The Learning University

SERTIFIKAT

3.9.5/UN32.MDT/2015

Diberikan Kepada

SITI LATIFAH

Universitas Negeri Jember

Atas partisipasinya sebagai

PEMAKALAH

Dalam Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya
dengan Tema Peranan Matematika dalam Menumbuhkembangkan Daya Saing dan Karakter Bangsa
yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Negeri Malang Tanggal 5 September 2015
Judul Makalah
Super-(a,d)-H-Antimagic Total Covering Pada Amalgamasi Graf Kipas Konekt f

Malang, 5 September 2015

Dekan FMIPA Universitas Negeri Malang

Dr. Markus Diantoro, M.Si
NIP. 196612211991031001

Ketua Pelaksana

Dr. Erry Hidayanto, M.Si
NIP. 196503061990031004

Super (a,d)-H- antimagic total covering of connected amalgamation of fan graph

S. Latifah[1,2], I. H. Agustin[1,2], Dafik[1,3]
[1]CGANT - University of Jember
[2]Mathematics Department - University of Jember
[3]Mathematics Education Department - University of Jember
siti.latifah0522@gmail.com, Hestyarin@gmail.com, d.dafik@unej.ac.id

2010 Mathematics Subject Classification: 05C78

Abstract

Graph $G = (V, E)$ is a finite, simple and undirected. Graph G have H' covering, if every edge in $E(G)$ belongs to at least one subgraph of G isomorphic to a given graph H. A graph G is said to be an (a, d)-H-antimagic total covering if there exist a bijective function $f : V(G) \cup E(G) \to \{1, 2, \dots, |V(G)| + |E(G)|\}$ such that for all subgraphs H' isomorphic to H, the total H-weights $w(H) = \sum_{v \in V(H')} f(v) + \sum_{e \in E(H')} f(v)$ form an arithmetic sequence $\{a, a + d, a + 2d, ..., a + (s - 1)d\}$, where a and d are positive integers and s is the number of all subgraphs H' isomorphic to H. Such a covering is called super if $f : V(G) \to \{1, 2, \dots, |V(G)|\}$. This paper will study the existence of super $(a, d) - H$- antimagic total covering of connected amalgamation of fan graph for feasible d.

Keywords: Super H-antimagic total, amalgamation fan graph.

Introduction

Salah satu kajian dalam teori graf yaitu pelabelan graf. Pelabelan graf direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan asli yang disebut label. Pelabelan (*labelling*) pada sebuah graf G jika domain dari pemetaan tersebut berupa himpunan *vertex* maka pelabelan tersebut dinamakan *vertex labelling*, sedangkan jika domainnya adalah himpunan *edge* maka pelabelannya dinamakan *edge labelling*. Dan terdapat pula *total labelling* yaitu pelabelan yang terjadi jika domainnya merupakan penggabungan dari himpunan *vertex* dan himpunan *edge* [9]. Pelabelan covering ajaib pertama kali diperkenalkan oleh *[6]* yang dikembangkan dari pelabelan total ajaib. Beberapa penelitian sejenis yang telah dipublikasikan antara lain, [7] meneliti mengenai suatu pelabelan (a,d)-$\mathcal{H}$-antimagic covering pada graf kipas F_n dan graf roda W_n. Hasil-hasil penelitian terkait ini dapat ditemukan di [1, 12].

[4] mendefinisikan amalgamasi titik dari graf misalkan H_i adalah suatu keluarga graf berhingga dan setiap H_i mempunyai suatu titik (v_{0i}) yang disebut titik terminal. Salah satu contoh graf khusus yaitu graf roda dinotasikan W_n dengan $n \geq 3$

adalah graf yang dibentuk dari graf sikel C_n dan satu titik yang disebut titik pusat yang bertetangga dengan semua titik di sikel C_n [5]. Jika semua sisi mempunyai bobot selimut yang berbeda dan himpunan bobot selimut dari semua sisi membentuk barisan aritmatika dengan suku pertama a dan beda d maka pelabelan tersebut disebut pelabelan total selimut anti ajaib (pelabelan total selimut antimagic) *[10]*. Pelabelan selimut-$\mathcal{H}$ anti ajaib (*antimagic*) super pada graf G dengan v titik dan e sisi didefinisikan sebagai fungsi bijektif dari titik-titik dan sisi-sisi pada himpunan bilangan bulat dari 1 sampai sejumlah titik dan sisi, secara matematis ditulis dalam bentuk $f : V(G) \bigcup E(G) \rightarrow \{1, 2, 3, ..., |V(G)| + |E(G)|\}$ dengan sifat bahwa setiap subgraf dari G yang isomorfik dengan H dimana H juga subgraf dari G. [8] mengembangkan suatu pelabelan super (a,d)-H-antimagic total selimut yaitu bahwa suatu pelabelan selimut (a,d)-H-antimagic pada graf G merupakan sebuah fungsi bijektif, sehingga terdapat barisan aritmatika a, a + d, a + 2d+, ...,+a +(s - 1)d. Graf G dikatakan memiliki pelabelan $\mathcal{H}$ anti ajaib super jika himpunan titik $V(G)$ merupakan pemetaan bijektif f ke himpunan $\{1, 2, 3, ..., |V(G)|\}$ *[6]*. Dari uraian diatas dapat dirumuskan permasalahan dari penelitian ini yaitu mencari batas atas serta menentukan fungsi bijektif dari penelitian ini. Beberapa hasil penelitian dari pelabelan selimut super (a, d)-$\mathcal{H}$-antimagic pada graf konektif antara lain [3], [11], [7].

Useful Lemma

Amalgamasi graf kipas $Amal(F_n, P_n, 2)$ dengan titik $V(Amal(F_n, P_n, 2)) = \{a, b, x_i; \text{untuk } 1 \leq i \leq n\}$ dan sisi $E(Amal(F_n, P_n, 2)) = \{x_i x_i + 1; \text{untuk } 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{a x_i; \text{untuk } 1 \leq i \leq n\} \cup \{b x_i; \text{untuk } 1 \leq i \leq n\}$. Nilai n yang dimaksudkan adalah banyaknya *expand* amalgamasi graf kipas dari samping kiri ke kanan. Rumusan amalgamasi graf kipas $Amal(F_n, P_n, 2)$ dengan n yang berbeda sebagai berikut jumlah titik pada amalgamasi graf kipas $Amal(F_n, P_n, 2)$ adalah $p_G = n + 2$. Sedangkan jumlah sisi pada amalgamasi graf kipas $Amal(F_n, P_n, 2)$ adalah $q_G = 3n - 1$. Selimut pada amalgamasi graf kipas $Amal(F_n, P_n, 2)$ berupa subgraf dari amalgamasi graf kipas $Amal(F_n, P_n, 2)$ yaitu B_2, maka jumlah titik selimut $p_H = 4$, sedangkan jumlah sisi selimut $q_H = 5$ dengan jumlah selimut $n - 1$.

Penentuan batas atas d amalgamasi graf kipas $Amal(F_n, P_n, 2)$ dapat ditentukan dengan menggunakan 1 yaitu sebagai berikut:

Lemma 1 *Jika sebuah graf $G(V, E)$ adalah pelabelan super (a, d)-$\mathcal{H}$ antimagic total covering maka*

$$d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s - 1}$$

untuk $s = |H_i|$, $p_G = |V|$, $q_G = |E|$, $p_H = |V'|$, $q_H = |E'|$

Bukti. $f(V) = 1, 2, 3, .., p_G$ dan $f(E) = p_G + 1, p_G + 2, p_G + 2, .., p_G + q_G$. Misalkan graf $(p_G,\ q_G)$ mempunyai pelabelan super (a, d)-$\mathcal{H}$ antimagic total dengan fungsi total $f(\text{total}) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., p_G + q_G\}$ maka himpunan bobot sebuah graf adalah $\{a, a + d, a + 2d, \ldots, a(s - 1)d\}$ dimana a merupakan bobot terkecil maka berlaku:

$$\begin{aligned}
1 + 2 + \ldots + p_H + (p_G + 1) + (p_G + 2) + \ldots + (p_G + q_H) &\leq a \\
\frac{p_H}{2}(1 + p_H) + q_H p_G + \frac{q_H}{2}(1 + q_H) &\leq a \\
\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2} &\leq a
\end{aligned}$$

Sedangkan untuk nilai terbesar berlaku:

$$\begin{aligned}
a + (s - 1)d &\leq p_G + (p_G - 1) + (p_G - 2) + ... + (p_G - (p_H - 1)) + (p_G + q_G) \\
&\quad + (p_G + q_G - 1) + (p_G + q_G - 2) + ... + (p_G + q_G - (q_H - 1)) \\
&= p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(1 + (p_H - 1)) + q_H p_G + q_H q_G \\
&\quad - \frac{q_H - 1}{2}(1 + (q_H - 1)) \\
&= p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H q_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(s - 1)d &\leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H q_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H) - a \\
&\leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H q_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H) - \\
&\quad (\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2}) \\
&= p_H p_G - \frac{p_H^2}{2} + \frac{p_H}{2} + q_H q_G - \frac{q_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} - (\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2}) \\
&= p_H p_G + q_H q_G - p_H^2 - q_H^2 \\
&= p_H p_G - p_H^2 + q_H q_G - q_H^2 \\
&= (p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H \\
d &\leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{(s - 1)}
\end{aligned}$$

Dari persamaan diatas terbukti bahwa batas atas $d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1}$ jika graf G memiliki super (a, d)-$\mathcal{H}$-antimagic total covering dari berbagai famili graf [2]. $\square$

Sehingga batas atas d untuk penelitian ini adalah :

$$\begin{aligned} d &\leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1} \\ &= \frac{(n+2-4)4 + (3n-1-5)5}{n-1-1} \\ &= \frac{(n-2)4 + (3n-6)5}{n-2} \\ &= \frac{4n-8+15n-30}{n-2} \\ &= \frac{19n-38)}{n-2} \\ &= \frac{19(n-2)}{n-2} \\ d &\leq 19 \end{aligned}$$

The Results

Hasil dari penelitian ini didapatkan beberapa teorema antara lain.

◇ **Teorema 1** *Ada pelabelan super* $(\frac{29n+32}{2}, 0)$*-*B_2 *antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas* $amal(F_n, P_n, 2)$ *untuk* $n \geq 2$ *dan* n *genap dan pelabelan super* $(\frac{29n+25}{2}, 0)$*-*B_2 *antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas* $amal(F_n, P_n, 2)$ *untuk* $n \geq 2$ *dan* n *ganjil.*

Bukti. Labeli setiap titik pada amalgamasi graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didefinisikan f_1 adalah fungsi yang bijektif. Fungsi titik dari f_1 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} f_1(a) &= 1 \\ f_1(b) &= 2 \\ f_1(x_i) &= \begin{cases} \frac{i+5}{2}, & \text{untuk } 1 \leq i \leq n, i \text{ ganjil} \\ \frac{n+i+4}{2} & \text{untuk } 1 \leq i \leq n, i \text{ genap}, n \text{ genap} \\ \frac{n+i+5}{2} & \text{untuk } 1 \leq i \leq n, i \text{ genap}, n \text{ ganjil} \end{cases} \end{aligned}$$

Fungsi f_1 adalah fungsi bijektif yang memetakan V ke himpunan bilangan asli $\{1, 2, 3, \ldots, n+2\}$. Didefinisikan w_{f_1} adalah bobot selimut dari pelabelan total selimut pada amalgamasi graf kipas. Bobot selimut didapat dari penjumlahan 4 fungsi titik yang telah didapat diatas dan $\mathcal{H} = \mathcal{B}_\in$. Fungsi w_{f_1} untuk n genap adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{f_1} &= f_1(a) + f_1(b) + f_1(x_i) + f_1(x_i+1) \\ &= (1) + (2) + \frac{i+5}{2} + \frac{n+i+1+4}{2} \\ &= \frac{n+2i+16}{2}, \text{untuk } 1 \leq i \leq n, n \text{ genap} \end{aligned}$$

Fungsi w_{f_1} untuk n ganjil adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{f_1} &= f_1(a) + f_1(b) + f_1(x_i) + f_1(x_i+1) \\ &= (1) + (2) + \frac{i+5}{2} + \frac{n+i+1+5}{2} \\ &= \frac{n+2i+17}{2}, \text{untuk } 1 \leq i \leq n, n \text{ ganjil} \end{aligned}$$

Langkah selanjutnya mencari label sisi yang akan digunakan dalam mencari selimut total. Labeli setiap sisi dari amalgamasi graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didapatkan fungsi sisi dari f_1 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} f_1(x_i x_{i+1}) &= 2n - i + 2, \text{untuk } 1 \leq i \leq n-1 \\ f_1(bx_i) &= 2n + i + 1, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\ f_1(ax_i) &= 4n - i + 2, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

W_{f_1} didefinisikan sebagai bobot total selimut pada amalgamasi graf kipas. W_{f_1} didapatkan dari penjumlahan bobot selimut w_{f_1} dengan fungsi label sisinya.

Bobot total covering W_{f_1} untuk n genap adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_1} &= w_{f_1} + f_1(x_i x_{i+1}) + f_1(bx_i) + f_1(bx_{i+1}) + f_1(ax_i) + f_1(ax_{i+1}) \\ &= (\frac{n+2i+16}{2}) + (2n - i + 2) + (2n + i + 1) + (2n + i + 1 + 1) \\ &\quad +(4n - i + 2) + (4n - i - 1 + 2) \\ &= \frac{29n+32}{2}, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Bobot total covering W_{f_1} untuk n ganjil adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
W_{f_1} &= w_{f_1} + f_1(x_i x_{i+1}) + f_1(bx_i) + f_1(bx_{i+1}) + f_1(ax_i) + f_1(ax_{i+1}) \\
&= (\frac{n+2i+17}{2}) + (2n-i+2) + (2n+i+1) + (2n+i+1+1) \\
&\quad +(4n-i+2) + (4n-i-1+2) \\
&= \frac{29n+25}{2}, \text{untuk } 1 \leq i \leq n
\end{aligned}$$

Maka didapatkan himpunan bobot total covering untuk n genap adalah W_{f_1}={ $\frac{29n+32}{2}, \frac{29n+32}{2}, \ldots, \frac{29n+32}{2}$} amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk n genap membentuk barisan aritmatika dengan $d = 0$. Karena $U_n = a + (n-1)d = \frac{29n+32}{2} + (n-1)0 = \frac{29n+32}{2}$ maka terbukti bahwa ada pelabelan super $(\frac{29n+32}{2}, 0)$-B_2 antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk $n \geq 2$ dan n genap. Sedangkan himpunan bobot total covering untuk n ganjil adalah W_{f_1}={ $\frac{29n+25}{2}, \frac{29n+25}{2}, \ldots, \frac{29n+25}{2}$} amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk n genap membentuk barisan aritmatika dengan $d = 0$. Karena $U_n = a + (n-1)d = \frac{29n+25}{2} + (n-1)0 = \frac{29n+25}{2}$ maka terbukti bahwa ada pelabelan super $(\frac{29n+25}{2}, 0)$-B_2 antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk $n \geq 2$ dan n ganjil. □

◇ **Teorema 2** *Ada pelabelan super* $(13n + 19, 1)$-B_2 *antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas* $amal(F_n, P_n, 2)$ *untuk* $n \geq 2$*.*

Bukti. Labeli setiap titik pada amalgamasi graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didefinisikan f_2 adalah fungsi yang bijektif. Fungsi titik dari f_2 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
f_2(a) &= 1 \\
f_2(b) &= n+2 \\
f_2(x_i) &= i+1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n
\end{aligned}$$

Fungsi f_2 adalah fungsi bijektif yang memetakan V ke himpunan bilangan asli $\{1, 2, 3, .., n+2\}$. Didefinisikan w_{f_2} adalah bobot selimut dari pelabelan total selimut pada amalgamasi graf kipas. Bobot selimut didapat dari pemjumlahan 4 fungsi titik yang telah didapat diatas dan $\mathcal{H} = \mathcal{B}_{\in}$. Fungsi w_{f_2} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{f_2} &= f_2(a) + f_2(b) + f_2(x_i) + f_2(x_{i+1}) \\ &= (1) + (n+2) + (i+1) + (i+1+1) \\ &= n + 2i + 6, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Himpunan bobot selimut di atas adalah w_{f_2}={14, 16, 18,. . . , 2n+12}. Himpunan w_{f_2} membentuk barisan aritmatika dengan beda d=2. Langkah selanjutnya mencari label sisi yang akan digunakan dalam mencari selimut total. Labeli setiap sisi dari amalgamasi graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didapatkan fungsi sisi dari f_2 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} f_2(bx_i) &= 2n - i + 3, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\ f_2(ax_i) &= 2n + i + 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\ f_2(x_i x_{i+1}) &= 4n - i + 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n-1 \end{aligned}$$

Jika W_{f_2} didefinisikan sebagai bobot total covering pada amalgamasi graf kipas berdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka w_{f_2} dan fungsi label sisi dengan syarat batas i yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_2} &= w_{f_2} + f_2(bx_i) + f_2(bx_{i+1}) + f_2(ax_i) + f_2(ax_{i+1}) + f_2(x_i x_{i+1}) \\ &= (2i + n + 6) + (2n - i + 3) + (2n - i - 1 + 3) + (2n + i + 2) \\ &\quad +(2n + i + 2 + 1) + (4n - i + 2) \\ &= 13n + i + 18, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Maka didapatkan himpunan bobot total covering $W_{f_2} = \{13n+19, 13n+20, \ldots, 14n+18\}$ amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk $n \geq 2$ membentuk barisan aritmatika dengan $d = 1$. Karena $U_n = a+(n-1)d = 13n+19+(n-1)1 = 14n+18$ maka terbukti bahwa ada pelabelan super $(13n + 19, 1)$-B_2 antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk $n \geq 2$. □

◇ **Teorema 3** *Ada pelabelan super* $(11n + 23, 3)$-B_2 *antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas* $amal(F_n, P_n, 2)$ *untuk* $n \geq 2$.

Bukti. Labeli setiap titik pada amalgamasi graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didefinisikan f_3 adalah fungsi yang bijektif. Fungsi titik dari f_3 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} f_3(a) &= 1 \\ f_3(b) &= 2 \\ f_3(x_i) &= i+2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Fungsi f_3 adalah fungsi bijektif yang memetakan V ke himpunan bilangan asli $\{1,2,3,..,n+2\}$. Didefinisikan w_{f_3} adalah bobot selimut dari pelabelan total selimut pada amalgamasi graf kipas. Bobot selimut didapat dari pemjumlahan 4 fungsi titik yang telah didapat diatas dan $\mathcal{H} = \mathcal{B}_{\in}$. Fungsi w_{f_3} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{f_3} &= f_3(a) + f_3(b) + f_3(x_i) + f_4(x_{i+1}) \\ &= (1) + (2) + (i+2) + (i+1+2) \\ &= 2n+8, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Himpunan bobot selimut di atas adalah w_{f_3}=$\{$10, 12, 14, 16, 18$\}$. Himpunan w_{f_3} membentuk barisan aritmatika dengan beda $d = 2$. Langkah selanjutnya mencari label sisi yang akan digunakan dalam mencari selimut total. Labeli setiap sisi dari amalgamasi graf kipas dengan himpunan bilangan asli. Didapatkan fungsi sisi dari f_3 adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} f_3(bx_i) &= 2n - i + 3, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\ f_3(ax_i) &= 2n + i + 2, \text{untuk } 1 \leq i \leq n \\ f_3(x_i x_{i+1}) &= 3n + i + 2, \text{untuk } 1 \leq i \leq n-1 \end{aligned}$$

Jika W_{f_3} didefinisikan sebagai bobot total covering pada amalgamasi graf kipas berdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka w_{f_3} dan fungsi label sisi dengan syarat batas i yang bersesuaian, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_3} &= w_{f_3} + f_3(bx_i) + f_3(bx_{i+1}) + f_3(ax_i) + f_3(ax_{i+1}) + f_3(x_i x_{i+1}) \\ &= (2i+8) + (2n-i+3) + (2n-i-1+3) + (2n+i+2) + \\ &\quad (2n+i+2+1) + (3n+i+2) \\ &= 11n + 3i + 20, \text{ untuk } 1 \le i \le n \end{aligned}$$

Maka didapatkan himpunan bobot total covering $W_{f_3} = \{11n+23, 11n+26, \ldots, 14n+20\}$ amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk $n \geq 2$ membentuk barisan aritmatika dengan $d = 3$. Karena $U_n = a + (n-1)d = 11n + 23 + (n-1)3 = 14n + 20$ maka terbukti bahwa ada pelabelan super $(11n+23, 3)$-B_2 antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk $n \geq 2$. □

Concluding Remarks

Kesimpulan dari penelitian ini adalah amalgamasi graf kipas $Amal(F_n, P_n, 2)$ tunggal memiliki pelabelan super (a, d)-$\mathcal{H}$ antimagic total covering untuk $d = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 19\}$. Peneliti telah menemukan $S\mathcal{H}ATC$ (Super $\mathcal{H}$ Antimagic Total Covering) untuk amalgamasi graf kipas $Amal(F_n, P_n, 2)$ tunggal untuk $d \in \{0, 1, 3\}$.

- Ada pelabelan super $(\frac{29n+32}{2}, 0)$-B_2 antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk $n \geq 2$ dan n genap dan pelabelan super $(\frac{29n+25}{2}, 0)$-B_2 antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk $n \geq 2$ dan n ganjil.
- Ada pelabelan super $(13n+19, 1)$-B_2 antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk $n \geq 2$.
- Ada pelabelan super $(11n+23, 3)$-B_2 antimagic total covering pada amalgamasi graf kipas $amal(F_n, P_n, 2)$ untuk $n \geq 2$.

References

[1] AK Purnapraja, R Hidayat, Cycle-Super Antimagicness of Connected and Disconnected Tensor Product of Graphs, *Procedia Computer Science*, **74**, (2015), 9399

[2] Dafik, *Structural properties and labeling of graphs*,School of Information Technology and Mathematical Sciences University of Ballarat, Australia, (2007)

[3] Irma Azizah and Dafik, *Super (a, d)-H-Antimagic Total Selimut pada Graf Shackle Kipas* F_4, Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika, (2014)

[4] K. Carlson, *Generalized book and* c_m *snakes and prime graphs*, Ars Combinatoria, 80, 215-221, (2006)

[5] J. A. Gallian, *Dinamyc Survey of Graph Labeling*, The Electronic Journal of Combinatorics, (2009)

[6] Gutierrez and Llado, *Magic Coverings*, Of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing, 55, 451-461, (2005)

[7] Inayah, N, *Pelabelan (a,d)-H Anti Ajaib pada Beberapa Kelas Graf*, (2013).

[8] Inayah, N., Simanjuntak, R., Salman, A. 2009. On (*a,d*)-*H*-Antimagic Covering of Graph. The Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing 71, 273-281.

[9] A. Kotzig and A. Rosa, *Magic Valuations of Finite Graph*, Canada Mathematics Bulletin 13, 451-461, (1970)

[10] T. K. Maryati and A. Salman and E. T. Baskoro and J. Ryan and M. Miller, *On H Super-magic Labellings for Certain Shackles and Amalgamations of A Connected Graph Antimagic Total Labelings For Shackles of A Connected Graph*, Utilitas Math, (2010)

[11] Frety Kurnita Sari, *Pelabelan selimut-*(a, d)*-anti ajaib super pada graf pohon pisang, kembang api dan buku*, Universitas Sebelas Maret Surakarta, (2014)

[12] Sherly Citra Wuni, Ika Hesti Agustin, Dafik, Super (a,d)-H-Antimagic Total Covering pada Graf Semi Windmill, *Prosiding Seminar Nasional Matematika 2014* **Vol 1, No 1** (2014), 161–168