



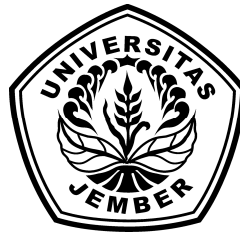
**PELABELAN *EDGE GRACEFUL*
PADA BEBERAPA GRAF TERHUBUNG**

SKRIPSI

Oleh

**Mochamad Ansori
NIM 061810101020**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2011**



**PELABELAN *EDGE GRACEFUL*
PADA BEBERAPA GRAF TERHUBUNG**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Mochamad Ansori
NIM 061810101020**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2011**

PERSEMBAHAN

Dengan penuh rasa syukur kehadirat Allah SWT, sholawat serta salam kepada Nabi besar Muhammad SAW, skripsi ini kupersembahkan untuk:

1. Ayahanda Midin dan Alm. Ibunda Aminah yang telah mendoakan dan memberi kasih sayang serta pengorbanan selama ini;
2. Kakak Syamsul dan Kakak Zaenal yang telah memberikan dukungan dan semangat;
3. Guru-guru sejak taman tanak-kanak sampai perguruan tinggi, yang telah memberi ilmu, mendidik dan membimbing dengan penuh kesabaran;
4. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember, SMU Negeri 4 Jember, SLTP Negeri 7 Jember, SD Negeri Gebang 3, dan TK Alhidayah III.

MOTTO

“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan.
Maka apabila kamu telah selesai (dari suatu urusan), kerjakanlah
dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain,
dan hanya kepada Tuhanlah hendaknya kamu berharap”
(QS. Alam Nasrah: 6-8)

“Barang siapa yang menghendaki dunia, maka carilah dunia dengan ilmu.
Barang siapa menghendaki akhirat, maka carilah akhirat dengan ilmu.
Dan barang siapa menghendaki keduanya maka carilah keduanya dengan ilmu”
(Khutbatul Ali Rodliyallahu ‘anhu)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Mochamad Ansori

NIM : 061810101020

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya tulis ilmiah yang berjudul “Pelabelan *Edge Graceful* pada Beberapa Graf Terhubung” adalah benar-benar karya sendiri, kecuali jika disebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 25 Januari 2011

Yang menyatakan,

Mochamad Ansori
NIM 061810101020

SKRIPSI

PELABELAN *EDGE GRACEFUL* PADA BEBERAPA GRAF TERHUBUNG

Oleh

Mochamad Ansori
NIM 061810101020

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Kristiana Wijaya, S.Si, M.Si

Dosen Pembimbing Anggota : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Pelabelan *Edge Graceful* pada Beberapa Graf Terhubung” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si.
NIP 197408132000032004

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.
NIP 196908281998021001

Anggota I,

Anggota II,

Kiswara Agung Santoso, S.Si., M.Kom.
NIP 197209071998031003

Dian Anggraeni, S.Si.
NIP 198202162006042002

Mengesahkan
Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.
NIP 196101081986021001

RINGKASAN

Pelabelan *Edge Graceful* pada Beberapa Graf Terhubung; Mochamad Ansori, 061810101020; 2011; 57 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Misal graf G dengan p titik dan q sisi. Pelabelan *edge graceful* pada graf G adalah pemberian nilai pada sisinya dengan bilangan bulat positif $\{1, 2, 3, \dots, q\}$ sedemikian hingga titiknya mendapat label dari penjumlahan label sisi yang menempel pada titik tersebut dalam modulo p yang berbeda semua, yaitu $f(v) = \sum_{uv \in E} f(uv) \pmod{p}$ untuk setiap $v \in V$. Dengan demikian pelabelan titiknya memenuhi sifat *bijektif* dari himpunan $V(G)$ ke himpunan bilangan bulat tak negatif $\{0, 1, 2, \dots, p-1\}$. Syarat perlu dari suatu graf G dengan p titik dan q sisi memenuhi pelabelan *edge graceful* adalah $\left[\frac{p(p-1)}{2} \equiv q(q+1) \right] \pmod{p}$. Sebuah graf G dikatakan *edge graceful* jika setiap sisi dan titik pada graf G dapat diberi label menurut aturan *edge graceful*.

Tujuan yang ingin dicapai adalah mengetahui apakah graf roda W_n , graf *superstar* $S_{m,3}$, graf *dragon* $D_{3,n}$, graf *grid* $P_4 \times P_n$, dan graf kincir angin $K_n^{(m)}$ merupakan graf *edge graceful*. Merumuskan pelabelan *edge graceful* secara umum pada kelas-kelas graf tersebut jika kelas-kelas graf tersebut merupakan graf *edge graceful*.

Langkah-langkah untuk mencapai tujuan diatas sebagai berikut. Langkah pertama, menyelidiki syarat perlu pelabelan *edge graceful* pada graf G dengan p titik dan q sisi. Jika memenuhi maka melanjutkan ke langkah kedua. Akan tetapi, jika syarat perlu pelabelan *edge graceful* tidak terpenuhi maka graf G tersebut bukan graf

edge graceful. Langkah kedua, memberi label setiap sisi pada graf G dengan himpunan bilangan bulat positif $1, 2, 3, \dots, q$ yang berbeda semua. Langkah ketiga, memberi label pada setiap titik dengan cara menjumlahkan label sisi yang menempel pada titik tersebut, yaitu $f(v) = \sum_{uv \in E} f(uv) \pmod{p}$ untuk setiap $v \in V$. Langkah keempat, menyelidiki label titiknya, jika berbeda semua yaitu memenuhi sifat *bijektif* dari himpunan titik $V(G)$ ke himpunan bilangan bulat tak negatif $\{0, 1, 2, \dots, p-1\}$ maka graf G adalah graf *edge graceful* dan proses pelabelan selesai, tetapi jika ada label yang sama maka kembali ke langkah kedua. Jika proses melabeli sisi pada langkah kedua sudah dilakukan sebanyak $q!$ dengan label berbeda tetapi tidak ditemukan label titik yang berbeda semua dengan label $0, 1, \dots, p-1$ maka graf G bukan merupakan graf *edge graceful*. Langkah kelima, membentuk suatu perumusan secara umum untuk label sisi dan label titik yang didapat dari langkah tiga dan empat.

Hasil dari penelitian ini adalah sebagai berikut. Kelas graf yang tidak memenuhi syarat perlu pelabelan *edge graceful* yaitu graf roda W_n untuk $n \neq 3$, graf *grid* $P_4 \times P_n$ untuk $n \neq 3, 4$, graf *superstar* $S_{m,3}$ untuk m ganjil, graf *dragon* $D_{3,n}$ untuk n genap, dan graf kincir angin $K_n^{(m)}$ untuk setiap m dan n . Dengan demikian kelas-kelas graf tersebut bukan graf *edge graceful*. Kelas graf yang merupakan graf *edge graceful* yaitu graf roda W_3 , graf *grid* $P_4 \times P_n$ untuk $n = 3, 4$, graf *superstar* $S_{m,3}$ untuk m genap, dan graf *dragon* $D_{3,n}$ untuk n ganjil.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat, taufik, serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Pelabelan *Edge Graceful* pada Beberapa Graf Terhubung”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D., selaku Dekan Fakultas MIPA, terima kasih atas saran serta motivasinya yang telah membimbing penulis selama masa kuliah;
2. Ibu Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si., dan Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu, tenaga, dan pikirannya dalam pembimbingan untuk terselesaikannya skripsi ini;
3. Bapak Kiswara Agung Santoso, S.Si., M.Kom., dan Ibu Dian Anggraeni, S.Si., selaku Dosen Penguji yang telah memberikan kritik dan saran dalam penyempurnaan skripsi ini;
4. Triningsih, S.Si., Aulia Nur Fadilah, S.Si., Mbak Riska, Mbak Niken, terima kasih atas semangat dan ilmunya yang telah membantu penulis mengatasi kesulitan selama proses penyelesaian skripsi ini;
5. Hanik, Reni, Inggi, dan semua teman-teman angkatan 2006 yang telah memberikan dukungan dan semangat selama ini;
6. semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu persatu yang telah memberikan bantuan dan motivasi dalam penyelesaian skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2011

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Definisi dan Terminologi Dasar Graf	4
2.2 Graf Terhubung dan Graf Tak Terhubung	7
2.3 Hasil Kali Kartesius Dua Graf	8
2.4 Klasifikasi Graf	8
2.5 Fungsi	14
2.6 Pelabelan <i>Edge Graceful</i>	16

BAB 3. METODE PENELITIAN	21
3.1 Metodologi	21
3.2 Rancangan Penelitian	22
3.2.1 Penotasian Titik dan Sisi pada Graf Roda W_n	22
3.2.2 Penotasian Titik dan Sisi pada Graf <i>superstar</i> $S_{m,3}$	22
3.2.3 Penotasian Titik dan Sisi pada Graf <i>Dragon</i> $D_{3,n}$	23
3.2.4 Penotasian Titik dan Sisi pada Graf <i>Grid</i> $P_4 \times P_n$	24
3.2.5 Penotasian Titik dan Sisi pada Graf Kincir Angin $K_n^{(m)}$	24
3.3 Langkah-langkah Penelitian	25
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	28
4.1 Pelabelan <i>Edge Graceful</i> pada Graf Roda W_n	28
4.2 Pelabelan <i>edge graceful</i> pada Graf <i>Grid</i> $P_4 \times P_n$	30
4.3 Pelabelan <i>Edge Graceful</i> pada Graf <i>Superstar</i> $S_{m,3}$	35
4.4 Pelabelan <i>Edge Graceful</i> pada Graf <i>Dragon</i> $D_{3,n}$	44
4.5 Pelabelan <i>Edge Graceful</i> pada Graf Kincir Angin $K_n^{(m)}$	50
BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN	55
5.1 Kesimpulan	55
5.2 Saran	56
DAFTAR PUSTAKA	57

DAFTAR TABEL

	Halaman
3.1 Kelas-kelas graf dengan jumlah titik dan sisi	26
L.A.1 Pola label sisi pada graf <i>superstar</i> $S_{m,3}$ untuk m genap	63
L.A.2 Pola label sisi $e_{1,j}$ pada graf <i>superstar</i> $S_{m,3}$ untuk m genap	64
L.A.3 Pola label sisi $e_{2,j}$ pada graf <i>superstar</i> $S_{m,3}$ untuk m genap	67
L.A.4 Pola label sisi pada graf <i>superstar</i> $S_{m,3}$ untuk m genap	68
L.A.5 Pola label sisi $e_{3,j}$ pada graf <i>superstar</i> $S_{m,3}$ untuk m genap	68
L.B.1 Pola label sisi a_i pada graf <i>Dragon</i> $D_{3,n}$ untuk n ganjil	71
L.B.2 Pola label sisi b_i pada graf <i>Dragon</i> $D_{3,n}$ untuk n ganjil	74

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Graf G	4
2.2 Bukan graf reguler.....	5
2.3 Graf untuk mengilustrasikan <i>loop</i> dan sisi rangkap.....	6
2.4 Graf G dengan beberapa subgrafnya.....	6
2.5 Graf untuk mengilustrasikan jalan, jejak, lintasan, dan sikel.....	7
2.6 Operasi hasil kali kartesius dari dua graf.....	8
2.7 Graf lintasan P_{12}	9
2.8 Graf sikel C_8	9
2.9 Graf roda W_5	10
2.10 Graf pohon T_8	10
2.11 (a) Graf bipartit dan (b) graf bipartit lengkap $K_{2,6}$	11
2.12 Graf bintang S_5	11
2.13 Graf bintang yang diperumum S_5^2	12
2.14 Graf <i>dragon</i> $D_{5,4}$	13
2.15 Graf $P_3 \times P_3$	13
2.16 Graf lengkap K_7	14
2.17 Graf kincir angin $K_5^{(4)}$	14
2.18 Contoh fungsi satu-satu (<i>injektif</i>).....	15
2.19 Contoh fungsi onto (<i>surjektif</i>).....	16
2.20 Contoh fungsi <i>bijektif</i>	16
2.21 Graf kipas F_3	17

2.22	Label sisi cara satu pada graf kipas F_3	19
2.23	Label titik cara satu pada graf kipas F_3	19
2.24	Label sisi cara dua pada graf kipas F_3	20
2.25	Label titik cara dua pada graf kipas F_3	20
3.1	Penotasian titik dan sisi pada graf roda W_6	22
3.2	Penotasian titik dan sisi pada graf bintang yang diperumum S_6^2	23
3.3	Penotasian titik dan sisi pada graf <i>dragon</i> $D_{3,7}$	23
3.4	Penotasian titik dan sisi pada graf $P_4 \times P_4$	24
3.5	Penotasian titik dan sisi pada graf kincir angin $K_4^{(3)}$	25
3.6	<i>Flow chart</i> untuk menyelidiki graf G dengan p titik dan q sisi merupakan graf <i>edge graceful</i> atau bukan	27

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
A. Perumusan pelabelan <i>edge graceful</i> pada graf <i>superstar</i> $S_{m,3}$	58
B. Perumusan pelabelan <i>edge graceful</i> pada graf <i>dragon</i> $D_{3,n}$	71