

**ABSTRAK DAN EXECUTIVE SUMMARY
PENELITIAN DOSEN PEMULA**



**PENERAPAN TEORI DOMINATING SET DALAM
INSTALASI CLIENT HUB UNTUK JARINGAN
INTRANET DI UNIVERSITAS JEMBER**

Oleh

**Ika HestiAgustin,S.Si.,M.Si
NIDN:0001088401**

**UNIVERSITAS JEMBER
2014**

**PENERAPAN TEORI DOMINATING SET DALAM
INSTALASI CLIENT HUBUNTUK JARINGAN
INTRANET DI UNIVERSITAS JEMBER**

Peneliti : Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.
Sumber Dana : BOPTN Universitas Jember
Fakultas : MIPA

ABSTRAK

Saat ini Jaringan komputer berkembang dengan sangat cepat. Pada jaringan komputer juga dipasang jaringan intranet. produktivitas. Topologi yang biasa digunakan dalam jaringan intranet adalah topologi star. Topologi tersebut membutuhkan suatu alat tambahan yang disebut dengan hub atau switch. Hub harus diletakkan pada posisi yang tepat agar jumlahnya minimal tetapi terhubung padasemua komputer (client). Pendekatan matematis yang digunakan untuk meminimumkan jumlah Hub dalam sebuah jaringan adalah dengan Teori Graf, yaitu *Dominating Set*. *Dominating set* merupakan suatu konsep penentuan suatu titik pada graf dengan ketentuan titik sebagai *Dominating Set* menjangkau titik yang adadi sekitarnya dan seminimal mungkin, kardinalitas minimal dari *Dominating set* adalah *Domination Number* yang dinotasikan dengan $\gamma(G)$. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk meminimalkan jumlah Hub dalam sebuah jaringan intranet dengan menggunakan teori *Dominating Set* dan mengembangkan *Teori Dominating Set*, yaitu menentukan *Dominating Number* pada beberapa graf khusus. Penelitian ini menghasilkan beberapa kemungkinan untuk instalasi meletakkan *client hub* untuk jaringan intranet. Penelitian ini juga menghasilkan beberapa teorema dalam menentukan *Domination Number* pada graf-graf khusus.

Kata Kunci : *Dominating set*, *dominating number*, hub, jaringan, minimum.

PENERAPAN TEORI DOMINATING SET DALAM INSTALASI CLIENT HUBUNTUK JARINGAN INTRANET DI UNIVERSITAS JEMBER

Peneliti : Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.
Sumber Dana : BOPTN Universitas Jember
Email : Hestyarin@gmail.com

1 Pendahuluan

Saat ini Jaringan komputer berkembang dengan sangat cepat. Pada jaringan komputer juga dipasang jaringan intranet. Pada umumnya sebuah intranet dapat di pahami sebagai sebuah versi pribadi dari jaringan internet atau sebagai sebuah versi dari internet yang dimiliki oleh sebuah organisasi. Intranet digunakan untuk membantualat dan aplikasi, misalnya kolaborasi dalam kerjasama atau direktori perusahaan yang sudah canggih, penjualan dan alat manajemen hubungan dengan pelanggan dan lain-lain, untuk memajukan produktivitas. Topologi yang biasa digunakan dalam jaringan intranet adalah topologi star. Topologi tersebut membutuhkan suatu alat tambahan yang disebut dengan hub atau switch. Instalasi klien Hub biasanya dipasang dengan tidak memperhatikan peta jaringannya. Hub harus diletakkan pada posisi yang tepat agar jumlahnya minimal tetapi terhubung pada semua komputer (client). Dengan adanya Hub yang minimal dapat meminimumkan biaya pemasangan atau instalasi jaringan intranet.

Pendekatan matematis yang digunakan untuk meminimumkan jumlah Hub dalam sebuah jaringan adalah dengan teori graf. Dalam hal ini jaringan intranet dapat direpresentasikan dalam sebuah graf, selanjutnya *Client Hub* direpresentasikan sebagai titik. Dari graf yang terbentuk selanjutnya dianalisis untuk menentukan letak dan jumlah minimum Hub yang dibutuhkan dalam jaringan dengan Teori Dominating Set. *Dominating Set* merupakan suatu konsep penentuan suatu titik pada graf dengan ketentuan titik sebagai *dominating set* menjangkau titik yang ada di sekitarnya dan seminimal mungkin, kardinalitas minimal dari *Dominating Set* adalah *domination number* yang dinotasikan dengan $\gamma(G)$. Masalah minimum Dominating Set adalah menentukan jumlah minimum titik yang mendominasi dalam sebuah graf (Henning, dkk. 2008). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk meminimalkan jumlah Hub dalam sebuah jaringan

intranet dengan menggunakan teori *Dominating Set* dan mengembangkan teori *Dominating Set*, yaitu menentukan *Dominating Number* pada beberapa graf khusus. Jaringan intranet yang digunakan dalam Penelitian ini adalah jaringan intranet di fakultas MIPA Universitas Jember.

Penelitian ini menghasilkan beberapa kemungkinan untuk instalasi meletakkan *client hub* untuk jaringan intranet. Hasil tersebut dapat digunakan sebagai bahan pertimbangan dalam instalasi *client hub* pada jaringan intranet khususnya di Fakultas MIPA Universitas Jember. Penelitian ini juga menghasilkan beberapa teorema dalam menentukan *Domination Number* pada graf-graf khusus sehingga dapat digunakan sebagai bahan ajar dalam teori graf.

2 Teorema yang Digunakan dan Roadmap Penelitian

Definisi 2.1 (Haynes dkk) Diberikan sebuah graf tidak berarah $G = (V, E)$, *dominating set* merupakan subset $S \subseteq V$ dari titik di G sedemikian sehingga untuk semua titik $v \in V$, salah satu dari $v \in S$ atau sebuah tetangga u dari v ada di S .

Misalkan graf G adalah graf tanpa titik-titik yang terisolasi, dan misalkan v adalah sebuah titik pada G . Himpunan $S \subseteq V(G)$ adalah total dominating set jika setiap titik di $V(G)$ bertetangga dengan sebuah titik di S . Setiap graf tanpa titik-titik terisolasi (graf terhubung) mempunyai total dominating set, karena $S = V(G)$ adalah sebuah himpunan. Jumlah total dominating dari graf G dinotasikan oleh $\gamma_t(G)$, adalah kardinalitas minimum dari total dominating set pada G . Kardinalitas total dominating set $\gamma_t(G)$ disebut sebagai himpunan $\gamma_t(G)$ (Haynes dan Henning, 2002).

Sebuah himpunan adalah *independent* jika tidak ada dua titik yang bertetangga dalam himpunan tersebut. *Independent dominating set* graf G adalah sebuah himpunan yang *dominating* dan *independent* di G . Jumlah *independent dominating* dari graf G , dinotasikan dengan $i(G)$, adalah jumlah minimum dari *independent dominating set*. Jumlah *independence* dari graf G , dinotasikan dengan $\alpha(G)$, adalah jumlah maksimum dari sebuah himpunan *independent* di G (Goddard dan Henning, 2006).

Beberapa teorema yang terdapat dalam dominating set menurut Haynes dan Henning 2002 adalah sebagai berikut:

Theorema 1 Untuk sebarang graf G ,

$$\left\lceil \frac{p}{1 + \Delta(G)} \right\rceil \leq \gamma(G) \leq p - \Delta(G)$$

Bukti: Misalkan S adalah sebuah γ -set dari G . Pertama, kita andaikan batas bawah. Setiap titik dapat sebagai dominating set dan $\Delta(G)$ ke titik yang lain. Berakibat, $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{1 + \Delta(G)} \right\rceil$. Untuk batas atasnya, misalkan v adalah titik dengan degree maksimum $\Delta(G)$. Maka v sebagai dominating set $N[v]$ dan titik di $V - N[v]$ merupakan dominating set mereka sendiri. Berakibat, $V - N[v]$ merupakan dominating set dengan kardinalitas $n - \Delta(G)$, sehingga $\gamma(G) \leq n - \Delta(G)$. \square

Terdapat beberapa jenis graf sederhana khusus. Berikut didefinisikan beberapa graf khusus :

1. Graf jaring laba-laba yang dinotasikan Wb_n adalah graf yang memiliki $2n + 1$ titik dan memiliki $4n$ sisi. Graf jaring laba-laba dinyatakan sebagai Wb_n dengan himpunan titik adalah $V(Wb_n) = \{x, x_i, y_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi adalah $E(Wb_n) = \{xx_i, 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_n x_1 \text{ dan } x_i x_{i+1}, 1 \leq i \leq n - 1\} \cup \{x_i y_i, 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_n y_1 \text{ dan } y_i y_{i+1}, 1 \leq i \leq n - 1\}$.
2. Graf parasut adalah salah satu family dari graf kipas. Graf parasut adalah sebuah graf yang dinotasikan dengan PC_n dimana $V(PC_n) = \{x_i, y_i, A; 1 \leq i \leq n\}$ dan $E(PC_n) = \{y_n x_1, y_1 x_n, Ax_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i x_{i+1}, y_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\}$.
3. Graf helm adalah graf dari family graf roda. Graf helm adalah sebuah graf yang dinotasikan dengan H_n dimana $V(H_{n,m}) = \{A, x_i, x_i, j; 1 \leq i \leq n \text{ dan } 1 \leq j \leq m\}$ dan $E(H_{n,m}) = \{x_n x_1, Ax_i, x_i x_{i,j}; 1 \leq i \leq n \text{ dan } 1 \leq j \leq m\} \cup \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\}$.

Beberapa hasil penelitian terdahulu mengenai dominating set berjarak satu, dapat dilihat pada Tabel 1.

Graph	$\gamma(G)$	Keterangan
C_n	$\frac{n}{d+1}$	Jose Alvarado
P_n	$\frac{n}{d+1}$	Jose Alvarado
Graf Petersen	3	Jose Alvarado
Graf Jahangir $\gamma_2(J_{m+1,n})$	$\gamma_2(J_{m+1,n}) = 1, \text{ jika } 1 \leq n \leq 2$ $\gamma_2(J_{m+1,n}) = \frac{3m}{4}, \text{ jika } n = 3$ $\gamma_2(J_{m+1,n}) = \frac{m(n+1)}{4}, \text{ jika } n \geq 4$	Darmaji dkk Darmaji dkk Darmaji dkk
Graf Prisma($D_{m,2}$)	$\frac{m}{4}, \text{ untuk } m \text{ kelipatan } 4$ $\lceil \frac{m}{4} \rceil + 1, \text{ untuk } m \text{ yang lain}$	Darmaji dkk Darmaji dkk
Graf Rem Cakram $\gamma(Db_{n,m})$	$\gamma(Db_{n,m}) = \lceil \frac{3nm - 2n}{5} \rceil, \text{ jika } n \geq 3 \text{ dan } m \geq 2$	Alfarisi dkk
Graf Lampion $\gamma(E_{n,m})$	$\gamma(E_{n,m}) = n + 1, \text{ jika } n \geq 2 \text{ dan } m \geq 1$	Alfarisi dkk
Graf Prisma $\gamma(D_{n,m})$	$\gamma(D_{n,m}) = n + 1, \text{ jika } n \geq 3 \text{ dan } m \geq 2$	Alfarisi dkk
Graf Tingkat Tangga $\gamma(Dt_{n,m})$	$\gamma(Dt_{n,m}) = n, \text{ jika } m = 1 \text{ dan } n \geq 3$ $\gamma(Dt_{n,m}) = n \lceil \frac{m}{2} \rceil, \text{ jika } m = 1 \text{ dan } n \geq 3$	Alfarisi dkk Alfarisi dkk
Graf Lampion $\gamma_2(E_{n,m})$	$\gamma_2(E_{n,m}) = \lceil \frac{2nm + n + 1}{4m + 3} \rceil, \text{ jika } n \geq 2 \text{ dan } m \geq 1$	Alfarisi dkk
Graf Rem Cakram $\gamma(Db_{m,n})$	$\gamma_2(Db_{n,2}) = 2, \text{ jika } n = 3$ $\gamma_2(Db_{n,2}) = \lceil \frac{n}{3} \rceil, \text{ jika } 4 \leq n \leq 6 \text{ dan } n \geq 10$ $\gamma_2(Db_{n,2}) = \lceil \frac{n}{3} \rceil + 1, \text{ jika } 7 \leq n \leq 9$	Alfarisi dkk Alfarisi dkk Alfarisi dkk
Graf Amalgamasi Cycle Amal ($C_n, 1, m$)	$\gamma_2(C_n, 1, m) = m \lceil \frac{n}{5} + 1 \rceil, \text{ jika } n \geq 3 \text{ dan } m \geq 3$	Alfarisi dkk
Graf Tribun (ξ_n)	$\gamma(\xi_n) = n + 1, \text{ untuk } n \geq 2$	Muharromah dkk
Graf Rantai Pentagon $\gamma(\mathfrak{BC}_n)$	$\gamma(\mathfrak{BC}_n) = n + 1, \text{ untuk } n \geq 2$	Muharromah dkk
Graf Shackle $\gamma(S_m, n)$	$\gamma(S_m, n) = n, \text{ untuk } n \geq 2 \text{ dan } m \geq 3$	Muharromah dkk

Graf $(C_n \odot (P_4 + \overline{K_1}))$	$\gamma(C_n \odot (P_4 + \overline{K_1})) = n, \text{ untuk } n \geq 3$	Muharromah dkk
Graf Join $(C_n + P_n)$	$\gamma(C_n + P_n) = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil, \text{ untuk } n \geq 3$	Muharromah dkk
Graf Lobster $(L_{i,j,k})$	$\gamma(L_{i,j,k}) = 2n, \text{ untuk } n \geq 2$	Muharromah dkk
Graf Triangular Ladder (L_n)	$\gamma(L_n) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil, \text{ untuk } n = 3 \text{ dan } n = 2k$ dimana $k \geq 2$ $\gamma(L_n) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil, \text{ untuk } n = 2k + 1 \text{ dimana } k \geq 2$	Muharromah dkk Muharromah dkk
Graf $((C_3 \otimes C_6), n)$	$\gamma((C_3 \otimes C_6), n) = 3n, \text{ untuk } n \geq 2$	Muharromah dkk
Graf $(P_2 \otimes C_n)$	$\gamma(P_2 \otimes C_n) = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil, \text{ untuk } n \geq 3$	Muharromah dkk
Graf $(P_n[C_3])$	$\gamma P_n[C_3] = \frac{n+1}{3}, \text{ untuk } n \geq 4$	Muharromah dkk
Graf $((C_3 \otimes C_6), n)$	$\gamma((C_3 \otimes C_6), n) = 3n, \text{ untuk } n \geq 2$	Muharromah dkk
Graf (Fl_n)	$\gamma(Fl_n) = 1, \text{ untuk } n \geq 2$	Wardani dkk
Graf $(\vartheta_{n,m})$	$\gamma(\vartheta_{n,m}) = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil, \text{ untuk } n \geq 3 \text{ dan } m \geq 1$	Wardani dkk
Graf $(F_{n,k})$	$\gamma(F_{n,k}) = n, \text{ untuk } n \geq 1$	Wardani dkk
Graf $(B_{n,m})$	$\gamma(B_{n,m}) = n + 1, \text{ untuk } n \geq 2 \text{ dan } m \geq 3$	Wardani dkk
Graf $(CR_{n,m})$	$\gamma(CR_{n,m}) = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil, \text{ untuk } n \geq 3$	Wardani dkk

3 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan Metode deduktif aksiomatik dalam menyelesaikan permasalahan. Metode deduktif aksiomatik merupakan metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah.

Rancangan penelitian untuk dominating set pada instalasi client hub untuk jaringan intranet adalah sebagai berikut:

1. Menentukan peta objek penelitian di Universitas Jember;
2. Menentukan sampel jaringan intranet pada Fakultas MIPA yang berupa desain atau gambar jaringan intranet;
3. Merepresentasikan gambar jaringan intranet tersebut ke dalam J-graph dengan teknik kontruksi line graph, yaitu komputer dan Hub

direpresentasikan dalam sebagai titik serta kabel yang menghubungkannya direpresentasikan sebagai sisi;

4. Menganalisis manajemen jaringan intranet dengan dominating set;
5. Menentukan berbagai macam letak titik-titik yang mendominasi dalam graf;
6. Menentukan jumlah minimal titik yang mendominasi dalam graf;
7. Mengaplikasikan hasil tersebut sebagai hasil optimal yang dapat diterapkan untuk meletakkan Hub sehingga jumlahnya minimum;
8. Mengembangkan dominating set pada beberapa graf khusus.

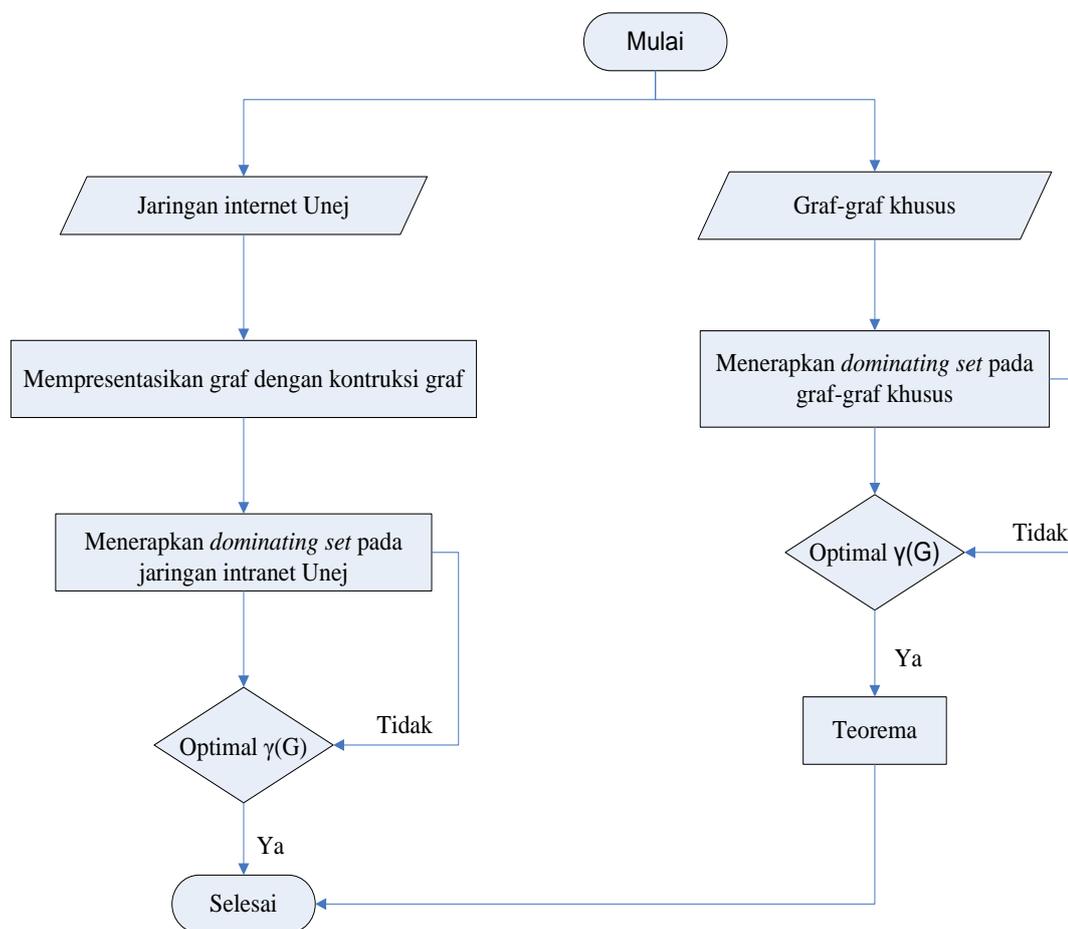


Figure 1: Rancangan Penelitian

4 Hasil Penelitian

4.1 Analisis Topologi Jaringan Intranet Fakultas MIPA Universitas Jember

Pada bagian ini akan dibahas mengenai topologi jaringan intranet Fakultas MIPA Universitas Jember yaitu menentukan representasi graf dari topologi jaringan intranet Fakultas MIPA Universitas Jember. Dimana titik merupakan ruangan dan setiap relasi antara dua ruangan yang berdekatan disebut sisi. Terdapat enam penamaan untuk titik, yaitu A, v_i, w_i, x_i, y_i dan z_i , dimana A merupakan titik pusat dalam hal ini yaitu gedung UPT TI, v_i merupakan titik yang menggambarkan ruangan yang berada di gedung kimia dimana K_1 mengartikan lantai satu dan K_2 mengartikan lantai 2, w_i merupakan titik yang menggambarkan ruangan yang berada di gedung matematika dimana M_1 mengartikan lantai satu dan M_2 mengartikan lantai dua, x_i merupakan titik yang menggambarkan ruangan yang berada di gedung dekanat, y_i merupakan titik yang menggambarkan ruangan yang berada di gedung biologi dimana B_1 mengartikan lantai satu dan B_2 mengartikan lantai dua, dan z_i merupakan titik yang menggambarkan ruangan yang berada di gedung fisika dimana F_1 mengartikan lantai satu dan F_2 mengartikan lantai dua. Representasi graf dari topologi jaringan intranet Fakultas MIPA Universitas Jember dengan 58 titik dan 62 sisi, sebagaimana Gambar 2 merupakan hasil representasi graf dengan merubah letak titik namun tidak mengabaikan keisomorfisan graf jaringan intranet tersebut, alasan merubah letak posisi yaitu agar sisinya tidak menumpuk dengan titik-titik yang lain.

Setelah diteliti gambar representasi graf topologi jaringan intranet Fakultas MIPA Universitas Jember dapat dilihat pada Gambar 2 dan *dominating set*nya dapat dilihat pada Gambar 3 dan 4 titik kuning merupakan *dominating set* sedangkan titik merah merupakan titik yang tercover. Untuk melihat keoptimalan dari penerapan *dominating set* dilakukan dengan observasi gambar dan menggunakan rumus batas atas sebarang graf dari Haynes, $\gamma(G) \leq p + 1 - \sqrt{2q + 1}$, dengan mensubstitusikan nilai p dan q dari representasi graf topologi jaringan intranet Fakultas MIPA Universitas Jember sehingga didapatkan batas

atas dari *domination number* $\gamma(G) \leq 47$. *Domination number* dari graf jaringan intranet Fakultas MIPA Universitas Jember $\gamma(G) = 21$, dengan variasi *dominating set*

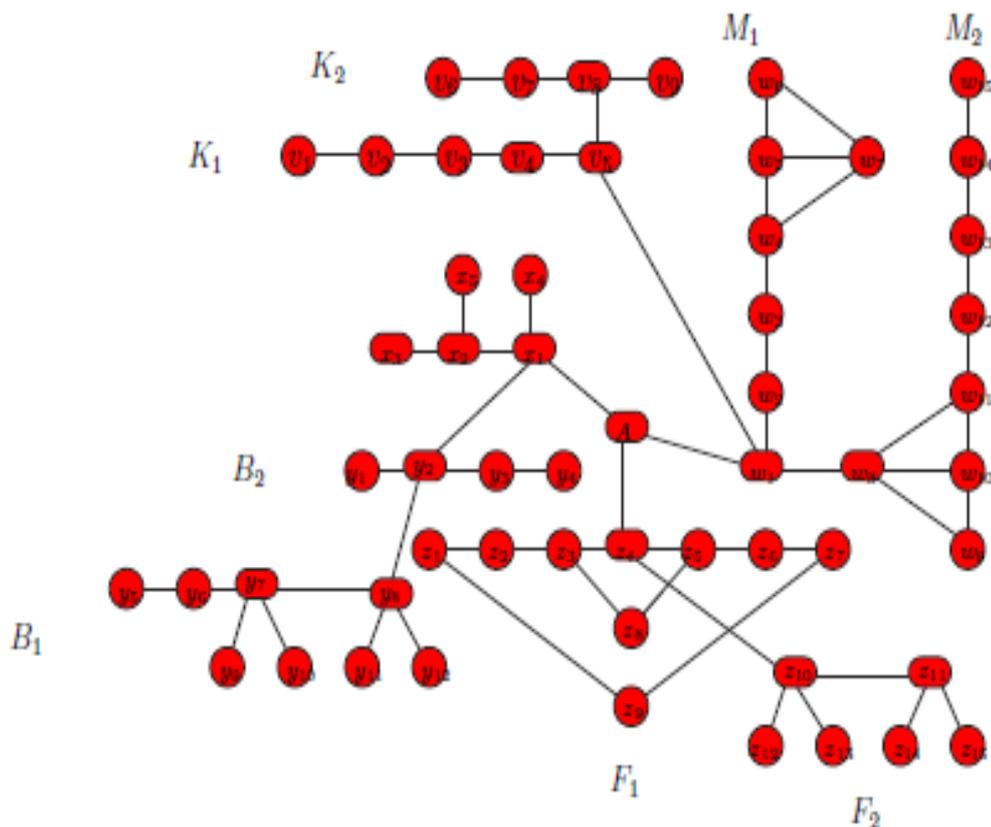
$$D_1 =$$

$\{v_2, v_4, v_7, v_8, x_2, x_4, w_2, w_7, w_8, w_{12}, w_{15}, y_2, y_3, y_6, y_7, y_8, z_2, z_5, z_7, z_{10}, z_{11}\}$ dan

$$D_2 =$$

$\{v_2, v_4, v_6, v_8, x_2, x_4, w_2, w_7, w_8, w_{12}, w_{14}, y_2, y_4, y_5, y_7, y_8, z_2, z_5, z_7, z_{10}, z_{11}\}$.

Domination number yang didapatkan masih terdapat dalam rentan dari batas atas *domination number*, sehingga *domination number* yang ditemukan bisa dikatakan sudah optimal. Jumlah intranet tersebut merupakan jumlah ideal, sesuai dengan jumlah ruangan yang ada. Tentu saja keberadaan intranet tergantung



beberapa konstrain seperti jumlah user yang akses dalam waktu bersamaan dan jarak antar ruangan yang satu dengan ruangan yang lain. Konstrain tersebut dapat ditentukan oleh installer jaringan, sehingga bisa saja installer menentukan apakah himpunan *dominating set* dimerges untuk efisiensi.

Figure 2: Hasil Representasi Graf Jaringan Intranet Fakultas MIPA Universitas Jember

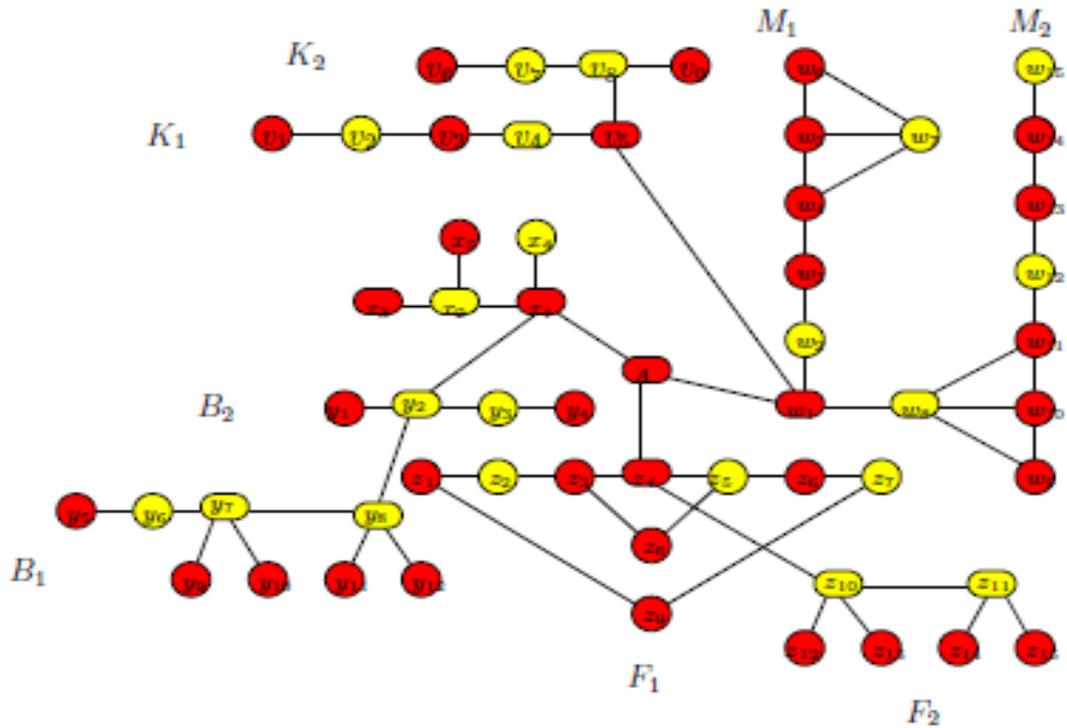


Figure 3: $Dominating Set D_1$ dari Graf Jaringan Intranet Fakultas MIPA Universitas Jember

5 Pengembangan Teori Dominating Set pada Beberapa Family Graf Khusus

Di bagian ini akan di bahas mengenai pengembangan dominating number padagraf khusus meliputi graf jaring laba-laba $W_{n,m}$, graf parasut PC_n , graf Jaring laba-laba Wb_n , graf Helm $H_{n,m}$, dan graf Regular A_n .

Teorema 5.1 Misal $G = Wb_n$ adalah graf jaring laba-laba. Untuk $n \geq 3$, memiliki domination number sebagai berikut

$$\gamma(Wb_n) = \begin{cases} 2, & n = 3,4 \\ \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil + 1, & n \text{ yang lainnya} \end{cases}$$

Bukti. Misal G adalah graf jaring laba-laba, yang dinotasikan dengan Wb_n . Himpunan titik dari G adalah $V(Wb_n) = \{x, x_i, y_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(Wb_n) = \{xx_i, 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_nx_1 \text{ dan } x_ix_{i+1}, 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_iy_i, 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_ny_1 \text{ dan } y_iy_{i+1}, 1 \leq i \leq n-1\}$. Order dari graf Wb_n adalah $p = |V| = 2n + 1$ dan $q = |E| = 4n$. Misal D_1 dan D_2 adalah dominating set. Kita mendefinisikan $D_1 = x_2, y_4; \text{ untuk } n = 4$ dan $D_2 = x, y_{3i-1}; 1 \leq i \leq \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$. Dari situ dapat terlihat jelas bahwa D_1 dan D_2 mendominasi semua titik pada graf jaring laba-laba. Dengan perhitungan langsung diperoleh bahwa $|D_1| = 2, |D_2| = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil + 1$. Berdasarkan teorema 1, batas bawah dan batas atas adalah: $\left\lceil \frac{p}{1+\Delta(Wb_n)} \right\rceil \leq \gamma(Wb_n) \leq p - \Delta(Wb_n)$, dimana $\Delta(Wb_n)$ merupakan derajat terbesar dari graf jaring laba-laba. Hal tersebut memenuhi $\left\lceil \frac{2n+1}{1+\Delta(Wb_n)} \right\rceil \leq \gamma(Wb_n) \leq 2n + 1 - \Delta(Wb_n)$. Selama $\Delta(Wb_4) = 4$, maka $\left\lceil \frac{9}{5} \right\rceil \leq \gamma(Wb_4) \leq 5$. Dapat dilihat dengan mudah bahwa $\gamma(Wb_4) = 2$. Selanjutnya, selama $\Delta(Wb_n) = n$, untuk $n \geq 5$. Maka $\left\lceil \frac{2n+1}{n+1} \right\rceil \leq \gamma(Wb_n) \leq n + 1$. Dapat dilihat dengan mudah bahwa $\gamma(Wb_n) = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil + 1$. □

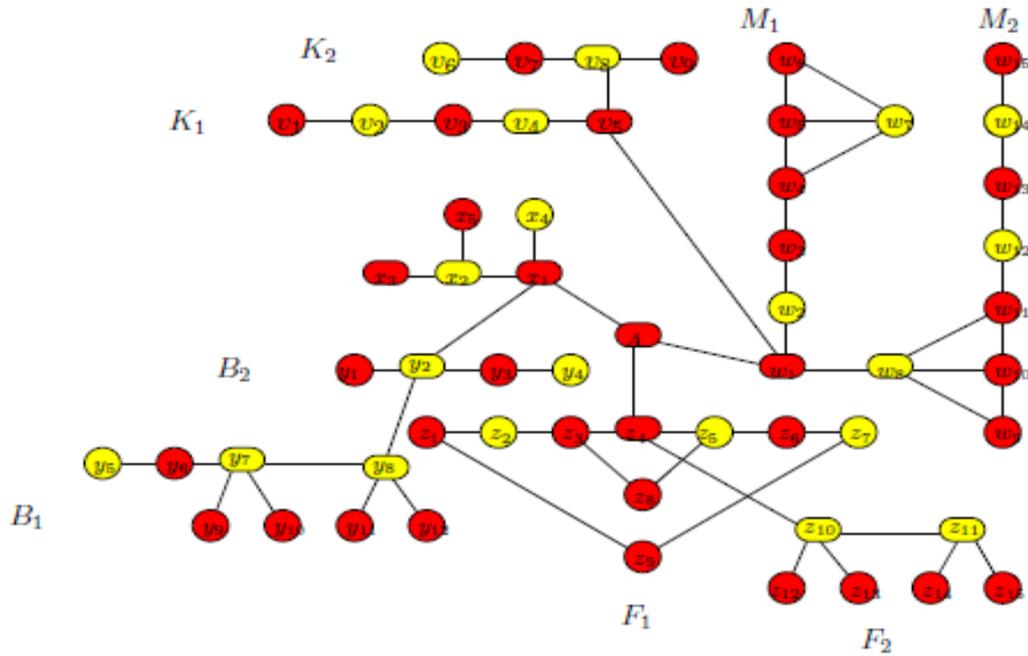


Figure 4: *Dominating Set* D_2 dari Graf Jaringan Intranet Fakultas MIPA Universitas Jember

◇ **Teorema 5.2** Misal $G = Pc_n$ adalah graf parasut. Untuk $n \geq 3$, memiliki domination number

$$\gamma(Pc_n) = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil + 1$$

Bukti. Misal G adalah graf parasut, yang dinotasikan dengan Pc_n . Himpunan titik G adalah $V(Pc_n) = \{x_i, y_i, A; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(Pc_n) = \{y_n x_1, y_1 x_n, A x_i; 1 \leq i \leq n\} \cup \{x_i x_{i+1}, y_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\}$. Order dari graf Pc_n adalah $p = |V| = 2n + 1$ dan $sizeq = |E| = 3n$. Misal D adalah *dominating set* dari graf parasut. Kita definisikan $D = \{A, y_{3i-1}; 1 \leq i \leq \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil\}$. Dari situ dapat terlihat jelas bahwa D mendominasi semua titik pada graf parasut. Kardinalitas $|D| = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil + 1$. Berdasarkan teorema 1, batas bawah dan batas atas adalah: $\left\lceil \frac{p}{1+\Delta(Pc_n)} \right\rceil \leq \gamma(Pc_n) \leq p - \Delta(Pc_n)$, dimana $\Delta(Pc_n)$ merupakan derajat terbesar. Selama $\Delta(Pc_n) = n$, untuk $n \geq 3$, maka $\left\lceil \frac{2n+1}{n+1} \right\rceil \leq \gamma(Pc_n) \leq n + 1$. Dapat dilihat dengan mudah $\gamma(Pc_n) = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil + 1$. □

◇ **Teorema 5.3** Misal $G = H_{n,m}$ adalah graf helm. Untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 1$, memiliki domination number

$$\gamma(H_{n,m}) = n$$

Bukti. Misal G adalah graf helm, yang dinotasikan dengan $H_{n,m}$. Himpunan titik dari G adalah $V(H_{n,m}) = \{A, x_i, x_{i,j}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\}$ dan himpunan sisi $E(H_{n,m}) = \{x_n x_1, A x_i, x_i x_{i,j}; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m\} \cup \{x_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\}$. Order dari graf $H_{n,m}$ adalah $p = |V| = n(m+1)$ dan size $q = |E| = n(m+2)$. Misal D adalah dominating set dari graf helm. Kita mendefinisikan $D = \{x_i; 1 \leq i \leq n\}$. Dari situ dapat terlihat jelas bahwa D mendominasi semua titik pada graf helm, dan $|D| = n$. Berdasarkan teorema 1, batas bawah dan batas atas $\left\lceil \frac{p}{1+\Delta H_{n,m}} \right\rceil \leq \gamma(H_{n,m}) \leq p - \Delta H_{n,m}$ dimana $\Delta H_{n,m}$ adalah derajat terbatas. Maka $\left\lceil \frac{n(m+1)}{1+\Delta H_{n,m}} \right\rceil \leq \gamma(H_{n,m}) \leq n(m+1) - \Delta H_{n,m}$. Selama $\Delta H_{n,m} = n$, untuk $n \geq 3$ dan $m \geq 1$, maka $\left\lceil \frac{n(m+1)}{n+1} \right\rceil \leq \gamma(H_{n,m}) \leq nm$. Dapat dilihat dengan mudah bahwa $\gamma(H_{n,m}) = n$. □

◇ **Teorema 5.4** Misal $G = A_{2n,m}$ adalah graf reguler dengan order $2n$ dan derajat m . Untuk $n \geq 3$ dan $3 \leq m < 2n$, memiliki domination number

$$\gamma(A_n) = \left\lceil \frac{2n}{m+1} \right\rceil$$

Bukti. Misal G graf reguler dengan order $2n$ dan derajat m , dinotasikan dengan $A_{2n,m}$. Himpunan titik G adalah $V(A_{2n,m}) = \{x_i, y_i; 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisi $E(A_{2n,m}) = \{x_n x_1, y_n y_1, x_i x_{i+1}, y_i y_{i+1}; 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{x_i y_{i+k(mod n)}; 1 \leq i \leq n\}$ dan $1 \leq k \leq m-3$. Order dari graf G adalah $p = |V| = 2n$ dan size $q = |E| = n(m+2)$. Berdasarkan teorema 1, batas bawah dan batas atas: $\left\lceil \frac{p}{1+\Delta A_{2n,m}} \right\rceil \leq \gamma(A_{2n,m}) \leq p - \Delta A_{2n,m}$ dimana $\Delta A_{2n,m}$ adalah derajat terbesar. Maka $\left\lceil \frac{p}{1+\Delta A_{2n,m}} \right\rceil \leq \gamma(A_{2n,m}) \leq 2n - \Delta A_{2n,m}$. Selama $\Delta A_{2n,m} =$

mdengan $3 \leq m \leq 2n$, maka $\left\lfloor \frac{2n}{m+1} \right\rfloor \leq \gamma(A_{2n,m}) \leq 2n - m$. Dapat dilihat bahwa $\gamma(A_{2n,m}) = \left\lfloor \frac{2n}{m+1} \right\rfloor$ berada pada batas bawah *domination number*. \square

6 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Terdapat dua kemungkinan dalam instalasi client hub dengan jumlah minimalclient hub adalah 21 pada jaringan intranet di Fakultas Mipa di Universitas Jember.
2. Domination number pada beberapa graf khusus yaitu:

$$\gamma(Wb_n) = \begin{cases} 2, & n = 4 \\ \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor + 1, & n \text{ yang lainnya} \end{cases}$$

$$\gamma(Pc_n) = \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor + 1$$

$$\gamma(H_{n,m}) = n \text{ untuk } m \geq 1$$

$$\gamma(A_n) = \left\lfloor \frac{2n}{m+1} \right\rfloor \text{ untuk } 3 \leq m < 2n$$

Referensi

- [1] Alfari, R., Fatahillah, A., Dafik. 2014. Analisa Himpunan Dominasi pada Graf-Graf Khusus. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. Jurnal: UAD Yogyakarta. vol(1).
- [2] Dafik, M. Miller, J. Ryan and M. Ba-ca. 2009. On super (a; d)-edge antimagic total labeling of disconnected graphs. *Discrete Math.*, 309.
- [3] Dafik, M. Miller, J. Ryan and M. Ba-ca. 2008. Antimagic total labeling of disjoint union of complete s -partite graphs. *J. Combin. Math. Combin. Comput.*, 65, 41-49.
- [4] Darmaji dkk. 2014. "Dominating Set Berjarak Dua Pada Graf Jahangir dan Prisma". Tidak diterbitkan. Paper. Surabaya: ITS
- [5] Gary Chartrand and Ping Zhang. 2008. Chromatic Graph Theory. Chapman andHall.
- [6] Goddard, W dan Henning, M.A. 2006. Independent Domination in Graphs: A Survey and Recent Results. South African National Research Foundation and The University Of Johannesburg.
- [7] Hayness, T.W dan Henning, M.A. 2002. Total Domination Good Vertices in Graphs. *Australasian Journal Of Combinatorics* 26 (2002), pp. 305-315.
- [8] Haynes, T.W. Fundamental of Domination in Graphs. 1998. New York: Marcel Dekker, INC.

- [9] Henning, M.A, dkk. 2008. On Matching and Total Domination in Graphs. *Discrete Mathematics* 308 (2008) 2313-2318.
- [10] Henning, M. A and Yeo, A. 2012. Girth and Total Dominating in Graphs. *Graphs Combin.* 28 (2012) 199-214.
- [11] Howard, J.M. 2004. Locating and Total Dominating Sets in Trees. Thesis. Unpublished
- [12] Muharromah, A., Agustin, I. H., Da-k. 2014. Graf-Graf Khusus dan Bilangan Dominasinya. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. Jurnal: UAD Yogyakarta.* vol(1).
- [13] Murugesan, N., et al. The Domination and Independence of Some Cubic Bipartite Graphs. 2004. *Int. J. Contemp. Math. Sciences.* 6 13 (2009),611-618.
- [14] Ruan, L, dkk. 2004. Greedy Approximation for Minimum Connected Dominatingset. *Theoretical Computer Science* 329 (2004) 325 - 330.
- [15] Saputra, W. 2014. Definisi Hub, Switch dan Router. (<http://wahyusaputra468.blogspot.com/2013/07/definisi-hub-switch-dan-router.html>)
- [16] Slamir. 2009. *Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf*. Jember : Jember University Press.
- [17] Snyder, K. 2011. *C-Dominating Sets for Families of Graphs*. University of Mary Washington.
- [18] Tarr, Jennifer M. 2010. *Domination in Graphs*. Graduate Theses and Dissertations.
- [19] Wardani, D. A. R., Agustin, I. H., Da-k. 2014. Bilangan Dominasi dari Graf-graf Khusus. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika. Jurnal: UAD Yogyakarta.* vol(1).
- [20] Wikipedia. 2014. Jaringan Intranet. (<http://id.m.wikipedia.org/wiki/intranet>).
- [21] Yannakakis, M. and Gavril, F. 1980. Edge Dominating Sets in Graphs. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Vol 338, No.3 (Jun 1980), pp.364-372.