



***TOTAL EDGE IRREGULARITY STRENGTH***  
**PADA GRAF HELM DAN GRAF HALIN**

SKRIPSI

Oleh  
**Niken Suryaning Aristi**  
**NIM 051810101024**

**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**



***TOTAL EDGE IRREGULARITY STRENGTH***  
**PADA GRAF HELM DAN GRAF HALIN**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

**Oleh**  
**Niken Suryaning Aristi**  
**NIM 051810101024**

**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS JEMBER**  
**2011**

## **PERSEMBAHAN**

Teruntuk orang-orang yang saya sayangi, yang telah banyak berjasa dalam membimbing dan mengarahkan ke jalan yang benar dalam menjalani kehidupan di dunia ini. Semoga Allah memberikan balasan yang lebih baik. Amin.

1. Bapak Yuli Wartoyo dan Ibunda Anita Fatimah, terimakasih atas kesabarannya dalam mendidik, mengarahkan, dan mendoakan agar menjadi anak yang sholehah yang bermanfaat bagi agama dan bangsa;
2. kakak Moch. Amarullah, Adik Ajeng Sawestri Vedarani, Adik Galuh Savira Anggraeni, dan keluarga besar di Surabaya yang telah memberikan dukungan, pengertian, dan perhatian sangat berharga;
3. guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi, yang telah memberi ilmu, mendidik, dan membimbing dengan penuh kesabaran;
4. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

## **MOTTO**

“Sesungguhnya Allah tidak mengubah keadaan suatu kaum sehingga mereka  
mengubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri”

(QS. Ar Ra’d:11)

“Jadilah seperti pohon kurma; tinggi cita-citanya, kebal dari penyakit, dan bila  
dilempar dengan batu, ia membalas dengan buah kurmanya!”

( Dr. Aidh bin Abdullah Al-Qarni)

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Niken Suryaning Aristi

NIM : 051810101024

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul *Total Edge Irregularity Strength pada Graf Helm dan Graf Halin* adalah benar-benar karya sendiri, kecuali jika disebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 26 Januari 2011

Yang menyatakan,

Niken Suryaning Aristi  
NIM 051810101024

# **SKRIPSI**

## ***TOTAL EDGE IRREGULARITY STRENGTH* PADA GRAF HELM DAN GRAF HALIN**

Oleh

Niken Suryaning Aristi  
NIM 051810101082

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Rusli Hidayat, MSc

Dosen Pembimbing Anggota : Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul “*Total Edge Irregularity Strength* pada Graf Helm dan Graf Halin”  
telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal:

tempat :Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.  
NIP 196610121993031001

Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si.  
NIP 197408132000032004

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.  
NIP 196101081986021001

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.  
NIP 196908281998021001

Mengesahkan  
Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.  
NIP 196101081986021001

## RINGKASAN

**Total Edge Irregularity Strength (*tes*) pada Graf Helm dan Graf Halin**; Niken Suryaning Aristi, 051810101024; 2011: 41 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Pelabelan total sisi *irregular* pada graf  $G$  adalah pelabelan yang melabeli titik dan sisi dengan suatu himpunan bilangan bulat  $\{1,2,3,\dots,r\}$  sedemikian hingga bobot untuk setiap sisinya berbeda dengan beberapa pengulangan pada labelnya. Jelas bahwa setiap graf  $G$  dapat dilabeli dengan pelabelan total sisi *irregular*. Masalah selanjutnya adalah mencari nilai  $r$  yang paling minimum sehingga graf  $G$  dapat dilabeli dengan pelabelan total sisi *irregular*. Nilai  $r$  terkecil yang digunakan untuk melabeli suatu graf  $G$  ini disebut dengan *total edge irregularity strength* yang dinotasikan dengan  $tes(G)$ . Untuk menentukan *total edge irregularity strength* ( $tes$ ) pada graf Helm  $H_n$  dan graf Halin  $H(3,n)$  digunakan teorema, yaitu misal  $G = (V,E)$  adalah sebuah graf  $G$  dengan himpunan titik  $V$  dan himpunan sisi  $E$ , maka :

$$\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$$
 (Bača et al., 2007). Skripsi ini dimaksudkan untuk mendapatkan *total edge irregularity strength* ( $tes$ ) pada graf Helm  $H_n$  dan graf Halin  $H(3,n)$ .

Pembahasan pada skripsi ini adalah untuk menentukan  $tes$  pada graf Helm  $H_n$  dan graf Halin  $H(3,n)$ , maka langkah pertama yaitu klaim  $tes(G) = \left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil$  dengan  $G$  adalah graf Helm  $H_n$  dan graf Halin  $H(3,n)$ . Langkah kedua buktikan  $tes(G) \geq \left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil$ . Kemudian langkah ketiga yaitu buktikan  $tes(G) \leq \left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil$  dengan melabeli graf Helm  $H_n$  dan graf Halin  $H(3,n)$  dengan pelabelan total sisi *irregular* dan minimum label terbesarnya adalah  $\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil$ .



Dari penelitian yang telah dilakukan, dapat diambil kesimpulan bahwa graf Helm  $H_n$  mempunyai  $tes(H_n) = \left\lceil \frac{3n+2}{3} \right\rceil$  untuk  $n \geq 3$ . Sedangkan graf Halin  $H(3,n)$  untuk  $n \geq 3$  mempunyai  $tes(H(3,n)) = \left\lceil \frac{2n+5}{3} \right\rceil$ .

## PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT., atas segala rahmat, taufik, dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul *Total Edge Irregularity Strength pada Graf Helm dan Graf Halin*. Shalawat dan salam semoga selalu tercurahkan kepada tauladan kita, Nabi Muhammad SAW., beserta keluarga, sahabat, dan orang-orang yang tetap istiqomah menempuh jalan-Nya.

Skripsi ini disusun guna memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember. Penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Rusli Hidayat, MSc. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Dosen Pembimbing Akademik, Ibu Kristiana Wijaya, SSi., MSi. selaku Dosen Pembimbing Anggota yang tulus ikhlas telah meluangkan waktu, tenaga, dan pikirannya dalam pembimbingan untuk terselesaikannya skripsi ini;
2. Bapak Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D dan Bapak Kosala Dwidja Purnomo, SSi., MSi. selaku Dosen Penguji yang telah memberikan kritik dan saran sehingga skripsi ini menjadi lebih baik;
3. Mas Jehovah, mas Noe, mbak Nunung, mas Antok, Aulia, Riska, Arie, Ansori dan Pieta serta seluruh rekan angkatan 2005 Jurusan Matematika atas segala kebersamaan dan dukungannya selama ini;
4. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis memohon maaf kepada semua pihak apabila terdapat kesalahan penulisan dalam skripsi ini. Semoga skripsi ini bermanfaat bagi semua pihak.

Jember, 26 Januari 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL.....	i
HALAMAN PERSEMBAHAN.....	ii
HALAMAN MOTTO.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN.....	v
HALAMAN PENGESAHAN.....	vi
HALAMAN RINGKASAN.....	vii
HALAMAN PRAKATA.....	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xii
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Perumusan Masalah.....	2
1.3 Tujuan.....	2
1.4 Manfaat.....	2
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
2.1 Konsep Dasar Graf.....	3
2.2 Kelas-kelas pada Graf.....	5
2.3 Pelabelan <i>Total Edge Irregular</i> .....	8
2.5 Hasil Penelitian Sebelumnya.....	12
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b>	
3.1 Metodologi Penelitian.....	13
3.2 Rancangan Penelitian.....	13
3.2.1 Penotasian Titik dan Sisi.....	13
3.2.2 Langkah-langkah Penelitian.....	15

<b>BAB 4. PEMBAHASAN</b>	
4.1 <i>Total Edge Irregularity Strength</i> pada Graf Helm $H_n$ .....	16
4.2 <i>Total Edge Irregularity Strength</i> pada Graf Halin $H(3,n)$ .....	19
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN</b>	
5.1 Kesimpulan.....	40
5.2 Saran.....	40
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	41
<b>LAMPIRAN</b>	
A. Pelabelan <i>Total Edge Irregular</i> pada Graf Helm $H_n$ .....	42
B. Pelabelan <i>Total Edge Irregular</i> pada Graf Halin $H(3,n)$ .....	46

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Graf $G$ dengan 5 titik dan 5 sisi .....	3
2.2 Graf $G$ dengan <i>loop</i> dan sisi ganda .....	4
2.3 Graf untuk mengilustrasikan jalan ( <i>walk</i> ), jejak ( <i>trail</i> ), lintasan ( <i>path</i> ), dan siklus ( <i>cycle</i> ) .....	4
2.4 Graf terhubung dan graf tak terhubung.....	5
2.5 Graf siklus $C_5$ .....	5
2.6 Graf bipartit $G(V_1, V_2)$ dan Graf bipartit lengkap $K_{3,4}$ .....	6
2.7 Graf bintang $S_6$ .....	6
2.8 Graf roda $W_6$ .....	6
2.9 Graf planar .....	7
2.10 Pohon $T_7$ .....	7
2.11 Graf helm $H_6$ .....	7
2.12 Graf Halin $H(3,6)$ .....	8
2.13 Ilustrasi pelabelan total <i>edge irregular</i> pada graf $G$ .....	10
2.14 Ilustrasi pelabelan total <i>edge irregular</i> pada graf $G$ .....	11
3.1 Ilustrasi Penotasian Titik dan Sisi pada Graf helm ( $H_6$ ) .....	14
3.2 Ilustrasi Penotasian Titik dan Sisi pada Graf Halin $H(3,8)$ .....	15
4.1 Pelabelan total <i>edge irregular</i> pada Graf helm $H_6$ dan $H_7$ .....	19
4.2 Pelabelan total <i>edge irregular</i> pada Graf Halin $H(3,3)$ , $H(3,4)$ , $H(3,5)$ dan $H(3,6)$ .....	20
4.3 Pelabelan total <i>edge irregular</i> pada graf Halin $H(3,15)$ dan $H(3,16)$ dengan nilai tes pada $H(3,15)=12$ dan $H(3,16)=13$ .....	39