ANALISIS KOVARIANSI (ANAKOVA) DALAM RANCANGAN BUJURSANGKAR LATIN (RBSL)

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Persyaratan Penyelesaian Program Sarjana Sains
Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jember

Oleh :

Ninip Chanifah
NIM. 981810101033

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2003

MOTTO

Orang yang gagal meraih sesuatu yang hebat, tidak bisa dikatakan gagal total. Dia selalu yakin dan percaya bahwa paling tidak dia telah memenangkan perang terpenting dalam kehidupan, yaitu mengalahkan rasa takut untuk mencoba

(Robert H. Schuller)

Bukanlah suatu aib jika anda gagal dalam suatu usaha, yang merupakan aib ialah jika anda tidak berusaha bangkit dari kegagalan itu.

(Ali bin Abi Tholib ra.)

Gapailah langit, karena jika melesetpun kau akan tetap berada diantara bintang-bintang.

(Rossa Torcasio)

Orang-orang yang berhasil di dunia ini adalah orang-orang yang bangkit dan mencari keadaan yang mereka inginkan serta jika tidak menemukannya mereka akan membuatnya sendiri.

(George Bernard Shaw)

Mencintai kehidupan dengan bekerja adalah menyelami rahasia hidup yang paling dalam.

(Kahlil Gibran)

Alhamdulillah, hanya dengan ridha-Mu lah ya Allah, akhirnya setitik ilmu dari banyaknya ilmu-Mu dapat terwujud menjadi sebuah karya kecil yang kupersembahkan untuk :

- Ibuku tercinta *Siti Fahruroh Tuzzuriyah* yang telah memberikan segenap cinta, kasih-sayang, perhatian dan doa yang tiada henti untukku. Ananda ingin membalas melalui '*kado*' ini sebagai bukti bakti kecilku. Hanya Allah yang mampu membalas segala pengorbananmu Ibu …

- Ayahanda terhormat *Puji Santoso* yang dengan sejuta kasih-sayang telah membesarkan dan mendidikku serta memberikan kepercayaan yang teramat besar untukku agar tetap tabah, tegar dan terus bertahan serta berjuang untuk hidup dengan lebih kuat dan sabar

- Adindaku tersayang *Nuzul Churiyah* dan *Mochammad Mabrur* yang telah memberi warna dan arti hidup buat aku dan membuatku mampu bertahan. Terima kasih atas kesempatan yang kalian berikan untukku belajar dan semoga impian kita untuk selalu hidup bahagia bersama dapat terwujud. Aku bangga dengan kalian …

- Keluarga besar *Asiyah Turrahmah* di Tegal (uti Asiyah, Alm kung Irfan, bu'de Umi, pak'de Fateh, bu'de Ning, sepupu-sepupuku mbak Nunung, mbak Susy, double mas Budi, mbak Eli, om dan tanteku Amy Ahmad + mbak Nok, Om Teguh + mbak Lilik, dan keponakan-keponakanku yang lucu, Zaza, Alma, Nadya, Rama), Matur suwun atas rangkaian doa yang tiada pernah henti, kasih-sayang tiada ternilai serta dorongan semangat dan motivasinya selama ini.

- Almamater yang kubanggakan

DEKLARASI

Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini berisi hasil kerja/penelitian yang dimulai pada bulan April 2002 sampai dengan bulan Juni 2003. Bersama ini saya nyatakan bahwa isi Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini adalah hasil pekerjaan saya sendiri kecuali jika disebutkan sumbernya dan Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini belum pernah diajukan pada instansi lain.

Jember, Juni 2003

Penulis,

Ninip Chanifah

ABSTRAK

ANALISIS KOVARIANSI (anakova) DALAM RANCANGAN BUJURSANGKAR LATIN (RBSL), NINIP CHANIFAH, 981810101033, KARYA TULIS ILMIAH (SKRIPSI), JUNI, 2003, JURUSAN MATEMATIKA, FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM, UNIVERSITAS JEMBER.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui analisis kovariansi (anakova) dalam perancangan percobaan yaitu Rancangan Bujursangkar Latin (RBSL) dan penerapan juga keunggulannya dibandingkan analisis variansi (anava) biasa. Anakova adalah suatu metode yang digunakan dalam rancangan percobaan dengan menggabungkan antara model anava dan analisis regresi yang ditambahi variabel konkomitan. Hasil yang diperoleh menunjukkan anakova mampu menunjukkan bahwa dalam suatu hasil analisis dengan anava biasa masih ada variabel yang mempengaruhi hasil respon yang ada. Anakova juga mampu menunjukkan seberapa besar pengaruh variabel konkomitan tambahan tersebut dibandingkan hasil dari anava biasa, untuk selanjutnya dipertimbangkan dalam percobaan berikutnya.

Kata kunci : Analisis Kovariansi (anakova), Analisis Variansi (anava), Variabel Konkomitan, Rancangan Bujursangkar Latin (RBSL)

PENGESAHAN

Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini diterima oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember, pada :

Hari : KAMIS

Tanggal : 26 JUN 2003

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua (Dosen Pembimbing Utama)

Rita Ratih T, S.Si, M.Si

NIP : 132 243 343

Sekretaris (Dosen Pembimbing Anggota)

Yuliani Setia Dewi, S.Si, M.Si

NIP : 132 258 183

Anggota I

Drs. I Made Tirta, Dip. Sc, M.Sc, Ph. D

NIP : 131 474 500

Anggota II

M. Fatkurohman S.Si, M.Si

NIP : 132 210 538

Mengesahkan :

Dekan F. MIPA Universitas jember

Ir. Sumadi, MS

NIP : 130 368 784

KATA PENGANTAR

Dengan memanjatkan puji syukur kehadirat Allah SWT, atas segaia rahmat, taufiq serta hidayah – Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir berupa Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini.

Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini disusun untuk memenuhi persyaratan Tugas Akhir (MAU 425) pada kurikulum pendidikan di jurusan Matematika, Fakultas MIPA Universitas Jember (UNEJ).

Dengan selesainya Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini tidak lupa penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Ibunda dan Ayahanda tercinta atas dorongan semangat dan petuah-petuah yang menuntunku menuju pendewasaan diri,
2. Adik-adikku tersayang yang selalu mengisi hari dan langkahku dengan keceriaan,
3. Keluarga Besar Asiyah Turrahmah di Tegal,
4. Ir. Sumadi, MS, selaku Dekan Fakultas MIPA Universitas Jember,
5. Drs. Kusno. DEA. Ph. D, selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember,
6. Rita Ratih T, S.Si. M.Si, selaku Dosen Pembimbing Utama dari Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember,
7. Yuliani Setia Dewi, S.Si. M.Si, selaku Dosen Pembimbing Anggota dari Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember,
8. Drs. I Made Tirta, Dip. Sc. M.Sc. Ph. D, selaku Dosen Penguji Utama Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) dari Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember,
9. Fatkurohman S.Si. M.Si, selaku Dosen Penguji Anggota Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) dari jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember,
10. Sahabat-sahabat baikku, Vita, Rina, Nonik, Tutut, Indri, Indah, Lena, Mifta, Bahrul, Agung, Wawan dan Toriq terima kasih atas kebersamaan dan bantuannya.

11. Rekan-rekan seperjuangan angkatan '98 Matematika UNEJ,
12. Teman-temanku di Asrama Putri Danau Toba 4 Jember, Iik, Dyah, Tira, Ika, Ndaru, mbak Yeyen, mbak Epa, triana dan semuanya terima kasih atas dukungan kalian.
13. Rental komputer "POJOK" dan "SEVEN" atas bantuannya.
14. Dan seluruh pihak terkait yang tidak dapat saya sebut satu persatu yang telah membantu penulis selama penyusunan Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini

Penulis menyadari bahwa Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini masih jauh dari sempurna oleh karena itu saran dan koreksi atas kekurangan Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini akan diterima dengan senang hati.

Akhir kata semoga dengan tersusunnya Karya Tulis Ilmiah (Skripsi) ini dapat memberikan manfaat.

Hormat Kami,

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam suatu percobaan untuk meneliti perbedaan pengaruh dari beberapa perlakuan terhadap satuan percobaan, peneliti sering kali menjumpai bahwa masih ada faktor-faktor yang lain yang mempengaruhi hasil percobaan sebenarnya, yang bukan merupakan faktor yang diselidiki. Suatu percobaan misalnya, faktor yang akan diselidiki yaitu variabel tak bebas Y, terdapat faktor lain yang mempengaruhi yaitu variabel bebas X. Dalam hal ini terdapat hubungan linier antara variabel tak bebas Y dan variabel bebas X. Peneliti tidak bisa mengontrol variabel X, tetapi dapat menyelidikinya berdasarkan variabel Y.

Analisis kovariansi (anakova) adalah suatu metode yang menggabungkan antara model analisis variansi (anava) dan analisis regresi, yang keduanya menyangkut hubungan statistik antara satu atau lebih variabel bebas X dan satu variabel tak bebas Y. Ide dasarnya adalah menambahkan model analisis variansi (anava) yang mengandung pengaruh faktor dengan satu atau lebih variabel-variabel kuantitatif tambahan dengan menghubungkan variabel tak bebas Y yang diselidiki. Variabel-variabel kuantitatif tambahan atau variabel bebas X inilah yang disebut *variabel konkomitan*. Penambahan *variabel konkomitan* bertujuan untuk mengurangi variansi error pada model dan menjadikan penelitian lebih baik dalam pembandingan pengaruh perlakuan.

Anakova membantu peneliti dalam memahami prinsip-prinsip dasar hasil dari suatu penelitian. Perlakuan tertentu misalnya, dapat mengakibatkan pengaruh yang nyata pada variabel tak bebas Y dan variabel bebas X.

1.2 Permasalahan

Berdasarkan latar belakang pemikiran di atas, maka permasalahan yang ada dapat dirumuskan :

1. bagaimana anakova dalam perancangan percobaan untuk Rancangan Bujursangkar Latin (RBSL) model tetap;
2. bagaimana penerapan dan keunggulan dari anakova.

1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk :

1. mengetahui anakova dalam suatu perancangan percobaan yaitu Rancangan Bujursangkar Latin model tetap (RBSL);
2. mengetahui penerapan anakova dalam contoh dan keunggulannya.

1.4 Manfaat

Adapun manfaat penelitian ini, antara lain :

1. sebagai informasi bahwa anakova sebagai alat penghubung anava dan analisis regresi merupakan alat untuk menyelesaikan masalah dalam banyak bidang penelitian ;
2. sebagai informasi alternatif dalam suatu analisis perancangan percobaan untuk memperoleh tingkat ketelitian yang lebih baik.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Variansi (anava)

Analisis variansi atau anava adalah analisis untuk menguji hipotesis tentang perbedaan lebih dari dua rata–rata populasi. Anava dibedakan menjadi dua jenis :

(a) *One way anova* atau anava satu arah, yaitu anava dengan hanya memperhitungkan satu faktor yang menyebabkan variansi.

(b) *Two way anova* atau anava dua arah, yaitu anava dengan dua faktor yang menyebabkan variansi.

Anava dua arah merupakan pengembangan dari anava satu arah. Semua persyaratan yang berlaku pada anava satu arah berlaku juga untuk anava dua arah. Penggunaan anava dua arah yaitu apabila ingin mengetahui ada atau tidaknya perbedaan beberapa variabel bebas dengan sebuah variabel tak bebasnya dengan masing-masing variabel mempunyai subvariabel atau lebih.

2.2 Rancangan Bujursangkar Latin (RBSL)

RBSL menyajikan perlakuan–perlakuan dalam kelompok dengan dua cara, yaitu melalui baris dan kolom dengan setiap perlakuan hanya berlaku satu kali untuk setiap baris dan kolomnya. Oleh karena itu rancangan ini dikenal sebagai suatu rancangan yang mampu mengelompokkan satuan percobaan berdasarkan dua kategori yaitu melalui pengelompokan baris dan kolom (Gasperz,1994). RBSL digunakan apabila dalam percobaan yang ingin dilakukan terdapat dua sumber variansi lain selain variansi oleh perlakuan.

Keuntungan menggunakan rancangan RBSL (Sugiandi & Sugiarto, 1994) adalah :

a) dengan mengeliminasi dua sumber variansi yang ada dalam percobaan, dapat mempertinggi ketepatan percobaan karena Kuadrat Tengah Error (*KTE*) dapat direduksi;

b) analisis tetap sederhana, meskipun ada nilai pengamatan yang hilang. Satu atau lebih perlakuan atau baris atau ulangan dapat dihilangkan tanpa mempersulit perhitungan;

Beberapa kelemahan/kekurangan dari rancangan RBSL (Sugandi & Sugiarto, 1994) adalah :

a) jumlah perlakuan harus sama dengan jumlah baris atau kolom;
b) apabila jumlah perlakuan kurang dari 4, maka derajat bebas error terlalu kecil. Apabila jumlah perlakuan lebih dari 12 maka tidak efisien, sebab ulangannya juga harus banyak. Apabila jumlah perlakuan terlalu kecil maka dapat digunakan RBSL dengan cara diulang-ulang agar derajat bebas error tidak terlalu kecil.

Tabel 2.1 Data Pengamatan untuk RBSL yang terdiri dari *k* Perlakuan dan *k* Ulangan

Ulangan (baris)	Perlakuan (kolom)				Total kelompok
	1	2	…	k	
1	Y_{11}	Y_{21}	…	Y_{k1}	$Y_{\cdot 1}$
2	Y_{12}	Y_{22}	…	Y_{k2}	$Y_{\cdot 2}$
:	:	:	:	:	:
k	Y_{1k}	Y_{2k}	…	Y_{kk}	$Y_{\cdot k}$
Total perlakuan	$Y_{1\cdot}$	$Y_{2\cdot}$	…	$Y_{k\cdot}$	$Y_{\cdot\cdot}$

Keterangan

$$Y_{\cdot j} = \sum_{j}^{k} Y_{ij} \quad = \text{jumlah total ulangan ke - } j$$

$$Y_{i\cdot} = \sum_{i}^{k} Y_{ij} \quad = \text{jumlah total perlakuan ke - } i$$

$$Y_{\cdot\cdot} = \sum_{i}^{k} Y_{ij} \sum_{j}^{k} Y_{ij} \quad = \text{total pengamatan perlakuan ke} - i \text{ dan ulangan ke - } j$$

$i = 1, 2, \ldots, k$

$j = 1, 2, \ldots, k$

2.3 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan sebuah metode statistik untuk membuat model peramalan dan menyelidiki bentuk hubungan dari satu variabel tak bebas Y dengan satu atau lebih variabel-variabel penjelas atau sering disebut juga dengan variabel bebas X.

Bentuk hubungan fungsional dari satu variabel tak bebas Y dengan variabel bebas X tersebut dalam bentuk persamaan matematik berupa suatu garis regresi linier dan disebut *Persamaan Regresi* (Sudjana, 1996).

Metode yang sering digunakan untuk menemukan nilai–nilai *intercept* dan *slope* pada suatu persamaan regresi linier dikenal dengan metode kuadrat terkecil (*method of least squares*), karena metode ini proses perhitungannya sederhana.

Misalkan ada n pasangan pengamatan (x_1,y_1), ...,(x_2,y_2), ...,(x_n,y_n), pasangan ke – i merupakan hasil pengukuran unit asosiasi ke – i. Persamaan regresi linier sederhana yang menyangkut satu variabel bebas dapat dituliskan sebagai berikut :

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i \qquad \ldots(2.1)$$

dengan

α = *intercept* (titik potong)

β = *slope* (kemiringan)

x_i = variabel bebas

y_i = variabel tak bebas dengan $i = 1, 2, \ldots, n$

Untuk menduga parameter-parameter α dan β dapat digunakan metode kuadrat terkecil sehingga Jumlah Kuadrat Error (JKE) memiliki nilai terkecil.

Montgomery dan Peck (1991) menjelaskan bahwa JKE pada pengamatan-pengamatan garis regresi sebenarnya adalah :

$$S(\alpha,\beta) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \alpha - \beta x_i)^2 \qquad \ldots(2.2)$$

Estimator α dan β yang dinotasikan dengan $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$ harus memenuhi :

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha}\Bigg|_{\hat{\alpha},\hat{\beta}} = -2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i\right] = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha}\Bigg|_{\hat{\alpha},\hat{\beta}} = -2\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i\right]x_i = 0$$

Penyederhanaan dua persamaan ini menghasilkan ;

$$n\hat{\alpha} + \hat{\beta}\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\hat{\alpha}\sum_{i=1}^{n} x_i + \hat{\beta}\sum_{i=1}^{n} x_i^{2} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i \qquad \text{...(2.5)}$$

Persamaan berikut disebut dengan persamaan normal kuadrat terkecil.

Penyelesaian untuk persamaan normal tersebut adalah :

$$\hat{\alpha} = \overline{y} - \hat{\beta}\overline{x} \qquad \text{...(2.6)}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)}{n}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}} \qquad \text{....(2.7)}$$

dengan

$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \quad \text{dan} \quad \overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

maka $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$ pada persamaan (2.6) dan (2.7) adalah estimator untuk *intercept* (titik potong) dan *slope* (kemiringan). Untuk menyajikan hasil-hasil dalam susunan *intercept* yang asli α maka $\hat{\alpha} = \hat{\alpha} - \hat{\beta}\overline{x}$ sehingga perkiraan yang cocok untuk model regresi adalah :

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x \qquad \text{...(2.8)}$$

Secara notasi persamaan (2.7) dapat ditulis dalam bentuk lain dengan memberi simbol khusus untuk pembilang dan penyebutnya yaitu:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n} = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \qquad ...(2.9)$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n} = \sum_{i=1}^{n} y_i (x_i - \bar{x}) \qquad ...(2.10)$$

dengan S_{xx} adalah koreksi atau perbaikan Jumlah Kuadrat (*JK*) x dan S_{xy} perbaikan jumlah silang hasil x dan y, sehingga estimator *slope* adalah :

$$\hat{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \qquad ...(2.11)$$

Disamping estimator α dan β , menurut Montgomery dan Peck (1991) estimasi σ^2 juga dibutuhkan dalam uji hipotesis dan pembentukan estimasi interval yang berhubungan dengan model regresi. Estimasi σ^2 dapat diperoleh dari residual atau *JKE* yaitu :

$$JKE = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2 \qquad ...(2.12)$$

Bentuk tetap untuk *JKE* didapatkan dengan mensubtitusikan $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i$ kedalam persamaan (2.12) dan dengan penyederhanaan akan menghasilkan :

$$JKE = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2 - \hat{\beta} S_{xy} \qquad ...(2.13)$$

tetapi $\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\bar{y}^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 = S_{yy}$

S_{yy} adalah koreksi atau perbaikan Jumlah Kuadrat (*JK*) dari pengamatan, sehingga :

$$JKE = S_{yy} - \hat{\beta} S_{xy} \qquad ...(2.14)$$

JKE mempunyai derajat kebebasan $n - 2$ karena dua derajat kebebasan adalah gabungan dari estimasi α dan β yang terlibat dalam pembentukan $\hat{y}_i$.

Nilai ekspektasi dari JKE adalah $E(JKE) = (n-2)\sigma^2$, menjadi estimator tak bias dari σ^2 yaitu :

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{JKE}{n-2} = KTE \qquad ...(2.16)$$

KTE disebut kuadrat tengan error atau *residual mean square*. Kuadrat dari σ^2 sering juga disebut *standard error of regression*, dan mempunyai kesamaan unit dengan variabel respon y. Hal tersebut karena $\hat{\sigma}^2$ tergantung pada residual JKE.

2.3.1 Analisis Variansi (anava) dalam RBSL

Metode anava dalam RBSL terdiri dari baris, kolom, perlakuan dan error. Hal ini berarti dua sumber variansi selain perlakuan telah dikeluarkan dari error. Langkah–langkah untuk membuat daftar anava dalam RBSL dan pengisiannya adalah sebagai berikut :

a) membuat tabel pencatatan data hasil percobaan.
b) menghitung total masing–masing perlakuan dari tabel anava tersebut.
c) membuat daftar anava untuk RBSL.
d) menentukan derajat bebas (db) untuk kolom, baris, perlakuan, error dan total.

$$\text{db kolom} = \sum_{i=1}^{k(kolom)} -1 = \text{jumlah kolom} - 1 = k - 1$$

$$\text{db baris} = \sum_{i=1}^{k(baris)} -1 = \text{jumlah baris} - 1 = k - 1$$

$$\text{db perlakuan} = \sum_{i=1}^{k(perlakuan)} -1 = \text{jumlah perlakuan} - 1 = k - 1$$

$$\text{db total} = \sum_{i=1}^{k} n - 1 = \text{jumlah seluruh pengamatan} - 1$$

$$\text{db error} = \text{db}_{total} - \text{db}_{kolom} - \text{db}_{baris} - \text{db}_{perlakuan}$$

e) menghitung Jumlah Kuadrat (JK) dengan rumusan seperti tabel berikut :

Tabel 2.2 Rumusan Jumlah Kuadrat (*JK*)

Sumber Variansi	db	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F. Hitung
Baris	$k-1$	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2}{k}$ - Fk	$\dfrac{JK_b}{db_b}$	$\dfrac{KT_b}{KT_E}$
Kolom	$k-1$	$\dfrac{\sum_{i=1}^{n} Y_{.j}^2}{k}$ - Fk	$\dfrac{JK_k}{db_b}$	$\dfrac{KT_k}{KT_E}$
Perlakuan	$k-1$	$\dfrac{\sum_{t} Y_k^2}{k}$ - Fk	$\dfrac{JK_p}{db_b}$	$\dfrac{KT_p}{KT_E}$
Error	$(k-1).(k-2)$	$JK_t - JK_b - JK_k - JK_p$	$\dfrac{JK_E}{db_b}$	
Total	$k-1$	$\sum_{i,j} Y_{ij}^2$ - Fk		

keterangan :

$Y_i = Y_i. = \sum_{i}^{k} Y_{ij}$ = total baris ke-i

$Y_j = Y._j = \sum_{j}^{k} Y_{ij}$ = total kolom ke-j

$Y_k = Y_k = \sum_{i=1}^{k} Y_{ij}$ = total perlakuan ke-k

$k = \sum_{i=1}^{n} k$ = jumlah pengamatan

$Fk = \dfrac{\sum Y_{ij}^2}{k}$ = faktor koreksi

$JK\ Total = \sum Y_{ij}^2 - Fk$

$JK\ kolom = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} Y_{.j}^2}{k} - Fk$

$$JK\ Baris = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i^2}{k} - Fk$$

$$JK\ Perlakuan = \frac{\sum_{t} Y_k^2}{k} - Fk$$

$$JK\ Error = JK\ Total - JK\ Kolom - JK\ Baris - JK\ Perlakuan$$

2.3.2 Model Linier Aditif Untuk RBSL

Model matematik untuk Rancangan Bujursangkar Latin adalah :

$$Y_{ijh} = \mu + \gamma_i + \rho_j + \tau_h + \varepsilon_{ijh}$$

dengan

Y_{ijh} = hasil pengamatan pada baris ke-i dan kolom ke-j untuk perlakuan ke h

μ = rata – rata umum

τ_h = penyimpangan hasil dari nilai μ karena pengaruh perlakuan ke-h

γ_i = penyimpangan hasil dari nilai μ karena pengaruh khusus baris ke i

ρ_j = penyimpangan hasil dari nilai μ karena pengaruh khusus kolom ke-j

ε_{ijh} = pengaruh acak yang masuk ke dalam percobaan.

dengan asumsi $\varepsilon_{ijh} \sim NID(0,\sigma^2)$

Syarat penggunaan RBSL berdasarkan model tersebut antara lain tidak ada interaksi antara perlakuan dengan baris atau kolom. Banyak cara untuk mengurangi atau mengendalikan variansi percobaan, antara lain dengan menggunakan satuan percobaan yang homogen, melakukan pengelompokan materi ke dalam kelompok yang lebih homogen sehingga variansi satuan percobaan dalam kelompok menjadi homogen, menggunakan teknik-teknik percobaan yang sesuai (termasuk memilih model percobaan yang tepat) dan menggunakan *variabel konkomitan.*

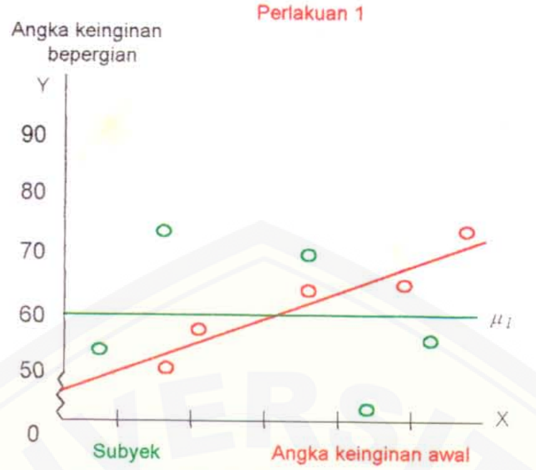
Jika dalam suatu percobaan terdiri atas dua sifat atau pengelompokan ganda, maka peneliti dapat menggunakan Rancangan Bujursangkar Latin (RBSL), dengan bantuan *variabel konkomitan*. Tambahan bentuk untuk *variabel konkomitan* tergantung pada berapa banyak variabel bebasnya seperti halnya dalam metode regresi. Jika menggunakan dua buah variabel bebas, maka variabel bebas tersebut dimasukkan ke dalam model anakova dan seterusnya.

2.4 Analisis kovariansi (anakova)

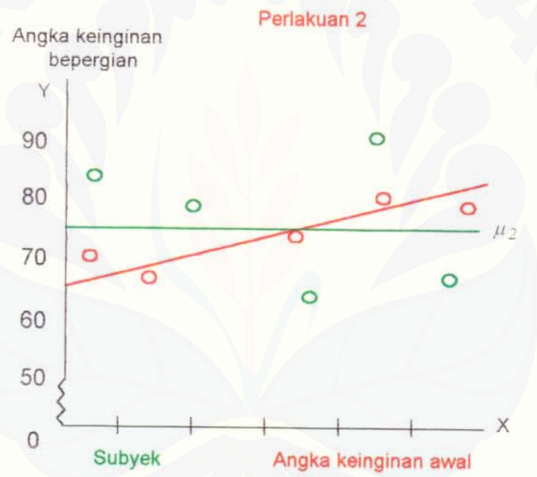
Anakova adalah suatu metode yang menggabungkan antara model anava dan model analisis regresi, dengan menambahkan model anava yang mengandung sifat–sifat faktor dengan satu atau lebih variabel–variabel kuantitatif sebagai ide dasarnya. Dalam suatu percobaan, anakova penting untuk :

a. membantu dalam menaksir data, terutama dengan memperhatikan sifat- sifat dasar pengaruh perlakuan. anakova adalah salah satu prosedur perhitungan yang penggunaannya bertujuan untuk menafsirkan data dan membantu dalam pemahaman prinsip–prinsip dasar dari suatu penelitian.
b. memisahkan total kovariansi ke dalam bagian–bagiannya. Kovariansi berasal dari suatu percobaan yang berulang-ulang. Pemisahan total kovariansi perlu untuk menetapkan hubungan antara dua atau lebih variabel–variabel, apabila sumber–sumber variansi yang lain tidak ikut mempengaruhi variabel-variabel tersebut.
c. mengurangi variabilitas error dan menaikkan ketepatan. Dalam model anava, terdapat variansi error yang besar, sehingga ketepatan atau ketelitian percobaan menjadi berkurang. Anakova sangat membantu variansi atau variabilitas error yang sering muncul pada model anava.

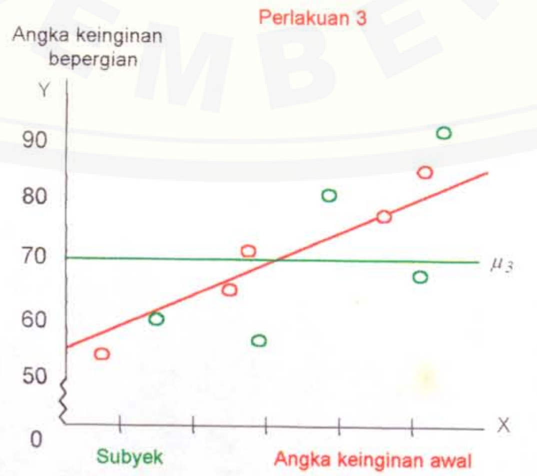
Suatu studi misalnya, mempelajari pengaruh 3 kegiatan perjalanan promosi 3 film yang berbeda dalam suatu negara. Subyek, dalam hal ini adalah calon wisatawan, menerima sebuah kuosioner awal untuk memperoleh informasi tentang pendapat atau sikapnya terhadap suatu negara. Caranya dengan mempertunjukkan sebuah film selama 5 menit dan langsung sesudahnya menanyakan tentang sikap dan pendapat calon wisatawan terhadap film tersebut juga tentang keinginannya untuk mengunjungi negara yang filmnya baru saja diputar tersebut.



Gambar 2.1a Variabilitas Error dengn anava dan ankova perlakuan ke1



Gambar 2.1b Variabilitas Error dengn anava dan ankova perlakuan ke 2



Gambar 2.1c Variabilitas Error dengn anava dan ankova perlakuan ke 3

Dalam situasi seperti itu, dapat menggunakan anakova. Untuk melihat mengapa anakova efektif, seperti terlihat pada Gambar 2.1a, 2.1b dan 2.1c diplotkan angka keinginan bepergian juga angka keinginan awal sesudah mempertunjukkan tiap 3 film promosi tersebut kepada kelompok dengan 5 orang subyek. 3 gambar berbeda dipakai untuk membedakan perlakuan-perlakuan yang berbeda pula. Dari Gambar diatas terlihat bahwa suku error yang ditunjukkan oleh sebarang persekitaran rata-rata perlakuan μ, yang ditunjukkan oleh Gambar warna hijau menunjukkan variansi error yang besar.

Jika dihitung angka-angka sikap awal dari subyek, maka Gambar dengan warna merah telah memplotkan angka keinginan untuk bepergian setelah pemutaran film, dengan angka keinginan awal, untuk masing-masing dari 15 subyek. Dalam hal ini, relasi regresi dari 3 perlakuan adalah linier. Gambar warna merah pada ketiga Gambar yang ada juga menunjukkan bahwa sebaran garis-garis regresi perlakuan jauh berkurang daripada sebaran pada Gambar warna hijau.

Persekitaran rata-rata perlakuan μ_i sebagai hasil dari angka-angka keinginan bepergian berhubungan secara linier dengan angka-angka sikap awal. Sebaran yang relatif besar pada Gambar warna hijau menunjukkan variabilitas error yang diperoleh dengan metode analisis variansi faktor tunggal. Sebaran yang lebih kecil pada Gambar warna merah menunjukkan variabilitas error yang lebih kecil yang tercakup dalam anakova.

Dengan demikian, anakova memakai hubungan antara variabel tak bebas (dalam contoh di atas adalah angka keinginan untuk bepergian) dan satu variabel kuantitatif (dalam contoh diatas adalah angka keinginan awal), dengan tujuan untuk mengurangi variabilitas error. Dengan berkurangnya variabilitas error ini, maka kecermatan dan ketepatan dari percobaan dapat lebih baik daripada menggunakan anava.

2.4.1 Variabel Konkomitan

Dalam anakova, tiap variabel bebas kuantitatif yang ditambahkan terhadap suatu studi disebut *variabel konkomitan*. Pemilihan *variabel konkomitan* menjadi suatu hal yang sangat penting. Apabila variabel yang ditambahkan tidak mempunyai variansi terhadap variabel tak bebas, maka tidak akan mendapatkan anakova sesuai yang dikehendaki. *Variabel konkomitan* sering menggunakan subyek–subyek manusia, misalnya sikap awal, umur, IQ dan kelakuan.

Untuk mendapatkan interpretasi yang jelas terhadap hasil studi, sebuah variabel konkomitan harus diamati sebelum melakukan suatu studi, atau jika diamati selama studi, maka *variabel konkomitan* yang diambil harus tidak dipengaruhi oleh perlakuan–perlakuan dengan cara apapun.

2.4.2 Analisis Kovariansi Faktor Tunggal

Untuk menentukan notasi anakova faktor tunggal. Jumlah pengamatan untuk faktor tingkat ke-i adalah n_i, total jumlah pengamatan adalah $n_T = \sum_{i=1}^{k} n_i$ dan pengamatan ke-j terhadap variabel tak bebas untuk tingkat faktor ke-i dinotasikan dengan Y_{ij}.

Persamaan model pengaruh tetap dalam pengaruh faktor, adalah :

$$Y_{ij} = \mu_{.} + \tau_i^* + \varepsilon_{ij} \qquad \ldots(2.17)$$

dengan

Y_{ij} = pengamatan pada unit percobaan ke-j yang mendapat perlakuan ke-i

μ = rata-rata umum

τ_i^* = pengaruh perlakuan ke-i

ε_{ij} = pengaruh acak

Model kovariansi berasal dari model ini dan secara sederhana suku lainnya merefleksikan hubungan antara variabel tak bebas dan *variabel konkomitan*. Biasanya suatu relasi linier dipakai dengan model hampiran pertama :

$$Y_{ij} = \mu_{.} + \tau_i^* + \beta X_{ij} + \varepsilon_{ij} \qquad \ldots(2.18)$$

dengan β adalah koefisien regresi untuk relasi Y dan X. Konstanta μ , adalah rata–rata total. *Variabel konkomitan* diekspresikan sebagai suatu deviasi dari rata–rata total X.

Model kovariansi biasa untuk suatu studi faktor tunggal dengan pengaruh perlakuan tetap, yaitu :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i^* + \beta(X_{ij} - \overline{X}..) + \varepsilon_{ij} \qquad ...(2.19)$$

dengan

μ = rata–rata umum

τ_i^* = pengaruh perlakuan tetap, $\sum_{i=1}^{r} \tau_i^* = 0$

β = koefisien regresi hubungan antara Y dan X

X_{ij} = suatu konstanta

ε_{ij} = pengaruh acak, $\varepsilon_{ij} \sim NID(0,\sigma^2)$

Model (2.19) berhubungan dengan analisis model variansi (2.17), kecuali untuk suku yang ditambahkan yaitu untuk merefleksikan hubungan antara Y dan X. Dalam hal ini pengamatan *variabel konkomitan* X_{ij} diasumsikan konstan. Apabila ε_{ij} merupakan satu–satunya variabel acak pada sisi kanan persamaan (2.19) diperoleh :

$$E(Y_{ij}) = \mu + \tau_i^* + \beta(X_{ij} - \overline{X}..) \qquad ...(2.20)$$

$$Var(Y_{ij}) = \sigma^2 \qquad ...(2.21)$$

bukti :

Asumsikan $\sum_{i=1}^{r} \tau_i^* = 0$; $\varepsilon_{ij} \sim NID(0,\sigma^2)$ ...(2.22)

Dari persamaan (2.19) diperoleh : $E(Y_{ij}) = E(\mu + \tau_i^* + \beta(X_{ij} - \overline{X}..) + \varepsilon_{ij})$

karena $\varepsilon_{ij} \sim NID(0,\sigma^2)$ atau $E(\varepsilon_{ij}) = 0$

Dari persamaan (2.17) diperoleh :

$$E(Y_{ij}) = \mu + \tau_i^* + \beta(X_{ij} - \overline{X}..) \qquad ...(2.23)$$

Definisi (2.1) :

$$Var(Y_{ij}) = E(Y_{ij}^2) - [E(Y_{ij})]^2$$

Sesuai Definisi (2.1) untuk mencari $Var(Y_{ij})$, sebelumnya menentukan dulu $E(Y_{ij}^2)$ sebagai berikut :

$$E(Y_{ij})^2 = E[(\mu + \tau_i^* + \beta(X_{ij} - \overline{X}..) + \varepsilon_{ij})(\mu + \tau_i^* + \beta(X_{ij} - \overline{X}..) + \varepsilon_{ij})] \qquad \ldots(2.24)$$

jika $\beta(X_{ij} - \overline{X}..)$ adalah konstanta, maka untuk memudahkan perhitungan, diambil subtitusi : misal $t = \beta(X_{ij} - \overline{X}..)$, sehingga persamaan (2.24) menjadi ;

$$E(Y_{ij})^2 = E[(\mu + \tau_i^* + t + \varepsilon_{ij})(\mu + \tau_i^* + t + \varepsilon_{ij})]$$

$$= E[\mu[\mu + \tau_i^* + t + \varepsilon_{ij}) + \tau_i^*(\mu + \tau_i^* + t + \varepsilon_{ij}) + t(\mu + \tau_i^* + t + \varepsilon_{ij}) +$$

$$\varepsilon_{ij}(\mu + \tau_i^* + t + \varepsilon_{ij})]$$

$$= E[\mu^2 + \mu\tau_i^* + \mu\tau + \mu\varepsilon_{ij} + \mu\tau_i^* + (\tau_i^*)^2 + \tau_i^* t + \tau_i^*\varepsilon_{ij} + \mu\tau +$$

$$\tau_i^2 t + t^2 + t\varepsilon_{ij} + \mu\varepsilon_{ij} + \tau_i^*\varepsilon_{ij} + t\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ij}^2]$$

Dari asumsi, $E(\varepsilon_{ij}) = 0$ dan Definisi (2.1), maka:

$$E(\varepsilon_{ij}^2) = Var(\varepsilon_{ij}) + [E(\varepsilon_{ij})]^2$$

$$E(\varepsilon_{ij}^2) = \sigma^2 + 0$$

$$E(\varepsilon_{ij}^2) = \sigma^2 \qquad \ldots(2.25)$$

Persamaan (2.25) menjadi :

$$E(Y_{ij}^2) = \mu^2 + 2\mu\mu_i^* + 2\mu\mu + 2t\tau_i^* + (\tau_i^*)^2 + t^2 + \sigma^2 \qquad \ldots(2.26)$$

Dari persamaan (2.23) diperoleh :

$[E(Y_{ij})]^2 = [\mu + \tau_i^* + \beta(X_{ij} - \overline{X}..)]^2$, $t = \beta(X_{ij} - \overline{X}..)$, maka

$$[E(Y_{ij})]^2 = (\mu + \tau_i^* + t)(\mu + \tau_i^* + t)$$

$$= \mu(\mu + \tau_i^* + t) + \tau_i^*(\mu + \tau_i^* + t) + t(\mu + \tau_i^* + t)$$

$$= \mu^2 + \mu\tau_i^* + \mu t + \mu\tau_i^* + (\tau_i^*)^2 + \tau_i^* t + \mu t + \tau_i^* t + t^2$$

$$(\mu^2 + 2\mu\mu_i^* + 2\mu\mu + 2t\tau_i^* + (\tau_i^*)^2 + t^2) \qquad \ldots(2.27)$$

Dari persamaan (2.25) dan (2.27), maka persamaan (2.23) menjadi :

$$Var(Y_{ij}) = \mu^2 + 2\mu\mu_i^* + 2\mu\mu + 2t\tau_i^* + (\tau_i^*)^2 + t^2 + \sigma^2 - (\mu^2 + 2\mu\mu_i^* + 2\mu\mu +$$

$$2t\tau_i^* + (\tau_i^*)^2 + t^2$$

$$= \sigma^2 \qquad \ldots(2.28)$$

ε_{ij} dan Y_{ij} juga independen, sehingga pernyataan alternatif dari model (2.9) adalah:

$$Y_{ij} \sim NID(\mu_{ij}, \sigma^2) \qquad \ldots(2.29)$$

dengan

$$\mu_{ij} = \mu. + \tau_i^* + \beta(X_{ij} - \overline{X}..)$$

$$\sum_{i=1}^{r} \tau_i^* = 0$$

BAB III
METODOLOGI

3.1 Ilustrasi Data

Penelitian ini menggunakan data dari contoh soal buku materi pokok *Rancangan Percobaan Terapan* (Soejoeti, 1986) yang dianalisis melalui prosedur Analisis Kovariansi (anakova) dalam Rancangan Bujursangkar Latin (RBSL) berordo 4 x 4 satuan percobaan dengan bantuan paket program MINITAB Versi 11.12 setelah sebelumnya dianalisis dengan anava biasa untuk membandingkan hasil yang diperoleh.

3.2 Identifikasi Variabel dan Distribusi

Variabel-variabel untuk menganalisa data pada penelitian ini adalah variabel tak bebas Y dan variabel bebas X. Respon yang diamati adalah variabel tak bebas Y yang dipengaruhi oleh perlakuan-perlakuan yang merupakan variabel bebas X. Pada data variabel tak bebasnya berupa Y dan variabel bebasnya adalah *variabel konkomitan* X dalam RBSL berordo 4 x 4 satuan percobaan. Variabel tak bebasnya adalah hasil kedelai (buskels per acre) dan *variabel konkomitan* X –nya adalah persentase infeksi kanker batang dalam RBSL .

Pada data yang ada digunakan dua faktor yaitu faktor baris sebagai perlakuan dan faktor kolom sebagai ulangannya. Perlakuan dalam data ini adalah keadaan tanah atau 4 petak tanah yang terpisah untuk penanaman 4 jenis kedelai (A, B, C dan D). Sedangkan ulangannya adalah ke-4 jenis kedelai yang ditanam tersebut. Sesuai dengan rancangan percobaan yang digunakan, dalam hal ini RBSL. Data yang ada sudah memenuhi syarat bahwa setiap perlakuan hanya berlaku satu kali untuk setiap baris dan kolomnya. Untuk selanjutnya dianalisis untuk melihat pengaruh faktor-faktor yang dicobakan dan sejauh mana *variabel konkomitan* berpengaruh.

Model linier untuk hasil pengamatan *ijh* dari Rancangan Bujursangkar Latin adalah:

$$Y_{ijh} = \mu + \gamma_i + \rho_j + \tau_h + \beta(X_{ijh} - \overline{X}) + \varepsilon_{ijh} \qquad ...(3.1)$$

dengan

μ = rata-rata umum

γ_i = pengaruh kolom ke- i

ρ_j = pengaruh baris ke- j

τ_h = pengaruh perlakuan ke-h

β = koefisien regresi variasi residu Y pada variasi residu X

X_{ijh} = data pengamatan kolom ke-i, baris ke-j, perlakuan ke-h

$\overline{X}$ = rata-rata total data pengamatan

ε_{ijh} = pengaruh error

Model yang digunakan adalah model tetap, dengan asumsi :

$$\sum_{i=1}^{n}\gamma_i = \sum_{j=1}^{p}\rho_j = \sum_{h=1}^{t}\tau_h = \sum \beta(X_{ijh} - \overline{X}) = 0$$

$$\varepsilon_{ijh} \sim NID\ (0, \sigma^2)$$

Persamaan (3.1) diestimasi yaitu :

$$Y_{ijh} = m + n + p + t + bX_{ijh} + e_{ijh}$$

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil dapat ditentukan penduga-penduga dari $m, n, p, t, b,$ sebagai berikut ;

- $e_{ijh} = Y_{ijh} - m - n - p - t - bX_{ijh}$

- $JKE = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k}(Y_{ijh} - m - n - p - t - bX_{ijh})^2$

- $\dfrac{\partial JKE}{\partial m} = \dfrac{\partial JKE}{\partial n} = \dfrac{\partial JKE}{\partial p} = \dfrac{\partial JKE}{\partial t} = \dfrac{\partial JKE}{\partial b} = 0$

(i) $$\frac{\partial JKE}{\partial m} = 0 \Leftrightarrow -2\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k}(Y_{ijh} - m - n - p - t - bX_{ijh}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k} Y_{ijh} - \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k} m - \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k} n - \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k} p -$$

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k} t - b\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k}(X_{ijh} - \overline{X}..) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k} Y_{ijh} - nptm = 0$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\sum_{h=1}^{t} Y_{ijh}}{npt} = \frac{Y_{...}}{npt} = \overline{Y}_{...} \qquad \text{...(3.2)}$$

(ii) $$\frac{\partial JKE}{\partial n} = 0 \Leftrightarrow -2\sum_{i=1}^{k}(Y_{ijh} - m - n - p - t - bX_{ijh}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{k} Y_{ijh} - \sum_{i=1}^{k} m - \sum_{i=1}^{k} n - \sum_{i=1}^{k} p - \sum_{i=1}^{k} t - b\sum_{i=1}^{k}(X_{ijh} - \overline{X}) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{k} Y_{ijh} - km - kn - kp - kt - b\sum_{i=1}^{k}(X_{ijh} - \overline{X}) = 0$$

$$kn = Y_{ijh.} - km - kp - kt - b\sum_{i=1}^{k}(X_{ijh} - kb\overline{X}) = 0$$

$$n = \frac{Y_{ijh.} - km - kp - kt - b\sum_{i=1}^{n}(X_{ijh} - kb\overline{X})}{k}$$

$$= Y_{ijh.} - m - p - t - bX_{ijh.} + b\overline{X}_{...}$$

$$= \overline{Y}_{ijh.} - \overline{Y}_{...} - 0 - 0 - b\overline{X}_{ijh.} + b\overline{X}_{...}$$

$$= \overline{Y}_{ijh.} - \overline{Y}_{...} - b(\overline{X}_{ijh.} + b\overline{X}_{...}) \qquad \text{...(3.3)}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial JKE}{\partial n} = \frac{\partial JKE}{\partial p} = \frac{\partial JKE}{\partial t} = 0$$

(iii) $\dfrac{\partial JKE}{\partial b} = 0 \Leftrightarrow -2\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k}(Y_{ijh} - m - n - p - t - bX_{ijh}) = 0$

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k} X_{ijh}Y_{ijh} - m\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k} X_{ijh} - \sum_{i=1}^{k} n\sum_{j=1}^{k} p\sum_{h=1}^{k} t - b\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k} X_{ijh}^{2} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k} X_{ijh}Y_{ijh} - \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} k\sum_{h=1}(X_{ijh} - \overline{X}) - b\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\sum_{h=1}^{k}(X_{ijh} - \overline{X})^{2} = 0$$

$$S_{xy} - \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} k\sum_{h=1}(X_{ijh} - \overline{X}_{..}) - bS_{xx} = 0$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k} k\sum_{h=1}^{k}(X_{ijh} - \overline{X}_{..}) - bS_{xx} \qquad ...(3.4)$$

Dari (3.3) dan (3.4) diperoleh persamaan (3.5) sebagai berikut:

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{k}\left((\overline{Y}_{ijh} - \overline{Y}_{..}) - b(\overline{X}_{ijh} - \overline{X})\right)\sum_{h=1}^{t}(\overline{X}_{ijh} - \overline{X}_{..}) + bS_{xx}$$

$$= \sum_{i=1}^{k}(\overline{Y}_{ijh} - \overline{Y}_{..})\sum_{j=1}^{k}(\overline{X}_{ijh} - \overline{X}_{..}) - b\sum_{h=1}^{k}(X_{ijh} - \overline{X}_{..}) + bS_{xx}$$

$$= T_{xy} - bT_{xx} + bS_{xx}$$

$$= T_{xy} - b(S_{xx} - T_{xx})$$

$$S_{xy} - T_{xy} = b(S_{xx} - T_{xx})$$

$$b = \frac{S_{xy} - T_{xy}}{S_{xx} - T_{xx}}$$

Untuk anakova, notasi-notasi yang digunakan adalah ;

S = jumlah kuadrat dan perkalian untuk total

E = jumlah kuadrat dan perkalian untuk error percobaan

R = jumlah kuadrat dan perkalian untuk baris

C = jumlah kuadrat dan perkalian untuk kolom

T = jumlah kuadrat dan perkalian untuk perlakuan dengan

$$S_{yy} = Y_1^{\,2} + \dots + Y_n^{\,2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} X\right)\left(\sum_{i=1}^{k} Y\right)}{k^2}$$

$$S_{xy} = X_1Y_1 + \dots + X_nY_n - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} X\right)\left(\sum_{i=1}^{k} Y\right)}{k^2}$$

$$S_{xx} = X_1^{\,2} + \dots + X_1^{\,2} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} X\right)\left(\sum_{i=1}^{k} Y\right)}{k^2}$$

$$R_{yy} = \frac{\sum Yr_1^2 + \dots + \sum Yr_k^2}{k} - \frac{\sum_{i=1}^{k} Yr^2}{k^2}$$

$$R_{xy} = \frac{\left(\sum Xr_1\right)\left(\sum Yr_1\right) + \dots + \left(\sum Xr_k\right)\left(\sum Yr_k\right)}{k} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} Xr\right)\left(\sum_{i=1}^{k} Yr\right)}{k^2}$$

$$R_{xx} = \frac{\sum Xr_1^2 + \dots + \sum Xr_k^2}{k} - \frac{\sum_{i=1}^{k} Xr^2}{k^2}$$

$$C_{yy} = \frac{\sum Yc_1^2 + \dots + \sum Yc_k^2}{k} - \frac{\sum_{i=1}^{k} Yc^2}{k^2}$$

$$C_{xy} = \frac{\left(\sum Xc_1\right)\left(\sum Yc_1\right) + \dots + \left(\sum Xc_k\right)\left(\sum Yc_k\right)}{k} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} Xc\right)\left(\sum_{i=1}^{k} Yc\right)}{k^2}$$

$$C_{xx} = \frac{\sum Xc_1^2 + \dots + \sum Xc_k^2}{k} - \frac{\sum_{i=1}^{k} Xc^2}{k^2}$$

$$T_{yy} = \frac{\sum Ay^2 + \dots + \sum Dy^2}{k} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} X\right)\left(\sum_{i=1}^{k} Y\right)}{k^2}$$

$$T_{xy} = \frac{\left(\sum Ax\right)\left(\sum Ay\right) + \dots + \left(\sum Dx\right)\left(\sum Dy\right)}{k} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} X\right)\left(\sum_{i=1}^{k} Y\right)}{k^2}$$

$$T_{xx} = \frac{\sum_{i=1} A^2 + \ldots + \sum_{i=1}^{n} D^2}{k} - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} X\right)\left(\sum_{i=1}^{k} Y\right)}{k^2}$$

$$E_{yy} = S_{yy} - (R_{yy} + C_{yy} + T_{yy})$$

$$E_{xy} = S_{xy} - (R_{xy} + C_{xy} + T_{xy})$$

$$E_{xx} = S_{xx} - (R_{xx} + C_{xx} + T_{xx})$$

$$V_{xx} = T_{xx} + E_{xx}$$

$$V_{xy} = T_{yy} + E_{xy}$$

$$V_{yy} = T_{xy} + E_{yy}$$

$$E_{yy}{}^{1} = E_{yy} - E_{xy}{}^{2} / E_{xx}$$

$$V_{yy}{}^{1} = V_{yy} - V_{xy}{}^{2} / V_{xx}$$

$$V_{yy}{}^{1} - E_{yy}{}^{1} = T_{yy}{}^{1}$$

Estimator kuadrat terkecil untuk parameter-parameter μ, m, n, p, t dan β adalah: $m = \overline{Y}_{..}$

$$n = p = t = k = \overline{Y}_{ij.} - \overline{Y}_{..} - b(\overline{X}_{ij.} - \overline{X}_{..})$$

$$b = \frac{E_{xy}}{E_{xx}}$$

JKE untuk model (3.1) adalah :

$$JKE = E_{xy} \big/ \sqrt{E_{xx}}\, E_{yy}$$

dengan derajat bebas $k^2 - 3k + 1$

variansi error percobaan diestimasi dengan :

$$KTE = \frac{JKE}{k^2 - 3k + 1}$$

jika tidak ada pengaruh perlakuan, maka model (3.1) menjadi :

$$y_{ijh} = \mu + \gamma_i + \rho_j + \tau_h + \beta(x_{ijh} - \overline{x}) + \varepsilon_{ijh}$$

dan estimator kuadrat terkecil untuk μ dan β adalah :

$$m = \overline{Y}_{..} \quad \text{dan} \quad b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

JKE untuk model yang tereduksi adalah :

$$JKE = S_{yy} - S_{xy}^2 / S_{xx}$$

dengan derajat bebas $k^2 - 2k$.

Hipotesis yang digunakan untuk RBSL model tetap, dirumuskan dengan :

H_0 : $\tau_1 = \tau_2 = \ldots = \tau_r = 0$ atau $\tau_k = 0$ ($k = 1, 2, \ldots, r$)

H_1 : minimal ada satu $\tau_k \neq 0$ untuk $k = 1, 2, \ldots, r$

Hipotesis di atas dirumuskan untuk menguji bahwa tidak ada pengaruh perlakuan terhadap respons yang diamati atau dengan kata lain pengaruh perlakuan terhadap respons adalah nol.

Statistik penguji yang digunakan :

H_0 ditolak pada taraf $\alpha = 0.05$ (P – Value < 0.05)

Selanjutnya diperoleh tabel anakova untuk Rancangan Bujursangkar Latin sebagai berikut :

Tabel 3.1 Anakova untuk Rancangan Bujursangkar Latin

Sumber variasi	**Jumlah hasil kali**				**JK disesuaikan**	
	db	y^2	xy	x^2	**db**	**JK**
Baris	$k-1$	R_{yy}	R_{xy}	R_{xx}		
Kolom	$k-1$	C_{yy}	C_{xy}	C_{xx}		
Perlakuan	$k-1$	T_{yy}	T_{xy}	T_{xx}		
Error	$(k-1)(k-2)$	E_{yy}	E_{xy}	E_{xx}	$k^2 - 3k + 1$	$E'_{yy} = E_{yy} - E_{xy}^2 / E_{xx}$
Perlakuan + error	$(k-1)^2$	S_{yy}	S_{xy}	S_{xx}	$k - 2k$	$S'_{yy} = S_{yy} - S_{xy}^2 / S_{xx}$
Perlakuan disesuaikan untuk rata-rata error					$k-1$	$S'_{yy} - E'_{yy} = M'_{yy}$

3.3 Metode Pengolahan Data

Untuk mencapai tujuan, peneliti menggunakan anakova dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. sebelum data dianalisis dengan anakova, data terlebih dahulu dianalisis dengan anava. Pengujian dilakukan dengan cara menginput data pada prosedur anava yaitu anava dua arah, yang terdiri dari satu kolom untuk koding faktor baris, satu kolom untuk koding faktor kolom dan satu kolom untuk koding data respon;
2. pada tahap berikutnya, semua data di input pada prosedur anakova yang terdiri dari satu kolom untuk koding model faktor baris dan kolom berikutnya untuk koding model faktor kolom, satu kolom untuk data respon dan satu lagi untuk *variabel konkomitan X*;
3. menguji masukkan data contoh di atas dengan anava dan anakova. Pengujian dilakukan untuk mengetahui apakah data yang ada memberi pengaruh nyata atau tidak atas *variabel konkomitan* (pada anakova), untuk selanjutnya memberi alternatif lain terhadap hasil percobaan;
3. apakah hasil yang ada sudah cukup menunjukkan bahwa data memberi arti pengaruh nyata atau tidak terhadap hasil percobaan. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan pengaruh dari *variabel konkomitan* yang diperoleh.

3.4 Pengolahan Data dengan Program MINITAB Versi 11.12

Penelitian menggunakan bantuan Software komputer, yaitu MINITAB Versi 11.12. Dari data riil yang ada, kemudian menganalisisnya dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. menginput data dengan prosedur anava yaitu menentukan respon *Y*, faktor baris dan faktor kolom untuk modelnya;
2. menganalisa data anava dengan menggunakan prosedur MINITAB;
3. menginput data dengan prosedur anakova yaitu menentukan respon *Y*, faktor baris dan faktor kolom untuk modelnya dan *X* untuk kovariannya;
4. menganalisis data anakova dengan menggunakan prosedur MINITAB;
5. membahas dan menyimpulkan hasil yang diperoleh dari anava dan anakova.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis data pada bab hasil dan pembahasan, dapat disimpulkan :

1. anakova dalam RBSL merupakan gabungan dari anava dan analisis regresi sesuai model linier aditif RBSL yang ditambah *variabel konkomitan.*
2. anakova dapat diterapkan pada sembarang model linier aditif suatu perancangan percobaan dengan ditambah *variabel konkomitan*, misalnya RBSL. Anakova mampu menjelaskan ada/tidaknya pengaruh dari variabel-variabel selain perlakuan dan ulangan dalam hasil respon yang diamati.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan pada bab hasil dan pembahasan, penulis menyarankan untuk menggunakan anakova. Karena anakova merupakan suatu proses pengolahan data suatu percobaan dengan model rancangan yang disesuaikan (RAL, RAK, RBSL dan sebagainya) untuk meningkatkan ketepatan percobaan dibandingkan menggunakan anava biasa.

DAFTAR PUSTAKA

Furqon, (1999), *Statistika Terapan Untuk Penelitian*, Edisi Kedua, Alfabeta, Bandung.

Gaspertz, V, (1994), *Metode Perancangan Percobaan*, Armico, Bandung

Montgomery, D.C dan Peck, E.A, (1991), *Introdution to Linier regression Analysis*, John Wiley & Sons, New York

Neter, John, et al, (1990), *Apllied Linier Statistical Model*, Third edition, Canada

Soejoeti, Z, (1986), *Rancangan Percobaan Terapan* (modul 6 – 9), Jakarta, Karunika, Universitas Terbuka

Steel, R. G. D. et al, (1989), *Principles and Procedures of Statistic*, Mc. Graw Hill Book Company, Inc, New York

Sudjana, 1996, *Statistika*, Bandung, Tarsito

Sugiandi, E, dan Sugiarto, (1994), *Rancangan Percobaan Teori dan Applikasi*, Edisi pertama, Andi Offset, Yogyakarta

Lampiran 1

Data riil yang dicobakan

Data dalam tabel dibawah menunjukkan hasil percobaan tanaman kedelai dalam RBSL 4 x 4 dengan X = persen infeksi kanker batang dan Y = hasil (buskels per acre) untuk empat jenis kedelai (A, B, C dan D).

	1		2		3		4	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
1	C 4.3	26.7	A 19.3	21.3	B 10.1	28.3	D 14.0	25.1
2	A 29.2	19.7	B 34.7	20.7	D 30.2	20.1	C 48.2	14.7
3	B 14.0	26.0	D 7.2	24.9	C 6.3	29.0	A 1.0	28.7
4	D 8.9	29.8	C 6.7	29.0	A 6.4	27.3	B 5.6	34.1

Data dalam bentuk lain dituliskan :

	C	A	B	D	Total
X	4.3	19.3	10.1	14.0	47.7
Y	26.7	21.3	28.3	25.1	101.4
	A	B	D	C	
X	29.2	34.7	30.2	48.2	142.3
Y	19.7	20.7	20.1	14.7	75.2
	B	D	C	A	
X	14.0	7.2	6.3	1.0	28.5
Y	26.0	24.9	29.0	28.7	108.6
	D	C	A	B	
X	8.9	6.7	6.4	5.6	27.6
Y	29.8	29.0	27.3	34.1	120.2
Total					
X	56.4	67.9	53	68.8	246.1
Y	102.2	95.9	104.7	102.6	405.4

Lampiran 2

Hasil Analisis kovariansi dalam RBSL 4 x 4

Analysis of Covariance (Orthogonal Designs)

Factor	Levels	Values			
faktor A	4	1	2	3	4
faktor B	4	1	2	3	4

Analysis of Covariance for Y

Source	DF	Adj SS	MS	F	P
Covariates	1	37.145	37.145	7.56	0.025
faktor A	3	23.332	7.777	1.58	0.268
faktor B	3	6.349	2.116	0.43	0.737
Error	8	39.303	4.913		
Total	15	360.177			

Covariate	Coef	StDev	T	P
X	-0.3074	0.112	-2.750	0.025

Adjusted Means

faktor A	N	Y
1	4	24.288
2	4	25.007
3	4	24.612
4	4	27.443

faktor B	N	Y
1	4	25.156
2	4	24.465
3	4	25.520
4	4	26.209

Lampiran 3

Hasil Analisis variansi dalam RBSL 4 x 4

Two-way ANOVA: Y versus faktor A, faktor B

Analysis of Variance for Y

Source	DF	SS	MS	F	P
faktor A	3	272.93	90.98	10.71	0.003
faktor B	3	10.80	3.60	0.42	0.741
Error	9	76.45	8.49		
Total	15	360.18			

Lampiran 4

Data Rancangan bujursangkar Latin 4 x 4

faktor A	faktor B	X	Y
1	1	4.3	26.7
1	2	19.3	21.3
1	3	10.1	28.3
1	4	14.0	25.1
2	1	29.2	19.7
2	2	34.7	20.7
2	3	30.2	20.1
2	4	48.2	14.7
3	1	14.0	26.0
3	2	7.2	24.9
3	3	6.3	29.0
3	4	1.0	28.7
4	1	8.9	29.8
4	2	6.7	29.0
4	3	6.4	27.3
4	4	5.6	34.1