



**SIMULASI PENYEBARAN PENYAKIT ISPA
MENGUNAKAN MODEL EPIDEMIK SEIS
DENGAN METODE RUNGE-KUTTA**

SKRIPSI

Oleh :

**Ratih Kartika Asri
NIM. 0818101017**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2015**



**SIMULASI PENYEBARAN PENYAKIT ISPA
MENGUNAKAN MODEL EPIDEMIK SEIS
DENGAN METODE RUNGE-KUTTA**

SKRIPSI

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh :

**Ratih Kartika Asri
NIM. 0818101017**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2015**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk :

1. Ibunda Hj. Sumarah Arsi, SMHK dan Ayahanda H. Bambang Sugiarso, S.H, M.Si tercinta yang telah memberikan doa, kasih sayang, perjuangan hidup yang menjadikan pelajaran berharga kepada putri tercintanya;
2. Kakak-kakakku tercinta Unggul Bhakti Pratiwi, S.E dan Anggun Puspita Asri, S.T serta adik Nadhwa Callista Afrilya Putri yang selalu memberi dukungan, semangat, dan keceriaan.
3. Guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
4. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTO

"Orang-orang yang sukses telah belajar membuat diri mereka melakukan hal yang harus dikerjakan ketika hal itu memang harus dikerjakan, entah mereka menyukainya atau tidak."

(Aldus Huxley)

"Orang-orang hebat di bidang apapun bukan baru bekerja karena mereka terinspirasi, namun mereka menjadi terinspirasi karena mereka lebih suka bekerja. Mereka tidak menyia-nyiakan waktu untuk menunggu inspirasi."

(Ernest Newman)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ratih Kartika Asri

NIM : 081810101017

Menyatakan dengan ini sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul “Simulasi Penyebaran Penyakit ISPA Menggunakan Model Epidemik SEIS Dengan Metode *Runge-Kutta*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, April 2015

Yang menyatakan,

Ratih Kartika Asri

NIM 081810101017

SKRIPSI

**SIMULASI PENYEBARAN PENYAKIT ISPA
MENGUNAKAN MODEL EPIDEMIK SEIS
DENGAN METODE *RUNGE-KUTTA***

Oleh

Ratih Kartika Asri

NIM 081810101017

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Kusbudiono, S.Si, M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Simulasi Penyebaran Penyakit ISPA Menggunakan Model Epidemik SEIS Dengan Metode *Runge-Kutta*” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Kusbudiono, S.Si, M.Si.
NIP. 197704302005011001

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si.
NIP. 196908281998021001

Penguji I,

Penguji II,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.
NIP. 196610121993031001

Kiswara Agung Santoso, S.Si, M.Si
NIP. 197209071998031003

Mengesahkan
Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.
NIP. 196101081986021001

RINGKASAN

Simulasi Penyebaran Penyakit ISPA Menggunakan Model Epidemik Seis Dengan Metode *Runge-Kutta*. Ratih Kartika Asri, 081810101017; 2014; 35 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Infeksi Saluran Pernafasan Akut (ISPA) adalah infeksi saluran pernapasan yang berlangsung sampai 14 hari, dan menyerang organ mulai dari hidung sampai gelembung paru, beserta organ-organ disekitarnya seperti : sinus, ruang telinga tengah dan selaput paru. ISPA paling banyak diderita oleh anak-anak, baik di negara berkembang maupun di negara maju. Penyebaran penyakit ISPA dapat dimodelkan dalam bentuk model epidemik. Salah satu model epidemik adalah model epidemik SEIS yang membagi populasi kedalam tiga kompartmen yaitu rentan (*susceptible*), terjangkit (*exposed*), dan terinfeksi (*infected*). Metode *Runge-Kutta* orde lima merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut dengan keakuratan hasil yang cukup tinggi. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui solusi numerik dari model penyebaran penyakit ISPA dengan model epidemik SEIS menggunakan *Runge-Kutta* orde lima dan menggunakan Program *Matlab*

Penelitian ini terdiri dari beberapa langkah. Langkah pertama melakukan pengumpulan data dari berbagai literatur tentang Model Epidemik. Langkah kedua adalah diskritisasi dengan Metode *Runge-Kutta*. Langkah ketiga adalah pembuatan program simulasi penyebaran penyakit ISPA. Langkah keempat adalah estimasi parameter. Langkah kelima adalah mensimulasi profil penyebaran penyakit ISPA dengan memasukkan nilai-nilai parameter yang telah didapat. Langkah terakhir adalah menganalisa hasil simulasi untuk mengetahui pengaruh probabilitas penularan pada profil penyebaran penyakit ISPA.

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan simulasi model epidemik SEIS penyebaran penyakit ISPA di kabupaten Jember dengan metode *Runge-Kutta* orde lima adalah dengan formulasi sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = 3,351 - 1,921 \times 10^{-7}IS - 0,001302S + 0,492I$$

$$\frac{dE}{dt} = 1,921 \times 10^{-7}IS - (0,001302 + 2,143)E$$

$$\frac{dI}{dt} = 2,143E - (0,001302 + 0,492)I$$

dengan $S(0) = 2.560.508$, $E(0) = 0$, dan $I(0) = 11.479$.

Pada plot *susceptible*, *exposed*, *infected* merupakan plot gabungan dari ketiga kompartmen yaitu kompartmen *susceptible*, kompartmen *exposed*, dan kompartmen *infected*. Dari plot tersebut menunjukkan bahwa populasi awal *susceptible* sebesar 2.560.508 jiwa, populasi awal *exposed* sebesar nol jiwa dan populasi awal *infected* sebesar 11.479 jiwa. Kemudian jumlah populasi *susceptible* mengalami peningkatan hingga mencapai titik kesetimbangan endemik yaitu pada saat $t = 2.481$ dengan jumlah populasi *susceptible* sebesar $2,569 \times 10^6$ jiwa. Sedangkan jumlah populasi *exposed* mengalami peningkatan hingga $t = 2,7$ dengan jumlah populasi *exposed* sebesar 2.347 jiwa, namun setelah $t = 2,7$ populasi *exposed* mengalami penurunan hingga mencapai titik kesetimbangan endemik yaitu pada saat $t = 7.353$ dengan jumlah populasi *exposed* sebesar 1097 jiwa. Dan untuk jumlah populasi *infected* mengalami terus penurunan hingga mencapai titik kesetimbangan endemik yaitu ketika $t = 9.365$ dengan jumlah populasi *infected* sebesar 4.986 jiwa. Hal ini berarti bahwa banyak penduduk di Kabupaten Jember yang mengalami gejala ISPA yang ditunjukkan dengan hasil plot *exposed* yang cenderung naik, kemudian beberapa dari penduduk di Kabupaten Jember yang termasuk dalam populasi *exposed* mengalami sakit ISPA sehingga masuk ke dalam populasi *infected*. Lalu ada beberapa dari populasi *infected* yang sembuh namun masih ada kemungkinan terinfeksi kembali.

Populasi *infected* yang telah sembuh ini, kemudian masuk ke dalam kompartmen *susceptible* sehingga ditunjukkan dengan hasil plot *infected* yang mengalami penurunan sedangkan hasil plot *susceptible* yang mengalami peningkatan. Melalui *software* MATLAB, penyakit ISPA yang bersifat endemik seperti yang telah ditunjukkan pada beberapa hasil plot simulasi diatas, didapatkan nilai $R_0 > 1$, yaitu nilai R_0 sebesar 1,0018 yang berarti setiap penderita dapat menularkan penyakit kepada lebih dari satu penderita baru sehingga pada akhirnya terjadi penyebaran penyakit yang meluas. Karena nilai $R_0 > 1$, maka titik kesetimbangan yang diperoleh adalah titik kesetimbangan endemik (*endemic equilibrium*). Dari hasil perhitungan persamaan titik kesetimbangan endemik (*endemic equilibrium*) diperoleh nilai $P^* = (S^*, E^*, I^*) = (2,5688 \times 10^6; 214,0578; 1,1516 \times 10^3)$, yang berarti bahwa ketika dalam keadaan setimbang jumlah populasi *susceptible* sebesar 2.568.800 jiwa, populasi *exposed* sebesar 214 jiwa, dan populasi *infected* sebesar 1.151 jiwa. Sedangkan hasil perhitungan persamaan titik kesetimbangan bebas penyakit (*disease free equilibrium*) diperoleh nilai $P_0 = (A/\mu, 0,0) = (2.573.568; 0; 0)$, yang berarti bahwa jumlah populasi *susceptible* sebesar 2.573.568 jiwa ketika jumlah populasi *exposed* dan populasi *infected* masing-masing sebesar nol jiwa yang berarti tidak ada satupun individu yang dapat menularkan penyakit ISPA dan juga tidak ada satupun individu yang mengalami sakit ISPA.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Simulasi Penyebaran Penyakit ISPA Menggunakan Model Epidemik SEIS Dengan Metode *Runge-Kutta*”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kusbudiono, S.Si, M.Si, selaku Dosen Pembimbing Utama dan Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si, selaku Dosen Pembimbing Anggota, yang telah meluangkan waktu, pikiran dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Drs. Rusli Hidayat, M.Sc, dan Kiswara Agung Santoso, S.Si, M.Si, selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran dan kritikan;
3. Ibunda Hj. Sumarah Arsi, SMHK dan Ayahanda H. Bambang Sugiarso, S.H, M.Si, kakak-kakakku tercinta Unggul Bhakti Pratiwi, S.E dan Anggun Puspita Asri, S.T serta adik Nadhwa Callista Afrilya Putri yang telah memberikan doa, dukungan dan kasih sayang;
4. Teman-teman angkatan matematika 2008 yang telah memberikan dukungan dan semangat untuk menyelesaikan skripsi ini;
5. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak.

Jember, April 2015

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
PERSEMBAHAN	ii
MOTO	iii
PERNYATAAN	iv
PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Infeksi Saluran Pernafasan Akut (ISPA)	4
2.2 Persamaan Diferensial Biasa	5
2.3 Epidemik	6
2.4 Model Epidemik SEIS	6
2.5 Metode Numerik	8
2.6 Metode <i>Runge-Kutta</i> Orde Lima	9
2.7 Titik Keseimbangan	13
2.8 Bilangan Reproduksi Dasar	14
BAB 3. METODE PENELITIAN	16
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	20
4.1 Penyelesaian dengan Menggunakan Metode <i>Runge-Kutta</i>	20
4.2 Penentuan Nilai Parameter	22
4.3 Simulasi Program	23

4.4 Pembahasan	26
BAB 5. PENUTUP	29
DAFTAR PUSTAKA	31
LAMPIRAN	33

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2. Penggambaran Model Epidemik SEIS	7
Gambar 3 Skema Metode Penelitian	16
Gambar 4.1 Plot <i>Susceptible</i> Model Epidemik SEIS pada ISPA	24
Gambar 4.2 Plot <i>Exposed</i> Model Epidemik SEIS pada ISPA	25
Gambar 4.3 Plot <i>Infected</i> Model Epidemik SEIS pada ISPA	26
Gambar 4.4 Plot <i>Susceptible, Exposed, Infected</i> Model Epidemik ISPA	27

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Infeksi Saluran Pernafasan Akut (ISPA) merupakan salah satu penyakit yang dipengaruhi oleh lingkungan. ISPA adalah infeksi saluran pernapasan akut yang berlangsung sampai 14 hari dan menyerang saluran pernapasan mulai dari hidung sampai gelembung paru, beserta organ-organ disekitarnya seperti : sinus, ruang telinga tengah, dan selaput paru. ISPA paling banyak diderita oleh anak-anak, baik di negara berkembang maupun di negara maju. Penyakit-penyakit saluran pernapasan pada masa bayi dan anak-anak dapat pula memberi kecacatan sampai pada masa dewasa. ISPA merupakan masalah kesehatan yang penting karena bisa menyebabkan kematian bayi dan balita yang cukup tinggi yaitu kira-kira 1 dari 4 kematian yang terjadi (Rasmaliah, 2004). Menurut WHO (2003), ISPA merupakan salah satu penyebab kematian tersering pada anak di negara berkembang. ISPA menyebabkan empat dari 15 juta perkiraan kematian pada anak berusia lima tahun setiap tahunnya. Di Amerika terdapat dua sampai tiga juta kasus pneumonia per tahun dengan jumlah kematian rata-rata 45.000 orang. Di Indonesia, pneumonia merupakan penyebab kematian nomer tiga setelah kardiovaskuler dan TB.

ISPA menular melalui kontak langsung atau tidak langsung dari benda yang telah dicemari virus dan bakteri penyebab ISPA (*hand to hand transmission*) dan dapat juga ditularkan melalui udara tercemar (*air borne disease*) pada penderita ISPA yang kebetulan mengandung bibit penyakit melalui sekresi berupa *saliva* atau *sputum* (Cahyaningrum, 2012).

Penyebaran penyakit ISPA dapat dimodelkan dalam bentuk model matematika. Salah satu model yang cocok adalah model epidemik. Beberapa penelitian tentang model epidemik salah satunya adalah Effendy (2013) melakukan kajian terhadap model SIR (*susceptible-infected-recovered*) stokastik terhadap penyebaran penyakit demam berdarah dengue di Kabupaten Jember. Pada penelitian tersebut didapatkan bahwa demam berdarah dengue bersifat endemik di Kabupaten Jember. Selain itu didapatkan juga titik kesetimbangan

endemik beserta nilai masing-masing kompartmen dan peluang peluang kesembuhan dari satu individu serta peluang kematian dari satu individu terinfeksi. Dalam penelitian lain Hafi (2014) juga melakukan kajian terhadap penyakit demam tifoid (tifus) di Kabupaten Jember menggunakan model epidemik SEIS yang membagi populasi ke dalam tiga kompartmen yaitu rentan (*susceptible*), terjangkit (*exposed*), dan terinfeksi (*infected*). Dalam penelitian tersebut, demam tifoid (tifus) merupakan penyakit endemik di Kabupaten Jember. Selain itu juga didapatkan titik kesetimbangan bebas endemik dan titik kesetimbangan endemik.

Yustica (2010) menguji efektivitas *Runge-Kutta* orde lima dengan *Runge-Kutta* orde empat dalam menyelesaikan model penyebaran virus avian influenza. Dari penelitian tersebut disimpulkan bahwa metode *Runge-Kutta* orde lima lebih efektif bila dibandingkan dengan metode *Runge-Kutta* orde empat berdasarkan pengamatan terhadap jumlah literasi dan jumlah operasi (*flops*). Yeyenita (2014) melakukan analisa model epidemik penyakit tuberkulosis *exogenous reinfection* dengan kontrol menggunakan metode numerik yaitu metode *Runge-Kutta* orde lima. Pada penelitian tersebut didapatkan bahwa besar nilai parameter kendali isolasi, kendali daya tahan tubuh, dan kendali pengobatan mempengaruhi besar masing-masing kompartmen yang ada. Metode *Runge-Kutta* orde lima merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial biasa dengan keakuratan hasil yang cukup tinggi.

Dengan menyesuaikan tahapan-tahapan penyakit ISPA, penulis tertarik untuk melakukan penelitian tentang penyebaran penyakit ISPA menggunakan model epidemik yang sesuai yaitu menggunakan model epidemik SEIS dengan variasi laju kesembuhan dan laju kematian yang disebabkan oleh penyakit tersebut. Analisa akan dilakukan secara numerik dengan melihat grafik hasil perhitungan metode *Runge-Kutta* orde lima.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang dirumuskan dalam penelitian ini adalah:

- a. Bagaimana solusi numerik dari model penyebaran penyakit ISPA dengan model epidemik SEIS menggunakan *Runge-Kutta* orde lima ?
- b. Bagaimana titik kesetimbangan penyebaran penyakit ISPA melalui solusi numerik yang diperoleh ?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah:

- a. Mengetahui solusi numerik dari model penyebaran penyakit ISPA dengan model epidemik SEIS menggunakan *Runge-Kutta* orde lima.
- b. Mengetahui titik kesetimbangan penyebaran penyakit ISPA melalui solusi numerik yang diperoleh.

1.4 Manfaat

Setelah tujuan dari penelitian ini tercapai, akan diketahui solusi numerik dari penyebaran penyakit ISPA dan titik kesetimbangannya, sehingga nantinya hasil tersebut dapat menjadi acuan dinas terkait untuk menanggulangi penyebaran penyakit yang lebih luas. Selain itu dapat memberikan gambaran pada pembaca mengenai penyebaran penyakit ISPA dan memberikan informasi tentang faktor yang mempengaruhi penyebaran penyakit tersebut.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini akan dipelajari adalah penyakit ISPA, persamaan diferensial biasa, epidemik, model epidemik SEIS, metode numerik, metode *Runge-Kutta* orde lima, titik ksetimbangan dan bilangan reproduksi dasar.

2.1 Infeksi Saluran Pernafasan Akut (ISPA)

Infeksi Saluran Pernafasan Akut (ISPA) adalah penyakit yang menyerang salah satu bagian dan atau lebih dari saluran nafas, mulai dari hidung (saluran atas) hingga alveoli (saluran bawah) termasuk jaringan adneksanya, seperti sinus, rongga telinga tengah, dan pleura (Depkes RI, 2006).

Istilah ISPA diadaptasi dari bahasa Inggris yaitu *Acute Respiratory Infection* (ARI). Di dalam Depkes RI (2006) dijelaskan bahwa ISPA mengandung tiga unsur, yaitu infeksi, saluran pernafasan, dan akut. Pengertian atau batasan masing-masing unsur adalah sebagai berikut:

- a. Infeksi adalah masuknya kuman atau mikroorganisme ke dalam tubuh manusia dan berkembang biak sehingga menimbulkan gejala penyakit.
- b. Saluran pernafasan adalah organ yang mulai dari hidung hingga alveoli beserta organ adneksanya seperti sinus-sinus, rongga telinga tengah dan pleura. Dengan demikian ISPA secara otomatis mencakup saluran pernafasan bagian atas, saluran pernafasan bagian bawah (termasuk jaringan paru-paru) dan organ adneksa saluran pernafasan. Dengan batasan ini maka jaringan paru-paru termasuk dalam saluran pernafasan (*respiratory tract*).
- c. Infeksi akut adalah infeksi yang berlangsung sampai dengan 14 hari. Batas 14 hari ini diambil untuk menunjukkan proses akut meskipun untuk beberapa penyakit yang dapat digolongkan ISPA proses ini dapat berlangsung lebih dari 14 hari.

Tiga hal yang menjadi penyebab terjadinya ISPA antara lain kuman (yang terdiri dari lebih dari 300 jenis bakteri misalnya *Streptokokus Hemolitikus*, *Stafilokokus*, *Pneumokokus*, *Hemofilus Influenza*, *Bordetella Pertusis*, *Korinebakterium Diffteria*, virus, jamur), keadaan daya tahan tubuh (status gizi,

imunisasi, riwayat berat badan lahir rendah, umur), dan keadaan lingkungan (rumah yang kurang ventilasi, lembab, basah, dan kepadatan penduduk). Penularan bisa terjadi melalui air ludah atau *sputum*, darah, bersin, dan udara yang mengandung kuman pembawa penyakit. Bila udara yang mengandung kuman pembawa penyakit ISPA terhirup dan masuk ke dalam tubuh manusia, kuman-kuman tersebut akan mudah berkembang biak dalam tubuh yang daya tahannya lemah (Rasmaliah, 2004).

2.2 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang di dalamnya terdapat turunan fungsi. Terdapat dua jenis persamaan diferensial yaitu persamaan diferensial biasa (*ordinary differential equation*) dan persamaan diferensial parsial (*partial differential equation*). Jika turunan fungsi itu terdapat variabel bebas yang tunggal disebut persamaan diferensial biasa. Jika terdapat dua atau lebih variabel bebas disebut persamaan diferensial parsial (Hidayat, 2006). Dalam penelitian ini persamaan yang digunakan termasuk dalam persamaan diferensial biasa.

Hubungan antara sebuah fungsi $x(t)$ dan turunannya disebut persamaan diferensial. Misal ditunjukkan dengan persamaan berikut:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F(x(t)) \quad (2.1)$$

pada Persamaan (2.1) variabel x disebut variabel terikat dan variabel t disebut variabel bebas. Berdasarkan uraian di atas, dikatakan atas dasar turunan fungsi terhadap variabel bebasnya, persamaan diferensial dibagi menjadi dua yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial.

Persamaan diferensial biasa mempunyai bentuk umum sebagai berikut:

$$F(t, x, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}) = g(t) \quad (2.2)$$

dengan

$$x^{(j)}(t) = \frac{d^j x(t)}{dt^j}.$$

Turunan terbesar yang muncul pada persamaan diferensial biasa disebut orde. Jika $g(t) = 0$, maka persamaan diferensial biasa tersebut dikatakan homogen (Teschl, 2012).

Suatu persamaan diferensial biasa dikatakan linear jika setiap variabel $x, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}$ yang terdapat persamaan diferensial biasa adalah linear. Contoh persamaan diferensial biasa linear adalah sebagai berikut.

$$\frac{dx}{dt} + \frac{1}{2}x = \frac{3}{2}.$$

Sedangkan persamaan diferensial biasa yang tak linear memiliki satu atau lebih suku $x, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}$ yang tidak linear, contohnya:

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta(t) = 0 \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) disebut persamaan diferensial biasa tak linear karena memiliki suku $\sin\theta(t)$ (Waluyo, 2006).

2.3 Epidemik

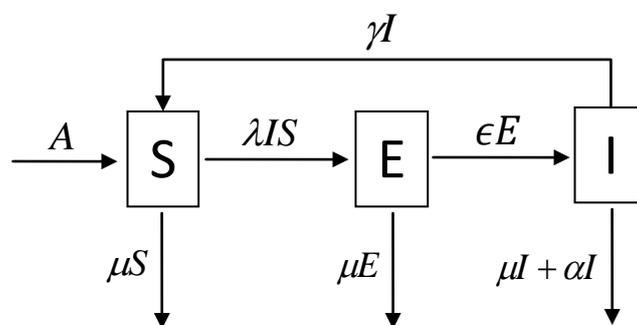
Sebuah penyakit dinyatakan bersifat endemik apabila penyakit tersebut menetap di sebuah tempat tertentu untuk waktu yang lama. Pewabahan sebuah penyakit (outbreak) terjadi apabila sebuah penyakit tertentu lebih banyak daripada tingkat endemik yang seharusnya. Keadaan endemik bisa menjadi sebuah epidemik bila kasus ini terus berlanjut dan mulai menyebar dengan cepat ke daerah sekitar. Epidemik yang telah mencakup sebuah benua disebut pandemik (Faticah 2008).

2.4 Model Epidemik SEIS

Dalam kehidupan nyata terdapat banyak hal yang dapat dirumuskan ke dalam bentuk matematis. Salah satunya adalah memodelkan penyebaran suatu penyakit. Penyebaran penyakit yang terjadi di dalam suatu daerah tertentu dalam jumlah yang melebihi batas jumlah normal disebut epidemik. Ilmu yang mempelajari tentang penyebaran penyakit menular pada manusia dan faktor yang

dapat mempengaruhi penyebaran itu disebut epidemiologi. Dalam penelitian ini akan dibahas tentang penyebaran dari salah satu penyakit menular yaitu ISPA.

Model SEIS adalah model penyebaran sebuah penyakit yang penyebarannya melalui kontak langsung dengan penderita. Menurut Fan *et al* (2001) dalam model ini, terdapat tiga kompartmen populasi yaitu rentan (*susceptible*) yang dinotasikan oleh variabel S, terjangkit (*exposed*) yang dinotasikan oleh variabel E, dan terinfeksi (*infected*) yang dinotasikan oleh variabel I dengan total populasi merupakan jumlah dari ketiga kompartmen. Diasumsikan bahwa setelah infeksi awal penyakit, terdapat masa inkubasi yaitu selang waktu dimana individu terinfeksi sampai munculnya penyakit. Namun setelah melewati masa inkubasi, individu tersebut dapat menginfeksi individu lain. Penderita dimungkinkan mengalami kematian akibat penyakit tersebut atau sembuh tanpa adanya kekebalan tubuh dan kembali menjadi rentan terhadap penyakit tersebut. Model ini cocok untuk penyakit yang menyebabkan reaksi kekebalan yang sangat singkat pada penderita, sehingga masa kekebalan tersebut dapat diabaikan. Penyebaran penyakit pada model ini digambarkan pada gambar di bawah:



Gambar 2. Penggambaran Model Epidemik SEIS

Laju kematian alami (μ) diasumsikan konstan untuk setiap kelompok kompartmen. Laju kematian akibat penyakit dinyatakan dengan rata-rata konstan α . Arus kompartmen rentan (*susceptible*) datang dari dua sumber yaitu rekrutmen konstan A dan jumlah orang yang sembuh γ dari kelompok kompartmen terinfeksi (*infected*). Kemudian populasi kompartmen S tersebut sebagian berpindah ke kompartmen terjangkit (*exposed*) sebesar λIS dengan

notasi λ menyatakan probabilitas penularan penyakit dan juga mengalami pengurangan akibat jumlah kematian sebesar μS . Kompartmen E bersumber pada besaran λIS dari kompartmen S . Jumlah populasi pada kompartmen E berkurang akibat jumlah kematian alami sebesar μE dan perpindahan populasi dari kompartmen E ke kompartmen terinfeksi (*infected*) sebesar ϵE dengan parameter ϵ menotasikan perpindahan rata-rata diantara kelompok kompartmen E dan kompartmen I . Secara heuristik, $\frac{1}{\epsilon}$ dinyatakan sebagai masa inkubasi. Pada kompartmen I bersumber pada besaran ϵE dari kompartmen E . Populasi pada kompartmen ini berkurang akibat adanya kematian individu yang disebabkan oleh kematian alami berjumlah μI dan kematian akibat penyakit dengan jumlah αI serta adanya individu yang sembuh sebesar γI . Parameter γ menotasikan perpindahan rata-rata diantara kelompok kompartmen I dan kompartmen S . dan $\frac{1}{\gamma}$ dinyatakan sebagai masa infeksi penyakit.

Sehingga Gambar 2 dapat dinyatakan ke dalam persamaan berikut.

$$\frac{dS}{dt} = A - \lambda IS - \mu S + \gamma I \quad (2.4)$$

$$\frac{dE}{dt} = \lambda IS - (\mu + \epsilon)E \quad (2.5)$$

$$\frac{dI}{dt} = \epsilon E - (\mu + \alpha + \gamma)I \quad (2.6)$$

(Fan *et al*, 2001).

Persamaan (2.4) sampai Persamaan (2.6) tersebut yang akan dicari analisis numeriknya menggunakan metode *Runge-Kutta* orde lima.

2.5 Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan. Dalam berbagai bidang ilmu dapat dituliskan kebentuk persamaan matematika. Jika persamaan tersebut tidak dapat diselesaikan secara analitik, maka penyelesaiannya dilakukan secara numerik (Triatmodjo, 2002).

Sistem Persamaan (2.4) sampai Persamaan (2.6) merupakan salah satu contoh persamaan diferensial biasa yang tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga harus diselesaikan secara numerik. Terdapat berbagai macam metode numerik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa, seperti metode Euler, metode Heun, metode deret Taylor, metode *predictor-corrector*, metode *Runge-Kutta* dan masih banyak lagi.

2.6 Metode *Runge-Kutta* Orde Lima

Metode *Runge-Kutta* merupakan salah satu metode satu langkah yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan dari fungsi. Bentuk umum dari metode *Runge-Kutta* adalah,

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h)h \quad (2.7)$$

dengan $\phi(x_i, y_i, h)$ adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval dan digunakan untuk mengekstrapolasi dari nilai lama y_i ke nilai baru y_{i+1} sepanjang interval h . Fungsi pertambahan dapat ditulis dalam bentuk umum:

$$\phi = ak + a_2k_2 + \dots + a_nk_n \quad (2.8)$$

dengan a adalah konstanta, sedangkan k adalah:

$$k = f(x, y_i) \quad (2.9)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1h, y_i + q_1kh) \quad (2.10)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2h, y_i + q_{21}kh + q_{22}k_2h)$$

⋮

$$k_n = f(x_i + p_{n-1}h, y_i + q_{n-1,1}k_1h + q_{n-1,2}k_2h + \dots + q_{n-1,n-1}k_{n-1}h)$$

dengan p dan q adalah konstanta. Nilai k menunjukkan hubungan berurutan. Nilai k muncul dalam persamaan k_2 , yang keduanya juga muncul dalam persamaan k_3 , dan seterusnya. Hubungan yang berurutan ini membuat metode *Runge-Kutta* efisien untuk hitungan komputer.

Metode yang sering digunakan adalah metode *Runge-Kutta* orde dua, metode *Runge-Kutta* orde tiga, metode *Runge-Kutta* orde empat, dan metode *Runge-Kutta* orde lima.

a. Metode *Runge-Kutta* orde dua

Metode *Runge-Kutta* orde dua mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + (a_1k_1 + a_2k_2)h \quad (2.11)$$

dengan

$$k = f(x_i, y_i) \quad (2.12)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1h, y_i + q_{11}k_1h) \quad (2.13)$$

nilai a_1, a_2, p_1 dan q_{11} dievaluasi dengan menyamakan Persamaan (2.11) dengan deret *Taylor* orde dua yang mempunyai bentuk:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h + f'(x_i, y_i) \frac{h^2}{2} \quad (2.14)$$

dengan $f'(x_i, y_i)$ dapat ditentukan dari hukum berantai berikut:

$$f'(x_i, y_i) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} \quad (2.15)$$

substitusi Persamaan (2.15) ke dalam Persamaan (2.14) menghasilkan:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h + \left(\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial x} \right) \frac{h^2}{2} \quad (2.16)$$

Di dalam metode *Runge-Kutta* orde dua ini dicari nilai a, a_2, p dan q sedemikian sehingga Persamaan (2.11) ekuivalen dengan Persamaan (2.16). Untuk itu digunakan deret *Taylor* untuk mengembangkan persamaan (2.13). Deret *Taylor* untuk fungsi dengan dua variabel mempunyai bentuk:

$$g(x + r, y + s) = g(x, y) + r \frac{\partial g}{\partial x} + s \frac{\partial g}{\partial y} + \dots$$

dengan cara tersebut Persamaan (2.13) dapat ditulis dalam bentuk:

$$f(x_i + ph, y_i + qkh) = f(x_i, y_i) + ph \frac{\partial f}{\partial x} + qkh \frac{\partial f}{\partial y} + 0(h^2)$$

bentuk di atas dan Persamaan (2.12) disubstitusikan ke dalam Persamaan (2.11) sehingga menjadi:

$$y_{i+1} = y_i + a_1f(x_i, y_i)h + a_2f(x_i, y_i)h + a_2p_1h^2 \frac{\partial f}{\partial x} + a_2q_{11}f(x_i, y_i)h^2 \frac{\partial f}{\partial y} + 0(h^3)$$

atau

$$y_{i+1} = y_i + [a_1f(x_i, y_i) + a_2f(x_i, y_i)]h + \left[a_2p_1 \frac{\partial f}{\partial x} + a_2q_{11}f(x_i, y_i) \frac{\partial f}{\partial y} \right] h^2 + 0(h^3) \quad (2.17)$$

dari Persamaan (2.16) dan (2.17), maka didapatkan:

$$a_1 + a_2 = 1$$

$$a_2 p = a_2 q = \frac{1}{2}$$

dengan memilih $a_1 = \frac{1}{2}$, maka diperoleh $a_2 = \frac{1}{2}$ dan $p_1 = q_{11} = 1$.

Kemudian disubstitusikan ke dalam Persamaan (2.11), sehingga didapatkan rumus metode *Runge-Kutta* orde dua sebagai berikut.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(k + k_2)h \quad (2.18)$$

dengan

$$k = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + h, y_i + hk)$$

b. Metode *Runge-Kutta* orde tiga

Metode *Runge-Kutta* orde tiga diturunkan dengan cara yang sama seperti *Runge-Kutta* orde dua untuk nilai $n = 3$. Hasil dari turunan ini adalah enam persamaan dengan delapan bilangan tak diketahui. Oleh karena itu dua bilangan tidak diketahui tersebut harus ditetapkan terlebih dulu untuk mendapatkan enam bilangan tak diketahui lainnya. Metode *Runge-Kutta* orde tiga mempunyai bentuk sebagai berikut.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k + 4k_2 + k_3)h \quad (2.19)$$

dengan

$$k = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk\right)$$

$$k_3 = f(x_i + h, y_i - kh + 2hk_2)$$

c. Metode *Runge-Kutta* orde empat

Metode *Runge-Kutta* orde empat diturunkan dengan cara yang sama seperti *Runge-Kutta* orde dua untuk nilai $n = 4$. Metode *Runge-Kutta* orde empat mempunyai bentuk sebagai berikut.

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (2.20)$$

dengan

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_1\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_2\right)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3)$$

d. Metode *Runge-Kutta* orde lima

Metode *Runge-Kutta* merupakan suatu metode numerik yang digunakan untuk mencari solusi dari suatu persamaan. Penyelesaiannya dengan cara mencari nilai fungsi $y(x)$ pada titik x tertentu dari suatu persamaan. Dalam penelitian ini menggunakan metode *Runge-Kutta* orde lima untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Untuk nilai ukuran langkah sepanjang h pada Persamaan (2.4) sampai dengan Persamaan (2.6), maka formula metode *Runge-Kutta* orde lima adalah:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{h(k_1 + 4k_4 + k_5)}{6} \quad (2.21)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h(l_1 + 4l_4 + l_5)}{6} \quad (2.22)$$

$$z_{i+1} = z_i + \frac{h(m_1 + 4m_4 + m_5)}{6} \quad (2.23)$$

dengan:

$$k_1 = f(t_i, x_i, y_i, z_i),$$

$$l_1 = g(t_i, x_i, x_i, z_i),$$

$$m_1 = j(t_i, x_i, y_i, z_i),$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{h}{3}, x_i + \frac{1}{3}hk_1, y_i + \frac{1}{3}hl_1, z_i + \frac{1}{3}hm_1\right),$$

$$l_2 = g\left(t_i + \frac{h}{3}, x_i + \frac{1}{3}hk_1, y_i + \frac{1}{3}hl_1, z_i + \frac{1}{3}hm_1\right),$$

$$m_2 = j\left(t_i + \frac{h}{3}, x_i + \frac{1}{3}hk_1, y_i + \frac{1}{3}hl_1, z_i + \frac{1}{3}hm_1\right),$$

$$k_3 = f\left(t_i + \frac{h}{3}, x_i + h\left(\frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{6}k_2\right), y_i + h\left(\frac{1}{6}l_1 + \frac{1}{6}l_2\right), z_i + h\left(\frac{1}{6}m_1 + \frac{1}{6}m_2\right)\right),$$

$$l_3 = g\left(t_i + \frac{h}{3}, x_i + h\left(\frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{6}k_2\right), y_i + h\left(\frac{1}{6}l_1 + \frac{1}{6}l_2\right), z_i + h\left(\frac{1}{6}m_1 + \frac{1}{6}m_2\right)\right),$$

$$m_3 = j\left(t_i + \frac{h}{3}, x_i + h\left(\frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{6}k_2\right), y_i + h\left(\frac{1}{6}l_1 + \frac{1}{6}l_2\right), z_i + h\left(\frac{1}{6}m_1 + \frac{1}{6}m_2\right)\right)$$

$$k_4 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + h\left(\frac{1}{8}k_1 + \frac{3}{8}k_3\right), y_i + h\left(\frac{1}{8}l_1 + \frac{3}{8}l_3\right), z_i + h\left(\frac{1}{8}m_1 + \frac{3}{8}m_3\right)\right),$$

$$l_4 = g\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + h\left(\frac{1}{8}k_1 + \frac{3}{8}k_3\right), y_i + h\left(\frac{1}{8}l_1 + \frac{3}{8}l_3\right), z_i + h\left(\frac{1}{8}m_1 + \frac{3}{8}m_3\right)\right),$$

$$m_4 = j\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + h\left(\frac{1}{8}k_1 + \frac{3}{8}k_3\right), y_i + h\left(\frac{1}{8}l_1 + \frac{3}{8}l_3\right), z_i + h\left(\frac{1}{8}m_1 + \frac{3}{8}m_3\right)\right),$$

$$k_5 = f\left(t_i + h, x_i + h\left(\frac{1}{2}k_1 - \frac{3}{2}k_3 + 2k_4\right), y_i + h\left(\frac{1}{2}l_1 - \frac{3}{2}l_3 + 2l_4\right), z_i + h\left(\frac{1}{2}m_1 - \frac{3}{2}m_3 + 2m_4\right)\right),$$

$$l_5 = g\left(t_i + h, x_i + h\left(\frac{1}{2}k_1 - \frac{3}{2}k_3 + 2k_4\right), y_i + h\left(\frac{1}{2}l_1 - \frac{3}{2}l_3 + 2l_4\right), z_i + h\left(\frac{1}{2}m_1 - \frac{3}{2}m_3 + 2m_4\right)\right),$$

$$m_5 = j\left(t_i + h, x_i + h\left(\frac{1}{2}k_1 - \frac{3}{2}k_3 + 2k_4\right), y_i + h\left(\frac{1}{2}l_1 - \frac{3}{2}l_3 + 2l_4\right), z_i + h\left(\frac{1}{2}m_1 - \frac{3}{2}m_3 + 2m_4\right)\right).$$

(Triatmodjo, 2002).

Konvergensi metode *Runge-Kutta* orde lima dikatakan baik karena *error* yang dihasilkan semakin menurun untuk setiap iterasi dan juga merupakan metode yang lebih efektif bila dibandingkan dengan metode *Runge-Kutta* orde empat berdasarkan pengamatan terhadap jumlah iterasi dan jumlah operasi (*flops*) yang dibutuhkan untuk mencapai konvergen (Yustica, 2010).

2.7 Titik Kesetimbangan

Dari model di atas, dapat dicari nilai titik kesetimbangannya. Dalam kasus ini model setimbang jika memenuhi:

$$\frac{dS}{dt} = A - \lambda IS - \mu S + \gamma I = 0 \quad (2.24)$$

$$\frac{dE}{dt} = \lambda IS - (\mu + \epsilon)E = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{dI}{dt} = \epsilon E - (\mu + \alpha + \gamma)I = 0 \quad (2.26)$$

karena N adalah jumlah dari total populasi maka $N = S + E + I$, dengan demikian $N' = A - \mu N - \alpha I$. Ketika belum adanya penyakit, ukuran populasi $N(t)$ konvergen menuju kesetimbangan A/μ dengan daerah kemungkinan : $T = \{(S, E, I) \in \mathbb{R}_+^3 : S + E + I \leq A/\mu\}$ dengan batasan daerah T dari ∂T hingga \dot{T} . Dari persamaan (2.11-2.13) diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Untuk penentuan titik kesetimbangan bebas penyakit (*disease free equilibrium*) yaitu:

$$P_0 = (A/\mu, 0, 0) \in \partial T \quad (2.27)$$

sedangkan untuk penentuan titik kesetimbangan endemik (*endemic equilibrium*) yaitu

$$P^* = (S^*, E^*, I^*) \quad (2.28)$$

dengan $S^* = \frac{(\mu + \epsilon)(\mu + \gamma + \alpha)}{\lambda \epsilon}$, $I^* = \frac{A - \mu S^*}{\lambda S^* - \gamma}$, $E^* = \frac{\mu + \alpha + \gamma}{\epsilon} I^*$

Fan *et al* (2001).

2.8 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar (*Basic Reproduction Number*) yang dinotasikan R_0 adalah bilangan yang menyatakan banyaknya rata-rata individu efektif sekunder akibat tertular individu infeksi primer yang berlangsung di dalam populasi *susceptible*. Bilangan reproduksi dasar dapat menentukan kemungkinan infeksi dalam suatu populasi (Setyawan, 2011) Bilangan reproduksi dasar R_0 untuk model pada Persamaan (2.4) sampai Persamaan (2.6) dinyatakan sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{A\lambda\epsilon}{\mu(\mu + \epsilon)(\mu + \gamma + \alpha)} \quad (2.29)$$

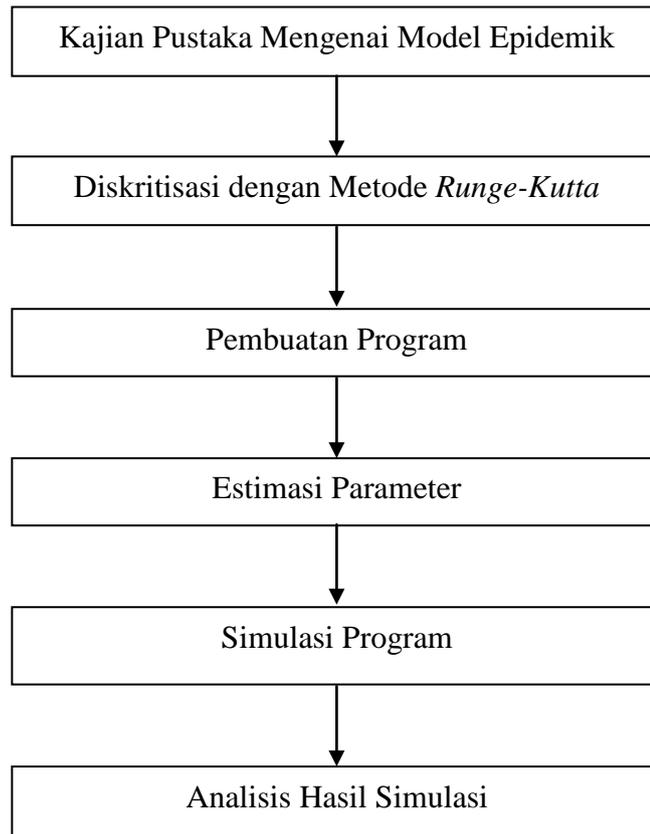
Fan *et al* (2001).

Jika $R_0 \leq 1$, maka menandakan suatu keadaan bebas penyakit yang berarti jumlah individu yang terinfeksi penyakit berkurang dan penyakit dapat hilang. Sedangkan jika $R_0 > 1$, maka menandakan bahwa penyakit tersebut tetap ada,

yang berarti jumlah individu yang terinfeksi bertambah dan meluas dalam suatu populasi *susceptible*.

BAB 3. METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam menyelesaikan tugas akhir ini, secara sistematis dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Skema Metode Penelitian

Dari skema pada Gambar 3, langkah-langkah penelitian dapat dijelaskan sebagai berikut:

a. Kajian Pustaka Mengenai Model Epidemik

Kajian pustaka model merupakan suatu tahapan yang dilakukan untuk mendapatkan literatur-literatur dari buku-buku, artikel-artikel, jurnal dan skripsi atau tugas akhir yang terkait dengan materi tentang model penyebaran penyakit yang bersifat epidemik.

b. Diskritisasi dengan Metode *Runge-Kutta*

Persamaan (2.4–2.6) didiskritisasi dengan menggunakan persamaan *Runge-Kutta* orde lima pada persamaan (2.8-2.10). Sehingga persamaan (2.4-2.6) berubah menjadi:

$$S_{i+1} = S_i + \frac{h(k_1 + 4k_4 + k_5)}{6}$$

$$E_{i+1} = E_i + \frac{h(l_1 + 4l_4 + l_5)}{6}$$

$$I_{i+1} = I_i + \frac{h(m_1 + 4m_4 + m_5)}{6}$$

dengan :

$$k_1 = f(t_i, S_i, E_i, I_i),$$

$$l_1 = g(t_i, S_i, E_i, I_i),$$

$$m_1 = j(t_i, S_i, E_i, I_i),$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{h}{3}, S_i + \frac{1}{3}hk_1, E_i + \frac{1}{3}hl_1, I_i + \frac{1}{3}hm_1\right),$$

$$l_2 = g\left(t_i + \frac{h}{3}, S_i + \frac{1}{3}hk_1, E_i + \frac{1}{3}hl_1, I_i + \frac{1}{3}hm_1\right),$$

$$m_2 = j\left(t_i + \frac{h}{3}, S_i + \frac{1}{3}hk_1, E_i + \frac{1}{3}hl_1, I_i + \frac{1}{3}hm_1\right),$$

$$k_3 = f\left(t_i + \frac{h}{3}, S_i + h\left(\frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{6}k_2\right), E_i + h\left(\frac{1}{6}l_1 + \frac{1}{6}l_2\right), I_i + h\left(\frac{1}{6}m_1 + \frac{1}{6}m_2\right)\right),$$

$$l_3 = g\left(t_i + \frac{h}{3}, S_i + h\left(\frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{6}k_2\right), E_i + h\left(\frac{1}{6}l_1 + \frac{1}{6}l_2\right), I_i + h\left(\frac{1}{6}m_1 + \frac{1}{6}m_2\right)\right),$$

$$m_3 = j\left(t_i + \frac{h}{3}, S_i + h\left(\frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{6}k_2\right), E_i + h\left(\frac{1}{6}l_1 + \frac{1}{6}l_2\right), I_i + h\left(\frac{1}{6}m_1 + \frac{1}{6}m_2\right)\right),$$

$$k_4 = f\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + h\left(\frac{1}{8}k_1 + \frac{3}{8}k_3\right), E_i + h\left(\frac{1}{8}l_1 + \frac{3}{8}l_3\right), I_i + h\left(\frac{1}{8}m_1 + \frac{3}{8}m_3\right)\right),$$

$$l_4 = g\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + h\left(\frac{1}{8}k_1 + \frac{3}{8}k_3\right), E_i + h\left(\frac{1}{8}l_1 + \frac{3}{8}l_3\right), I_i + h\left(\frac{1}{8}m_1 + \frac{3}{8}m_3\right)\right),$$

$$m_4 = j\left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + h\left(\frac{1}{8}k_1 + \frac{3}{8}k_3\right), E_i + h\left(\frac{1}{8}l_1 + \frac{3}{8}l_3\right), I_i + h\left(\frac{1}{8}m_1 + \frac{3}{8}m_3\right)\right),$$

$$k_5 = f \left(\begin{array}{c} t_i + h, S_i + h \left(\frac{1}{2}k_1 - \frac{3}{2}k_3 + 2k_4 \right), E_i + h \left(\frac{1}{2}l_1 - \frac{3}{2}l_3 + 2l_4 \right), \\ I_i + h \left(\frac{1}{2}m_1 - \frac{3}{2}m_3 + 2m_4 \right) \end{array} \right),$$

$$l_5 = g \left(\begin{array}{c} t_i + h, S_i + h \left(\frac{1}{2}k_1 - \frac{3}{2}k_3 + 2k_4 \right), E_i + h \left(\frac{1}{2}l_1 - \frac{3}{2}l_3 + 2l_4 \right), \\ I_i + h \left(\frac{1}{2}m_1 - \frac{3}{2}m_3 + 2m_4 \right) \end{array} \right),$$

$$m_5 = j \left(\begin{array}{c} t_i + h, S_i + h \left(\frac{1}{2}k_1 - \frac{3}{2}k_3 + 2k_4 \right), E_i + h \left(\frac{1}{2}l_1 - \frac{3}{2}l_3 + 2l_4 \right), \\ I_i + h \left(\frac{1}{2}m_1 - \frac{3}{2}m_3 + 2m_4 \right) \end{array} \right).$$

c. Pembuatan Program

Software yang akan digunakan dalam pembuatan program adalah *software* MATLAB 7.8.0.347. Prosedur untuk membuat program simulasi penyebaran penyakit ISPA adalah sebagai berikut:

- 1) Input domain waktu t , lebar grid $t(h)$, nilai-nilai parameter $A, \gamma, \mu, \alpha, \epsilon$ dan λ , serta kondisi awal;
- 2) Proses pembuatan program untuk penyelesaian numerik model epidemik SEIS;
- 3) Output yaitu S_{i+1}, E_{i+1} dan I_{i+1} .

d. Estimasi Parameter

Pada tahap estimasi parameter, data yang digunakan adalah data populasi penderita penyakit ISPA pada tahun 2013 dari Dinas Kesehatan Kabupaten Jember dan data populasi jumlah penduduk pada tahun 2013 dari Badan Pusat Statistik Kabupaten Jember. Satuan yang digunakan dalam estimasi parameter ini adalah per bulan sesuai dengan data yang tersedia.

Menurut Fan *et al* (2001), beberapa parameter yang dapat ditentukan sebelum pengambilan data yaitu:

- 1) laju transisi dari kompartemen *exposed* ke *infected* yang dinotasikan dengan

$$\epsilon = \frac{1}{\text{masa inkubasi}} = \frac{1}{14 \text{ hari}} = 2,143/\text{bulan}$$

- 2) laju transisi dari kompartemen *infected* ke *susceptible* yang dinotasikan dengan

$$\gamma = \frac{1}{\text{masa terjangkit penyakit}} = \frac{1}{61 \text{ hari}} = 0,492/\text{bulan}$$

e. Simulasi Program

Setelah pembuatan program selesai, langkah selanjutnya yaitu mensimulasi profil penyebaran penyakit ISPA dengan memasukkan nilai-nilai parameter $A, \gamma, \mu, \alpha, \epsilon$ dan λ yang telah didapat pada langkah sebelumnya. Serta masukan awal yang digunakan berupa jumlah populasi *susceptible* $S(0)$, jumlah populasi *exposed* $E(0)$, jumlah populasi *infected* $I(0)$. Output yang diharapkan adalah menghasilkan plot grafik dari ketiga populasi tersebut dari model epidemik SEIS pada penyebaran penyakit ISPA. Model epidemik SEIS akan disimulasikan menggunakan data populasi penderita penyakit ISPA pada tahun 2013 dari Dinas Kesehatan Kabupaten Jember dan data populasi jumlah penduduk pada tahun 2013 dari Badan Pusat Statistik Kabupaten Jember.

f. Analisis Hasil Simulasi

Hasil yang diperoleh dari simulasi, selanjutnya dianalisis untuk mengetahui pengaruh probabilitas penularan pada profil penyebaran penyakit ISPA di Kabupaten Jember yaitu dengan melihat nilai populasi *exposed* dan *infected*, jika seiring dengan bertambahnya waktu kedua populasi tersebut tidak bernilai nol maka penyakit akan menjadi endemik pada populasi, tetapi jika seiring bertambahnya waktu populasi pada *exposed* dan *infected* bernilai nol maka penyakit hilang dan tidak menjadi endemik pada populasi.

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dijelaskan mengenai solusi numerik penyebaran penyakit ISPA dengan model epidemik SEIS berdasarkan studi kasus yang dilakukan di Kabupaten Jember menggunakan metode *Runge-Kutta* Orde Lima. Model persamaan tersebut merupakan persamaan diferensial biasa orde satu yang akan dicari solusi numeriknya dengan bantuan program yang akan dibuat. Selanjutnya akan dibahas simulasi dari program yang telah dibuat dan analisis hasil simulasi.

4.1. Penyelesaian dengan Menggunakan Metode *Runge-Kutta*

Persamaan (2.4–2.6) didiskritisasi dengan menggunakan persamaan *Runge-Kutta* orde lima pada persamaan (2.8-2.10). Sehingga persamaan (2.4-2.6) berubah menjadi:

$$S_{i+1} = S_i + \frac{h(k_1 + 4k_4 + k_5)}{6} \quad (4.1)$$

$$E_{i+1} = E_i + \frac{h(l_1 + 4l_4 + k_5)}{6} \quad (4.2)$$

$$I_{i+1} = I_i + \frac{h(m_1 + 4m_4 + m_5)}{6} \quad (4.3)$$

dengan :

$$k_1 = A - \lambda I_i S_i - \mu S_i + \gamma I_i ,$$

$$l_1 = \lambda I_i S_i - (\mu + \epsilon) E_i ,$$

$$m_1 = \epsilon E_i - (\mu + \alpha + \gamma) I_i ,$$

$$k_2 = A - \lambda \left(I_i + \frac{1}{3} h m_1 \right) \left(S_i + \frac{1}{3} h k_1 \right) - \mu \left(S_i + \frac{1}{3} h k_1 \right) + \gamma \left(I_i + \frac{1}{3} h m_1 \right) ,$$

$$l_2 = \lambda \left(I_i + \frac{1}{3} h m_1 \right) \left(S_i + \frac{1}{3} h k_1 \right) - (\mu + \epsilon) \left(E_i + \frac{1}{3} h l_1 \right) ,$$

$$m_2 = \epsilon \left(E_i + \frac{1}{3} h l_1 \right) - (\mu + \alpha + \gamma) \left(I_i + \frac{1}{3} h m_1 \right) ,$$

$$k_3 = A - \lambda \left(I_i + h \left(\frac{1}{6} m_1 + \frac{1}{6} m_2 \right) \right) \left(S_i + h \left(\frac{1}{6} k_1 + \frac{1}{6} k_2 \right) \right) - \mu \left(S_i + h \left(\frac{1}{6} k_1 + \frac{1}{6} k_2 \right) \right) + \gamma \left(I_i + h \left(\frac{1}{6} m_1 + \frac{1}{6} m_2 \right) \right),$$

$$l_3 = \lambda \left(I_i + h \left(\frac{1}{6} m_1 + \frac{1}{6} m_2 \right) \right) \left(S_i + h \left(\frac{1}{6} k_1 + \frac{1}{6} k_2 \right) \right) - (\mu + \epsilon) \left(E_i + h \left(\frac{1}{6} l_1 + \frac{1}{6} l_2 \right) \right),$$

$$m_3 = \epsilon \left(E_i + h \left(\frac{1}{6} l_1 + \frac{1}{6} l_2 \right) \right) - (\mu + \alpha + \gamma) \left(I_i + h \left(\frac{1}{6} m_1 + \frac{1}{6} m_2 \right) \right),$$

$$k_4 = A - \lambda \left(I_i + h \left(\frac{1}{8} m_1 + \frac{3}{8} m_3 \right) \right) \left(S_i + h \left(\frac{1}{8} k_1 + \frac{3}{8} k_3 \right) \right) - \mu \left(S_i + h \left(\frac{1}{8} k_1 + \frac{3}{8} k_3 \right) \right) + \gamma \left(I_i + h \left(\frac{1}{8} m_1 + \frac{3}{8} m_3 \right) \right),$$

$$l_4 = \lambda \left(I_i + h \left(\frac{1}{8} m_1 + \frac{3}{8} m_3 \right) \right) \left(S_i + h \left(\frac{1}{8} k_1 + \frac{3}{8} k_3 \right) \right) - (\mu + \epsilon) \left(E_i + h \left(\frac{1}{8} l_1 + \frac{3}{8} l_3 \right) \right),$$

$$m_4 = \epsilon \left(E_i + h \left(\frac{1}{8} l_1 + \frac{3}{8} l_3 \right) \right) - (\mu + \alpha + \gamma) \left(I_i + h \left(\frac{1}{8} m_1 + \frac{3}{8} m_3 \right) \right),$$

$$k_5 = A - \lambda \left(I_i + h \left(\frac{1}{2} m_1 - \frac{3}{2} m_3 + 2m_4 \right) \right) \left(S_i + h \left(\frac{1}{2} k_1 - \frac{3}{2} k_3 + 2k_4 \right) \right) - \mu \left(S_i + h \left(\frac{1}{2} k_1 - \frac{3}{2} k_3 + 2k_4 \right) \right) + \gamma \left(I_i + h \left(\frac{1}{2} m_1 - \frac{3}{2} m_3 + 2m_4 \right) \right),$$

$$l_5 = \lambda \left(I_i + h \left(\frac{1}{2} m_1 - \frac{3}{2} m_3 + 2m_4 \right) \right) \left(S_i + h \left(\frac{1}{2} k_1 - \frac{3}{2} k_3 + 2k_4 \right) \right) - (\mu + \epsilon) \left(E_i + h \left(\frac{1}{2} l_1 - \frac{3}{2} l_3 + 2l_4 \right) \right),$$

$$m_5 = \epsilon \left(E_i + h \left(\frac{1}{2} l_1 - \frac{3}{2} l_3 + 2l_4 \right) \right) - (\mu + \alpha + \gamma) \left(I_i + h \left(\frac{1}{2} m_1 - \frac{3}{2} m_3 + 2m_4 \right) \right).$$

4.2. Penentuan Nilai Parameter

Berdasarkan data BPS pada tahun 2013 jumlah populasi manusia di Kabupaten Jember sebesar 2.571.987 jiwa. Dan berdasarkan data dinas kesehatan pada tahun 2013 jumlah penderita (*infected*) ISPA yang dinotasikan sebagai I sebesar 11.479 jiwa dan untuk populasi terjangkit (*exposed*) diasumsikan 0 karena tidak terdapat catatan tentang jumlah populasi *exposed*. Sehingga populasi individu rentan (*susceptible*) terhadap penyakit ISPA dapat dihitung dengan mengurangi jumlah populasi manusia dengan jumlah penderita dan jumlah populasi terjangkit, yaitu $S = N - (I + E) = 2.571.987 - 11.479 - 0 = 2.560.508$ jiwa. Kemudian nilai-nilai tersebut digunakan sebagai nilai awal.

Laju kelahiran manusia (A) dapat dihitung berdasarkan jumlah bayi yang lahir per unit waktu. Jumlah bayi yang lahir di Kabupaten Jember sebesar 40.212 bayi pertahun. Jadi rata-rata kelahiran bayi perbulan sebesar 3.351 bayi.

Pengaruh kematian akibat penyakit ISPA pada model ini diabaikan, karena selama ini di Kabupaten Jember tidak ditemukan adanya kematian yang disebabkan penyakit ISPA. Oleh sebab itu laju kematian pada populasi manusia hanya bergantung pada faktor laju kematian alami (μ). Laju kematian alami manusia dapat dihitung berdasarkan angka harapan hidup Kabupaten Jember. Berdasarkan data dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Timur, angka harapan hidup Kabupaten Jember adalah 64 tahun. Menurut Fan *et al*(2001) laju kematian alami pada model ini, adalah $\mu = \frac{1}{\text{angka harapan hidup}} = \frac{1}{64 \text{ tahun}} = \frac{1}{768 \text{ bulan}} = \frac{0,001302}{\text{bulan}}$. Sedangkan, probabilitas penularan (λ) diasumsikan sebagai $\lambda = \frac{1}{SD}$, D adalah durasi atau lama penyakit ISPA yaitu rata-rata 61 hari, sehingga $D = 61 \text{ hari} = 2,033 \text{ bulan}$ (Rasmaliah, 2004).

Sehingga nilai $\lambda = \frac{1}{SD} = \frac{1}{2.560.508 \text{ jiwa} \times 2,033 \text{ bulan}} = \frac{1,921 \times 10^{-7} \text{ jiwa}}{\text{bulan}}$.

Parameter ϵ dan γ menotasikan perpindahan rata-rata diantara kelompok yang saling berkorespondensi. Secara heuristik, $\frac{1}{\epsilon}$ dinyatakan sebagai masa inkubasi dan $\frac{1}{\gamma}$ dinyatakan sebagai masa infeksi penyakit. Sehingga ϵ dan λ dapat dinyatakan sebagai

$\epsilon = \frac{1}{\text{masa inkubasi}} = \frac{1}{14 \text{ hari}} = 2,143/\text{bulan}$, dan $\gamma = \frac{1}{\text{masa terjangkit penyakit}} = \frac{1}{61 \text{ hari}} = 0,492/\text{bulan}$.

Sehingga formulasi model epidemik ISPA untuk kabupaten Jember adalah sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = 3.351 - 1,921 \times 10^{-7}IS - 0,001302S + 0,492I, \quad (4.4)$$

$$\frac{dE}{dt} = 1,921 \times 10^{-7}IS - (0,001302 + 2,143)E, \quad (4.5)$$

$$\frac{dI}{dt} = 2,143E - (0,001302 + 0,492)I, \quad (4.6)$$

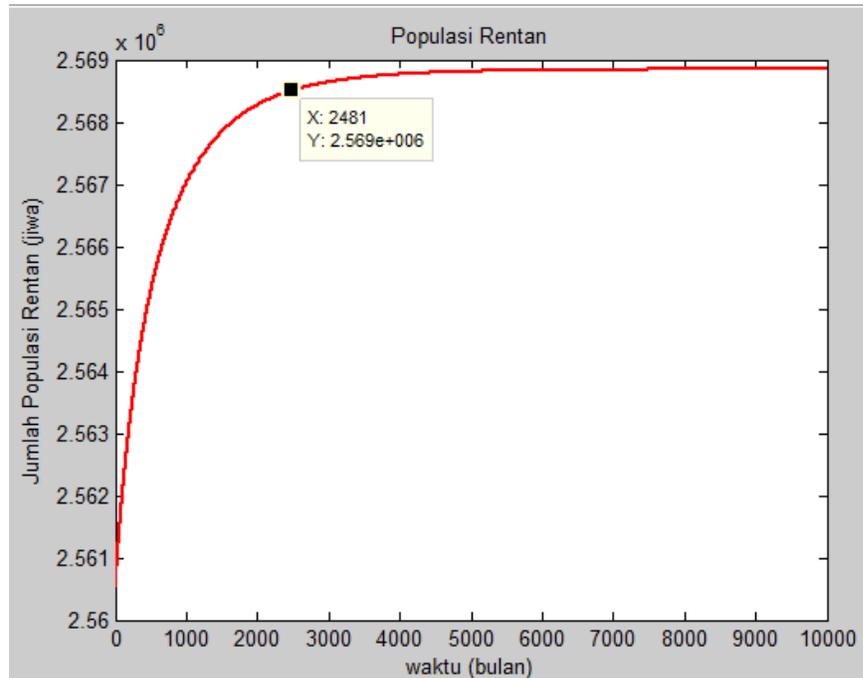
dengan $S(0) = 2.560.508$, $E(0) = 0$, dan $I(0) = 11.479$.

4.3 Simulasi Program

Hasil simulasi persamaan (4.1-4.3) yang telah diskrit dengan menggunakan parameter di atas adalah sebagai berikut.

a. Plot *Susceptible* Model Epidemik SEIS pada ISPA.

Pada plot *susceptible* menunjukkan bahwa populasi awal *susceptible* sebesar 2.560.508 jiwa, yang kemudian populasi *susceptible* mengalami peningkatan. Populasi *susceptible* mengalami peningkatan hingga berada pada posisi (2.481 ; $2,569 \times 10^6$), yang artinya pada saat $t = 2.481$ populasi *susceptible* telah mencapai sekitar $2,569 \times 10^6$ jiwa. Peningkatan tersebut disebabkan oleh jumlah pertambahan populasi pada kompartmen *susceptible* yang berupa tingkat kelahiran (Λ) dan laju perpindahan dari kompartmen *infected* ke kompartmen *susceptible* (γI) lebih besar daripada jumlah penurunan populasi pada kompartmen *susceptible* yang berupa tingkat kematian alami (μS) dan laju perpindahan dari kompartmen *susceptible* ke kompartmen *exposed* (λIS). Dan pada saat $t = 2.481$, kompartmen *susceptible* mencapai titik kesetimbangan endemik seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.1.

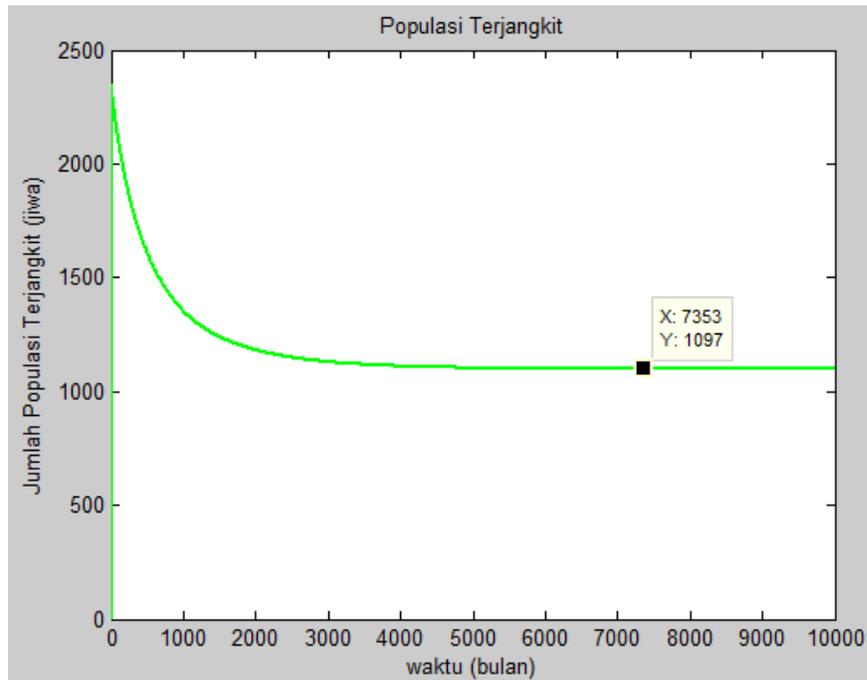


Gambar 4.1 Plot *Susceptible* Model Epidemik SEIS pada ISPA

b. Plot *Exposed* Model Epidemik SEIS pada ISPA.

Pada plot *exposed* menunjukkan bahwa populasi awal *exposed* sebesar nol jiwa dari penduduk 2.560.508 jiwa yang berarti belum diketahui secara pasti individu yang termasuk populasi *exposed* ini. Kemudian mengalami kenaikan yang disebabkan oleh jumlah penambahan populasi pada kompartmen *exposed* yang berupa tingkat laju perpindahan dari kompartmen *susceptible* ke kompartmen *exposed* (λS) lebih besar daripada jumlah penurunan populasi pada kompartmen *exposed* yang berupa tingkat kematian alami (μE) dan laju perpindahan dari kompartmen *exposed* ke kompartmen *infected* (ϵE). Peningkatan terjadi hingga pada posisi (2,7 ; 2.347) yang berarti terjadi pada saat $t = 2,7$ dengan populasi *exposed* telah mencapai sebesar 2.347 jiwa. Dari peningkatan yang terjadi pada populasi *exposed* ini menunjukkan bahwa penyakit ISPA tersebut menyebar dengan cepat, sehingga banyak populasi *susceptible* yang terjangkit dan masuk ke dalam kompartmen *exposed*. Kemudian populasi *exposed* mengalami penurunan hingga mencapai titik

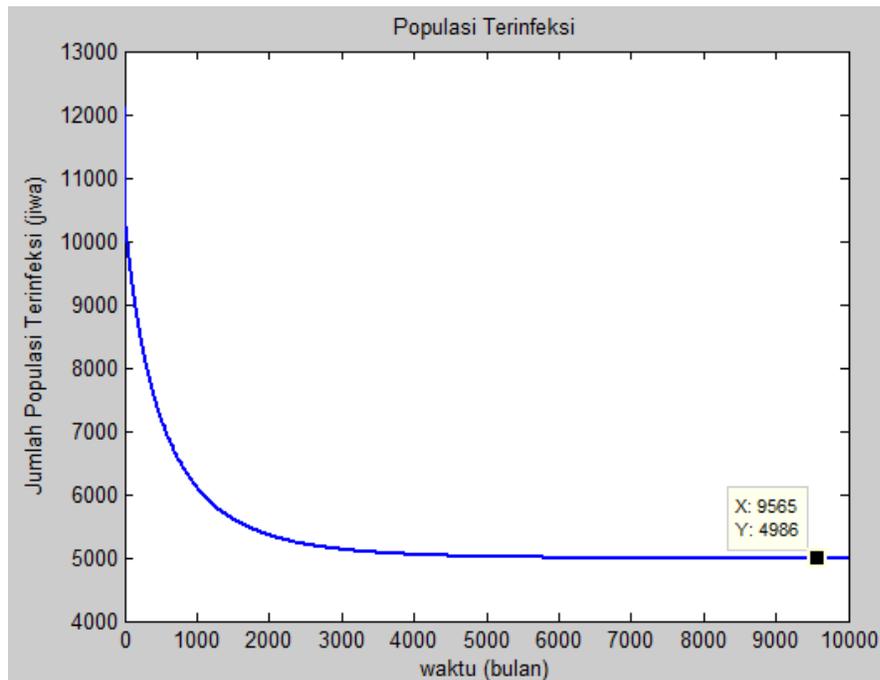
kesetimbangan endemiknya yaitu pada saat $t = 7.353$ dengan jumlah populasi *exposed* sebesar 1.097 jiwa, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.2.



Gambar 4.2 Plot *Exposed* Model Epidemik SEIS pada ISPA

c. Plot *Infected* Model Epidemik SEIS pada ISPA.

Pada plot *infected* menunjukkan bahwa populasi awal *infected* sejumlah 11.479 jiwa. Kemudian mengalami penurunan yang disebabkan oleh jumlah pertambahan populasi pada kompartmen *infected* yang berupa tingkat laju perpindahan dari kompartmen *exposed* ke kompartmen *infected* (ϵE) lebih rendah daripada jumlah penurunan populasi pada kompartmen *infected* yang berupa tingkat kematian alami (μI), tingkat kematian akibat penyakit (αI), dan laju perpindahan dari kompartmen *infected* ke kompartmen *susceptible* (γI). Penurunan yang terjadi pada kompartmen *infected* tersebut hingga mencapai titik kesetimbangan endemik pada posisi (9.565 ; 4.986) yang berarti ketika $t = 9.565$ populasi *infected* sebesar 4.986 jiwa seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.3.

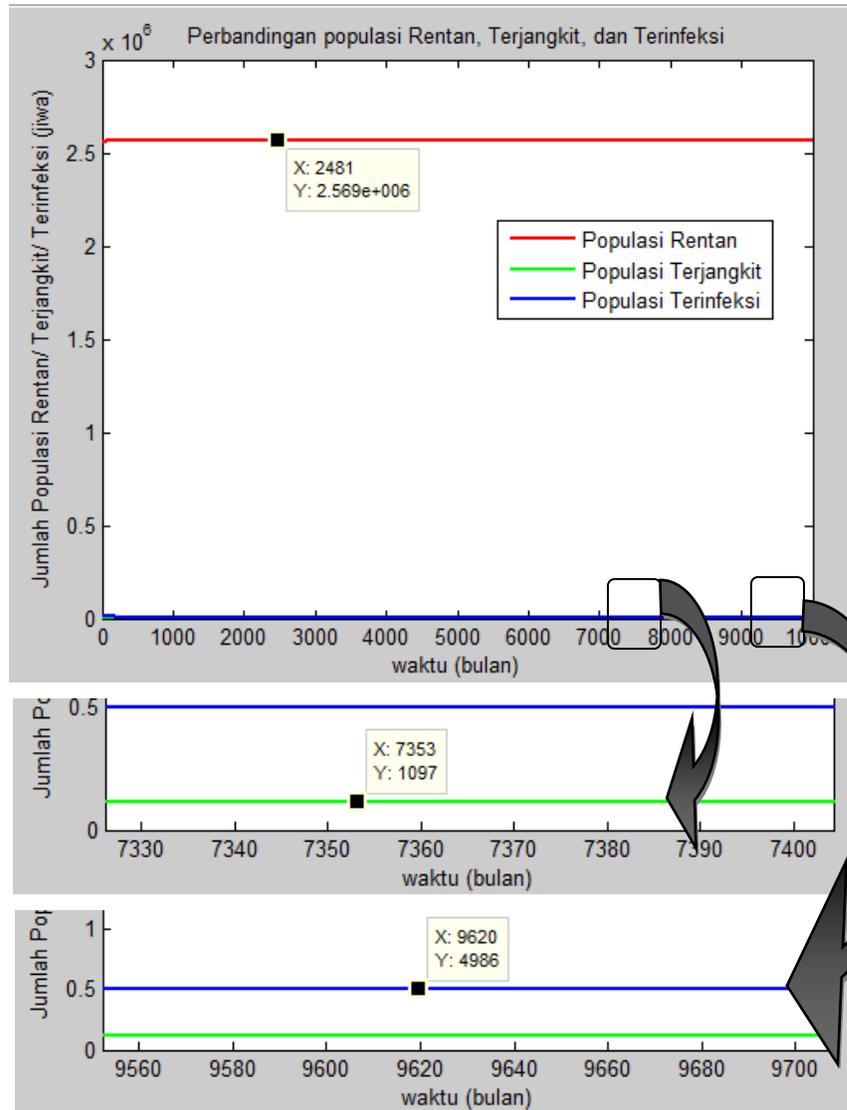


Gambar 4.3 Plot *Infected* Model Epidemik SEIS pada ISPA

4.4 Pembahasan

Pada plot *susceptible*, *exposed*, *infected* merupakan plot gabungan dari ketiga kompartmen yaitu kompartmen *susceptible*, kompartmen *exposed*, dan kompartmen *infected*. Dari plot tersebut menunjukkan bahwa populasi awal *susceptible* sebesar 2.560.508 jiwa, populasi awal *exposed* sebesar nol jiwa dan populasi awal *infected* sebesar 11.479 jiwa. Kemudian jumlah populasi *susceptible* mengalami peningkatan hingga mencapai titik kesetimbangan endemik yaitu pada saat $t = 2.481$ dengan jumlah populasi *susceptible* sebesar $2,569 \times 10^6$ jiwa. Sedangkan jumlah populasi *exposed* mengalami peningkatan hingga $t = 2,7$ dengan jumlah populasi *exposed* sebesar 2.347 jiwa, namun setelah $t = 2,7$ populasi *exposed* mengalami penurunan hingga mencapai titik kesetimbangan endemik yaitu pada saat $t = 7.353$ dengan jumlah populasi *exposed* sebesar 1.097 jiwa. Dan untuk jumlah populasi *infected* mengalami terus penurunan hingga mencapai titik kesetimbangan endemik yaitu

ketika $t = 9.620$ dengan jumlah populasi *infected* sebesar 4.986 jiwa, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 4.4.



Gambar 4.4 Plot *Susceptible, Exposed, Infected* Model Epidemik ISPA

Hal ini berarti bahwa banyak penduduk di Kabupaten Jember yang mengalami gejala ISPA yang ditunjukkan dengan hasil plot *exposed* yang cenderung naik, kemudian beberapa dari penduduk di Kabupaten Jember yang termasuk dalam

populasi *exposed* mengalami sakit ISPA sehingga masuk ke dalam populasi *infected*. Lalu ada beberapa dari populasi *infected* yang sembuh namun masih ada kemungkinan terinfeksi kembali. Populasi *infected* yang telah sembuh ini, kemudian masuk ke dalam kompartmen *susceptible* sehingga ditunjukkan dengan hasil plot *infected* yang mengalami penurunan sedangkan hasil plot *susceptible* yang mengalami peningkatan.

Melalui *software* MATLAB, penyakit ISPA yang bersifat endemik seperti yang telah ditunjukkan pada beberapa hasil plot simulasi diatas, didapatkan nilai $R_0 > 1$, yaitu nilai R_0 sebesar 1,0018 yang berarti setiap penderita dapat menularkan penyakit kepada lebih dari satu penderita baru sehingga pada akhirnya terjadi penyebaran penyakit yang meluas. Karena nilai $R_0 > 1$, maka titik kesetimbangan yang diperoleh adalah titik kesetimbangan endemik (*endemic equilibrium*). Dari hasil perhitungan persamaan (2.28), diperoleh nilai titik kesetimbangan endemik tersebut adalah $P^* = (S^*, E^*, I^*) = (2,5688 \times 10^6; 214,0578; 1,1516 \times 10^3)$, yang berarti bahwa ketika dalam keadaan setimbang jumlah populasi *susceptible* sebesar 2.568.800 jiwa, populasi *exposed* sebesar 214 jiwa, dan populasi *infected* sebesar 1.151 jiwa. Sedangkan untuk nilai titik kesetimbangan bebas penyakit yang diperoleh dari hasil perhitungan persamaan (2.27) adalah $P_0 = (A/\mu, 0, 0) = (2.573.568; 0; 0)$, yang berarti bahwa jumlah populasi *susceptible* sebesar 2.573.568 jiwa ketika jumlah populasi *exposed* dan populasi *infected* masing-masing sebesar nol jiwa yang berarti tidak ada satupun individu yang dapat menularkan penyakit ISPA dan juga tidak ada satupun individu yang mengalami sakit ISPA.

BAB 5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada Bab 4 dapat disimpulkan simulasi model epidemik SEIS penyebaran penyakit ISPA dengan metode *Runge-Kutta* orde lima adalah sebagai berikut:

- a. Didapatkan solusi numerik dari model penyebaran penyakit ISPA dengan model epidemik SEIS menggunakan metode Runge Kutta orde lima yaitu grafik-grafik yang dihasilkan dari ketiga plot kompartmen (*susceptible*, *exposed* dan *infected*).
- b. Didapatkan titik kesetimbangan penyebaran penyakit ISPA yaitu:
 - 1) Titik kesetimbangan bebas penyakit:
 $P_0 = (2.573.568; 0; 0)$ yang berarti bahwa jumlah penduduk di Kabupaten Jember sebesar 2.573.568 jiwa yang merupakan populasi rentan, tidak ada individu yang terinfeksi, dan tidak ada yang dapat menularkan penyakit ISPA.
 - 2) Titik kesetimbangan endemik:
 $P^* = (2,5688 \times 10^6; 214,0578; 1,1516 \times 10^3)$ yang berarti bahwa pada waktu tertentu jumlah populasi susceptible sebesar 2.568.800 jiwa, populasi *exposed* sebesar 214 jiwa, dan populasi *infected* sebesar 1.151 jiwa. Dan pada saat itu masih terjadi penyebaran penyakit ISPA sehingga dapat menimbulkan endemik di Kabupaten Jember.
- c. Melalui *software* MATLAB, penyakit ISPA yang bersifat endemik ini ditunjukkan dengan nilai $R_0 > 1$, yaitu nilai R_0 sebesar 1,0018 yang berarti setiap penderita dapat menularkan penyakit kepada lebih dari satu penderita baru sehingga pada akhirnya terjadi penyebaran penyakit yang meluas. Hal ini sesuai dengan keadaan sesungguhnya bahwa masih terdapat kasus penyakit ISPA yang terjadi sepanjang tahun di Kabupaten Jember dan tercatat oleh Dinas Kesehatan Kabupaten Jember.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, permasalahan yang dibahas adalah penyelesaian secara numerik model epidemik SEIS penyebaran penyakit ISPA dengan metode *Runge-Kutta* orde lima, sehingga untuk penelitian berikutnya disarankan untuk menggunakan metode numerik lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Badan Pusat Statistik Kabupaten Jember. 2013. *Kabupaten Jember dalam Angka*. Jember: Badan Pusat Statistik Kabupaten Jember.
- Cahyaningrum, P. F. 2012. *Hubungan Kondisi Faktor Lingkungan Dan Angka Kejadian Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) Pada Balita Di Wilayah Kerja Puskesmas Cangkringan Kabupaten Sleman Daerah Istimewa Yogyakarta Pasca Erupsi Gunung Merapi Tahun 2010*. Skripsi. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- Depkes RI. 2006. *Glosarium Data dan Informasi Kesehatan*. Jakarta: Pustaka Obor Populer..
- Effendy. 2013. *Analisis Stabilitas pada Penyebaran Penyakit DBD di kabupaten Jember dengan Metode SIR Stokastik*. Skripsi. Jember: Universitas Jember.
- Fan, M., Li, M. Y. dan Wang, K. 2001. *Global Stability of an SEIS Epidemic Model with Recruitment and a Varying Total Population Size*. *Journal of Mathematical Biosciences*. **170**: 199-208.
- Fatichah, C., & Rahman, A. B. S. 2008. *Pemodelan Epidemik Menggunakan Cellular Automata*. <http://personal.its.ac.id/files/pub/4563-chastine-Jurnal%20UNMER%20Chastine%20F.pdf> [5 Maret 2015].
- Hafi, M. L. 2014. *Analisis Stabilitas Pada Penyebaran Penyakit Demam Tifoid (Tifus) Dengan Menggunakan Model Epidemik SEIS*. Skripsi. Jember: Universitas Jember.
- Hidayat, R. 2006. *Persamaan Diferensial Parsial*. Jember: Jember University Press.
- Misnadiarly. 2008. *Penyakit Infeksi Saluran Napas Pneumonia pada Anak Balita, Dewasa, dan Usia Lanjut*. Jakarta: Pustaka Obor Populer.
- Rasmaliah. 2004. *Infeksi Saluran Pernafasan Akut (ISPA) Dan Penanggulangannya*. Medan: Universitas Sumatera Utara.
- Setyawan, A. 2011. *Analisis Stabilitas pada Penyebaran Penyakit Campak dan Demam Berdarah Dengue di Kabupaten Jember*. Skripsi. Jember: Universitas Jember.
- Teschl, G. 2012. *Ordinary Differential Equations and Dynamical Systems*. America: American Mathematical Society.
- Triatmodjo, B. 2002. *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset.

- Waluyo, B. 2006. *Buku Ajar Persamaan Diferensial*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- WHO. 2003. *Penanganan ISPA pada Anak di Rumah Sakit Kecil Negara Berkembang*. Jakarta: Penerbit Buku Kedokteran EGC.
- Yeyenita, S. 2014. *Analisis Solusi Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis Exogenous Reinfection Dengan Kontrol Menggunakan Metode Runge-Kutta*. Skripsi. Jember: Universitas Jember.
- Yustica, A. 2010. *Efektifitas Metode Runge-Kutta Order Lima untuk Menyelesaikan Model Penyebaran Virus Avian Influenza (Flu Burung)*. Skripsi. Jember: Universitas Jember.

LAMPIRAN

```

clc; clear all; close all;
A=3351;%input('Masukkan angka Rekrutmen Konstan = ');
lambda=1/(2560508*(61/30));%input('Masukkan nilai lambda = ');
miu=1/768;%input('Masukkan nilai miu = ');
gamma=30/61;%input('Masukkan nilai Gamma = ');
epsilon=30/14;%input('Masukkan nilai Epsilon = ');
alpha=0;%input('Masukkan nilai alpha = ');

S(1)=2560508;%input('Masukkan jumlah awal populasi rentan = ');
E(1)=0;%input('Masukkan jumlah awal populasi terjangkit = ');
I(1)=11479;%input('Masukkan jumlah awal populasi terinfeksi = ');
t=10000;%input('Masukkan Jumlah waktu = ');
dt=0.1;%input('Masukkan besar delta t = ');
n=ceil(t/dt);

for i=1:n
    k1=A-(lambda*S(i)*I(i))-(miu*S(i))+(gamma*I(i));
    l1=(lambda*I(i)*S(i))-((miu+epsilon)*E(i));
    m1=(epsilon*E(i))-((miu+alpha+gamma)*I(i));

    k11=1/3*(k1*dt);
    l11=1/3*(l1*dt);
    m11=1/3*(m1*dt);

    k2=A-(lambda*(S(i)+k11)*(I(i)+l11))-(miu*(S(i)+k11))+(gamma*(I(i)+m11));
    l2=(lambda*(I(i)+m11)*(S(i)+k11))-((miu+epsilon)*(E(i)+l11));
    m2=(epsilon*(E(i)+l11))-((miu+alpha+gamma)*(I(i)+m11));

    k21=((1/6)*k1+(1/6)*k2)*dt;
    l21=((1/6)*l1+(1/6)*l2)*dt;
    m21=((1/6)*m1+(1/6)*m2)*dt;

    k3=A-(lambda*(S(i)+k21)*(I(i)+m21))-(miu*(S(i)+k21))+(gamma*(I(i)+m21));
    l3=(lambda*(I(i)+m21)*(S(i)+k21))-((miu+epsilon)*(E(i)+l21));
    m3=(epsilon*(E(i)+l21))-((miu+alpha+gamma)*(I(i)+m21));

    k31=((1/8)*k1+(3/8)*k3)*dt;
    l31=((1/8)*l1+(3/8)*l3)*dt;

```

```

m31=((1/8)*m1+(3/8)*m3)*dt;

k4=A-(lambda*(S(i)+k31)*(I(i)+m31))-(miu*(S(i)+k31))+(gamma*(I(i)+m31));
l4=(lambda*(I(i)+m31)*(S(i)+k31))-((miu+epsilon)*(E(i)+l31));
m4=(epsilon*(E(i)+l31))-((miu+alpha+gamma)*(I(i)+m31));

k41=(((1/2)*k1)-((3/2)*k3)+(2*k4))*dt;
l41=(((1/2)*l1)-((3/2)*l3)+(2*l4))*dt;
m41=(((1/2)*m1)-((3/2)*m3)+(2*m4))*dt;

k5=A-(lambda*(S(i)+k41)*(I(i)+m41))-(miu*(S(i)+k41))+(gamma*(I(i)+m41));
l5=(lambda*(I(i)+m41)*(S(i)+k41))-((miu+epsilon)*(E(i)+l41));
m5=(epsilon*(E(i)+l41))-((miu+alpha+gamma)*(I(i)+m41));

S(i+1)=S(i)+((dt*(k1+4*k4+k5))/6);
E(i+1)=E(i)+((dt*(l1+4*l4+l5))/6);
I(i+1)=I(i)+((dt*(m1+4*m4+m5))/6);
end
%=====
S_star=(miu+epsilon)*(miu+gamma+alpha)/(lambda*epsilon)
I_star=(A-miu*S_star)/(lambda*S_star-gamma)
E_star=((miu+alpha+gamma)/epsilon)*I_star
%=====
%pause
%Plot Hasil
%Plot Susceptible Only
x_int=linspace(0,t,n+1);
a;
plot(x_int,S,'r','linewidth',2);
xlabel('waktu (bulan)');
ylabel('Jumlah Populasi Rentan (jiwa)');
title('Populasi Rentan');

% pause
figure(2)
%Plot Exposed Only
x_int=linspace(0,t,n+1);
plot(x_int,E,'g','linewidth',2);
xlabel('waktu (bulan)');
ylabel('Jumlah Populasi Terjangkit (jiwa)');
title('Populasi Terjangkit');

```

```

% pause
figure(3)
%Plot Infected Only
x_int=linspace(0,t,n+1);
plot(x_int,I,'b','linewidth',2);
xlabel('waktu (bulan)');
ylabel('Jumlah Populasi Terinfeksi (jiwa)');
title('Populasi Terinfeksi');

% pause
figure(4)
%Plot All
x_int=linspace(0,t,n+1);
plot(x_int,S,'r','linewidth',2);
hold on;
plot(x_int,E,'g','linewidth',2);
plot(x_int,I,'b','linewidth',2);
xlabel('waktu (bulan)');
ylabel('Jumlah Populasi Rentan/ Terjangkit/ Terinfeksi (jiwa)');
title('Perbandingan populasi Rentan, Terjangkit, dan Terinfeksi');
legend('Populasi Rentan','Populasi Terjangkit','Populasi
Terinfeksi','Location','Best');

R0=A*lambda*epsilon/(miu*(miu+epsilon)*(miu+gamma+alpha))

E=0
I=0
S=A/miu

```