 -0.532616641  0.683993975  0.993992126
[101] -0.829314170 -1.015458006  1.463227759 -0.418874203
[105] -1.454375436 -1.223380533  0.629598556 -1.136915662
[109] -0.062814188 -2.552709241  1.089001779  0.615535094
[113]  0.909605671  0.148176716  0.041069391 -0.029137719
[117] -0.525346452 -1.355881635 -0.717870801 -0.041930274
[121] -1.475482229  0.976662139 -0.062674326  1.363187056
[125] -0.085790535 -0.819046668 -0.656913444 -0.959554003
[129]  0.633277241 -0.118415792  0.096395167 -1.460910937
[133] -0.554015141 -0.737096150 -0.107187223 -0.000088642
[137] -0.163057857 -0.029582740  0.215297112 -0.314948246
[141] -0.430360908 -0.458186093  0.833415916 -0.406710301
[145] -0.832252610 -1.995584413 -0.854021483  0.674354729
[149]  0.551197408 -0.798365537 -0.216904403 -0.364949907
[153]  0.659946447  1.590259041 -0.314635798  0.190209943
[157] -0.491892838 -0.722769868 -0.744131784 -0.355719272
[161]  1.705004696  0.119256452 -0.478772144 -0.559239087
[165] -0.088967009 -0.938511486 -0.569952845  0.666126671
[169] -1.735050689  0.171042389 -0.027053544 -0.534252740
[173]  0.365150765 -0.335732757 -0.536117728 -0.663155421
[177]  0.423046714  1.346170977  0.518792430  1.851835357
> as.numeric(YB-YpredLMSB)
  [1] -0.506695683 -0.858641470  0.245427433 -0.846467883
  [5]  0.021777365  1.376476211  0.191505466 -0.152189135
  [9]  0.483455047  0.738748206  1.507337912 -1.764356661
 [13] -0.701843632 -0.769754906  0.499053700 -1.077119177
 [17] -0.100738982 -1.179749230 -0.874638310 -1.365919365
 [21]  0.437912146 -0.173634512 -0.948772565 -0.299761164
 [25] -1.046682162 -1.234281529 -0.404421002 -0.194872132
 [29]  0.431889356 -0.228106736 -0.092622733  0.498672536
 [33]  0.460044444 -0.346175888  1.092064514  0.428960517
 [37]  0.785057838 -0.782143952 -0.456653271  1.705334479
 [41] -0.809823137 -0.476176201  0.480190775  0.768794466
 [45]  0.786395847 -0.174929870  0.064492140 -0.489509036
 [49]  0.388954648  1.174253464  0.963996562  1.413824004
 [53]  0.099613539 -0.644950225 -1.721496228  1.156638574
 [57]  1.212787366  1.070460818  0.843739008  0.314346091
 [61]  0.131254050  1.684449441 -0.500551468  0.411253993
 [65] -0.005771136  1.049741521  1.014864908 -0.524795923
 [69]  0.189855113 -0.936352840  1.010490523  0.975583466
 [73] -0.627143426 -0.385404029 -1.315641899  0.486636194
 [77]  0.543628079  0.983170595  0.444599813  0.043456591
 [81]  0.155921284  0.518937664  0.595128179 -0.347554523
 [85]  0.219354059 -0.003933973  1.344818044  1.443063599
 [89] -1.506864978  1.998172510  0.175138766 -0.767325301
 [93] -0.840069381  0.031685491 -0.423813052  3.517262994
 [97]  1.061612554 -0.272539427  0.862931713  1.112121760
```

```
[101] -0.783312223 -0.862073462  1.383711325 -0.211501882
[105] -1.381739980 -0.986211240  0.764019894 -1.062731762
[109]  0.013364030 -2.377393956  1.223506191  0.714672753
[113]  0.942389560  0.321418478  0.207354481  0.173078556
[117] -0.305227464 -1.165761339 -0.578080817  0.075033697
[121] -1.452891965  1.176456816  0.005484127  1.528424822
[125]  0.013364030 -0.774294326 -0.505320786 -0.690481000
[129]  0.770319004  0.048959813  0.360028330 -1.397666299
[133] -0.471212038 -0.651704498 -0.040575818  0.331196178
[137]  0.013364030  0.104386212  0.343909179 -0.193220642
[141] -0.370428690 -0.167184360  1.050750732 -0.291757414
[145] -0.747361020 -1.868344991 -0.752147863  0.874883287
[149]  0.524795923 -0.674535295 -0.207261324 -0.091957345
[153]  0.730980447  1.709999108 -0.061050460  0.277608425
[157] -0.274548125 -0.554312726 -0.639468761 -0.231309728
[161]  1.791399275  0.241367501 -0.303885638 -0.379570285
[165]  0.074289666 -0.801644984 -0.425913514  0.833679412
[169] -1.582692198  0.267197688  0.160544440 -0.482937737
[173]  0.392282849 -0.200892359 -0.413404914 -0.431054774
[177]  0.452532079  1.422472944  0.753275842  2.012854113
> as.numeric(YB-YpredLMSpB)
  [1] -0.574189677 -0.701136918  0.000515099 -0.957691519
  [5] -0.083568879  1.435486450  0.417510706 -0.063258951
  [9]  0.520030515  0.530364378  1.561897192 -1.836249425
 [13] -0.610496455 -0.692002434  0.536096002 -0.892290596
 [17]  0.019477851 -1.042041535 -0.778173920 -1.421684204
 [21]  0.529699040 -0.202696525 -0.901160586 -0.332886162
 [25] -0.924313821 -1.278082958 -0.520057914 -0.531740975
 [29]  0.386230156 -0.043114437 -0.034428916  0.591350147
 [33]  0.643437489 -0.116794703  1.015524708  0.459599433
 [37]  0.768233564 -0.808068245 -0.358150874  1.768471063
 [41] -0.536096002 -0.488018706  0.490754367  0.877354240
 [45]  1.021697523 -0.031859868  0.045094326 -0.282728472
 [49]  0.397504121  1.175055058  0.912036559  1.269503532
 [53] -0.004228010 -0.570517055 -1.790861834  1.234245647
 [57]  1.153164011  1.099250120  0.862730295  0.404758276
 [61]  0.120040314  1.851243041 -0.271352510  0.516907696
 [65]  0.282087318  1.123835714  1.102107994 -0.336933642
 [69]  0.348561295 -0.759768604  1.037315336  0.998210907
 [73] -0.826042257 -0.258524986 -1.461420263  0.774967124
 [77]  0.516077999  1.205483996  0.503885666  0.165953084
 [81]  0.370388560  0.437454923  0.394697669  0.105195761
 [85]  0.243246343 -0.061763655  1.450195993  1.665672739
 [89] -1.399997443  2.179294449  0.094205968 -0.667415367
 [93] -0.996563442  0.009292127 -0.394223863  3.356728637
 [97]  1.175041250 -0.132477803  0.838312088  1.048328825
[101] -0.759768604 -0.821805284  1.280509340 -0.243030520
[105] -1.234804171 -0.842132079  0.824967517 -1.215043646
[109]  0.057441941 -2.209064885  1.139812928  0.798443258
[113]  0.807307795  0.387984214  0.325238612  0.034765849
[117] -0.210053580 -1.067929784 -0.500879965  0.001491259
```

```
[121] -1.610259348  1.237317033  0.190909785  1.587862670
[125] -0.101261563 -0.651214955 -0.398031096 -0.489017247
[129]  0.942173562  0.116307711  0.457115098 -1.281004494
[133] -0.636812880 -0.762453504  0.020264179  0.374775219
[137]  0.292834348  0.206823510  0.381496925 -0.224315870
[141] -0.369143057  0.075523465  0.974088543 -0.320302610
[145] -0.759768604 -1.703732080 -0.518071896  0.845397626
[149]  0.402920602 -0.593199047 -0.352864750  0.008933149
[153]  0.648388605  1.724716182  0.005768148  0.172711910
[157] -0.519959937 -0.625159401 -0.770047793 -0.269298828
[161]  1.766128145  0.183235550 -0.101573406 -0.242134388
[165] -0.089741420 -0.744988553 -0.399488409  0.879930771
[169] -1.530419251  0.193356300  0.155171893 -0.346911153
[173]  0.358616694 -0.231873147 -0.557739054 -0.298021314
[177]  0.465475606  1.237935592  0.824289025  1.921677138
> MSE1B<-sum((YpredOLSB-YB)^2)/n
> MSE1B
[1] 0.7568845
> MSE2B<-sum((YpredOLSpB-YB)^2)/n
> MSE2B
[1] 0.780679
> MSE3B<-sum((YpredLMSB-YB)^2)/n
> MSE3B
[1] 0.7729685
> MSE4B<-sum((YpredLMSpB-YB)^2)/n
> MSE4B
[1] 0.7680184
```

h. Data dengan n = 180, 5% pencilan

```
> YpredOLSpB<-fitted(OLSpB)
> YpredLMSpB<-fitted(LMSpB)
> as.numeric(YB-YpredOLSpB)
  [1] -0.653242889 -0.860914814  0.325715530 -0.903428630
  [5]  0.003956106  0.978722372 -0.193498330 -0.267309190
  [9]  0.036106823  0.672294536  1.096111615 -1.814439193
 [13] -0.990076652 -1.038574519  0.133944304 -1.302704554
 [17] -0.490196157 -1.622731868 -1.269639118 -1.572653735
 [21]  0.253949776 -0.508057894 -1.184254200 -0.510891214
 [25] -1.281033110 -1.371811670 -0.560498162 -0.150117340
 [29]  0.250389659 -0.460379939 -0.500550865  0.328968705
 [33]  0.142449537 -0.638848903  1.074635347  0.124131830
 [37]  0.690350227 -1.022919354 -0.774823103  1.580450696
 [41] -1.133785828 -1.050326973  0.254316687  0.473125614
 [45]  0.324196262 -0.402896881 -0.072417685 -0.938896783
 [49]  0.211195964  0.864001490  0.724429599  1.116450739
 [53]  0.131842836 -0.905067372 -1.924192491  0.974200889
 [57]  0.906391062  1.039426390  0.469686617  0.201630641
 [61] -0.002912517  1.360444552 -0.582244762  0.222098258
 [65] -0.194505422  0.924440186  0.747661035 -0.823762710
 [69] -0.037705477 -1.397058148  0.707368208  0.701826816
```

```
 [73] -0.730392976 -0.358069981 -1.303043902  0.067408695
 [77]  0.360265438  0.751440186  0.100602920 -0.106895493
 [81] -0.187815578  0.381271218  0.636322913 -1.017321635
 [85]  0.368216703 -0.193992860  1.049017086  1.047493496
 [89] -1.794945504  1.782406139 -0.094008684 -1.215608301
 [93] -0.950210559 -0.080131208 -0.572105892  3.476626855
 [97]  0.776817647 -0.755213427  0.559296358  0.929855467
[101] -0.841957922 -1.127073663  1.582568056 -0.568055643
[105] -1.509695049 -1.426016839  0.531867962 -1.148131824
[109] -0.105677938 -2.703487457  1.013186012  0.546019446
[113]  0.932947163  0.014731368 -0.093930703 -0.157454903
[117] -0.705236667 -1.509237138 -0.822893367 -0.103537974
[121] -1.439598855  0.820239736 -0.119825126  1.238012913
[125] -0.125159653 -0.845700472 -0.777109121 -1.199563812
[129]  0.516332581 -0.246712257 -0.122861483 -1.503195130
[133] -0.570951035 -0.764695555 -0.144008300 -0.271961654
[137] -0.331726352 -0.133214674  0.126334579 -0.387286830
[141] -0.452130176 -0.724158091  0.682149731 -0.473352883
[145] -0.874353586 -2.102625664 -0.948844616  0.531008382
[149]  0.625679474 -0.889684990 -0.171182936 -0.593189545
[153]  0.640959508  1.512740519 -0.520267924  0.159918668
[157] -0.617513287 -0.831028141 -0.786022119 -0.429418173
[161]  1.663509656  0.050683866 -0.634331701 -0.709230132
[165] -0.178388660 -1.037785452 -0.671071993  0.540878398
[169] -1.847570012  0.128166274 -0.162454130 -0.568768134
[173]  0.378149578 -0.419863998 -0.592125573 -0.859560842
[177]  0.426846321  1.337951963  0.329676095  1.753347507
> as.numeric(YB-YpredLMSpB)
  [1] -0.531736136 -0.808326880  0.122276367 -0.899515940
  [5] -0.033320258  1.431554443  0.313228179 -0.117017047
  [9]  0.535019148  0.647161077  1.562131668 -1.802148746
 [13] -0.646021038 -0.721680892  0.541466139 -0.990295722
 [17] -0.021646002 -1.087443998 -0.804600742 -1.379340180
 [21]  0.482069290 -0.161662168 -0.916775517 -0.303451167
 [25] -0.984331369 -1.250685554 -0.448009344 -0.351482362
 [29]  0.419722590 -0.140456813 -0.036721640  0.541573159
 [33]  0.556734483 -0.233565044  1.048668283  0.461914294
 [37]  0.774789374 -0.779530243 -0.394512402  1.731098252
 [41] -0.675575678 -0.429950426  0.495989824  0.832480243
 [45]  0.920678362 -0.104863087  0.057968315 -0.368311487
 [49]  0.398466707  1.195657026  0.955856839  1.374590528
 [53]  0.039443910 -0.599218236 -1.740921520  1.194840645
 [57]  1.209114440  1.071558431  0.879806968  0.349849316
 [61]  0.127755690  1.775099144 -0.411981414  0.461655327
 [65]  0.118876993  1.080020732  1.066625213 -0.428399619
 [69]  0.266251438 -0.826182325  1.041695248  1.001740870
 [73] -0.710683141 -0.350940392 -1.390681382  0.637660122
 [77]  0.539056999  1.085976678  0.493683844  0.096317690
 [81]  0.268251584  0.487184426  0.494555599 -0.101027650
 [85]  0.198019277 -0.020091007  1.407221427  1.564601831
 [89] -1.444731223  2.082369167  0.158545507 -0.689830147
```

```
 [93] -0.905535530  0.021089736 -0.409069176  3.442253893
 [97]  1.126048413 -0.174765585  0.873218055  1.092647979
[101] -0.781217022 -0.829717680  1.304874242 -0.198021388
[105] -1.321457873 -0.891668918  0.801076360 -1.129303108
[109]  0.030692950 -2.285880901  1.199104790  0.753822134
[113]  0.874215360  0.369232661  0.275480293  0.140061640
[117] -0.235147171 -1.101019348 -0.532958839  0.051164824
[121] -1.532735876  1.227570966  0.081160059  1.571483782
[125] -0.031805950 -0.730163512 -0.444865626 -0.564670270
[129]  0.855078502  0.095841659  0.440303529 -1.352276065
[133] -0.541573159 -0.698194194 -0.018185273  0.403315386
[137]  0.152353318  0.158979228  0.369784638 -0.198021388
[141] -0.374790218 -0.019115981  1.047196372 -0.296935001
[145] -0.752161115 -1.788776799 -0.648525239  0.887756543
[149]  0.449474095 -0.631096680 -0.284896758 -0.008047538
[153]  0.693362623  1.724241144  0.004193695  0.234038858
[157] -0.349822909 -0.565933638 -0.690231676 -0.238462291
[161]  1.781455923  0.225158185 -0.198021388 -0.300248914
[165]  0.021941940 -0.765885186 -0.401456241  0.871632924
[169] -1.545455329  0.238715296  0.180878438 -0.431889109
[173]  0.365994109 -0.202817278 -0.466122443 -0.342299962
[177]  0.446560930  1.342661682  0.816184314  1.990988590
> MSE1B<-sum((YpredOLSpB-YB)^2)/n
> MSE1B
[1] 0.8239863
> MSE2B<-sum((YpredLMSpB-YB)^2)/n
> MSE2B
[1] 0.7694257
```

i. Data dengan n = 180, 10% pencilan

```
> YpredOLSpB<-fitted(OLSpB)
> YpredLMSpB<-fitted(LMSpB)
> as.numeric(YB-YpredOLSpB)
  [1] -0.756454823 -1.013243367  0.361070516 -0.962615593
  [5] -0.046145959  0.750483777 -0.485841831 -0.424856948
  [9] -0.197554738  0.649796612  0.865732174 -1.887588290
 [13] -1.199349369 -1.236633871 -0.075800980 -1.531591026
 [17] -0.740868185 -1.896199049 -1.512286602 -1.698272796
 [21]  0.075062341 -0.681953390 -1.360296824 -0.646996242
 [25] -1.487114299 -1.482005687 -0.646945323 -0.087820311
 [29]  0.128061967 -0.691293265 -0.731440086  0.153898892
 [33] -0.112823672 -0.905499799  1.012945513 -0.065342516
 [37]  0.581748845 -1.170639366 -0.995777759  1.430519710
 [41] -1.427624059 -1.301487082  0.096141252  0.254680630
 [45]  0.005448348 -0.615516914 -0.192343915 -1.242302492
 [49]  0.067942407  0.685058964  0.587640890  1.000239499
 [53]  0.095800354 -1.099227372 -2.043102546  0.801520966
 [57]  0.753126527  0.930958308  0.264653231  0.044185656
 [61] -0.125359445  1.110036017 -0.786979036  0.036055108
```

```
 [65] -0.454446254  0.769935246  0.546219702 -1.075391265
 [69] -0.256558625 -1.691513925  0.519943526  0.524715022
 [73] -0.767529855 -0.489278283 -1.327803776 -0.260286489
 [77]  0.230034794  0.505524157 -0.111990353 -0.288406911
 [81] -0.463375542  0.286345391  0.642147940 -1.485251092
 [85]  0.314469661 -0.313885137  0.831826005  0.753432464
 [89] -2.010478713  1.557903659 -0.227697773 -1.475273678
 [93] -1.006594581 -0.191485164 -0.715269836  3.442257603
 [97]  0.559582030 -1.041271271  0.392620748  0.814669952
[101] -0.956388374 -1.308785360  1.595107753 -0.747435944
[105] -1.694569976 -1.701141190  0.351383698 -1.198962726
[109] -0.246153923 -2.955131999  0.897861880  0.374876101
[113]  0.897381262 -0.189883098 -0.317809999 -0.285826765
[117] -0.948827945 -1.737336973 -1.013691645 -0.213679753
[121] -1.459446903  0.603424879 -0.319561123  1.041064776
[125] -0.206872372 -1.004307972 -0.988038249 -1.518307430
[129]  0.284391900 -0.448415738 -0.391523925 -1.669197551
[133] -0.620586303 -0.840499000 -0.286718464 -0.554139509
[137] -0.634090738 -0.332151443 -0.040386743 -0.519214682
[141] -0.564276392 -1.073695069  0.517573769 -0.602661263
[145] -0.994212659 -2.325848235 -1.189270121  0.354514554
[149]  0.617087271 -1.073468479 -0.189131282 -0.868773800
[153]  0.560450156  1.361265524 -0.769694974  0.080360344
[157] -0.706019815 -0.971033077 -0.863607374 -0.559730240
[161]  1.548613491 -0.069268741 -0.901057829 -0.949369602
[165] -0.273491378 -1.217695529 -0.841343874  0.348587014
[169] -2.034122807  0.029736025 -0.342624688 -0.736863528
[173]  0.300008293 -0.559138653 -0.673551687 -1.126885714
[177]  0.326383438  1.300470428  0.088985289  1.626646079
> as.numeric(YB-YpredLMSpB)
  [1] -0.5216383289 -0.9211624032  0.1290854490 -0.9001384782
  [5] -0.0475623171  1.4703238366  0.2885137863 -0.1721179400
  [9]  0.5964068979  0.6840848776  1.6064575415 -1.8188634208
 [13] -0.6510459333 -0.7275557628  0.5784871676 -1.0471925040
 [17] -0.0072108002 -1.0635145530 -0.7800383217 -1.3557269592
 [21]  0.4462042492 -0.1100262071 -0.9216796171 -0.2866424414
 [25] -1.0163075635 -1.2517156465 -0.4178871413 -0.3013255405
 [29]  0.4322955568 -0.1954441838  0.0053336823  0.5011937774
 [33]  0.5274260593 -0.2866563853  1.0240071587  0.4834874223
 [37]  0.7515088718 -0.7565736229 -0.3932873683  1.6880964847
 [41] -0.7353216337 -0.3139310577  0.5015103159  0.8234867069
 [45]  0.9153545228 -0.1461225453  0.0480268316 -0.3672037301
 [49]  0.3905491003  1.2294984417  0.9877704961  1.4565505058
 [53]  0.0099356764 -0.6064666378 -1.7136317428  1.1635988849
 [57]  1.2634344970  1.0132259634  0.9259161903  0.2935107476
 [61]  0.1140796325  1.7536143381 -0.5270908385  0.4223585172
 [65]  0.0142839012  1.0332224407  1.0568802238 -0.4647881734
 [69]  0.2192795280 -0.8109434092  1.0641305112  1.0170362871
 [73] -0.6663243801 -0.4615338918 -1.3994126214  0.6007233682
 [77]  0.5457007622  1.0174803118  0.5165360416  0.0395780042
 [81]  0.2355208901  0.4996725577  0.4969577943 -0.1230508399
```

```
 [85]  0.0885015828 -0.0006461756  1.3994048612  1.5442114379
 [89] -1.4553524214  2.0239088447  0.2095267620 -0.6508212413
 [93] -0.8743164602  0.0048357757 -0.4331830861  3.4544654496
 [97]  1.1121135408 -0.1399984601  0.9142052921  1.1119327258
[101] -0.8295482359 -0.8233088134  1.2261051647 -0.1389910239
[105] -1.3935297697 -0.8709533451  0.7904224698 -1.1068603126
[109] -0.0072108002 -2.3073003266  1.2337628112  0.7163195794
[113]  0.8681437303  0.3785020965  0.2648042271  0.2296304948
[117] -0.2086493742 -1.0921077838 -0.5457007622  0.0728496552
[121] -1.5375264194  1.2534559675 -0.0054577169  1.5785136010
[125] -0.0072108002 -0.8103424556 -0.4604319925 -0.5440947838
[129]  0.8111797016  0.1015900200  0.4905057054 -1.4201185285
[133] -0.5101576758 -0.6824989245 -0.0666778773  0.5080468573
[137]  0.0967701721  0.1350884397  0.3631967211 -0.1869599269
[141] -0.4083756035  0.0007995031  1.1259154614 -0.2904553085
[145] -0.7675211828 -1.8358840054 -0.7315379866  0.9423252585
[149]  0.4062139859 -0.6540464236 -0.3005999522  0.0461915575
[153]  0.6922272145  1.7198555429  0.0582565312  0.2490234155
[157] -0.2182879243 -0.5163330964 -0.6575673630 -0.2237454997
[161]  1.7709609466  0.2448949737 -0.2303153549 -0.3095688132
[165]  0.0978001365 -0.7738304990 -0.3959345471  0.8840824015
[169] -1.5433764253  0.2488718719  0.2206790991 -0.5124545967
[173]  0.3250277808 -0.1844680286 -0.4190725004 -0.3209585051
[177]  0.3923223812  1.3763724275  0.8582658737  2.0427971219
> MSE1B<-sum((YpredOLSpB-YB)^2)/n
> MSE1B
[1] 0.9476917
> MSE2B<-sum((YpredLMSpB-YB)^2)/n
> MSE2B
[1] 0.7771947
```