



**ANALISIS MODEL PENELUSURAN BANJIR GELOMBANG  
DIFUSI DENGAN METODE DUFORT-FRANKEL**

**SKRIPSI**

Oleh

**Rima Lutviyana  
NIM 111810101007**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2015**



**ANALISIS MODEL PENELUSURAN BANJIR GELOMBANG  
DIFUSI DENGAN METODE DUFORT-FRANKEL**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh  
**Rima Lutviyana**  
**NIM 111810101007**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2015**

## PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk :

1. Ayahanda Moh. Hasan Bisri dan Ibunda Husnul Khotimah tercinta yang telah merawat, memberikan doa, dukungan dalam keadaan suka dan duka, perjuangan hidup yang menjadikan pelajaran berharga kepada putri tercintanya;
2. adikku tersayang Moh. Zidan Fitra Qolbi yang selalu memberi dukungan, semangat, dan keceriaan;
3. Eko Wahyudianto, S.Si., yang telah banyak membantu dan memberi semangat dalam penyelesaian skripsi ini;
4. guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
5. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember, SMA N 1 Srengat, MTs N Kandat, SDN Bakung 02 dan Taman Kanak-kanak Al Hidayah 01.

**MOTTO**

Hidup tak selalu seperti yang kamu mau. Hal baik dan buruk terjadi selalu, namun semua itu telah diatur Tuhan, dengan akhir yang indah.

Pikirkan apapun yang akan kamu ucapkan. Karena setiap ucapan yang keluar dari mulutmu, tak akan bisa kamu tarik kembali. \*)

---

\*) Gyan Pramesty

<http://www.lokerseni.web.id/2014/07/kata-kata-mutiara.html> [24 Juni 2015]

**PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Rima Lutviyana

NIM : 111810101007

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul “Analisis Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi dengan Metode Dufort-Frankel” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2015

Yang menyatakan,

Rima Lutviyana

NIM. 111810101007

**SKRIPSI**

**ANALISIS MODEL PENELUSURAN BANJIR GELOMBANG DIFUSI  
DENGAN METODE DUFORT-FRANKEL**

Oleh

Rima Lutviyana  
NIM 111810101007

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Dosen Pembimbing Anggota : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

**PENGESAHAN**

Skripsi berjudul “Analisis Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi dengan Menggunakan Metode Dufort-Frankel” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas  
Jember.

**Tim Penguji:**

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Rusli Hidayat M.Sc.

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

NIP. 196610121993031001

NIP. 196908281998021001

Penguji I,

Penguji II,

Kusbudiono, S.Si., M.Si.

M. Ziaul Arif, S.Si., M.Sc

NIP. 197704302005011001

NIP. 198501112008121002

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.

NIP. 196101081986021001

## RINGKASAN

**Analisis Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi dengan Metode Dufort-Frankel;** Rima Lutviyana, 111810101007; 2015: 49 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Banjir adalah keadaan dimana debit air yang masuk ke saluran melebihi batas kapasitas sehingga akan menimbulkan luapan air yang melebihi batas normal. Sebagai salah satu bencana yang sangat merugikan maka, dilakukannya penelusuran banjir. Penelusuran banjir merupakan metode yang tepat dan mudah untuk melakukan prakiraan banjir. Kelebihan dari metode Dufort-Frankel untuk penyelesaian model ini adalah metode Dufort-Frankel belum ada yang menggunakan sebelumnya untuk model ini. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode beda hingga Dufort-Frankel, mengetahui pengaruh kecepatan aliran rata-rata yang berbeda terhadap debit aliran sungai dan mengetahui kebenaran penyelesaian numerik model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode Dufort-Frankel.

Pada penelitian ini terdapat beberapa langkah yang akan dilakukan. Langkah yang pertama adalah kajian pustaka mengenai model penelusuran banjir gelombang difusi kemudian menyelesaikan solusi numerik dengan metode Dufort-Frankel. Langkah selanjutnya adalah membuat program, yang kemudian melakukan simulasi program dengan mensimulasi pengaruh kecepatan aliran ( $v$ ) rata-rata terhadap debit aliran dan besar pias atau grid yang berbeda. serta memverifikasi kebenaran hasil program menggunakan metode Dufort-Frankel dibandingkan dengan hasil program dengan metode volume hingga yang telah dilakukan oleh peneliti sebelumnya Siing (2011). Langkah terakhir adalah menganalisis hasil simulasi untuk mengetahui pengaruh kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran dengan menggunakan metode Dufort-Frankel.

Berdasarkan hasil simulasi dengan menggunakan metode Dufort-Frankel menunjukkan bahwa semakin menjauhi hulu sungai maka semakin rendah debit aliran sungai tersebut. Selanjutnya dengan menginputkan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) yang berbeda maka didapatkan semakin besar kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) maka semakin besar pula debit aliran sungai. Dari hukum fisika tersebut berarti bahwa debit aliran berbanding lurus dengan kecepatan aliran. Sehingga dengan mengetahui perubahan kecepatan aliran pada daerah hulu maka dapat diprediksi seberapa besar perubahan debit air yang akan terjadi pada setiap titik-titik pengamatan pada bagian hilir ruas saluran atau sungai tersebut. Serta dengan menginputkan besar pias yang berbeda maka semakin besar pias yang diinputkan semakin besar pula galat terbesar debit aliran tersebut.

Selanjutnya untuk hasil verifikasi simulasi program dengan penyelesaian menggunakan metode Dufort-Frankel dan penyelesaian dengan menggunakan metode volume hingga mempunyai trend sama yaitu bentuk dari grafik pengaruh kecepatan aliran berbeda terhadap debit aliran yang dihasilkan lebih cekung dengan kecepatan aliran yang bertambah dan debit aliran akan semakin besar jika kecepatan aliran juga semakin besar.

## PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadiran Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini tepat pada waktunya. Tugas akhir yang berjudul “Analisis Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi dengan Metode Dufort-Frankel” ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Rusli Hidayat, M.Sc., dan Bapak Kosala Dwidja Purnomo S.Si, M.Si, selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan dan arahan dengan penuh perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Bapak Kusbudiono, S.Si., M.Si., dan Bapak M. Ziaul Arif, S.Si., M.Sc, selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran-saran;
3. Prof. Drs. I Made Tirta, M.Sc., Ph.D, selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
4. seluruh staf pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember yang telah memberikan ilmu serta bimbingannya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
5. Bapak Moh. Hasan Bisri, Ibu Husnul Khotimah, dan seluruh keluarga yang telah memberikan doa dan motivasi;
6. teman-teman angkatan 2011 dan HMI Komisariat MIPA atas dukungan, keceriaan dan canda tawa yang telah diberikan;
7. sahabat-sahabatku selama kuliah Retna, Rani, Rifka dan sahabatku KKN Dhita, serta sahabat selama di Kos Nur Lailiana, Kurnia, Fifin yang telah meluangkan waktu untuk memberikan semangat dalam keadaan suka dan duka;

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 28 Juni 2015

Penulis



**DAFTAR ISI**

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> .....	v
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	vi
<b>RINGKASAN</b> .....	vii
<b>PRAKATA</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	xi
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiii
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	1
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	2
<b>1.3 Batasan Masalah</b> .....	3
<b>1.4 Tujuan</b> .....	3
<b>1.5 Manfaat</b> .....	3
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	4
<b>2.1 Persamaan Diferensial Parsial</b> .....	4
<b>2.2 Penelusuran Banjir</b> .....	5
<b>2.3 Aliran Saluran Terbuka Tidak Tunak dan Jenisnya</b> .....	6
2.3.1 Aliran Tidak Tunak Seragam .....	6
2.3.2 Aliran Tidak Tunak Tidak Seragam .....	7
<b>2.4 Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi</b> .....	9
<b>2.5 Metode Numerik</b> .....	11
<b>2.6 Deret Taylor</b> .....	12

<b>2.7 Metode Beda Hingga</b> .....	12
2.7.1 Beda Hingga Maju.....	13
2.7.2 Beda Hingga Mundur.....	14
2.7.3 Beda Hingga Pusat.....	15
<b>2.8 Diskritisasi</b> .....	16
<b>2.9 Metode Dufort-Frankel</b> .....	17
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b> .....	18
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	22
<b>4.1 Diskritisasi Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi         dengan Metode Dufort-Frankel</b> .....	21
<b>4.2 Pembuatan Program</b> .....	26
<b>4.3 Simulasi Program</b> .....	27
4.3.1 Pias Sebesar 20.....	27
4.3.2 Pias Sebesar 300.....	30
<b>4.4 Verifikasi Program</b> .....	33
<b>4.5 Analisis Hasil</b> .....	34
<b>BAB 5. PENUTUP</b> .....	43
<b>5.1 Kesimpulan</b> .....	43
<b>5.2 Saran</b> .....	43
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	44
<b>LAMPIRAN</b> .....	46

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Skema beda hingga maju .....	13
2.2 Skema beda hingga mundur .....	14
2.3 Skema beda hingga pusat .....	15
2.4 Situasi sebuah sungai dengan titik-titik hitung .....	16
2.5 Skema Dufort-Frankel.....	17
3.1 Skema metode penelitian .....	18
4.1 Skema Dufort-Frankel, lambang $\odot$ menunjukkan titik eksekusi dan lambang $\bullet$ menunjukkan titik di sekitarnya .....	21
4.2 Kisi skema Dufort-Frankel, lambang $\bullet$ merupakan titik yang diketahui dan lambang $\circ$ merupakan titik yang belum diketahui .....	24
4.3 Kisi skema Dufort-Frankel, lambang $\bullet$ merupakan titik yang diketahui dan lambang $\circ$ merupakan titik yang belum diketahui .....	26
4.4 Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 2 m/s dengan pias 20.....	28
4.5 Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 4 m/s dengan pias 20.....	29
4.6 Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 6 m/s dengan pias 20.....	30
4.7 Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 2 m/s dengan pias 300.....	31
4.8 Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 4 m/s dengan pias 300.....	32
4.9 Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 6 m/s dengan pias 300.....	33
4.10 Grafik debit aliran : (a) Metode Dufort-Frankel (b) Metode Volume Hingga.....	34

**DAFTAR TABEL**

	Halaman
4.1 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 2 <i>m/s</i> dengan pias sebesar 20.....	35
4.2 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 4 <i>m/s</i> dengan pias sebesar 20.....	36
4.3 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 6 <i>m/s</i> dengan pias sebesar 20.....	37
4.4 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 2 <i>m/s</i> dengan pias sebesar 300.....	38
4.5 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 4 <i>m/s</i> dengan pias sebesar 300.....	39
4.6 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 6 <i>m/s</i> dengan pias sebesar 300.....	40
4.7 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 2 <i>m/s</i> , 4 <i>m/s</i> dan 6 <i>m/s</i> .....	41

## BAB 1. PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Banjir adalah keadaan dimana debit air yang masuk ke saluran melebihi batas kapasitas sehingga akan menimbulkan luapan air yang melebihi batas normal. Luapan air yang melebihi batas normal dapat menimbulkan kerusakan/kerugian seperti kehilangan harta benda dan jiwa seseorang. Oleh karena itu, perlu adanya peringatan dini untuk meminimalisir kerugian.

Penelusuran banjir merupakan metode yang paling tepat dan mudah untuk memberikan peringatan dini dalam prakiraan terjadinya banjir. Peringatan dini dalam pengendalian bencana banjir merupakan sistem yang memberikan peringatan waktu kejadian aliran debit air yang melebihi batas normal untuk penyelamatan harta benda dan jiwa seseorang. Prakiraan banjir dapat ditentukan tingkat akurasi dengan melihat curah hujan, luas daerah pengaliran sungai, serta parameter kalibrasi banjir yang pernah terjadi.

Menurut Siing (2011), model penelusuran banjir gelombang difusi menunjukkan bahwa kemiringan dasar saluran dan kecepatan rata-rata aliran berpengaruh terhadap perilaku aliran gelombang banjir. Pendekatan dalam model penelusuran banjir antara lain: pendekatan model gelombang difusi, model gelombang kinematik dan model gelombang dinamik atau yang dikenal sebagai pendekatan persamaan Saint-Venant yang lengkap.

Salah satu cara untuk mengetahui perilaku banjir adalah dengan cara menganalisis solusi model penelusuran banjir dengan menggunakan model numerik. Banyak peneliti yang sudah mengembangkan dan menganalisis model penelusuran banjir untuk mengetahui prakiraan terjadinya banjir. Gosiorowski dan Szymkiewicz (2007) menganalisis bentuk konservatif persamaan massa dan momentum model penelusuran banjir. Novak, *et al* (2010) membangun model matematika penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif. Siing (2011) membangun model matematika penelusuran banjir gelombang difusi bentuk

nonkonservatif serta menganalisisnya dengan menggunakan metode volume hingga. Chagas, *et al.* (2010) menganalisis model matematika gelombang banjir dengan menggunakan metode beda hingga, algoritma penyelesaian sistem persamaan aljabar non-linearly dengan iterasi Newton-Raphson.

Metode yang digunakan dalam menyelesaikan model matematika sangat banyak salah satunya yaitu metode Dufort-Frankel. Siswanto, *et al.* (2014) menggunakan metode Dufort-Frankel dalam menentukan harga opsi pada model black-scholes. Alman, *et al.* (2013) mengaplikasikan metode Dufort-Frankel dalam menyelesaikan persamaan adveksi difusi 2-D untuk transfer polutan.

Kelebihan metode Dufort-Frankel dalam menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi ini yaitu belum terdapat peneliti yang menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode Dufort-Frankel. Sehingga, dalam tugas akhir ini akan dibahas tentang analisis model penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan metode Dufort-Frankel. Setelah model penelusuran banjir gelombang difusi ini diselesaikan dengan metode Dufort-Frankel lalu model ini disimulasikan dengan menggunakan program Matlab untuk memperoleh hasil numeriknya dengan menginputkan beberapa parameter dan beberapa kondisi yang ditetapkan.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, permasalahan yang akan dibahas pada tugas akhir ini adalah

- a. bagaimana solusi model penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan metode Dufort-Frankel;
- b. bagaimana pengaruh kecepatan aliran rata-rata yang berbeda terhadap debit aliran sungai;
- c. bagaimana kebenaran metode Dufort-Frankel untuk menyelesaikan model penelusuran banjir gelombang difusi.

### 1.3 Batasan Masalah

Model penelusuran banjir gelombang difusi yang dianalisis dalam tugas akhir ini dibatasi oleh:

- a. saluran terbuka untuk aliran homogen, alirannya berubah terhadap waktu (*unsteady state*) serta saluran yang mempunyai lebar relatif konstan;
- b. model matematika penelusuran banjir yang digunakan adalah model matematika dalam bentuk konservatif.

### 1.4 Tujuan

Dari permasalahan yang ada, maka tujuan penulisan tugas akhir ini adalah

- a. menemukan solusi model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode Dufort-Frankel;
- b. mengetahui pengaruh kecepatan aliran rata-rata yang berbeda terhadap debit aliran sungai;
- c. mengetahui kebenaran penyelesaian numerik model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode Dufort-Frankel.

### 1.5 Manfaat

Manfaat yang diharapkan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

- a. mendapatkan solusi model penelusuran gelombang banjir menggunakan metode Dufort-Frankel;
- b. sebagai rujukan bagi peneliti yang ingin mempelajari lebih jauh tentang penelusuran banjir.

## BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Persamaan Diferensial Parsial

Menurut Dafik (2009), persamaan diferensial merupakan persamaan yang memiliki turunan fungsi dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas. Persamaan diferensial dibagi menjadi dua yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial biasa (PDB) turunan fungsinya hanya tergantung pada satu variabel bebas sedangkan persamaan diferensial parsial (PDP) mengandung satu atau lebih turunan parsial suatu fungsi dengan dua atau lebih peubah bebas. Peubah-peubah bebas tersebut dapat berupa waktu serta satu atau lebih koordinat tertinggi yang terdapat dalam persamaan tersebut. Turunan parsial dapat dituliskan dalam notasi sebagai berikut

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x}, u_{xx} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, u_{xy} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$$

Bentuk sederhana dari persamaan diferensial parsial dapat dituliskan dalam persamaan sebagai berikut

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = cu$$

pada persamaan di atas  $u = u(x, y)$  merupakan suatu fungsi dengan dua peubah  $x$  dan  $y$ , dan  $c$  adalah suatu konstanta (Hidayat, 2006).

Persamaan diferensial parsial dilihat dari kelinearannya dibagi menjadi dua yaitu linear dan non-linear. Suatu persamaan diferensial parsial yang dinyatakan dalam  $u$  disebut linear jika semua suku-suku dari  $u$  dan turunan-turunannya dapat dinyatakan sebagai suatu kombinasi linear dengan koefisien-koefisien yang bebas dari  $u$ . Koefisien-koefisien dalam persamaan diferensial parsial bergantung pada peubah-peubah bebas. Persamaan diferensial parsial linear tingkat dua dengan dua peubah bebas dapat dituliskan dalam bentuk persamaan di bawah ini.

$$Au_{xx} + Bu_{xy} + Cu_{yy} + Du_x + Eu_y + Fu = G \quad (2.1)$$

Pada persamaan diatas  $A, B, C, D, E, F$  dan  $G$  adalah konstanta-konstanta atau fungsi-fungsi dari  $x$  dan  $y$  yang diberikan. Jika  $u = u(x, y)$  adalah suatu fungsi dengan peubah bebas  $x$  dan  $y$  maka persamaan (2.2) adalah sebuah persamaan diferensial parsial linear dan persamaan (2.3) adalah persamaan diferensial parsial non-linear.

$$u_{xx} + 5u_{xy} + u_{yy} - u_x - u = e^{x-y} \quad (2.2)$$

$$u_{xx} + 5u_{xy} + u_{yy} - u_x^2 - u = e^{x-y} \quad (2.3)$$

Jika  $A, B, C, D, E$  dan  $F$  di dalam persamaan (2.1) adalah konstan maka persamaannya disebut persamaan diferensial dengan koefisien konstan dan jika tidak demikian disebut persamaan diferensial dengan koefisien peubah (Hidayat, 2006).

## 2.2 Penelusuran Banjir

Penelusuran banjir dapat juga diartikan sebagai penyelidikan perjalanan banjir (*flood tracing*) yang didefinisikan sebagai upaya prakiraan corak banjir pada bagian hilir berdasarkan corak banjir di daerah hulu (sumbernya). Oleh karena itu, dalam kajian hidrologi penelusuran banjir (*flood routing*) dan penyelidikan banjir (*flood tracing*) digunakan untuk peramalan banjir dan pengendalian banjir (Tikno, 2002).

Estimasi perilaku dari suatu sistem saluran dapat ditentukan dengan menggunakan penelusuran aliran terdistribusi berdasarkan persamaan differensial lengkap aliran tidak tunak satu dimensi (Persamaan Saint-Venant). Persamaan ini menghitung secara komputasi debit aliran dan kedalaman air sebagai fungsi ruang dan waktu. Persamaan asal Saint-Venant adalah persamaan konservasi massa (2.4) dan persamaan konservasi momentum (2.5), yaitu:

$$\frac{\partial(Av)}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \left( \frac{\partial h}{\partial x} + S_f \right) = 0 \quad (2.5)$$

dengan

$t$  : waktu,

$x$  : jarak sepanjang aliran air

- $A$  : luas penampang  
 $V$  : kecepatan  
 $q$  : *inflow* atau *outflow* lateral terdistribusi sepanjang  $x$  aliran  
 $h$  : elevasi permukaan air  
 $S_f$  : kemiringan gesekan yang dapat dievaluasi secara seragam (Ahmad, 2011).

### 2.3 Aliran Saluran Terbuka Tidak Tunak dan Jenisnya

Aliran saluran terbuka adalah aliran yang harus memiliki permukaan bebas (*free surface*) yang dipengaruhi oleh tekanan udara. Permukaan saluran terbuka bervariasi dari logam yang dipoles, yang dipakai untuk menguji talang sampai dasar sungai yang kasar dan tidak teratur. Kekasaran dalam suatu saluran terbuka tergantung pada kedudukan permukaan bebas. Aliran saluran terbuka dibagi menjadi dua antara lain aliran tunak (*steady flow*) dan aliran tidak tunak (*unsteady flow*). Aliran tunak (*steady flow*) adalah aliran saluran terbuka dengan kedalaman aliran tidak berubah atau dapat dianggap konstan selama suatu selang waktu tertentu. Sedangkan aliran tidak tunak (*unsteady flow*) adalah saluran terbuka dengan kedalaman aliran berubah sesuai dengan waktu. Misalnya, banjir dan gelombang yang merupakan contoh khas untuk aliran tidak tunak, dengan taraf aliran berubah segera setelah gelombang berlaku (Chow, 1992). Aliran tidak tunak (*Unsteady flow*) terdapat dua jenis antara lain:

#### 2.3.1 Aliran Tidak Tunak Seragam (*Unsteady Uniform Flow*)

Dalam aliran tidak tunak seragam terdapat dua jenis aliran yaitu antara lain sebagai berikut

##### a. Aliran Tipis/Lembaran (*Sheet Flow*)

Proses aliran lembaran secara hidrolis terdapat dua tahap yaitu:

##### 1) Tahap Awal

Pada tahap awal ini terjadi pada permukaan tanah daerah tangkapan ketika hujan dengan intensitas mulai turun merata. Kenaikan muka air hanya tergantung dari intensitas hujan dan waktu. Biasanya keadaan ini terjadi beberapa saat saja

pada waktu hujan mulai turun. Berikut merupakan persamaan aliran tidak tunak yang seragam

$$S_0 = S_f$$

## 2) Tahap Akhir

Pada tahap akhir ini aliran sudah mencapai ketinggian muka air. Persamaan dalam tahap akhir ini disebut persamaan aliran tunak tidak seragam. Berikut merupakan persamaan pada tahap akhir

$$v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f)$$

(Kodoatie, 2002).

### b. Gelombang Kinematik (*Kinematic Wave*)

Gelombang kinematik pertama kali diperkenalkan oleh Lighthill dan Whitham. Model ini didasarkan pada bentuk sederhana dari persamaan momentum sebagai berikut:

$$S_f - S_0 = 0$$

dengan

$S_0$  : kemiringan dasar aliran

$S_f$  : kemiringan gesekan yang dapat dievaluasi secara seragam.

Sejak adanya model gelombang kinematik, gangguan gelombang dapat dipropagasi hanya ke arah hilir, aliran sebaliknya tidak dapat diprediksi. Model gelombang kinematik digunakan sebagai komponen model hidrologi suatu DAS untuk penelusuran aliran *overland flow*, dan tidak direkomendasikan untuk saluran kecuali *hydrograph* menaik sangat kecil, kemiringan saluran moderat sampai curam, dan kejadian *hydrograph* cukup kecil (Ahmad, 2011).

### 2.3.2 Aliran Tidak Tunak Tidak Seragam (*Unsteady Non Uniform Flow*)

Pada aliran tidak tunak seragam terdapat dua jenis aliran yaitu sebagai berikut

#### a. Gelombang Difusi (*Diffusive Wave*)

Gelombang difusi merupakan suatu proses meningkatnya kecepatan pertukaran atau pemindahan sifat dari suatu massa air ke massa air lainnya

melalui moleku-molekulnya. Model ini mempertimbangkan pengaruh *backwater* tetapi tidak menunjukkan distribusi secara langsung terhadap waktu sepanjang penelusuran, keakurasiannya juga rendah untuk *hydrograph* menaik cepat, seperti kejadian kerusakan bendung, gelombang hujan badai, atau pelepasan cepat air dari bendungan dan terputus-putus, dimana propagasi melalui pengaliran berkemiringan sedang sampai datar (Ahmad, 2011). Jika persamaan Saint Venant berlaku maka persamaan gelombang difusi menjadi

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial vy}{\partial x} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{dy}{dx} = S_0 - S_f \quad (2.7)$$

Persamaan (2.6) merupakan persamaan kontinuitas gelombang difusi dan persamaan (2.7) merupakan persamaan momentum gelombang difusi (Kodoatie, 2002).

#### b. Gelombang Dinamik (*Dynamic Wave*)

Semua variabel dari persamaan Saint Venant berlaku sehingga persamaan untuk gelombang dinamik menjadi

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial vy}{\partial x} = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) \quad (2.9)$$

Persamaan (2.8) merupakan persamaan kontinuitas gelombang dinamik dan persamaan (2.9) merupakan persamaan momentum gelombang dinamik. Gelombang dinamik tidak penuh (*quasi-dynamic wave*) terjadi bila persamaan momentum tidak mengikutkan unsur waktu, disebut juga aliran tidak tunak berubah lambat laun (*unsteady gradually varied flow*). Persamaannya adalah

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial vy}{\partial x} = 0 \quad (2.10)$$

$$v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) \quad (2.11)$$

Persamaan (2.10) merupakan persamaan kontinuitas gelombang dinamik tidak penuh dan persamaan (2.11) merupakan persamaan momentum gelombang dinamik tidak penuh (Kodoatie, 2002).

## 2.4 Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi

Model penelusuran banjir gelombang difusi terbagi menjadi dua bentuk yaitu

### a. Model Bentuk Konservatif

Model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif dilakukan untuk mendapatkan debit aliran banjir sebagai variabel terikat. Model ini terdiri atas persamaan konservasi massa (2.12) dan persamaan konservasi momentum (2.13).

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial \left( \frac{Q^2}{A} \right)}{\partial x} + gA \frac{\partial h}{\partial x} = gAS_0 - gAS_f \quad (2.13)$$

Untuk mendapatkan persamaan konveksi-difusi dari bentuk konservatif persamaan (2.12) dan (2.13) diselesaikan secara simultan. Dengan bentuk suku pertama dan kedua pada persamaan (2.13) dapat diabaikan maka persamaan (2.13) akan menjadi

$$\frac{\partial h}{\partial x} = S_0 - S_f \quad (2.14)$$

dengan asumsi bahwa lebar saluran konstan dan penampang melintang sungai adalah segiempat maka luas penampang saluran adalah

$$A = bh$$

dengan

$A$  : luas penampang saluran

$b$  : lebar saluran

$h$  : kedalaman air

$Q(x, t)$  dieliminasi dengan persamaan (2.12) dan persamaan (2.14) maka akan didapatkan bentuk

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \lambda \frac{\partial Q}{\partial x} - D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = 0 \quad (2.15)$$

Persamaan (2.15) adalah persamaan difusi konveksi penelusuran banjir gelombang difusi. Selanjutnya untuk menentukan koefisien difusi ( $D$ ) dan kecepatan gelombang banjir ( $\lambda$ ) digunakan persamaan Chezy, yaitu

$$S_f = \frac{Q^2}{c^2 b^2 h^3} \quad (2.16)$$

dengan

$C$  : koefisien Chezy

Selanjutnya persamaan Chezy (2.16) diturunkan terhadap  $Q$  dan  $h$ . Maka akan diperoleh

$$\lambda = \frac{3}{2}v$$

$$D = \frac{c^2 b h^3}{2|q|}$$

(Novak, 2010).

b. Model Bentuk Nonkonservatif

Model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk nonkonservatif dilakukan untuk mendapatkan ketinggian muka air banjir sebagai variabel terikat. Model ini terdiri atas persamaan konservasi massa (2.17) dan persamaan konservasi momentum (2.18).

$$\frac{\partial h}{\partial t} + v \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = gS_0 - gS_f \quad (2.18)$$

Untuk mendapatkan persamaan konveksi-difusi dari bentuk nonkonservatif persamaan (2.17) dan (2.18) diselesaikan secara simultan. Dengan bentuk suku pertama dan kedua pada persamaan (2.18) dapat diabaikan maka persamaan (2.18) akan menjadi

$$\frac{\partial h}{\partial x} = S_0 - S_f \quad (2.19)$$

dengan asumsi bahwa lebar saluran konstan dan penampang melintang sungai adalah segiempat maka luas penampang saluran adalah

$$A = bh$$

dengan

$A$  : luas penampang saluran

$b$  : lebar saluran

$h$  : kedalaman air

$h(x, t)$  dieliminasi dengan persamaan (2.17) dan persamaan (2.19) maka akan didapatkan bentuk

$$\frac{\partial h}{\partial t} + c \frac{\partial h}{\partial x} - S \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0 \quad (2.20)$$

Dengan,

$$c = \frac{3}{2}v$$

$$S = \frac{Av}{2bS_f}$$

(Siing, 2011).

Pada kasus ini untuk nilai awal yang digunakan yaitu debit aliran yang ditentukan dari aliran tunak yang seragam ( $Q_0$ ). Maka nilai awal dari model penelusuran banjir gelombang difusi adalah

$$Q(x, 0) = Q_0, \quad 0 \leq x \leq L \quad (2.21)$$

Sedangkan syarat batas yang terdapat dalam persamaan ini adalah syarat batas hulu dengan  $x = 0$  dan syarat batas hilir dengan  $x = L$ . Sehingga syarat batasnya adalah sebagai berikut

$$Q(0, t) = Q_A, \quad t > 0 \quad (2.22)$$

$$Q(L, t) = Q_B, \quad t > 0 \quad (2.23)$$

dikarenakan syarat awal dari persamaan ini stabil dan seragam sepanjang jangkauan aliran. Maka persamaan (2.22) dan persamaan (2.23) berlaku tidak hanya untuk gangguan aliran tetapi juga untuk aliran sesaat (Novak, 2010).

## 2.5 Metode Numerik

Operasi perhitungan masalah matematis untuk menentukan kuantitas telah banyak dilakukan dengan metode analitik maupun dengan metode numerik yang melibatkan persamaan diferensial parsial. Berbagai permasalahan yang ada dalam berbagai disiplin ilmu pengetahuan dapat digambarkan dalam bentuk matematika. Jika permasalahan matematik memiliki bentuk sederhana maka penyelesaiannya dapat dilakukan secara analitis. Sedangkan metode numerik digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sulit diselesaikan secara analitis. Selain itu, metode numerik merupakan cara yang digunakan untuk memformulasikan masalah matematis agar dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan serta digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang kompleks dan non-linear. Peranan metode numerik dalam pemecahan masalah telah berkembang sesuai

dengan perkembangan komputer yang cepat dan berdaya guna. Solusi secara numerik dari suatu persamaan matematika merupakan solusi hampiran atau perkiraan yang mendekati solusi eksak atau yang sebenarnya (Triatmodjo, 2002).

## 2.6 Deret Taylor

Menurut Triatmodjo (2002), deret Taylor merupakan dasar untuk menyelesaikan masalah dalam metode numerik, terutama penyelesaian persamaan diferensial. Jika diketahui suatu fungsi  $f(x)$  dan semua turunan dari  $f(x)$  pada interval yang mengandung  $x$  serta nilai  $f$  di titik  $x$  diberikan maka nilai fungsi di titik  $x_{i+1}$  yang terletak pada jarak  $\Delta x$  dari titik  $x_i$  dapat dituliskan secara matematis dengan menggunakan deret Taylor

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i) \frac{\Delta x}{1!} + f''(x_i) \frac{\Delta x^2}{2!} + f'''(x_i) \frac{\Delta x^3}{3!} + \dots + f^{(n)}(x_i) \frac{\Delta x^n}{n!} + R_n$$

dengan

$f(x_i)$  : fungsi di titik  $x_i$

$f(x_{i+1})$  : fungsi di titik  $x_{i+1}$

$f', f'', \dots, f^{(n)}$  : turunan pertama, kedua, ... , ke  $n$  dari fungsi

$\Delta x$  : langkah ruang yaitu jarak antara  $x_i$  dan  $x_{i+1}$

$R_n$  : Kesalahan pemotongan.

## 2.7 Metode Beda Hingga

Metode beda hingga merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial secara numerik. Metode ini memanfaatkan deret Taylor dengan mengaproksimasi atau melakukan pendekatan turunan-turunan yang ada pada persamaan diferensial parsial menjadi bentuk persamaan linear. Pendekatan turunan-turunan pada persamaan diferensial parsial dengan menggunakan metode ini dapat dilakukan dari kanan, kiri atau titik tengah sehingga didapatkan nilai suatu fungsi titik tertentu. Cara pendekatan seperti ini lebih sering dikenal sebagai beda maju, beda mundur dan beda pusat (Rohman, 2013).

### 2.7.1 Beda Hingga Maju

Dengan menggunakan diferensial turunan pertama pada deret Taylor dapat diperoleh:

$$u(x_{i+1}) = u(x_i) + u'(x_i) \frac{\Delta x}{1!} + O(\Delta x^2) \quad (2.24)$$

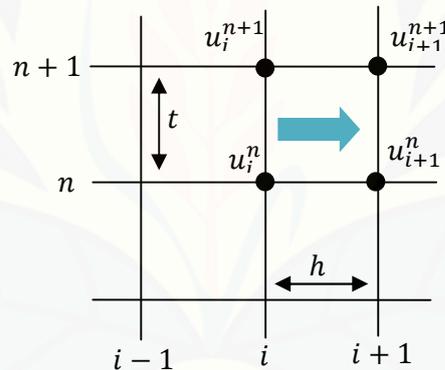
Atau persamaan (2.24) dapat ditulis kembali menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u'(x_i) = \frac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{\Delta x} - O(\Delta x) \quad (2.25)$$

Jika  $h = \Delta x$  dan interval  $\Delta x$  bernilai kecil maka persamaan (2.25) menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u'(x_i) = \frac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{h}$$

Menurut Candra (2011) pada skema maju, titik hitung  $i$  dihubungkan dengan titik hitung  $(i + 1)$ . Dengan grid  $i$  untuk variabel  $x$  dan grid  $n$  untuk variabel  $t$  yang lebih jelas dapat dilihat pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1 Skema beda hingga maju

Pada Gambar 2.1, skema maju ruang untuk turunan pertama dengan kesalahan pemotongan  $\Delta x$  dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{h} \text{ atau } \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}}{h}$$

Sedangkan skema maju waktu untuk turunan pertama dengan kesalahan pemotongan  $\Delta t$ , dengan titik hitung  $n$  dihubungkan dengan informasi pada titik hitung  $(n + 1)$  dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{t} \text{ atau } \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i+1}^n}{t}$$

### 2.7.2 Beda Hingga Mundur

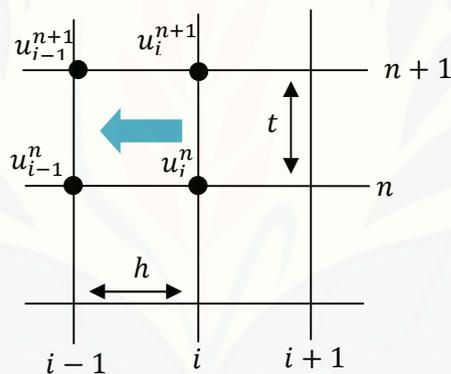
Untuk memperoleh pendekatan beda hingga mundur dilakukan dengan ekspansi deret Taylor di titik  $x_i$  dan  $x_{i-1}$ , sehingga deret Taylor dari fungsi  $u$  menjadi,

$$u(x_{i-1}) = u(x_i) - u'(x_i) \frac{\Delta x}{1!} + O(\Delta x^2) \quad (2.26)$$

jika  $h = \Delta x$  dan interval  $\Delta x$  bernilai kecil maka persamaan (2.26) dapat ditulis kembali menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u'(x_i) = \frac{u(x_i) - u(x_{i-1})}{h}$$

Karena pendekatan ini dilakukan di titik  $x_i$  dan  $x_{i-1}$  maka informasi titik hitung  $i$  dihubungkan dengan titik hitung  $(i - 1)$  atau arahnya ke kiri. Seperti skema maju, grid  $i$  untuk variabel  $x$  dan grid  $n$  untuk variabel  $t$  yang lebih jelasnya dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.3 Skema beda hingga mundur

Pada Gambar 2.2, skema mundur ruang untuk turunan pertama dengan kesalahan pemotongan  $\Delta x$  dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{h} \text{ atau } \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{h}$$

Sedangkan skema mundur waktu untuk turunan pertama dengan kesalahan pemotongan  $\Delta t$ , dengan titik hitung  $n$  dihubungkan dengan informasi pada titik hitung  $(n + 1)$  dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{t} \text{ atau } \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i-1}^{n+1} - u_{i-1}^n}{t}$$

### 2.7.3 Beda Hingga Tengah atau Beda Hingga Pusat

Pendekatan beda hingga pusat untuk turunan pertama dilakukan di titik  $x_{i-1}$  dan  $x_{i+1}$ . Sehingga pendekatan ini diperoleh dengan cara mengurangkan persamaan (2.24) dengan persamaan (2.26), yaitu

$$u(x_{i+1}) - u(x_{i-1}) = 2u'(x_i) \frac{\Delta x}{1!} + O(\Delta x^3)$$

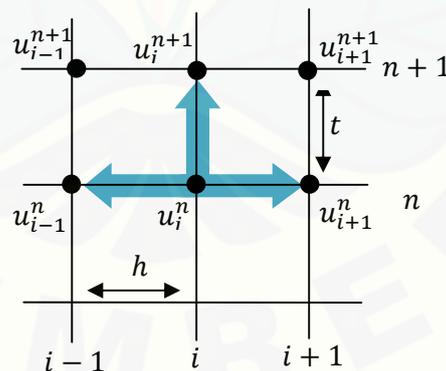
Atau dapat ditulis kembali menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u'(x_i) = \frac{u(x_{i+1}) - u(x_{i-1})}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (2.27)$$

Jika  $h = \Delta x$  dan kesalahan pemotongan bernilai kecil maka persamaan (2.27) menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u'(x_i) = \frac{u(x_{i+1}) - u(x_{i-1})}{2h}$$

Dari persamaan (2.27), dapat diketahui bahwa kesalahan pemotongan berorde  $\Delta x^2$ , sedangkan pada beda hingga maju dan mundur berorde  $\Delta x$ . Untuk interval  $\Delta x$  kecil, nilai kesalahan pemotongan yang berorde 2 ( $\Delta x^2$ ) lebih kecil dari orde 1 ( $\Delta x$ ). Hal ini menunjukkan bahwa beda hingga pusat lebih teliti dibanding beda hingga yang lainnya (Triatmodjo, 2002). Karena beda hingga pusat dilakukan di titik  $x_{i-1}$  dan  $x_{i+1}$ , serta grid  $i$  untuk variabel  $x$  dan grid  $n$  untuk variabel  $t$ , gambar skema dari beda hingga pusat dapat dilihat sebagai berikut:



Gambar 2.3 Skema Beda hingga pusat

Sehingga dari Gambar 2.3, beda hingga pusat untuk turunan pertama dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2h} \text{ atau } \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^{n+1}}{2h}$$

Untuk turunan kedua dari persamaan beda hingga pusat diatas terhadap ruang dapat diperoleh sebagai berikut :

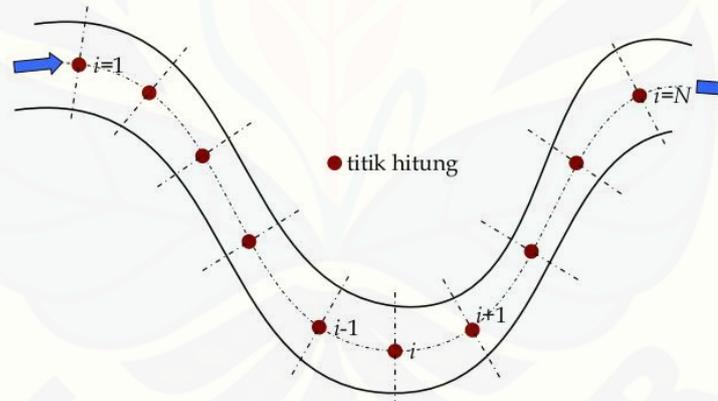
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)}{\partial x} = \frac{\frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{h} - \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{h}}{h} = \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{h^2}$$

Sedangkan skema pusat waktu untuk turunan pertama dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i-1}^{n+1} - u_{i-1}^n}{2t}, \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i+1}^n}{2t} \text{ atau } \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{2t}$$

## 2.8 Diskritisasi

Candra (2011) menyatakan diskritisasi sering disebut cacahan. Diskritisasi ini merupakan bagian-bagian kecil hasil dari potongan atau bagi sebuah benda atau struktur yang akan dianalisis. Bagian kecil tersebut disebut grid. Banyaknya grid ( $n$  grid) yang dibentuk bergantung pada bentuk benda yang dianalisis. Gambar 2.4 merupakan contoh diskritisasi aliran sungai



Gambar 2.4 Situasi sebuah sungai dengan titik-titik hitung

Dengan adanya diskritisasi, grid yang lebih kecil tidak mengurangi sistem yang asli karena sistem yang asli merupakan suatu keseluruhan benda sebelum dicacah. Daerah kompleks yang mendefinisikan kontinuitas akan mengalami diskritisasi atau dibagi menjadi sejumlah sub daerah atau potongan-potongan geometrik sederhana yang tidak saling tumpang tindih.

### 2.9 Metode Dufort-Frankel

Menurut Caretto (2002), penyelesaian model matematika dalam metode Dufort-Frankel ini menggunakan dua indeks yaitu  $x$  yang merupakan ruang yang ditunjukkan dengan  $i$  dan  $t$  merupakan waktu yang ditunjukkan dengan  $n$ . Untuk mendapatkan turunan metode beda hingga Dufort-Frankel ini dapat digunakan beda hingga pusat seperti berikut

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^n &= \frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t} + O[(\Delta t)^2] \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_i^n &= \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - 2f_i^n}{\Delta x^2} + O[(\Delta x)^2] \end{aligned} \tag{2.28}$$

selanjutnya  $f_i^n$  akan diubah dengan rata-rata dari keadaan sebelum dan setelahnya, rata-rata dari  $f_i^n$  tersebut adalah sebagai berikut

$$f_i^n = \frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2} + O[(\Delta t)^2] \tag{2.29}$$

subtitusikan persamaan (2.29) ke persamaan (2.28), dan dinyatakan menjadi persamaan

diferensial  $\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_i^n = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_i^n$ , sehingga akan menjadi

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t} + O[(\Delta t)^2] = \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - f_i^{n+1} - f_i^{n-1} + O[(\Delta t)^2]}{\Delta x^2} + O[(\Delta x)^2]$$

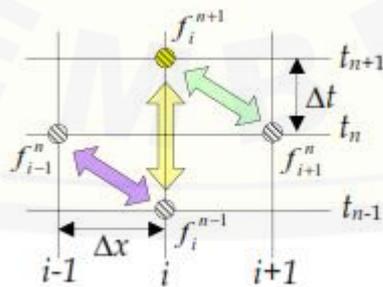
Dengan demikian kesalahan pemotongan untuk metode Dufort-Frankel adalah sebagai berikut

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Dufort - Frankel} \\ \text{Truncation Error} \end{array} \right] = O[(\Delta t)^2] + O \left[ \frac{(\Delta t)^2}{(\Delta x)^2} \right] + O[(\Delta x)^2]$$

sehingga pendekatan beda hingga Dufort-Frankel untuk waktu dan ruang yaitu

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{\Delta x^2} \tag{2.30}$$

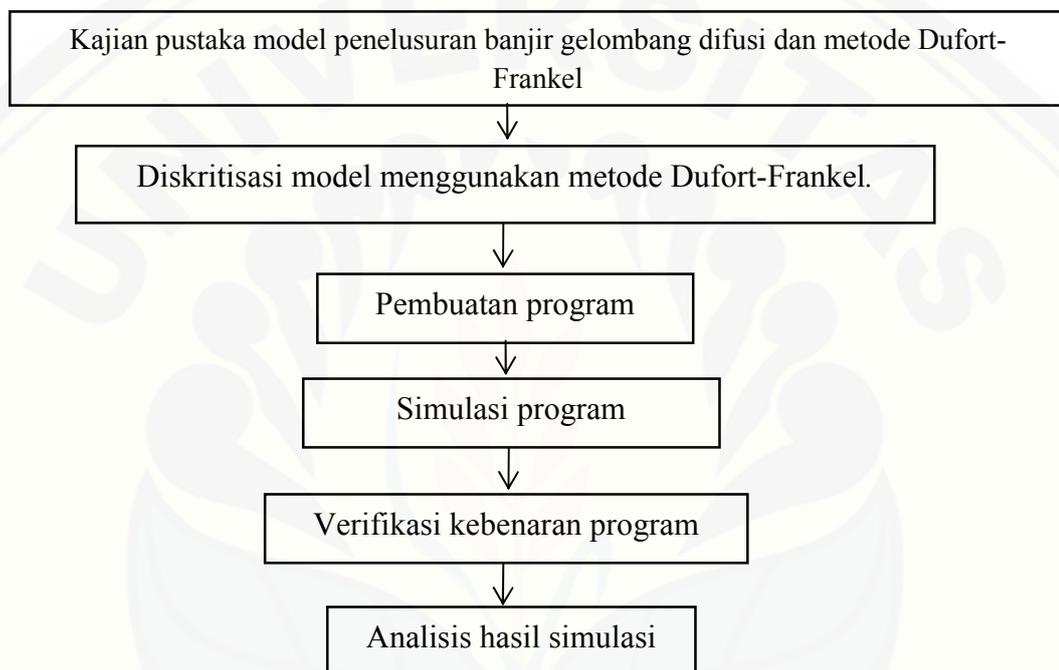
skema yang digunakan pada metode Dufort-Frankel dapat dilihat pada Gambar 2.5



Gambar 2.5 Skema Dufort-Frankel

### BAB 3. METODE PENELITIAN

Langkah–langkah yang akan dilakukan dalam penelitian tentang “analisis solusi model penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan metode Dufort-Frankel”, secara skematik dapat dilihat pada Gambar 3.1



Gambar 3.1 Skema metode penelitian

Penjelasan skema pada Gambar 3.1 untuk memperoleh hasil yang diinginkan sebagai berikut:

- a. Kajian Pustaka Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi dan Metode Dufort-Frankel.

Langkah awal yang dilakukan adalah melakukan kajian pustaka. Kajian pustaka dilakukan untuk mendapatkan informasi dari buku, jurnal dan skripsi yang terkait tentang materi model penelusuran banjir gelombang difusi dan metode Dufort-Frankel.

#### b. Diskritisasi

Untuk menganalisis model penelusuran banjir akan dilakukan diskritisasi yaitu, mengubah turunan terhadap waktu dan ruang dengan menggunakan hampiran metode Dufort-Frankel. Diskritisasi ini menggunakan metode beda hingga, metode ini memiliki tiga tipe yaitu beda hingga maju, beda hingga mundur dan beda hingga pusat. Setelah model dalam bentuk diskrit diperoleh, selanjutnya dapat dibuat program simulasi menggunakan MATLAB.

#### c. Pembuatan Program

Dalam pembuatan program ini digunakan dengan menggunakan *software* MATLAB. Langkah-langkah dalam pembuatan program sebagai simulasi pengaruh perubahan kecepatan aliran terhadap debit aliran penelusuran banjir antara lain adalah

- 1) input nilai-nilai parameter yang ditetapkan yaitu panjang ruas saluran ( $L$ ), waktu ( $t$ ), lebar saluran ( $b$ ), koefisien chezy ( $C$ ), kedalaman air ( $h$ ), debit air awal ( $Q_0$ ), debit air pada hulu ( $Q_A$ ), debit air pada hilir ( $Q_B$ ), panjang ruas ( $\Delta x$ ) dan selang waktu ( $\Delta t$ );
- 2) inputkan nilai parameter yaitu kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) dan pias yang berbeda;
- 3) diskritisasi dilakukan dengan menggunakan metode Dufort-Frankel;
- 4) output, yaitu kurva pengaruh perubahan kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran penelusuran banjir .

#### d. Simulasi Program

Langkah berikutnya yaitu mensimulasi program pengaruh pengaruh kecepatan aliran terhadap debit aliran penelusuran banjir dengan langkah sebagai berikut

- 1) masukkan nilai-nilai tetap yaitu panjang ruas saluran ( $L$ ) = 15.000 meter, waktu ( $t$ ) = 3.600 menit, lebar saluran ( $b$ ) = 50 meter, koefisien chezy ( $C$ ) = 50,2 dan kedalaman air ( $h$ ) = 4 meter;
- 2) untuk mengetahui debit aliran penelusuran banjir inputkan parameter kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) yaitu
  - $v_1$  : 2 m/s;
  - $v_2$  : 4 m/s;

$$v_3 : 6 \text{ m/s};$$

3) simulasi program ini menggunakan syarat awal yaitu debit air awal ( $Q_0$ ) =  $25 \text{ m}^3/\text{s}$ , debit air pada hulu ( $Q_A$ ) =  $25 \text{ m}^3/\text{s}$ , debit air pada hilir ( $Q_B$ ) =  $20 \text{ m}^3/\text{s}$ ;

4) input besar pias sebesar 20, 300 dan selang waktu ( $\Delta t$ ) = 1 detik.

e. Verifikasi Kebenaran Program

Program analisis model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode Dufort-Frankel ini akan diverifikasi kebenarannya dengan cara membandingkan hasil grafik serta hasil debit aliran pengaruh perubahan kecepatan aliran terhadap debit aliran penelusuran banjir dengan penyelesaian numerik penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode volume hingga yang telah diteliti oleh Siing (2011).

f. Analisis Hasil

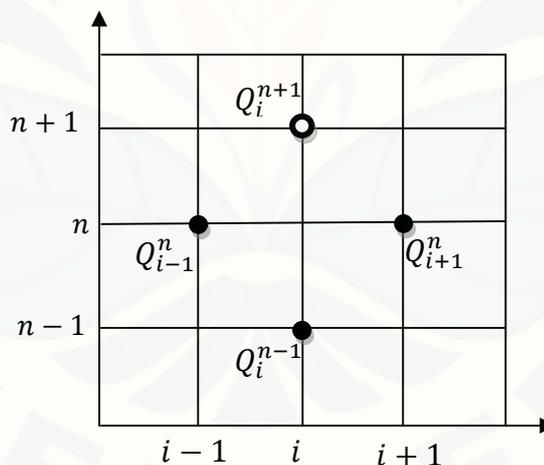
Hasil yang diperoleh dari simulasi, selanjutnya dianalisis untuk mengetahui model penelusuran banjir gelombang difusi dengan berbagai kecepatan aliran rata-rata. Kemudian dianalisis pengaruh kecepatan aliran rata-rata tersebut terhadap debit aliran.

## BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai hasil penelitian tentang analisis solusi model penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan metode Dufort-Frankel, simulasi program, verifikasi kebenaran program dan analisis hasil simulasi.

### 4.1 Diskritisasi Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi Dengan Metode Dufort-Frankel

Bentuk solusi numerik dari persamaan diferensial parsial adalah diskrit. Oleh karena itu, persamaan (2.15) selanjutnya akan didiskritisasi menggunakan beda hingga skema Dufort-Frankel. Dalam kisi skema Dufort-Frankel untuk mencari solusi  $Q_i^{n+1}$  terdapat titik disekitarnya yaitu  $Q_{i-1}^n$ ,  $Q_{i+1}^n$  dan  $Q_i^{n-1}$ . Kisi skema Dufort-Frankel dalam model penelusuran banjir gelombang difusi dapat dilihat pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Skema Dufort-Frankel, lambang  $\circ$  menunjukkan titik eksekusi dan  
Lambang  $\bullet$  menunjukkan titik disekitarnya

Sehingga dapat dilihat pada Gambar 4.1 bahwa untuk mencari solusi  $Q_i^{n+1}$  harus mengetahui nilai dari  $Q_{i-1}^n$ ,  $Q_{i+1}^n$  dan  $Q_i^{n-1}$ . Sesuai dengan persamaan (2.30), perubahan hingga skema Dufort-Frankel terhadap ruang dan waktu sebagai berikut.

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{Q_{i+1}^n - Q_i^{n+1} - Q_i^{n-1} + Q_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^{n-1}}{2\Delta t} \quad (4.2)$$

Persamaan (2.15) mengandung turunan parsial  $\frac{\partial Q}{\partial x}$  yang belum diketahui bentuk diskritnya, maka untuk turunan parsial  $\frac{\partial Q}{\partial x}$  didiskritisasi menggunakan beda hingga skema tengah karena pada beda hingga skema tengah terhadap  $Q$  mengandung unsur  $Q_{i+1}^n$  dan  $Q_{i-1}^n$ . Sehingga indeks dari  $Q$  tidak bervariasi. Variasi indeks dari  $Q$  berpengaruh dalam proses pencarian solusi numerik dari suatu persamaan. Semakin banyak variasi indeks  $Q$  pada persamaan (2.15) semakin rumit pula pencarian solusi numeriknya. Bentuk diskrit dari  $\frac{\partial Q}{\partial x}$  adalah sebagai berikut

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n}{2\Delta x} \quad (4.3)$$

Selanjutnya dengan menggunakan persamaan (4.1, 4.2 dan 4.3) maka persamaan (2.15) didiskritkan menjadi sebagai berikut.

$$\frac{Q_i^{n+1} - Q_i^{n-1}}{2\Delta t} + \lambda \left( \frac{Q_{i+1}^n - Q_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) - D \left( \frac{Q_{i+1}^n - Q_i^{n+1} - Q_i^{n-1} + Q_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) = 0$$

$$\frac{Q_i^{n+1}}{2\Delta t} - \frac{Q_i^{n-1}}{2\Delta t} + \frac{\lambda Q_{i+1}^n}{2\Delta x} - \frac{\lambda Q_{i-1}^n}{2\Delta x} - \frac{D Q_{i+1}^n}{\Delta x^2} + \frac{D Q_i^{n+1}}{\Delta x^2} + \frac{D Q_i^{n-1}}{\Delta x^2} - \frac{D Q_{i-1}^n}{\Delta x^2} = 0$$

$$Q_i^{n+1} \left( \frac{1}{2\Delta t} + \frac{D}{\Delta x^2} \right) + Q_{i+1}^n \left( \frac{\lambda}{2\Delta x} - \frac{D}{\Delta x^2} \right) - Q_i^{n-1} \left( \frac{1}{2\Delta t} - \frac{D}{\Delta x^2} \right) + Q_{i-1}^n \left( -\frac{\lambda}{2\Delta x} - \frac{D}{\Delta x^2} \right) = 0 \quad (4.4)$$

Persamaan (4.4) dibagi kedua ruas dengan  $\left( \frac{1}{2\Delta t} + \frac{D}{\Delta x^2} \right)$  maka diperoleh bentuk persamaan sebagai berikut.

$$Q_i^{n+1} + Q_{i+1}^n \left( \frac{\Delta t(\lambda\Delta x - 2D)}{\Delta x^2 + 2D\Delta t} \right) - Q_i^{n-1} \left( \frac{\Delta x^2 - 2D\Delta t}{\Delta x^2 + 2D\Delta t} \right) + Q_{i-1}^n \left( \frac{\Delta t(-\lambda\Delta x - 2D)}{\Delta x^2 + 2D\Delta t} \right) = 0 \quad (4.5)$$

Selanjutnya dimisalkan.

$$\alpha_i = \left( \frac{\Delta t(\lambda \Delta x - 2D)}{\Delta x^2 + 2D\Delta t} \right)$$

$$\beta_i = \left( \frac{\Delta x^2 - 2D\Delta t}{\Delta x^2 + 2D\Delta t} \right)$$

$$\gamma_i = \left( \frac{\Delta t(-\lambda \Delta x - 2D)}{\Delta x^2 + 2D\Delta t} \right)$$

Maka persamaan (4.5) akan menjadi sebagai berikut.

$$Q_i^{n+1} + \alpha_i Q_{i+1}^n - \beta_i Q_i^{n-1} + \gamma_i Q_{i-1}^n = 0 \quad (4.6)$$

Persamaan (4.6) untuk  $1 < i < I - 1$  maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

untuk  $i = 1$   $Q_1^{n+1} + \alpha_1 Q_2^n - \beta_1 Q_1^{n-1} + \gamma_1 Q_0^n = 0$

untuk  $i = 2$   $Q_2^{n+1} + \alpha_2 Q_3^n - \beta_1 Q_2^{n-1} + \gamma_2 Q_1^n = 0$

untuk  $i = 3$   $Q_3^{n+1} + \alpha_3 Q_4^n - \beta_1 Q_3^{n-1} + \gamma_3 Q_2^n = 0$

⋮

untuk  $i = I - 1$   $Q_{I-1}^{n+1} + \alpha_{I-1} Q_I^n - \beta_{I-1} Q_{I-1}^{n-1} + \gamma_{I-1} Q_{I-2}^n = 0$

Jika disajikan dalam bentuk matriks, sistem persamaan tersebut adalah sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} Q_1^{n+1} \\ Q_2^{n+1} \\ Q_3^{n+1} \\ \vdots \\ Q_{I-1}^{n+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 & 0 & \cdots & 0 \\ \gamma_2 & 0 & \alpha_2 & \cdots & 0 \\ 0 & \gamma_3 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \gamma_I & \cdots & \alpha_{I-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^n \\ Q_2^n \\ Q_3^n \\ \vdots \\ Q_{I-1}^n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta_{I-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^{n-1} \\ Q_2^{n-1} \\ Q_3^{n-1} \\ \vdots \\ Q_{I-1}^{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bentuk diskritisasi persamaan (2.15) dengan metode beda hingga skema Dufort-Frankel dapat disederhanakan sebagai berikut.

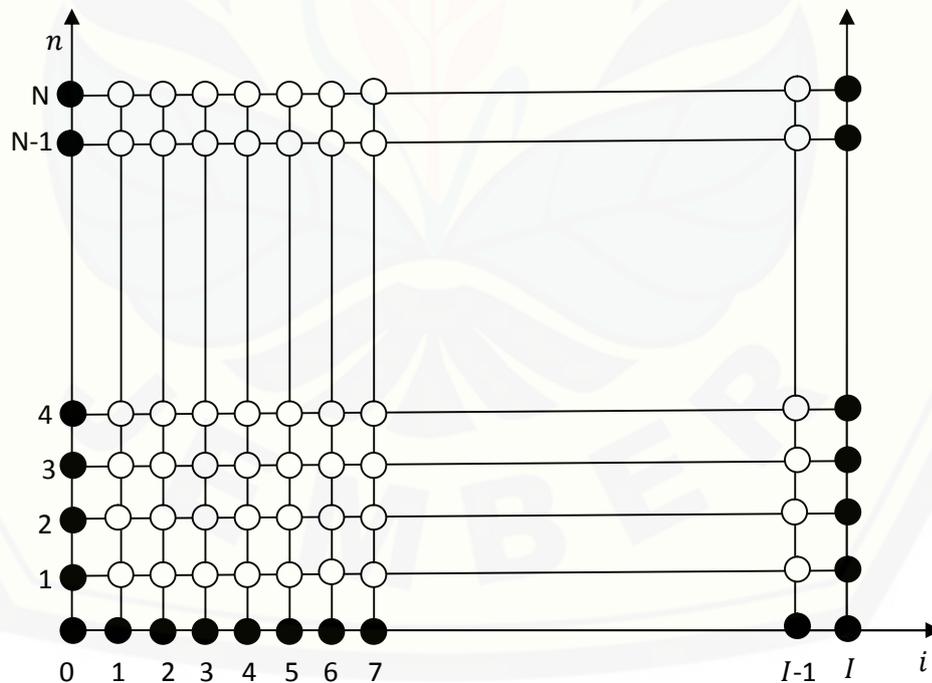
$$\begin{aligned} Q^{n+1} + AQ^n - BQ^{n-1} &= 0 \\ Q^{n+1} &= -AQ^n + BQ^{n-1} \end{aligned} \quad (4.7)$$

dengan,

$$Q^{n+1} = \begin{bmatrix} Q_1^{n+1} \\ Q_2^{n+1} \\ Q_3^{n+1} \\ \vdots \\ Q_{I-1}^{n+1} \end{bmatrix}, Q^n = \begin{bmatrix} Q_1^n \\ Q_2^n \\ Q_3^n \\ \vdots \\ Q_{I-1}^n \end{bmatrix}, Q^{n-1} = \begin{bmatrix} Q_1^{n-1} \\ Q_2^{n-1} \\ Q_3^{n-1} \\ \vdots \\ Q_{I-1}^{n-1} \end{bmatrix}, 0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & \alpha_1 & 0 & \dots & 0 \\ \gamma_2 & 0 & \alpha_2 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_3 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \gamma_I & \dots & \alpha_{I-2} \end{bmatrix},$$

$$\text{dan } B = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \beta_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \beta_{I-1} \end{bmatrix}$$

Langkah selanjutnya yaitu mensubtitusikan syarat batas dan nilai awal pada persamaan difusi konveksi (2.15), dengan syarat batas dan nilai awal yang berupa angka. Syarat batas yang digunakan adalah persamaan (2.22) dan (2.23) serta nilai awal yang digunakan adalah persamaan (2.21). Setelah menginputkan syarat batas dan nilai awal maka kisi skema Dufort-Frankel dapat dilihat pada Gambar 4.2



Gambar 4.2 Kisi skema Dufort-Frankel, lambang ● merupakan titik yang diketahui dan lambang ○ merupakan titik yang belum diketahui

Selanjutnya untuk iterasi yang kedua mencari nilai  $Q_i^1$  yang dilakukan dengan mendiskritkan model penelusuran banjir (2.15) menggunakan skema beda hingga maju. Perubahan hingga skema beda hingga maju terhadap waktu dan ruang yang digunakan dalam mendiskritkan model penelusuran banjir gelombang difusi yaitu sebagai berikut.

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{Q_{i+1}^n - Q_i^n}{\Delta x} \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{\Delta t} \quad (4.9)$$

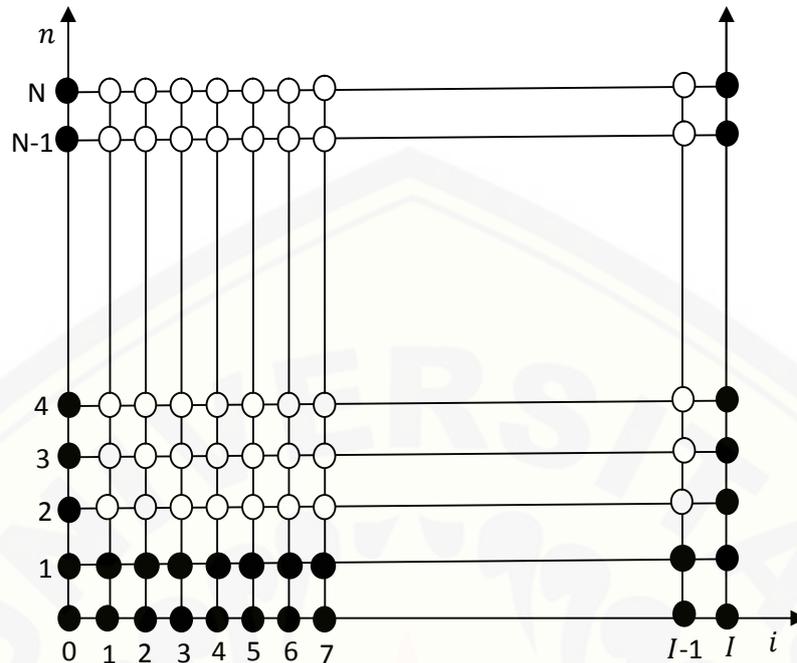
Turunan kedua terhadap ruang pada model penelusuran banjir gelombang difusi didiskritkan dengan menggunakan skema beda hingga tengah atau pusat sebagai berikut.

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{Q_{i+1}^n - 2Q_i^n + Q_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (4.10)$$

Dengan menggunakan persamaan (4.8, 4.9 dan 4.10) maka model penelusuran banjir gelombang difusi menjadi sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{\Delta t} + \lambda \left( \frac{Q_{i+1}^n - Q_i^n}{\Delta x} \right) - D \left( \frac{Q_{i-1}^n - 2Q_i^n + Q_{i+1}^n}{\Delta x^2} \right) &= 0 \\ \frac{Q_i^{n+1}}{\Delta t} - \frac{Q_i^n}{\Delta t} + \frac{\lambda Q_{i+1}^n}{\Delta x} - \frac{\lambda Q_i^n}{\Delta x} - \frac{D Q_{i-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{2D Q_i^n}{\Delta x^2} + \frac{D Q_{i+1}^n}{\Delta x^2} &= 0 \\ Q_i^{n+1} \left( \frac{1}{\Delta t} \right) + Q_i^n \left( -\frac{1}{\Delta t} - \frac{\lambda}{\Delta x} + \frac{2D}{\Delta x^2} \right) - Q_{i-1}^n \left( \frac{D}{\Delta x^2} \right) & \\ + Q_{i+1}^n \left( \frac{\lambda}{\Delta x} - \frac{D}{\Delta x^2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Dari persamaan (4.11) akan dicari nilai  $Q_i^1$ . Setelah nilai  $Q_i^1$  diketahui maka kisi skema Dufort-Frankel dapat dilihat seperti berikut



Gambar 4.3. Kisi skema Dufort-Frankel, lambang  $\bullet$  merupakan titik yang diketahui dan lambang  $\circ$  merupakan titik yang belum diketahui

Langkah berikutnya yaitu mensubstitusikan nilai  $Q_i^1$  ke dalam persamaan (4.7). Nilai-nilai yang harus diketahui untuk mencari  $Q_i^{n+1}$  telah ditemukan, sehingga algoritma untuk mencari  $Q_i^{n+1}$  secara umum adalah sebagai berikut.

- Tetapkan nilai  $n=1$ .
- Cari semua nilai debit aliran pada saat  $t = n$ . Maka nilai dari  $Q^n$  diketahui.
- Hitung  $Q^{n+1} = -AQ^n + BQ^{n-1}$ .
- Jika  $n \neq N - 1$  maka  $n = n + 1$ , lalu ulangi langkah 3.
- Selesai.

#### 4.2 Pembuatan Program

MATLAB merupakan software yang akan digunakan pada pembuatan program ini untuk mensimulasi model penelusuran banjir gelombang difusi dengan pemberian kecepatan aliran rata-rata dan besar pias yang berbeda. Pembuatan program ini menerapkan metode beda hingga Dufort-Frankel serta metode beda hingga maju dan pusat untuk menentukan nilai awal yang kedua.

Input dari program ini antara lain panjang ruas saluran ( $L$ ), lebar saluran ( $b$ ), koefisien chezy ( $C$ ), kedalaman air rata-rata ( $h$ ), kondisi batas hulu ( $Q_A$ ), kondisi batas hilir ( $Q_B$ ) dan debit awal ( $Q_0$ ). Grafik yang akan ditampilkan adalah grafik hasil penyelesaian model penelusuran banjir gelombang difusi dengan menggunakan metode beda hingga Dufort-Frankel.

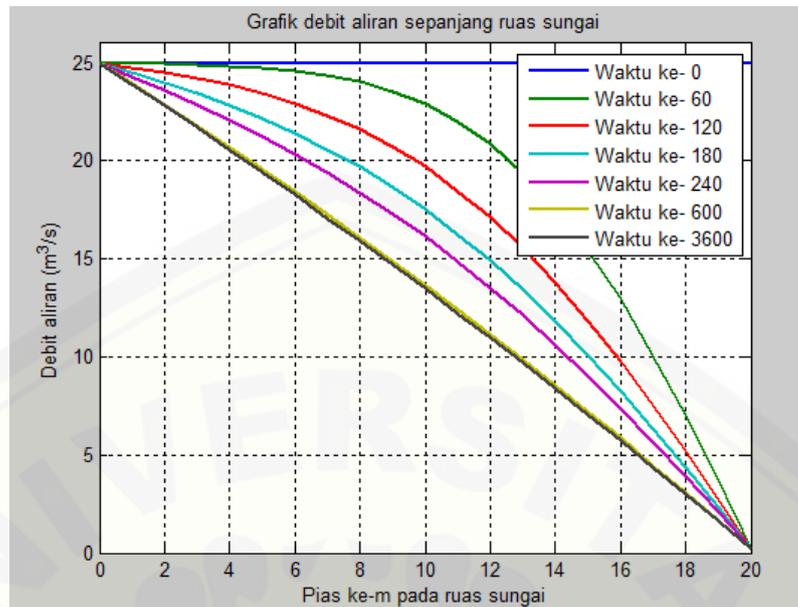
### 4.3 Simulasi Program

Subbab ini akan mensimulasikan model penelusuran banjir gelombang difusi dengan metode beda hingga Dufort-Frankel. Parameter yang digunakan adalah kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 2 m/s , 4 m/s dan 6 m/s. Selain itu diinputkan nilai-nilai yang telah ditetapkan yaitu panjang ruas saluran ( $L$ ) = 15.000 m, lebar saluran ( $b$ ) = 50 m, koefisien chezy ( $C$ ) = 50,2, kedalaman air rata-rata ( $h$ ) = 4 m, kondisi batas hulu ( $Q_A$ ) =  $25 \text{ m}^3/\text{s}$ , kondisi batas hilir ( $Q_B$ ) =  $20 \text{ m}^3/\text{s}$  dan debit awal ( $Q_0$ ) =  $25 \text{ m}^3/\text{s}$ , dengan output yang dihasilkan berupa pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) yang berbeda terhadap debit aliran sungai ( $Q$ ). Berikut merupakan simulasi program dengan dengan pias sebesar 20 dan 300.

#### 4.3.1 Pias Sebesar 20

Simulasi dengan pias sebesar 20 ini dilakukan dengan cara membagi  $x = 15.000 \text{ m}$  dengan 20 pias sehingga didapatkan  $\Delta x = 750 \text{ m}$  serta dengan  $\Delta t = 0,01 \text{ detik}$ . Berikut merupakan simulasi dengan kecepatan sebesar sebesar 2 m/s , 4 m/s dan 6 m/s.

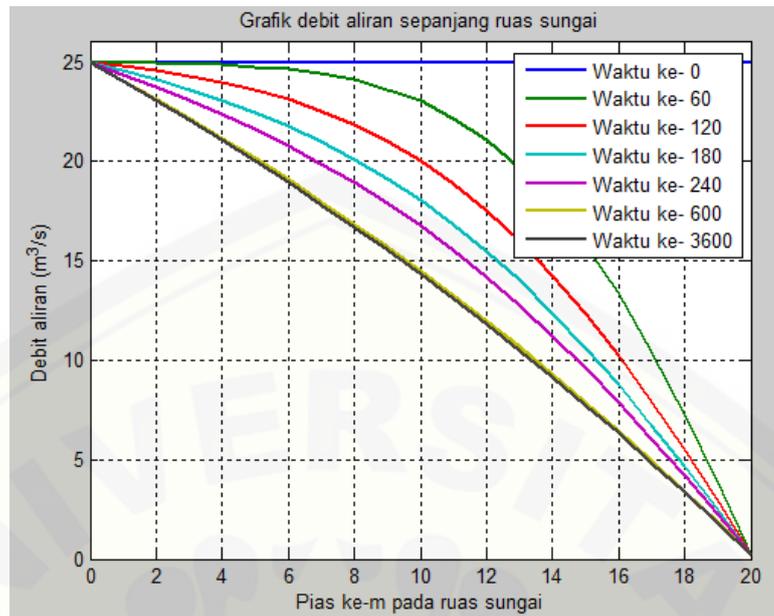
Simulasi program yang pertama yaitu pengaruh kecepatan aliran rata-rata sebesar  $2 \text{ m/s}$  terhadap debit aliran sungai. Grafik simulasi program dapat dilihat pada gambar 4.4



Gambar 4.4. Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 2  $m/s$

Grafik pengaruh kecepatan aliran rata-rata yang besarnya 2  $m/s$  terhadap debit aliran seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.4 merupakan hasil simulasi selama 3600 detik atau selama 1 jam. Gambar 4.4 menunjukkan bahwa debit aliran menurun pada saat aliran ( $x$ ) = 750  $m$  menuju ke arah aliran ( $x$ ) = 15.000  $m$ . Dari Gambar 4.4 juga dapat dilihat bahwa debit aliran sungai yang ditunjukkan dengan grafik dari waktu ke waktu semakin turun, dapat dilihat bahwa grafik pada waktu 60 detik lebih cekung dari pada grafik pada waktu 3600 detik.

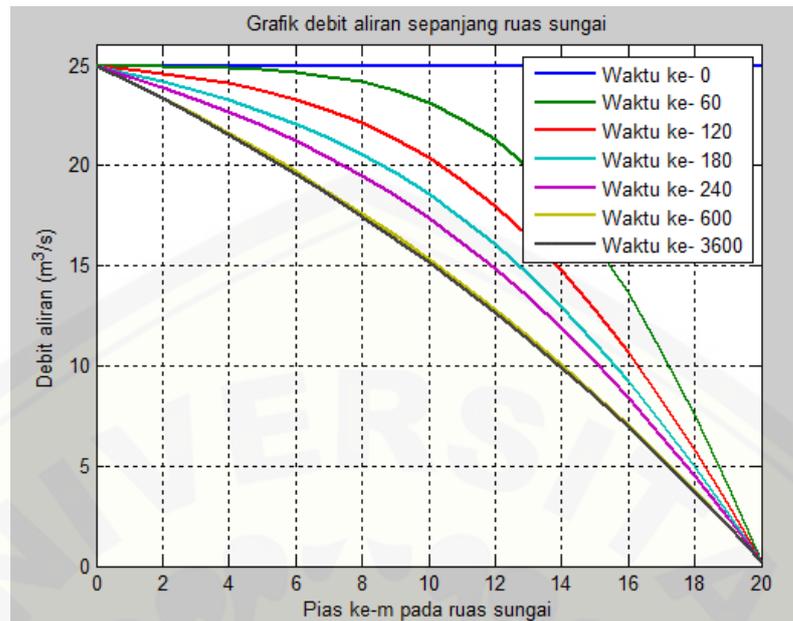
Dengan penginputan nilai yang sama dengan kecepatan aliran rata-rata sebesar 4  $m/s$ , maka didapatkan grafik debit aliran sungai dengan pengaruh kecepatan aliran sebesar 4  $m/s$  yang dapat dilihat pada Gambar 4.5



Gambar 4.5. Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 4 m/s

Gambar 4.5 merupakan grafik hasil simulasi pengaruh kecepatan aliran rata-rata sebesar 4 m/s terhadap debit aliran selama 3600 detik atau selama 1 jam. Pada grafik hasil simulasi program juga dapat diketahui bahwa dengan kecepatan aliran rata-rata sebesar 4 m/s grafik menurun dari  $x = 750$  m atau pias pertama sampai  $x = 15.000$  m atau pias kedupuluh. Pada kecepatan 4 m/s dari waktu sebesar 60 detik lebih besar dari pada waktu 3600 detik.

Selanjutnya yaitu pengaruh kecepatan aliran rata-rata sebesar 6 m/s terhadap debit aliran sungai. Grafik simulasi program dapat dilihat pada gambar 4.6

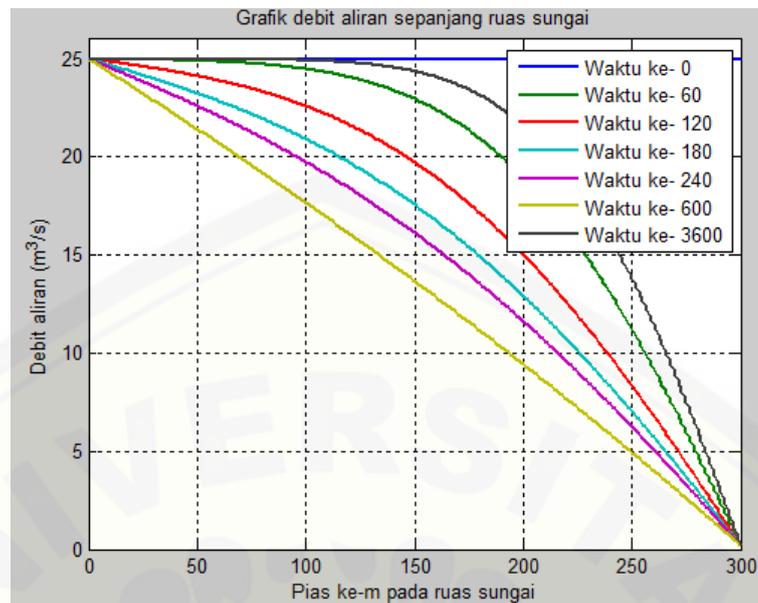


Gambar 4.6. Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 6 m/s

Grafik hasil simulasi pengaruh kecepatan aliran rata-rata sebesar 6 m/s terhadap debit aliran yang dapat dilihat pada Gambar 4.6 merupakan simulasi selama 3600 detik atau selama 1 jam. Pada grafik hasil simulasi program juga dapat diketahui bahwa dengan kecepatan aliran rata-rata sebesar 6 m/s grafik menurun dari  $x = 750$  m atau pias pertama sampai  $x = 15.000$  m atau pias keduapuluh. Serta grafik yang dihasilkan pada waktu 60 detik lebih cekung dari pada grafik pada waktu 3600 detik

#### 4.3.2 Pias Sebesar 300

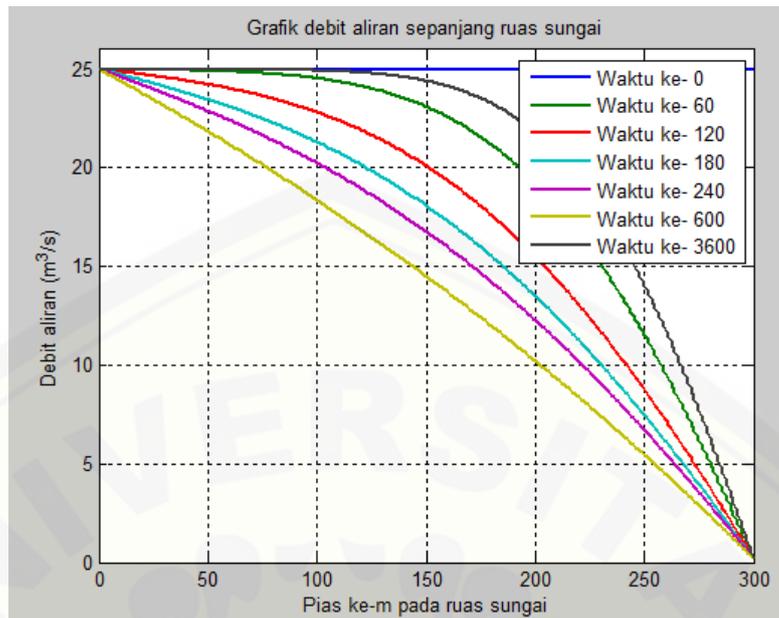
Pada simulasi dengan pias sebesar 300 nilai parameter yang diinputkan sama dengan pias sebesar 20. Pada pias sebesar 300 grafik dibagi dalam 300 grid dengan panjang aliran sungai sebesar 15.000 m, maka didapatkan  $\Delta x = 50$  m. Sehingga didapatkan grafik debit aliran sungai dengan pengaruh kecepatan aliran sebesar 2 m/s yang dapat dilihat pada Gambar 4.7



Gambar 4.7 Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 2 m/s dengan pias 300

Pada Gambar 4.7 merupakan grafik debit aliran dengan kecepatan sebesar 2 m/s. Grafik tersebut merupakan hasil simulasi selama 3600 detik atau 1 jam. Dari grafik dapat dilihat bahwa debit aliran dari waktu 0 detik sampai dengan waktu 3600 detik menurun terus menerus. Gambar 4.7 juga menunjukkan bahwa grafik menurun dari  $x = 0$  m sampai  $x = 15.000$  m.

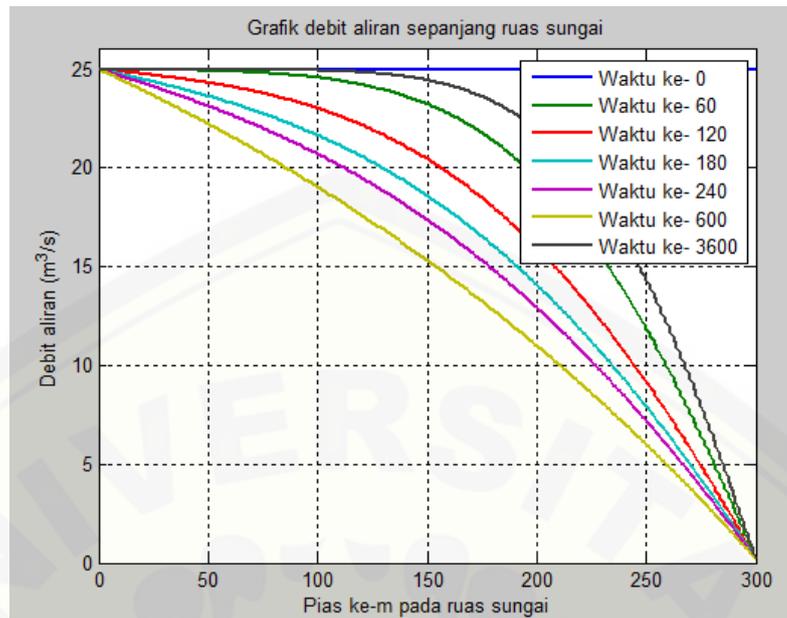
Simulasi program yang selanjutnya yaitu simulasi dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 4 m/s. Grafik simulasi program dapat dilihat pada Gambar 4.8



Gambar 4.8 Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar 4 m/s dengan pias 300

Pada Gambar 4.8 merupakan grafik debit aliran dengan kecepatan sebesar 4 m/s. Grafik tersebut merupakan hasil simulasi selama 3600 detik atau 1 jam. Dari grafik dapat dilihat bahwa debit aliran dari waktu 0 detik sampai dengan waktu 3600 detik menurun terus menerus, dengan contoh grafik debit aliran dengan waktu 60 detik lebih besar dari pada 3600 detik. Gambar 4.8 juga menunjukkan bahwa grafik menurun dari  $x = 0$  m sampai  $x = 15.000$  m.

Simulasi program yang selanjutnya yaitu simulasi dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 6 m/s. Grafik simulasi program dapat dilihat pada Gambar 4.9.

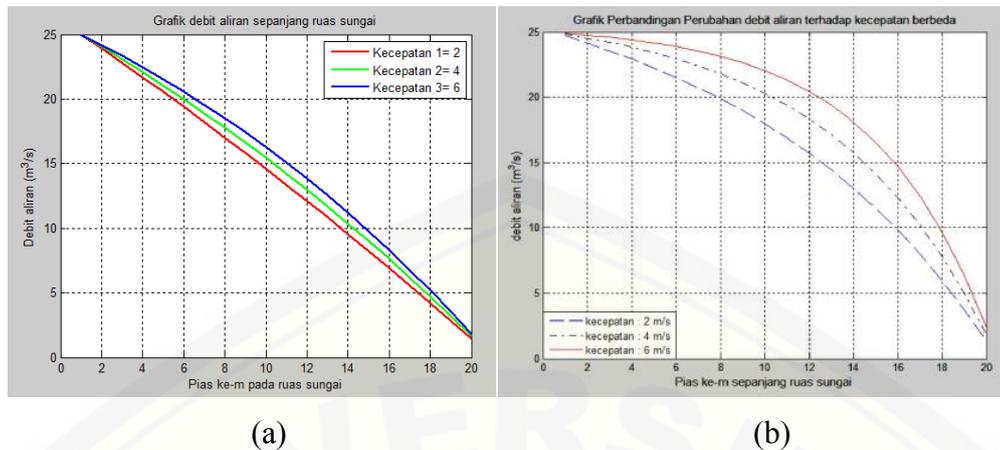


Gambar 4.9 Grafik debit aliran sungai sepanjang ruas sungai dengan kecepatan aliran sebesar  $6 \text{ m/s}$  dengan pias 300

Gambar 4.9 merupakan grafik hasil simulasi debit aliran dengan kecepatan  $6 \text{ m/s}$  selama 3600 detik atau selama 1 jam. Pada grafik hasil simulasi program juga dapat diketahui bahwa dengan pias sebesar 300 grafik menurun dari  $x = 50 \text{ m}$  atau pias pertama sampai  $x = 15.000 \text{ m}$  atau pias ketigarusus.

#### 4.4 Verifikasi Program

Pada subbab ini hasil simulasi program penelusuran banjir gelombang difusi menggunakan metode Dufort-Frankel diverifikasi kebenarannya dengan cara membandingkan hasil grafik penyelesaian yang menggunakan metode Dufort-Frankel dengan penyelesaian yang menggunakan metode volume hingga yang telah diteliti oleh peneliti sebelumnya Siing (2011). Grafik analisis model penelusuran banjir gelombang difusi dengan metode Dufort-Frankel dan metode volume hingga dapat dilihat pada Gambar 4.10



Gambar 4.10 Grafik debit aliran (a) Metode Dufort-Frankel (b) Metode Volume Hingga Siing (2011)

Dari Gambar 4.10 dapat dilihat bahwa grafik simulasi program dengan penyelesaian model penelusuran banjir gelombang difusi dengan metode Dufort-Frankel mempunyai bentuk yang hampir sama yaitu dengan kecepatan semakin bertambah maka grafik debit aliran akan semakin cekung. Serta dengan kecepatan yang berbeda grafik debit aliran tersebut berubah sesuai dengan kecepatan yang diinputkan, dengan contoh kecepatan aliran rata-rata yang diinputkan dalam Gambar 4.10 yaitu sebesar sebesar 2 m/s , 4 m/s dan 6 m/s.

#### 4.5 Analisis Hasil

Pada subbab ini akan dibahas analisis hasil program yang telah dilakukan pada simulasi sebelumnya. Pada Gambar 4.4, 4.5 dan 4.6 dapat dilihat bahwa debit aliran menurun dari  $x = 0$  m atau pias pertama sampai  $x = 15.000$  m atau pias ke duapuluh. Untuk mengetahui debit aliran kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 2 m/s dengan waktu tertentu dapat dilihat pada Tabel 4.1

Tabel 4.1 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 2 m/s dengan pias sebesar 20

$t$	Debit Aliran ( $m^3/s$ )		
	$x = 750 m$	$x = 7.500 m$	$x = 15.000$
0	25,0000	25,0000	25,000
60	24,9788	22,8447	0,2000
120	24,7620	19,6664	0,2000
180	24,5010	17,5764	0,2000
240	24,3047	16.2605	0,2000
600	23,9478	14,1987	0,2000
3600	23,9174	14,0690	0,2000

Dari tabel 4.1 dapat dilihat bahwa debit aliran yang terdapat pada panjang sungai  $x = 7500 m$  dengan waktu 0 detik sebesar  $25,0000 m^3/s$  sedangkan pada waktu 60 detik menurun menjadi  $22,8447 m^3/s$  dan pada posisi akhir pada waktu 3600 detik dapat dilihat bahwa debit aliran menjadi  $14,0690 m^3/s$ . Debit aliran menurun terus-menerus hingga  $x = 15.000 m$  yang debit alirannya berubah menjadi  $0,2000 m^3/s$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah tetap sebesar  $25,0000 m^3/s$  disemua titik  $x$ . Sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 2 m/s terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik aliran menurun dari  $23,9174 m^3/s$  menjadi  $0,2000 m^3/s$  dengan panjang aliran sungai 15.000 m.

Selanjutnya akan ditunjukkan tabel debit aliran dengan kecepatan 4 m/s dengan waktu 0 detik, 60 detik, 120 detik, 180 detik, 240 detik, 600 detik dan 3600 detik sebanyak 20 Pias. Besar debit aliran sungai tersebut dapat dilihat pada tabel 4.2.

Tabel 4.2 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 4 m/s dengan pias sebesar 20

$t$	Debit Aliran ( $m^3/s$ )		
	$x = 750$ m	$x = 7.500$ m	$x = 15.000$ m
0	25,0000	25,0000	25,0000
60	24,9815	23,0442	0,2000
120	24,7924	20,0664	0,2000
180	24,5653	18,0673	0,2000
240	24,3948	16,7627	0,2000
600	24,0867	14,5065	0,2000
3600	24,0609	14,3189	0,2000

Tabel 4.2 menunjukkan bahwa debit aliran yang terdapat pada panjang sungai  $x = 750$  m atau pias pertama dengan waktu 0 detik sebesar  $25,0000 m^3/s$  sedangkan pada waktu 120 detik menurun menjadi  $24,7924 m^3/s$  dan pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik dapat dilihat bahwa debit aliran menjadi  $24,0609 m^3/s$ . Debit aliran menurun terus-menerus hingga  $x = 15.000$  m yang debit alirannya berubah menjadi  $0,2000 m^3/s$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah tetap sebesar  $25,0000 m^3/s$  disemua titik  $x$ . Sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 4 m/s terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik debit aliran menurun dari  $24,0609 m^3/s$  menjadi  $0,2000 m^3/s$  dengan panjang aliran sungai 15.000 m.

Tabel berikutnya yaitu tabel yang menunjukkan pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 6 m/s. Pias yang digunakan yaitu sebesar 20 dengan waktu simulasi sebesar 0 detik, 60 detik, 120 detik, 180 detik, 240 detik, 600 detik dan 3600 detik.

Tabel 4.3 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 6 m/s dengan pias sebesar 20

$t$	Debit Aliran ( $m^3/s$ )		
	$x = 750$ m	$x = 7.500$ m	$x = 15.000$ m
0	25,0000	25,0000	25,0000
60	24,9839	23,1816	0,2000
120	24,8194	20.4420	0,2000
180	24,6226	18.5768	0,2000
240	24,4754	17.3777	0,2000
600	24,2121	15,3242	0,2000
3600	24,1906	15,1580	0,2000

Berdasarkan Tabel 4.3 debit aliran yang terdapat pada panjang sungai  $x = 750$  m dan waktu 0 detik sebesar  $25,0000 m^3/s$  sedangkan pada waktu 180 detik menurun menjadi  $24,6226 m^3/s$  dan pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik dapat dilihat bahwa debit aliran menjadi  $24,1906 m^3/s$ . Debit aliran juga menurun terus-menerus hingga  $x = 15.000$  m yang debit alirannya berubah menjadi  $0,2000 m^3/s$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah tetap sebesar  $25,0000 m^3/s$  disemua titik  $x$ . Sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 6 m/s terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik debit aliran menurun dari  $24,1906 m^3/s$  menjadi  $0,2000 m^3/s$  dengan panjang aliran sungai 15.000 m.

Tabel selanjutnya yaitu tabel hasil simulasi dari debit aliran dengan kecepatan 2 m/s dan pias sebesar 300 yang berdasarkan Gambar 4.7, 4.8 dan 4.9. Hasil simulasi yang ditunjukkan yaitu dengan waktu 0 detik, 60 detik, 120 detik, 180 detik, 240 detik, 600 detik dan 3600 detik.

Tabel 4.4 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 2 m/s dengan pias sebesar 300

$t$	Debit Aliran ( $m^3/s$ )		
	$x = 50$ m	$x = 14.900$ m	$x = 15.000$ m
0	25,0000	25,0000	25,0000
60	24,9988	0,6727	0,2000
120	24,9849	0,5413	0,2000
180	24,9675	0,4833	0,2000
240	24,9543	0,4498	0,2000
600	24,9303	0,3940	0,2000
3600	24,9283	0,3893	0,2000

Dari Tabel 4.4 debit aliran yang terdapat pada panjang sungai  $x = 50$  m dengan waktu 0 detik sebesar  $25,0000 m^3/s$  sedangkan pada waktu 60 detik menurun menjadi  $24,9988 m^3/s$  dan pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik dapat dilihat bahwa debit aliran menjadi  $24,9283 m^3/s$ . Debit aliran menurun terus-menerus hingga  $x = 15.000$  m yang debit alirannya berubah menjadi  $0,2000 m^3/s$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah tetap sebesar  $25,0000 m^3/s$  disemua titik  $x$ . Sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 2 m/s terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik debit aliran menurun dari  $24,9283 m^3/s$  menjadi  $0,2000 m^3/s$  dengan panjang aliran sungai 15.000 m.

Selanjutnya yaitu analisis hasil simulasi dari debit aliran dengan kecepatan 4 m/s dengan pias 300. Besar debit aliran pada kecepatan 4 m/s dapat dilihat pada tabel 4.5.

Tabel 4.5 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 4 m/s dengan pias sebesar 300

$t$	Debit Aliran ( $m^3/s$ )		
	$x = 50$ m	$x = 14.900$ m	$x = 15.000$ m
0	25,0000	25,0000	25,0000
60	24,9990	0,6964	0,2000
120	24,9869	0,5656	0,2000
180	24,9719	0,5081	0,2000
240	24,9605	0,4748	0,2000
600	24,9399	0,4199	0,2000
3600	24,9382	0,4153	0,2000

Pada Tabel 4.5 debit aliran yang terdapat pada panjang sungai  $x = 50$  m dengan waktu 0 detik sebesar  $25,0000 m^3/s$  sedangkan pada waktu 240 detik menurun menjadi  $24,9605 m^3/s$  dan pada posisi akhir pada waktu 3600 detik dapat dilihat bahwa debit aliran menjadi  $24,9382 m^3/s$ . Debit aliran menurun terus-menerus hingga  $x = 15.000$  m yang debit alirannya berubah menjadi  $0,2000 m^3/s$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah tetap sebesar  $25,0000 m^3/s$  disemua titik  $x$ . Sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 4 m/s terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada waktu 3600 detik debit aliran menurun dari  $24,9382 m^3/s$  menjadi  $0,2000 m^3/s$  dengan panjang aliran sungai 15.000 m.

Tabel berikutnya yaitu tabel dengan besar debit aliran kecepatan 6 m/s dengan pias atau grid sebesar 300. Besar debit aliran kecepatan 6 m/s dapat dilihat pada tabel 4.6.

Tabel 4.6 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar 6 m/s dengan pias sebesar 300

$t$	Debit Aliran ( $m^3/s$ )		
	$x = 50$ m	$x = 14.900$ m	$x = 15.000$ m
0	25,0000	25,0000	25,0000
60	24,9991	0,7208	0,2000
120	24,9887	0,5909	0,2000
180	24,9757	0,5340	0,2000
240	24,9660	0,5013	0,2000
600	24,9485	0,4434	0,2000
3600	24,9471	0,4153	0,2000

Tabel 4.6 menunjukkan bahwa debit aliran yang terdapat pada panjang sungai  $x = 50$  m dengan waktu 0 detik sebesar  $25,0000 m^3/s$  sedangkan pada waktu 600 detik menurun menjadi  $24,9485 m^3/s$  dan pada posisi akhir pada waktu 3600 detik dapat dilihat bahwa debit aliran menjadi  $24,9471 m^3/s$ . Debit aliran menurun terus-menerus hingga  $x = 15.000$  m yang debit alirannya berubah menjadi  $0,2000 m^3/s$  tetapi untuk posisi awal atau pada waktu 0 detik debitnya tidak berubah tetap sebesar  $25,0000 m^3/s$  di semua titik  $x$ . Sehingga untuk pengaruh kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar 4 m/s terhadap debit aliran, pada posisi akhir atau pada iterasi terakhir debit aliran menurun dari  $24,9471 m^3/s$  menjadi  $0,2000 m^3/s$  dengan panjang aliran sungai 15.000 m.

Dari hasil analisis tabel 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 dan 4.6 dapat diketahui bahwa semakin menjauhi hulu sungai maka semakin kecil debit aliran sungai tersebut. Sedangkan jika dilihat dari besar waktu iterasinya, semakin besar waktu iterasi yang digunakan maka semakin kecil debit aliran yang dihasilkan sungai. Serta dengan perbedaan pias yang digunakan, maka lebih mengetahui lebih detail tentang debit aliran.

Selanjutnya akan dibahas pengaruh kecepatan aliran rata-rata terhadap debit aliran pada waktu simulasi sebesar 3600 detik, besar debit aliran yang dihasilkan dapat dilihat pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 Tabel debit aliran sungai dengan kecepatan sebesar sebesar 2 m/s , 4 m/s dan 6 m/s

Pias	Panjang Saluran (x)	Debit aliran ( $m^3/s$ )		
		$v = 2 m/s$	$v = 4 m/s$	$v = 6 m/s$
1	750	23,9174	24,0609	24,1906
2	1.500	22,8196	23,0953	23,3467
3	2.250	21,7064	22,1024	22,4666
4	3.000	20,5776	21,0813	21,5490
5	3.750	20,5419	20,0314	20,5921
6	4.500	19,4329	18,9517	19,5943
7	5.250	18,2721	17,8415	18,5538
8	6.000	17,0950	16,6999	17,4689
9	6.750	15,9014	15,5260	16,3376
10	7.500	14,6910	14,3189	15,1580
11	8.250	12,2189	13,0776	13,9279
12	9.000	10,9568	11,8012	12,6452
13	9.750	9,6769	10,4886	11,3077
14	10.500	8,3791	9,1389	9,9131
15	11.250	7,0630	7,7511	8,4588
16	12.000	5,7284	6,3239	6,9423
17	12.750	4,3751	4,8564	5,3611
18	13.500	3,0028	3,3474	3,7122
19	14.250	1,6112	1,7956	1,9928
20	15.000	0,2000	0,2000	0,2000

Pada tabel 4.7 menunjukkan bahwa dengan kecepatan aliran yang berbeda dapat diketahui semakin besar kecepatan aliran rata-rata maka semakin besar pula debit aliran air yang dihasilkan. Hal ini sesuai dengan hukum fisika  $Q = AV$ , yang berarti bahwa debit aliran berbanding lurus dengan kecepatan aliran. Sehingga dengan mengetahui perubahan kecepatan aliran pada daerah hulu maka

dapat diprediksi seberapa besar perubahan debit air yang akan terjadi pada setiap titik-titik pengamatan pada bagian hilir ruas saluran atau sungai tersebut.



## BAB 5. PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada bab 4 dengan kecepatan aliran rata-rata ( $v$ ) sebesar sebesar 2 m/s , 4 m/s dan 6 m/s, waktu iterasi selama 1 jam dan panjang saluran 15.000 m dengan dibagi sebanyak 20 pias dan 300 pias, maka dapat disimpulkan beberapa hal di bawah ini.

- a. Semakin menjauhi hulu sungai maka semakin kecil debit aliran yang ditimbulkan aliran sungai tersebut dan semakin mendekati hulu sungai maka semakin besar debit aliran yang ditimbulkan sungai tersebut.
- b. Semakin besar waktu aliran di  $x = 7.500$  m pada pias sebesar 20 dan  $x = 14.900$  m maka semakin kecil debit aliran yang dihasilkan dan semakin kecil waktu iterasi maka semakin besar debit aliran yang dihasilkan.
- c. Semakin besar kecepatan aliran rata-rata pada aliran sungai maka semakin besar debit aliran yang dihasilkan sepanjang ruas sungai dan semakin kecil kecepatan aliran rata-rata pada aliran sungai maka semakin kecil debit aliran yang dihasilkan.
- d. Grafik yang diperoleh dari metode Dufort-Frankel mempunyai trend yang sama dengan grafik yang diperoleh dari metode volume hingga yaitu
  1. debit yang dihasilkan semakin naik jika kecepatannya semakin tinggi
  2. grafik yang dihasilkan dengan kecepatan berbeda akan semakin cekung jika kecepatannya bertambah.

### 5.2 Saran

Permasalahan yang dibahas pada penelitian ini yaitu hasil simulasi model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk konservatif dengan menggunakan metode Dufort-Frankel. Untuk penelitian berikutnya disarankan untuk menggunakan metode numerik yang lainya sehingga memperoleh hasil yang lebih

optimal atau dengan menggunakan model penelusuran banjir gelombang difusi bentuk non-konservatif.



**DAFTAR PUSTAKA**

- Achmad, M. 2011. *Hidrologi Teknik*. Makassar: Universitas Hasanuddin.
- Alman, Kusuma, J., dan Amiruddin. 2013. Penyelesaian Numerik Persamaan Adveksi Difusi 2-D Untuk Transfer Polutan dengan Menggunakan Metode Beda Hingga Dufort Frankel. *Jurnal Matematika*, 1-14. Universitas Hasanudin.
- Candra, R. 2011. *Analisis Kestabilan Metode*. Medan: Universitas Sumatera Utara.
- Caretto, L. 2002. *Computational Fluid Dynamics*. California: University Nortridge.
- Chagas, P. F. 2010. Application of Mathematical Modeling to Study Flood Wave Behavior in Natural Rivers as Function of Hydraulic and Hydrological Parameters of the Basin. *Hydrology Day*.
- Chow, V. T. 1992. *Hidrolika Saluran Terbuka*. Jakarta: Erlangga.
- Dafik. 2009. *Aplikasi Metode Numerik dalam Persamaan Diferensial Parsial*. Jember: Universitas Jember.
- Gosiorowski, D., dan Szymkiewicz, R. 2007. Mass And Momentum Conservation In The Simplified Flood Routing Models. *Jurnal of Hydrology*, **346**: 51-58.
- Hidayat, R. 2006. *Persamaan Diferensial Parsial*. Jember: Jember University Press.
- Juliana, S., Asmawati, dan Herlambang. 2011. *Metode Numerik dengan Scilab*. Malang: Bayu Media.
- Kodoatie, R. 2002. *Hidrolika Terapan Aliran Pada Saluran Terbuka dan Pipa*. Yogyakarta: Andi.
- Luknanto, D. 2003. *Model Matematika*. Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.

- Novak, P., Guinot, V., Jeffrey, A. and Reeve, D.E.. 2010. *Hydraulic Modeling an Introduction. Principles, Methods and Application*. New York: Spon Press.
- Rohman, F. 2013. Simulasi Penjalaran Gelombang Tsunami dengan Variasi Materi Penyusun Dasar Laut Menggunakan Metode Runge-Kutta. *Skripsi*. Universitas Jember.
- Siing, M., dan Basuki, W. 2011. Penyelesaian Numerik Model Penelusuran Banjir Gelombang Difusi Menggunakan Metode Volume Hingga. *Prosiding Seminar Nasional Penelitian, Pendidikan dan Penerapan MIPA*, Universitas Negeri Yogyakarta. M77-M84.
- Siswanto, H., Purnomo, K. D., dan Kusbudiono. 2014. Penentuan Harga Opsi Pada Model Balck-Scholes Menggunakan Metode Beda Hingga Dufort Frankel. *Prosiding Seminar Nasional Matematika*, Universitas Jember. 329-335.
- Tikno, S. 2002. Penerapan Metode Penelusuran Banjir (Flood Routing) untuk Program Pengendalian dan Sistem Peringatan Dini Banjir Kasus : Sungai Ciliwung. *Jurnal sains dan Teknologi Modfikasi Cuaca*, Universitas Diponegoro. 53-60.
- Triatmodjo, B. 2002. *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset.

## LAMPIRAN

### SKRIP PROGRAM

```
clear all; close all
clc;
disp('-----');
disp('| SIMULASI MODEL PENELUSURAN BANJIR (FLOOD ROUTING) |');
disp('| MENGGUNAKAN METODE Dufort Frankel |');
disp('-----|');
%Nilai-nilai parameter yang diinput:
v1=6;
dt=0.01; %Selang waktu (s)
detik=60/dt;
waktu=3600/dt; %3600
%Nilai-nilai parameter yang ditentukan:
m =300;% input ('Banyaknya pias pada Ruas saluran/sungai: ');
L=15000; %Panjang ruas saluran/sungai (m;ft)
b=50; %lebar saluran/sungai (m;ft)
C=50.2; %koefisien Chezy (m0.5/s)
h=4; %kedalaman air rata-rata (m;ft)
R=h; %jari-jari hidraulic (m;ft)
A=b*h; %Luas penampang saluran (m2;ft2)
Qa=25; %kondisi batas hulu Debit (m3/s; cfs)
Qb=0.2; %kondisi batas hilir Debit (m3/s; cfs)
Q0=25; %debit awal (m3/s; cfs)
Q=20; %debit rata-rata (m3/s; cfs)
dx=L/m; %selang jarak (m;ft)
c1 = 3/2*v1; %kecepatan gelombang banjir (celerity) (m/s)
D=C2*A2*R/(2*b*Q0); %koefisien difusi ( m2/s)
%=====
m=m+1;
dx=dx; R0=ones(m+1,1)*Q0;
% R0=ones(m+1,1)*Qb;
R0(1)=Qa;
%R0(m)=Qb;
for j=1:3
for i=2:m
if i<m
R(i)=R0(i)+dt*(-c1/dx*(R0(i+1)-R0(i))+D/dx2*(R0(i-1)-2*R0(i)+R0(i+1)));
else
R(i)=R0(i)+dt*(-c1/dx*(0-R0(i))+D/dx2*(R0(i-1)-2*R0(i)+0));
end
end
R(1)=Q0;
R(m)=Qb;
R0=R;
if j==2
R3=R;
```

```

end

end

%=====
%Proses Perhitungan Persamaan Matriksnya

A1=zeros(m,m);

% P0=ones(m,1)*Qb;
P0=ones(m,1)*Q0;
%P0(m)=Qb;
P1=P0;
Pn=P0;

A=zeros(m,m);
B=zeros(m,1);
for i=1:m
    B(i,i)=(1/(2*dt)-D/dX^2)/(1/(2*dt)+D/dX^2);%(dX^2-
2*D*dt)/(dX^2+2*D*dt);
    if i<m
        A(i,i+1)=(c1/(2*dX)-D/dX^2)/(1/(2*dt)+D/dX^2);%dt*(c1*dX-
2*D)/(dX^2+2*D*dt);
        A(i+1,i)=(-c1/(2*dX)-D/dX^2)/(1/(2*dt)+D/dX^2);%dt*(-
c1*dX-2*D)/(dX^2+2*D*dt);
    end
end
%=====
data=[];ket=cell(1);
for i=1:waktu-2 % waktu simulasi
    Pn(1)=Q0;
    if i==1
        %
        P0=ones(m,1)*Qb;
        P0=ones(m,1)*Q0;
        P0(1)=Qa;
        %
        P0(m)=Qb;
    %=====
    if i==1
        P1=R3'; %Qn=Qn-1
        Pn=-A*P1+B*P0;
        Pn(1)=Qa; Pn(m)=Qb;
    end
    end

    if i~=1
        P0=P1;
        P1=Pn;
        Pn=-A*P1+B*P0;
        Pn(1)=Q0;
        Pn(m)=Qb;
    end
    if mod(i+2, detik)==0
        %
        pause(0.1)

```

```
% plot(1:m,Pn,'r');
end
if i==1
    data(1,:)=P0;
    ket(1)={'Waktu ke- 0'};
elseif i==60/dt
    data(2,:)=Pn;
    ket(2)={'Waktu ke- 60'};
elseif i==120/dt
    data(3,:)=Pn;
    ket(3)={'Waktu ke- 120'};
elseif i==180/dt
    data(4,:)=Pn;
    ket(4)={'Waktu ke- 180'};
elseif i==240/dt
    data(5,:)=Pn;
    ket(5)={'Waktu ke- 240'};
elseif i==600/dt
    data(6,:)=Pn;
    ket(6)={'Waktu ke- 600'};
elseif i==3600-2
    data(7,:)=Pn;
    ket(7)={'Waktu ke- 3600'};
end
end
% hold off
% plot(1:m,Pn,'r');
% legend('Metode Dufort');
plot(0:m-1,data,'linewidth',2);
legend(ket)
title('Grafik debit aliran sepanjang ruas sungai');
xlabel('Pias ke-m pada ruas sungai');
ylabel('Debit aliran (m^3/s)');
grid on;
hold on;
fprintf('Waktu 1 \t Waktu 60 \t Waktu 120\n')
fprintf('%1.4f %12.4f %12.4f \n',data(1:3,:))
disp(' ')
fprintf('Waktu 180 \t Waktu 240 \t Waktu 600\n')
fprintf('%1.4f %12.4f %12.4f \n',data(4:6,:))
disp(' ')
fprintf('Debit 1\n')
fprintf('%1.4f \n',Pn)
disp(' ')
=====
```