SERTIFIKAT

3.9.5/UN32.3/DT/2015

Diberikan Kepada

DINA RIZKI ANGGRAINI

Universitas Negeri Jember

Atas partisipasinya sebagai

PEMAKALAH

Dalam Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya
dengan Tema Peranan Matematika dalam Menumbuhkembangkan Daya Saing dan Karakter Bangsa
yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Negeri Malang Tanggal 5 September 2015

Judul Makalah

Analisa Pelabelan Selimut (a,d)-H-Anti Ajaib Super Pada Graf Rantai

Malang, 5 September 2015

Dekan FMIPA Universitas Negeri Malang

Dr. Markus Diantoro, M.Si
NIP. 196612211991031001

Ketua Pelaksana

Dr. Erry Hidayanto, M.Si
NIP. 196609061992031004

Super (a,d)-H- Antimagic Total Covering of Chain Graph

Dina Rizki Anggraini[1,2], Dafik[1,2], Susi Setiawani[2]
[1]CGANT - University of Jember
[2]Mathematics Education Department - University of Jember
dinarizki11.dr@gmail.com, d.dafik@unej.ac.id, setiawanisusi@gmail.com

2010 Mathematics Subject Classification: 05C69

Abstract

All graph in this paper are finite, simple and undirected. By H'-covering, we mean every edge in $E(G)$ belongs to at least one subgraph of G isomorphic to a given graph H. A graph G is said to be an (a,d)-H-antimagic total labeling if there exist a bijective function $f : V(G) \cup E(G) \to \{1, 2, \dots, |V(G)| + |E(G)|\}$ such that for all subgraphs H' isomorphic to H, the total H-weights $w(H) = \sum_{v \in V(H')} f(v) + \sum_{e \in E(H')} f(v)$ form an arithmetic sequence $\{a, a + d, a + 2d, ..., a + (s - 1)d\}$, where a and d are positive integers and s is the number of all subgraphs H' isomorphic to H. Such a labeling is called super if $f : V(G) \to \{1, 2, \dots, |V(G)|\}$. In this paper, we study the problem that if a connected graph G is super $(a, d) - H$- antimagic total labeling, is the disjoint union of multiple copies of the graph G super $(a, d) - H$- antimagic total labeling as well? We will answer this question for the case when the graph G is a Chain Graph K_4P_n and $H' = K_4$ Complete Graph isomorphic to H.

Keywords: Super H-antimagic total, Chain Graph.

Introduction

Teori graf adalah salah satu cabang dari ilmu matematika. Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam Teori Graf. Pelabelan suatu graf adalah pemetaan bijektif yang memasangkan unsur-unsur graf (titik atau sisi) dengan bilangan bulat positif. Terdapat banyak jenis pelabelan graf yang telah dikembangkan, diantaranya adalah pelabelan graceful, pelabelan harmoni, pelabelan total tak beraturan, pelabelan ajaib, dan pelabelan anti ajaib. Dalam pengembangan pelabelan anti ajaib, dikenal juga pelabelan total (a, d) -titik anti ajaib, pelabelan total titik ajaib super, pelabelan total (a, d)-sisi anti ajaib, dan pela-belan total sisi ajaib super. Pada penelitian ini selimut graf yang digunakan adalah graf baru yang belum pernah diteliti yaitu graf Rantai yang dinotasikan dengan K_4P_n. Graf Rantai adalah graf yang dinotasikan dengan K_4P_n. Graf Rantai berasal dari graf lintasan yang terdiri dari graf Lengkap. Graf Rantai merupakan shackle titik yang disimbolkan dengan $shack(K_4, v, n)$, sehingga $shack(K_4, v, n)$ memiliki arti sama dengan K_4P_n dimana dan Penelitian mengenai pelabelan selimut $(a, d) - H$-anti ajaib super telah dilakukan oleh Inayah pada tahun 2013. Menurut Inayah (2013), suatu selimut dari G adalah keluarga subgraf dari G dengan sifat setiap sisi di G termuat pada sekurang- kurangnya satu graf Hi, untuk suatu . Pelabean selimut $(a, d) - H$ anti ajaib super adalah pelabelan terhadap unsur titik dan sisi pada graf dengan bilangan $1, 2, 3, ..., p+q$ sedemikian hingga bobot selimut H membentuk barisan aritmatika $a, a+d, a+2d, ..., a+(k-1)d$ dengan a adalah suku pertama, b adalah beda, dan k adalah jumlah selimutnya. graf G dikatakan super apabila kemungkinan label terkecil ada pada titiknya. Adapun manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini adalah untuk memberikan konstribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang teori graf, khususnya dalam ruang lingkup pelabelan graf dengan menunjukkan pelabelan selimut $(a, d)-H$ anti ajaib super pada graf Rantai. Penelitian ini dapat memberikan motivasi pada peneliti lain untuk melakukan penelitian tentang pelabelan selimut $(a, d)-H$ anti ajaib super pada jenis-jenis graf yang berbeda. Selain itu, hasil penelitian ini diharapkan dapat dijadikan pengembangan atau perluasan ilmu serta aplikasi dalam masalah pelabelan selimut $(a, d) - H$ anti ajaib super di program studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember. Hasil-hasil penelitian terkait ini dapat ditemukan di [1, 4].

Useful Lemma

Lemma 1 *Jika sebuah graf G (V, E) adalah pelabelan selimut(a, d)-$\mathcal{H}$ anti ajaib super maka $d \le \frac{(p_G-p_H)p_H+(q_G-q_H)q_H}{s-1}$ untuk $s = |\mathcal{H}_\rangle|$, $H \subseteq G$ yang isomorfik dengan $\mathcal{H}$ $p_G = |V|$, $q_G = |E|$, $p_H = |V'|$, $q_H = |E'|$.*

Bukti. $f(V) = \{1, 2, 3, .., p_G\}$ dan $f(E) = \{p_G+1, p_G+2, p_G+2, .., p_G+q_G\}$. Misalkan graf $(p_G$,$q_G)$ mempunyai pelabelan selimut (a, d)-$\mathcal{H}$ anti ajaib super dengan fungsi total $f(V \cup E) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., p_G+q_G\}$ maka himpunan bobot selimut sebuah graf adalah $\{a, a+d, a+2d, \ldots, a(s-1)d\}$ dimana a merupakan bobot selimut terkecil maka berlaku:

$$\begin{aligned}
1+2+\ldots+p_H+(p_G+1)+(p_G+2)+\ldots+(p_G+q_H) &\le a \\
\frac{p_H}{2}(1+p_H)+q_Hp_G+\frac{q_H}{2}(1+q_H) &\le a \\
\frac{p_H}{2}+\frac{p_H^2}{2}+q_Hp_G+\frac{q_H}{2}+\frac{q_H^2}{2} &\le a
\end{aligned}$$

Sedangkan untuk nilai terbesar berlaku:

$$\begin{aligned}
a+(s-1)d &\le p_G+p_G-1+p_G-2+...+(p_G-(p_H-1))+(p_G+q_G) \\
&\quad +(p_G+q_G-1)+(p_G+q_G-2)+...+(p_G+q_G-(q_H-1)) \\
&= p_Hp_G-\frac{p_H-1}{2}(1+(p_H-1))+q_Hp_G+q_Hp_G \\
&\quad -\frac{q_H-1}{2}(1+(q_H-1)) \\
&= p_Hp_G-\frac{p_H-1}{2}(p_H)+q_Hp_G+q_Hp_G-\frac{q_H-1}{2}(q_H)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
(s-1)d &\leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H p_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H) - a \\
&\leq p_H p_G - \frac{p_H - 1}{2}(p_H) + q_H p_G + q_H p_G - \frac{q_H - 1}{2}(q_H) - \\
&\quad (\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + q_H p_G + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2}) \\
&= p_H p_G - \frac{p_H^2}{2} + \frac{p_H}{2} + q_H p_G - \frac{q_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} - (\frac{p_H}{2} + \frac{p_H^2}{2} + \frac{q_H}{2} + \frac{q_H^2}{2}) \\
&= p_H p_G + q_H q_G - p_H^2 - q_H^2 \\
&= p_H p_G - p_H^2 + q_H q_G - q_H^2 \\
&= (p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H \\
d &\leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{(s-1)}
\end{aligned}
$$

Dari persamaan diatas terbukti bahwa batas atas $d \leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1}$ jika graf G memiliki pelabelan selimut (a,d)-$\mathcal{H}$ anti ajaib super dari berbagai famili graf. (Dafik, 2014) □

Adapun batas atas pelabelan selimut (a,d)-H-anti ajaib super dapat ditentukan dengan menggunakan Lemma 1 (dalam Dafik, 2014). Diketahui jumlah titik $p_G = 3n + 1$ dan sisi $q_G = 6n$, dan jumlah titik selimut adalah $p_H = 4$ serta jumlah sisi selimut adalah $q_H = 6$ dengan jumlah selimut n. Dengan demikian batas atas nilai beda d tersebut adalah:

$$
\begin{aligned}
d &\leq \frac{(p_G - p_H)p_H + (q_G - q_H)q_H}{s-1} \\
&\leq \frac{(3n + 1 - 4)4 + (6n - 6)6}{n-1} \\
&\leq \frac{(3n - 3)4 + (6n - 6)}{6} n - 1 \\
&\leq \frac{(12n - 12 + 66n - 36)}{n-1} \\
&\leq \frac{48n - 48}{n-1} \\
&\leq \frac{48(n-1)}{n-1} \\
&\leq 48
\end{aligned}
$$

The Results

Theorem 1 *Ada pelabelan selimut* $(41n + 14, 2) - K_4$ *anti ajaib super pada graf Rantai* K_4P_n *untuk* $n \geq 2$.

Proof. Labeli titik graf Rantai K_4P_n dengan fungsi bijektif f_1 dengan label sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_1(y_j) &= 3j-2, \text{ untuk } 1 \le j \le n+1 \\ f_1(x_i) &= 3i-1, \text{ untuk } 1 \le i \le n \\ f_1(z_i) &= 3i, \text{ untuk } 1 \le i \le n \end{aligned}$$

Dapat dilihat bahwa f_1 adalah fungsi bijektif yang memetakan K_4P_n ke himpunan bilangan bulat $\{1, 2, \ldots, 3n+1\}$. Jika w_{f_1} didefinisikan sebagai bobot titik selimut dari pelabelan total selimut pada graf Rantai dimana bobot titik selimut tersebut diperoleh dari penjumlahan 4 label titik dari K_4 yang menjadi selimut pada pada graf Rantai K_4P_n, maka fungsi bijektif w_{f_1} dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} w_{f_1} &= f_1(y_j) + f_1(x_i) + f_1(z_i) \\ &= (3i-1) + (3j-2) + (3i) \\ &= 6i - 1 + \bigcup_{j=i}^{i+1} (3j-2) \end{aligned}$$

Labeli sisi graf Rantai K_4P_n dengan fungsi f_{13} yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_1(x_iy_{i+1}) &= 5n - 2i + 3, \text{ untuk } 1 \le i \le n \\ f_1(z_iy_{i+1}) &= 5n - 2i + 2, \text{ untuk } 1 \le i \le n \\ f_1(x_iy_i) &= 7n - 2i + 3, \text{ untuk } 1 \le i \le n \\ f_1(y_iz_i) &= 7n - 2i + 2, \text{ untuk } 1 \le i \le n \\ f_1(y_iy_{i+1}) &= 8n - i + 2, \text{ untuk } 1 \le i \le n \\ f_1(x_iz_i) &= 9n - i + 2, \text{ untuk } 1 \le i \le n \end{aligned}$$

Jika W_{f1} didefinisikan sebagai bobot total selimut pada graf Rantai berdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka W_{f1} dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah bobot selimut w_{f1} dan rumus label sisi f_1, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_1} &= w_{f1} + f_1(x_iy_{i+1}) + f_1(z_iy_{i+1}) + f_1(x_iy_i) + f_1(y_iz_i) + f_1(y_iy_{i+1}) + \\ &\quad f_1(x_iz_i) \\ &= 6i - 1 + \bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2) + (5n-2i+3) + (5n-2i+2) + (7n-2i+3) + \\ &\quad (7n-2i+2) + (8n-i+2) + (9n-i+2) \\ &= 41n - 4i + 13 \bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2) \end{aligned}$$

Berdasarkan bobot selimut total dapat diuraikan, untuk i pada interval $1 \le i \le n$ didapat himpunan $W_{f1} = \{41n+14, 41n+16, \ldots, 41n+12\}$ karena $U_n = a +$

$(n-1)b = 41n + 14(n-1)2 = 43n + 12$. Sehingga terbukti ada pelabelan selimut $(41n+14, 2) - K_4$ anti ajaib super pada graf Rantai K_4P_n untuk $n \geq 2$. □

Theorem 2 *Ada pelabelan selimut* $(40n + 15, 4) - K_4$ *anti ajaib super pada graf Rantai* K_4P_n *untuk* $n \geq 2$.

Proof. Labeli titik graf Rantai K_4P_n dengan fungsi bijektif f_1, maka $f_2(y_j) = f_1(y_j)$, $f_2(x_i) = f_1(x_i)$, dan $f_2(z_i) = f_1(z_i)$ sehingga $w_{f_2} = w_{f_1} = 6i - 1 + \bigcup_{j=i}^{i+1}(3j - 2)$. Labeli sisi graf Rantai K_4P_n dengan fungsi f_2 yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
f_2(x_iy_{i+1}) &= 5n - 2i + 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\
f_2(z_iy_{i+1}) &= 8n - 2i + 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\
f_2(x_iy_i) &= 5n - 2i + 3, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\
f_2(y_iz_i) &= 8n - 2i + 3, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\
f_2(y_iy_{i+1}) &= 6n - i + 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\
f_2(x_iz_i) &= 8n + i + 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n
\end{aligned}$$

Jika W_{f_2} didefinisikan sebagai bobot total selimut pada graf Lengkap Lintasanberdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka W_{f_2} dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah bobot selimut w_{f_2} dan rumus label sisi f_2, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
W_{f_2} &= w_{f_2} + f_2(x_iy_{i+1}) + f_2(z_iy_{i+1}) + f_2(x_iy_i) + f_2(y_iz_i) + f_2(y_iy_{i+1}) + \\
&\quad f_2(x_iz_i) \\
&= 6i - 1 + \bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2) + (5n - 2i + 2) + (8n - 2i + 2) + (8n + i + 1) + \\
&\quad (8n - 2i + 3) + (6n - i + 2) + (8n + i + 1) \\
&= 40n - 2i + 12\bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2)
\end{aligned}$$

Berdasarkan bobot selimut total dapat diuraikan, untuk i pada interval $1 \leq i \leq n$ didapat himpunan $W_{f_2} = \{40n+15, 40n+19, \ldots, 44n+9\}$ karena $U_n = a+(n-1)b = 40n+15(n-1)4 = 44n+9$. Sehingga terbukti ada pelabelan selimut $(40n+15, 4)-K_4$ anti ajaib super pada graf Rantai K_4P_n untuk $n \geq 2$. □

Theorem 3 *Ada pelabelan selimut* $(39n + 16, 6) - K_4$ *anti ajaib super pada graf Rantai* K_4P_n *untuk* $n \geq 2$.

Proof. Labeli titik graf Rantai K_4P_n dengan fungsi bijektif f_1, maka $f_3(y_j) = f_1(y_j)$, $f_{11}(x_i) = f_1(x_i)$, dan $f_3(z_i) = f_1(z_i)$ sehingga $w_{f_3} = w_{f_1} = 6i - 1 + \bigcup_{j=i}^{i+1}(3j -$

2). Labeli sisi graf Rantai K_4P_n dengan fungsi f_3 yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
f_3(x_iy_{i+1}) &= 5n-2i+2, \text{ untuk } 1 \le i \le n\\
f_3(z_iy_{i+1}) &= 8n-2i+2, \text{ untuk } 1 \le i \le n\\
f_3(x_iy_i) &= 5n-2i+3, \text{ untuk } 1 \le i \le n\\
f_3(y_iz_i) &= 8n-2i+3, \text{ untuk } 1 \le i \le n\\
f_3(y_iy_{i+1}) &= 5n+i+1, \text{ untuk } 1 \le i \le n\\
f_3(x_iz_i) &= 8n+i+1, \text{ untuk } 1 \le i \le n
\end{aligned}$$

Jika W_{f3} didefinisikan sebagai bobot total selimut pada graf Rantai berdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka W_{f3} dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah bobot selimut w_{f3} dan rumus label sisi f_3, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
W_{f_3} &= w_{f3} + f_3(x_iy_{i+1}) + f_3(z_iy_{i+1}) + f_3(x_iy_i) + f_3(y_iz_i) + f_3(y_iy_{i+1})\\
&\quad + f_3(x_iz_i)\\
&= 6i-1+\bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2) + (5n-2i+2) + (8n-2i+2) + (8n+i+1) +\\
&\quad (8n-2i+3) + (5n+i+1) + (8n+i+1)\\
&= 39n+11+\bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2)
\end{aligned}$$

Berdasarkan bobot selimut total dapat diuraikan, untuk i pada interval $1 \le i \le n$ didapat himpunan $W_{f_3} = \{39n+16, 39n+22, \ldots, 45n+10\}$ karena $U_n = a + (n-1)b = 39n+16+(n-1)6 = 45n+10$. Sehingga terbukti ada pelabelan selimut $(39n+16, 6) - K_4P_n$ anti ajaib super pada graf Rantai K_4P_n untuk $n \ge 2$. □

Theorem 4 *Ada pelabelan selimut* $(38n+17, 8) - K_4$ *anti ajaib super pada graf Rantai* K_4P_n *untuk* $n \ge 2$.

Proof. Labeli titik graf Rantai K_4P_n dengan fungsi bijektif f_1, maka $f_4(y_j) = f_1(y_j)$, $f_4(x_i) = f_1(x_i)$, dan $f_4(z_i) = f_1(z_i)$ sehingga $w_{f_4} = w_{f_1} = 6i-1+\bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2)$. Labeli sisi graf Rantai K_4P_n dengan fungsi f_4 yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
f_4(x_iy_{i+1}) &= 5n-i+2, \text{ untuk } 1 \le i \le n\\
f_4(z_iy_{i+1}) &= 7n-i+2, \text{ untuk } 1 \le i \le n\\
f_4(x_iy_i) &= 4n-i+2, \text{ untuk } 1 \le i \le n\\
f_4(y_iz_i) &= 6n-i+2, \text{ untuk } 1 \le i \le n\\
f_4(y_iy_{i+1}) &= 8n-i+2, \text{ untuk } 1 \le i \le n\\
f_4(x_iz_i) &= 8n+i+1, \text{ untuk } 1 \le i \le n
\end{aligned}$$

Jika W_{f_4} didefinisikan sebagai bobot total selimut pada graf Rantai berdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka W_{f_4} dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah bobot selimut W_{f_4} dan rumus label sisi f_4, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_4} &= w_{f_4} + f_4(x_iy_{i+1}) + f_4(z_iy_{i+1}) + f_4(x_iy_i) + f_4(y_iz_i) + f_4(y_iy_{i+1}) + \\ &\quad f_4(x_iz_i) \\ &= 6i - 1 + \bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2) + (5n-i+2) + (7n-i+2) + (4n-i+2) + \\ &\quad (6n-i+2) + (8n-i+2) + (8n+i+1) \\ &= 38n + 2i + 10 + \bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2) \end{aligned}$$

Berdasarkan bobot selimut total dapat diuraikan, untuk i pada interval $1 \leq i \leq n$ didapat himpunan $W_{f4} = \{38n + 17, 38n + 25, \ldots, 46n + 9\}$ karena $U_n = a + (n - 1)b = 38n + 17 + (n-1)8 = 46n + 9$. Sehingga terbukti ada pelabelan selimut $(38n + 17, 8) - K_4$ anti ajaib super pada graf Rantai K_4P_n untuk $n \geq 2$. $\square$

Theorem 5 *Ada pelabelan selimut* $(36n + 19, 12) - K_4$ *anti ajaib super pada graf Rantai* K_4P_n *untuk* $n \geq 2$.

Proof. Labeli titik graf Rantai K_4P_n dengan fungsi bijektif f_1, maka $f_5(y_j) = f_1(y_j)$, $f_5(x_i) = f_1(x_i)$, dan $f_5(z_i) = f_1(z_i)$ sehingga $w_{f_5} = w_{f_1} = 6i - 1 + \bigcup_{j=i}^{i+1}(3j - 2)$. Labeli sisi graf Rantai K_4P_n dengan fungsi f_8 yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_5(x_iy_{i+1}) &= 5n - 2i + 3, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\ f_5(z_iy_{i+1}) &= 5n - 2i + 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\ f_5(x_iy_i) &= 5n - 2i + 4, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\ f_5(y_iz_i) &= 5n - 2i + 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\ f_5(y_iy_{i+1}) &= 7n + i + 1, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \\ f_5(x_iz_i) &= 9n - i + 2, \text{ untuk } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Jika W_{f5} didefinisikan sebagai bobot total selimut pada graf Rantai berdasarkan penjumlahan bobot selimut dengan label sisinya maka W_{f5} dapat diperoleh dengan merumuskan jumlah bobot selimut w_{f5} dan rumus label sisi f_5, sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W_{f_5} &= w_{f_5} + f_5(x_iy_{i+1}) + f_5(z_iy_{i+1}) + f_5(x_iy_i) + f_5(y_iz_i) + f_5(y_iy_{i+1}) + f_5(x_iz_i) \\ &= 6i - 1 + \bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2) + (5n-2i+3) + (5n-2i+2) + (5n-2i+4) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (5n-2i+1)+(7n+i+1)+(9n-i+2) \\ = \quad & 36n+2i+12+\bigcup_{j=i}^{i+1}(3j-2) \end{aligned}$$

Berdasarkan bobot selimut total dapat diuraikan, untuk i, j pada interval $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq j \leq n+1$ didapat himpunan $W_{f_5} = \{36n+19, 36n+31, \ldots, 48n+7\}$ karena $U_n = a+(n-1)b = 36n+19+(n-1)12 = 48n+7$. Sehingga terbukti ada pelabelan selimut $(36n+19, 12)-K_4$ anti ajaib super pada graf Rantai K_4P_n untuk $n \geq 2$. □

Concluding Remarks

Pada penelitian ini ditunjukkan bahwa graf Rnatai dengan $n \geq 2$ memiliki pelabelan selimut (a, d)-$\mathcal{H}$ anti ajaib super $d = \{0, 1, 2, \ldots, 48\}$. Hasil penelitian ini dibuktikan bahwapelabelan selimut (a, d)-$\mathcal{H}$ anti ajaib super $(41n+14, 2)$, $(40n+15, 4)$, $(39n+16, 6)$, $(38n+17, 8)$, dan $(36n+19, 12)$

References

[1] AK Purnapraja, R Hidayat, Cycle-Super Antimagicness of Connected and Disconnected Tensor Product of Graphs, *Procedia Computer Science*, **74**, (2015), 9399

[2] Dafik, 2014.Batas Atas d dari Sebuah Graf yang Memiliki Super (a, d) - H-Antimagic Covering, Working Paper, FKIP UNEJ.

[3] Inayah, N., Simanjuntak R., dan Salman. 2013. Super (a, d)-H-antimagic total labelings for shackles of a connected graph H. Australasian Journal of Combinatorics. Vol. 57: 127-138.

[4] Sherly Citra Wuni, Ika Hesti Agustin, Dafik, Super (a,d)-H-Antimagic Total Covering pada Graf Semi Windmill, *Prosiding Seminar Nasional Matematika 2014* **Vol 1, No 1** (2014), 161–168

[5] Simanjuntak,R.,Salman, A. 2010. Super (a; d)H Antimagic Total Labelings For Shackles of A Connected Graph H. Australian Journal of Combinatorics.

[6] Slamin. 2009. PendekatanTeori Graf.Jember: UniversitasJember.