



**PENGARUH VARIAN EFEK ACAK TERHADAP  
PENGESTIMASIAN EFEK TETAP DALAM MODEL POISSON-GAMMA  
PADA HGLM (*HIERARCHICAL GENERALIZED LINEAR MODEL*)**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Siskha Kusumaningtyas**  
**NIM 091810101030**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2013**



**PENGARUH VARIAN EFEK ACAK TERHADAP  
PENGESTIMASIAN EFEK TETAP DALAM MODEL POISSON-GAMMA  
PADA HGLM (*HIERARCHICAL GENERALIZED LINEAR MODEL*)**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh  
**Siskha Kusumaningtyas**  
**NIM 091810101030**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2013**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Bapak Wahyu Wirawan (Alm) dan Ibu Suhartatik serta mak Wijiati;
2. seluruh dosen dan guru-guruku yang telah memberikan ilmunya mulai dari Taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi;
3. Almamater Fakultas MIPA Universitas Jember, SMAN 1 Srengat, SMPN 2 Ponggok, SDN Bacem 04 dan TK Dharma Wanita 02;
4. semua sahabat dan teman-teman saya.

## MOTTO

“Dan Dia memberinya rezeki dari arah yang tidak disangka-sangkanya. Dan barang siapa bertawakal kepada Allah, niscaya Allah akan mencukupkan (keperluan)nya.

Sesungguhnya Allah melaksanakan urusan-Nya.....”.

(Terjemahan Surat AT-Talaq ayat 3)<sup>1)</sup>

Apapun yang bisa dibayangkan pikiran manusia  
serta diyakini dan diusahakan. Pasti akan tercapai <sup>2)</sup>

*Ada Start ada finish.*

Kalau kita berani berdiri digaris *Start* maka kita harus bisa sampai digaris *finish*.<sup>3)</sup>

---

<sup>1)</sup>Departemen Agama Republik Indonesia.2005. Al-Quran dan Terjemahannya. Bandung: CV Penerbit J-ART

<sup>2)</sup>Waringin, T.D. Tung Desem Waringin [on line]. <https://twitter.com/TungDW>. [1 Agustus 2013]

<sup>3)</sup>Tanzil, Y. Motivational & Closing [on line]. <http://www.ringoffireadventure.com/news/> [5 Agustus 2013]

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Siskha Kusumaningtyas

NIM : 091810101030

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Pengaruh Varian Efek Acak Terhadap Pengestimasian Efek Tetap dalam Model Poisson-Gamma pada HGLM (*Hierarchical Generalized Linear Model*)” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, September 2013

Yang menyatakan,

Siskha kusumaningtyas

NIM.091810101030

**SKRIPSI**

**PENGARUH VARIAN EFEK ACAK TERHADAP  
PENGESTIMASIAN EFEK TETAP DALAM MODEL POISSON-GAMMA  
PADA HGLM (*HIERARCHICAL GENERALIZED LINEAR MODEL*)**

Oleh

**Siskha Kusumaningtyas**

**NIM. 091810101030**

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Dr. Alfian Futuhul Hadi S.Si.,M.Si

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Pengaruh Varian Efek Acak Terhadap Pengestimasian Efek Tetap dalam Model Poisson-Gamma pada HGLM (*Hierarchical Generalized Linear Model*)” telah diuji dan disahkan pada :

Hari :

Tanggal :

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas  
Jember.

Tim Penguji :

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc., Ph.D.

Dr. Alfian Futuhul Hadi S.Si., M.Si

NIP.195912201985031002

NIP.197407192000121001

Penguji I,

Penguji II,

Yuliani Setia Dewi, S.Si., M.Si.

Kosala Dwidja P., S.Si., M.Si.

NIP 19740716 2000032001

NIP 196908281998021001

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.

NIP 196101081986021001

## RINGKASAN

**Pengaruh Varian Efek Acak Terhadap Pengestimasi Efek Tetap dalam Model Poisson-Gamma pada HGLM (*Hierarchical Generalized Linear Model*);** Siskha Kusumaningtyas; 2013; 50 Halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

HGLM (*Hierarchical Generalized Linear Model*) adalah salah satu model yang menggambarkan adanya hubungan peubah satu dengan beberapa peubah lainnya dimana data tidak harus berdistribusi normal dan tidak saling bebas (dependen). Variabel respon ( $y$ ) pada HGLM berdistribusinya keluarga eksponensial (normal, poisson, binomial atau gamma) dan bersyarat terhadap efek acak ( $u$ ) yang berdistribusi konjugat keluarga Bayesian (gamma, beta atau invers-gamma). Salah satu contoh model dalam HGLM adalah model poisson-gamma. Data yang memenuhi kondisi poisson dan dependen diantaranya data cacahan dengan pengukuran berulang. Pengestimasi efek tetap ( $\beta$ ) pada HGLM menggunakan perluasan log-likelihood yaitu *hierarchical* atau *h-likelihood*.

Penelitian ini untuk mengetahui pengaruh varian efek acak terhadap pengestimasi efek tetap ( $\beta$ ) dalam model poisson-gamma pada HGLM (*hierarchical generalized linear model*). Model poisson-gamma ditetapkan menggunakan link log. Data yang digunakan merupakan hasil simulasi dengan bantuan *software* R. Untuk melihat konsistensi metode pengestimasi efek tetap maka data diestimasi sebanyak 100 kali. Data yang diestimasi ada tiga data dimana variabel prediktor ( $x$ ) ditetapkan berdistribusi normal dan variabel respon ( $y$ ) berdistribusi poisson. Variabel respon ( $y$ ) bersyarat terhadap efek acak ( $u$ ). Efek acak ( $u$ ) merupakan variabel tidak teramati dan berdistribusi gamma. Pengaruh efek acak ( $u$ ) terhadap variasi variabel respon ( $y$ ) ditunjukkan adanya korelasi variabel respon ( $y$ )

dalam subjek. Distribusi gamma dari efek acak ( $u$ ) ini menggunakan parameter lamda ( $\lambda$ ) dan besarnya varian dari efek acak berbanding terbalik dengan besarnya lamda ( $\text{var}(u)=1/\lambda$ ). Untuk mengetahui pengestimasi efek tetap ( $\beta$ ) yang dipengaruhi varian efek acak maka nilai lamda ( $\lambda$ ) pada penelitian ini ditetapkan yaitu 1/2, 2 dan 4 sehingga didapat tiga data dengan varian efek acak berbeda yaitu varian efek acak besar ( $\text{var}(u)=2$ ), varian efek acak sedang ( $\text{var}(u)=1/2$ ) dan varian efek acak kecil ( $\text{var}(u)=1/4$ ).

Hasil pengestimasi efek tetap ( $\beta$ ) didapat data dengan nilai varian efek acak besar memiliki korelasi variabel respon ( $y$ ) kuat dan data dengan nilai varian efek acak kecil memiliki korelasi variabel respon lemah. *Standard error* besar dimiliki oleh data dengan varian efek acak besar dan *standard error* kecil dimiliki oleh data dengan varian efek acak kecil. Sedangkan untuk keakurasi pengestimasi efek tetap ( $\beta$ ) sebanyak 100 kali, dapat dilihat dari interval keyakinan 95%. Dari hasil yang diperoleh  $\hat{\beta}$  paling banyak yang tidak masuk interval terdapat pada data dengan varian efek acak besar. Tetapi pada penelitian ini terdapat keterbatasan pengestimasi efek tetap pada data dengan varian efek acak besar ( $\text{var}(u)=2$ ) dan korelasi kuat (0.7557-0.8212) dimana  $\hat{\beta}$  yang tidak masuk interval melebihi batas dari interval keyakinan 95%.

## PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pengaruh Varian Efek Acak Terhadap Pengestimasi Efek Tetap dalam Model Poisson-Gamma pada HGLM (*Hierarchical Generalized Linear Model*)“. Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak, baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada :

1. Bapak Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Bapak Dr. Alfian Futuhul Hadi S.Si., M.Si selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah memberikan banyak bimbingan, saran dan bantuan selama penyusunan skripsi ini;
2. Ibu Yuliani Setia Dewi, S.Si, M.Si. selaku Dosen Penguji I dan Bapak Kosala Dwidja P, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji II yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun dalam penyusunan skripsi ini;
3. Ibu Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing akademik;
4. orang tuaku, Bapak Wahyu Wirawan (Alm) dan Ibu Suhartatik, atas cinta, doa, dukungan dan pengorbanan demi terselesainya skripsi ini;
5. Mak Wijiati, Tante Liz, Pak Lik Ibnu, Bulek Yul, Bulek Nur, Om agus, Om Madji, Pak Slamet dan Tante Endang yang selalu memberikan petuah-petuah semangat.
6. sahabat – sahabat terbaikku (Retna, Nia, Fifin, Rupi, Anggun, Nila, Ranggi, Rini, Mbak Rani, Mbak Mila dan Yuvi) yang selalu memberikan motivasi, perhatian dan bantuan;

7. teman - teman angkatan 2009, semoga sukses menyertai kita;
8. rekan – rekan dan semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam menyusun skripsi ini masih terdapat kekurangan baik isi maupun susunannya. Oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, September 2013

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	ii
HALAMAN MOTTO .....	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PEMBIMBING .....	v
HALAMAN PENGESAHAN.....	vi
HALAMAN RINGKASAN .....	vii
PRAKATA.....	ix
DAFTAR ISI.....	xi
DAFTAR TABEL .....	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN .....	xv
<b>BAB 1. PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Latar Belakang.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Rumusan Masalah .....</b>	<b>3</b>
<b>1.3 Tujuan.....</b>	<b>3</b>
<b>1.4 Manfaat.....</b>	<b>3</b>
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA.....</b>	<b>4</b>
<b>2.1 Perkembangan Model Linier.....</b>	<b>4</b>
<b>2.2 <i>Hierarchical Generalized Linear Model (HGLM)</i>.....</b>	<b>5</b>
<b>2.3 Efek Acak.....</b>	<b>7</b>
<b>2.4 Prinsip Marjinal Likelihood dan H-Likelihood.....</b>	<b>7</b>
<b>2.5 Inferensi H-Likelihood .....</b>	<b>8</b>
<b>2.6 Estimasi H-Likelihood .....</b>	<b>9</b>
<b>2.7 HGLM pada Model Poisson-Gamma.....</b>	<b>10</b>

<b>2.8 Interval keyakinan</b> .....	13
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b> .....	14
<b>3.1 Data Penelitian</b> .....	14
<b>3.2 Identifikasi Variabel Penelitian</b> .....	14
<b>3.3 Langkah-langkah Estimasi</b> .....	15
<b>3.4 Metode Estimasi Data</b> .....	17
3.4.1 <i>Software R</i> .....	17
3.4.2 Struktur Fungsi <code>HGLMfit()</code> pada Paket HGLMMM .....	18
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	19
<b>4.1 Hasil</b> .....	19
<b>4.2 Pembahasan</b> .....	24
<b>BAB 5. PENUTUP</b> .....	27
<b>5.1 Kesimpulan</b> .....	27
<b>5.2 Saran</b> .....	27
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	28
<b>LAMPIRAN</b>	

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1 Identifikasi Variabel.....	14
Tabel 4.1 Hasil <i>Summary Data</i> .....	19
Tabel 4.2 Hasil Estimasi Efek Tetap $\hat{\beta}$ ( $\lambda=1/2$ ) .....	20
Tabel 4.3 Hasil Estimasi Efek Tetap $\hat{\beta}$ ( $\lambda=2$ ).....	21
Tabel 4.4 Hasil Estimasi Efek Tetap $\hat{\beta}$ ( $\lambda=4$ ).....	21
Tabel 4.5 Hasil Estimasi Parameter Dispersi ( $\lambda=1/2$ ).....	22
Tabel 4.6 Hasil Estimasi Parameter Dispersi ( $\lambda=2$ ).....	22
Tabel 4.7 Hasil Estimasi Parameter Dispersi ( $\lambda=4$ ).....	22
Tabel 4.8 Nilai Fungsi Likelihood ( $\lambda=1/2$ ).....	22
Tabel 4.9 Nilai Fungsi Likelihood ( $\lambda=2$ ) .....	22
Tabel 4.10 Nilai Fungsi Likelihood ( $\lambda=4$ ) .....	23
Tabel 4.11 Karakteristik Hasil Seluruh Estimasi Efek Tetap ( $\lambda=1/2$ ) .....	23
Tabel 4.12 Karakteristik Hasil Seluruh Estimasi Efek Tetap ( $\lambda=2$ ) .....	23
Tabel 4.13 Karakteristik Hasil Seluruh Estimasi Efek Tetap ( $\lambda=4$ ) .....	24

**DAFTAR GAMBAR**

	Halaman
Gambar 3.1 Analisis Data .....	15