



**ANALISIS SOLUSI NUMERIK MODEL PREDATOR-PREY
DENGAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT DAN GILL**

SKRIPSI

Oleh

**Prian Peisesa Putri
NIM 081810101056**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2013**



**ANALISIS SOLUSI NUMERIK MODEL PREDATOR-PREY
DENGAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT DAN GILL**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Prian Peisesa Putri
NIM 081810101056**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2013**

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, dengan puji syukur kehadirat Allah SWT, skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ayahanda Samsuri dan Ibunda Paisah, yang selalu memberikan doa, kasih sayang, perhatian dan pengorbanan selama ini;
2. kakak tersayang Wahyu Tri Hanggana Warih yang selalu memberikan motivasi dan kebahagiaan;
3. sahabat tercinta Abdul Muis Hadiano, Bayu Kriswantoro, Dayvis Suryadana, Indah Rohmawati, Yesiana Novika Sari, Miftahur Roifah yang selalu memberikan semangat, menemani dan saling membantu dari awal kuliah hingga saat ini;
4. guru-guru sejak taman kanak-kanak hingga perguruan tinggi, yang telah banyak memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
5. Almater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
6. teman-teman angkatan 2008 (Gothic) yang selalu kompak dalam memberikan semangat dari awal kuliah sampai sekarang.

MOTTO

Orang-orang yang sukses telah belajar membuat diri mereka melakukan hal yang harus dikerjakan ketika hal itu memang harus dikerjakan, entah mereka menyukainya atau tidak.
(Aldus Huxley)^{*)}

^{*)} Sundanicus. 2011. *Motto Hidup (Kumpulan Motto untuk Skripsi, Tesis, Desertasi)*. [serial On line]. <http://tersingelisasi.blogspot.com/2012/02/motto-hidup-kumpulan-motto-untuk.html>. [17 Maret 2013]

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Prian Peisesa Putri

NIM : 081810101056

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Analisis Solusi Numerik Model Predator-Prey dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat dan Gill” adalah benar-benar hasil karya sendiri kecuali jika disebutkan sumbernya dan skripsi ini belum pernah diajukan pada institusi manapun serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenar-benarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Mei 2013

Yang menyatakan,

Prian Peisesa Putri
NIM 081810101056

SKRIPSI

ANALISIS SOLUSI NUMERIK MODEL PREDATOR-PREY DENGAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT DAN GILL

Oleh:

Prian Peisesa Putri
NIM 081810101056

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si
Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Analisis Solusi Numerik Model Predator-Prey dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat dan Gill” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal : Kamis, 30 Mei 2013

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Tim Penguji,

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.
NIP 196908281998021001

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.
NIP 196610121993031001

Penguji I

Penguji II

Kusbudiono, S.Si., M.Si.
NIP 197704302005011001

Bagus Juliyanto, S.Si.
NIP 198007022003121001

Mengesahkan
Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.
NIP 196101081986021001

RINGKASAN

Analisis Solusi Numerik Model Predator-Prey dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat dan Gill; Prian Peisesa Putri, 081810101056; 2013; 38 halaman; Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.

Model Predator-Prey merupakan interaksi dua populasi, yaitu populasi mangsa dan pemangsa. Tujuan yang pertama dari penelitian ini adalah menyelesaikan solusi numerik dari model Predator-Prey dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill. Tujuan yang kedua adalah mengetahui profil model Predator-Prey yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.

Pada penelitian ini terdapat beberapa langkah yang akan dilakukan. Langkah yang pertama adalah menentukan model Predator-Prey yang akan diselesaikan secara numerik menggunakan Runge-Kutta orde empat dan Gill. Langkah selanjutnya adalah melakukan simulasi program dengan memvariasikan nilai parameter untuk laju kelahiran mangsa (a), laju kematian pemangsa (b), penurunan jumlah populasi mangsa (α), dan peningkatan pada jumlah populasi pemangsa (β). Langkah terakhir adalah menganalisis hasil simulasi untuk mengetahui profil Predator-Prey dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.

Metode Runge-Kutta orde empat dan Gill, keduanya merupakan metode yang baik. Dari hasil analisis selisih estimasi Runge-Kutta orde empat dan Gill untuk pemangsa dan mangsa, kedua metode ini tidak terlihat perbedaan yang signifikan untuk mengetahui metode yang lebih baik dalam menyelesaikan model Predator-Prey. Dikarenakan model Predator-Prey tidak dapat diselesaikan secara analitik,

sehingga tidak dapat dilihat perbedaan kedua metode tersebut dari pendekatan solusi analitiknya.

Analisis hasil simulasi menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill menunjukkan bahwa semakin besar nilai b , populasi mangsa meningkat dengan nilai $\alpha > \beta$. Semakin kecil nilai α dan β yang diberikan maka akan menyebabkan proses interaksi antara kedua populasi melambat dan populasi mangsa meningkat. Hal ini dikarenakan populasi mangsa bereproduksi sangat cepat dari pada pemangsa tetapi tidak terjadi ledakan antara mangsa dan pemangsa dalam kelahiran maupun kematian sehingga proses interaksinya berlangsung stabil.

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Solusi Numerik Model Predator-Prey dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat dan Gill”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terima kasih kepada:

1. Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si selaku Dosen Pembimbing Utama dan Drs. Rusli Hidayat, M.Sc selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Kusbudiono, S.Si., M.Si selaku Dosen Penguji I dan Bagus Juliyanto, S.Si selaku Dosen Penguji II yang telah memberi masukan terhadap skripsi ini;
3. Drs. Rusli Hidayat, M.Sc selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
4. Bapak Samsuri dan Ibu Paisah yang selalu memberikan dorongan, doa, kasih sayang dan motivasi kepada penulis;
5. semua dosen Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember yang telah memberikan bekal ilmu kepada penulis;
6. Ika, Arif, Rafiantika, Laily, Mifta, Yesi, Bayu, Muis, Dayvis, Indah, Nindy, Baits, Unik dan angkatan 2008 yang telah memberikan semangat dan doa;
7. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Mei 2013

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iii
HALAMAN MOTTO	iv
HALAMAN PERNYATAAN	v
HALAMAN BIMBINGAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	3
1.4 Manfaat	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Persamaan Diferensial Biasa	4
2.1.1 Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Linier	4
2.1.2 Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Nonlinier	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	5
2.3 Metode Numerik	6
2.4 Metode Runge-Kutta	6
2.4.1 Metode Runge-Kutta Orde Dua	8

2.4.2 Metode Runge-Kutta Orde Tiga	8
2.4.3 Metode Runge-Kutta Orde Empat	9
2.5 Metode Runge-Kutta Gill (RKG)	9
2.6 Model Populasi Predator-Prey	10
BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN	13
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	17
4.1 Data-data Penelitian	17
4.2 Penyelesaian Model dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat	18
4.3 Penyelesaian Model dengan Metode Runge-Kutta Gill ..	19
4.4 Tampilan Program	22
4.5 Simulasi Program	23
4.6 Analisis Hasil Simulasi	33
BAB 5. PENUTUP	37
5.1 Kesimpulan	37
5.2 Saran	38
DAFTAR PUSTAKA	39
LAMPIRAN	40

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
3.1 Diagram Metode Penelitian	13
4.1 Tampilan GUI program Predator-Prey.....	22
4.2 Grafik Predator-Prey kasus pertama untuk nilai $a > b$ dan selisih kedua metode	25
4.3 Grafik Predator-Prey kasus kedua untuk nilai $a = b$ dan selisih kedua metode	26
4.4 Grafik Predator-Prey kasus ketiga untuk nilai $a < b$ dan selisih kedua metode	28
4.5 Grafik Predator-Prey kasus keempat untuk nilai $a > b$ dan selisih kedua metode	29
4.6 Grafik Predator-Prey kasus kelima untuk nilai $a = b$ dan selisih kedua metode	31
4.7 Grafik Predator-Prey kasus keenam untuk nilai $a < b$ dan selisih kedua metode	32

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
A. Skrip Solusi Model Predator-Prey dengan Runge-Kutta orde empat dan Gill.....	40
A.1 Skrip untuk Proses.....	40
A.2 Skrip untuk GUI	43
A.3 Skrip untuk Metode Runge-Kutta orde empat	47
A.4 Skrip untuk Metode Runge-Kutta Gill.....	49

BAB 1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Peranan matematika telah memberikan pengaruh yang sangat besar terhadap kemajuan pengetahuan dan teknologi dari tahun ke tahun. Model matematika termasuk salah satu bagian dari perkembangan tersebut, hampir semua permasalahan di dunia nyata dapat diformulasikan ke dalam model matematika. Salah satunya adalah tentang makhluk hidup yang ada di bumi. Makhluk hidup selalu bergantung kepada makhluk hidup yang lain dan terdiri dari bermacam-macam spesies yang membentuk populasi. Tiap individu akan selalu berhubungan dengan individu lain yang sejenis atau lain jenis, baik individu dalam satu populasi atau individu-individu dari populasi lain.

Pergerakan dari populasi tersebut, terdapat beberapa jenis hubungan yang dapat terjadi antar spesies. Salah satu interaksi tersebut adalah predasi, yaitu hubungan antara mangsa (*prey*) dan pemangsa (*predator*). Dalam pembahasan ilmu ekologi, khususnya interaksi predasi dua populasi ini menjadi sangat penting karena kelangsungan hidup manusia tergantung pada keseimbangan lingkungan sekitarnya. Dan keseimbangan tersebut dapat tercapai jika jumlah rata-rata spesies dari dua populasi yaitu populasi mangsa dan pemangsa (Predator-Prey) yang sedang berinteraksi sesuai dengan ukuran atau proporsinya. Model Predator-Prey ini diperkenalkan oleh Alfred J. Lotka dan Vito Volterra sekitar tahun 1920, yang memformulasikan model matematika tersebut dalam sistem persamaan diferensial.

Solusi eksak dari sistem persamaan diferensial Lotka-Volterra secara eksplisit atau analitik tidak mudah diselesaikan, akan tetapi dengan metode numerik sistem persamaan tersebut dapat diselesaikan dan menghasilkan hasil numerik (solusi aproksimasi atau hampiran).

Beberapa penelitian banyak yang mengkaji persamaan diferensial Lotka-Volterra, diantaranya adalah penelitian yang dilakukan oleh Angga (2010) mengenai penerapan model mangsa-pemangsa Lotka-Volterra (studi kasus perkebunan kopi, kakao (PTPN X), dan kelapa rakyat di Jember) yang menggunakan beberapa data populasi mangsa-pemangsa untuk menunjukkan tingkat ketahanan hidup dan tingkat predasi yang lebih unggul sebagai agen hayati.

Prayudi (2012) tentang penerapan Extended Kalman Filter pada model Predator-Prey untuk mengestimasi variabel keadaan pada model tersebut. Dengan menggunakan metode EKF tersebut, didapatkan hasil estimasi jumlah populasi pemangsa dan mangsa yang cukup baik, yaitu sama-sama relatif mendekati nilai sebenarnya yang dilihat dari nilai norm kovariansi errornya.

Penelitian yang diangkat dalam tugas akhir ini, adalah melakukan analisis numerik dari model Predator-Prey dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill. Menurut Kadaffi (2011), metode Runge-Kutta orde empat ini memberikan hasil ketelitian yang lebih tinggi dalam perhitungan dan pembulatan. Ini sudah dibuktikan dalam penelitiannya pada pemodelan dan simulasi dengan metode Euler dan Runge-Kutta. Sedangkan untuk metode Runge-Kutta Gill (RKG), metode ini tergolong dalam keluarga metode Runge-Kutta orde empat. Pengambilan kedua metode tersebut dikarenakan memiliki ketelitian yang tinggi dan peneliti-peneliti sebelumnya belum ada yang memakai metode Runge-Kutta Gill.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menyelesaikan model Predator-Prey secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.
2. Bagaimana analisis solusi numerik dari model Predator-Prey yang diselesaikan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.

1.3 Tujuan

Tujuan yang hendak dicapai dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Menyelesaikan solusi numerik dari model Predator-Prey dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.
2. Mengetahui profil model Predator-Prey yang diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.

1.4 Manfaat

Manfaat yang dapat diambil dari penulisan tugas akhir ini adalah dapat memberikan informasi tentang profil model Predator-Prey yang diselesaikan secara numerik dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.

BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial biasa adalah persamaan yang memuat turunan terhadap fungsi yang memuat satu variabel bebas. Jika x adalah fungsi dari t , maka contoh persamaan diferensial biasa adalah

$$\frac{dx}{dt} = t^2 \cos x$$

dimana persamaan tersebut memiliki order satu. Order dari persamaan diferensial adalah turunan tertinggi pada fungsi tak diketahui (peubah tak bebas) yang muncul dalam persamaan diferensial (Campbell & Haberman, 2008).

Berdasarkan sifat kelinieran dari peubah tak bebasnya, persamaan diferensial biasa dapat dibedakan menjadi persamaan diferensial biasa linier dan persamaan diferensial biasa nonlinier.

2.1.1 Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Linier

Persamaan diferensial biasa linier memiliki bentuk umum

$$a_n(t) \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1}(t) \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1(t) \frac{dx}{dt} + a_0(t)x = f(t) \quad (2.1)$$

dengan $a_n \neq 0$, a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 disebut koefisien persamaan diferensial. Fungsi $f(t)$ disebut input atau unsur nonhomogen. Jika $f(t)$ disebut *input*, maka solusi dari persamaan diferensial $x(t)$ biasanya disebut *output*. Jika ruas sebelah kanan $f(t)$ bernilai nol untuk semua nilai t dalam interval yang ditinjau, maka persamaan ini dikatakan homogen, sebaliknya dikatakan nonhomogen. Contoh persamaan diferensial biasa linier adalah

$$\frac{dx}{dt} = 2x + 3t$$

yang merupakan persamaan diferensial biasa linier nonhomogen order satu.

2.1.2 Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Nonlinier

Jika persamaan diferensial biasa tidak dapat dinyatakan dalam bentuk umum persamaan diferensial biasa linier, yaitu pada persamaan (2.1), maka persamaan diferensial tersebut adalah persamaan diferensial biasa nonlinier. Contoh persamaan diferensial biasa nonlinier

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 3x^2 = \sin t$$

yang merupakan persamaan diferensial biasa nonlinier nonhomogen order dua (Hidayat, 2006).

2.2 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat n buah persamaan diferensial, dengan n buah fungsi yang tidak diketahui, dimana n merupakan bilangan bulat positif lebih besar sama dengan dua. Antara persamaan diferensial yang satu dengan yang lain saling keterkaitan dan konsisten.

Bentuk umum dari suatu sistem n persamaan orde pertama mempunyai bentuk sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= g_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= g_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= g_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}$$

Dengan x_1, x_2, \dots, x_n adalah variabel bebas dan t adalah variabel terikat, sehingga $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$, dimana $\frac{dx_n}{dt}$ merupakan derivatif

fungsi x_n terhadap t , dan g , adalah fungsi yang tergantung pada variabel x_1, x_2, \dots, x_n dan t (Neuhauser, 2004).

2.3 Metode Numerik

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan atau aritmatika biasa (tambah, kurang, kali dan bagi).

Metode numerik disebut juga sebagai alternatif dari metode analitik, yang merupakan metode penyelesaian persoalan matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku atau lazim. Disebut demikian, karena adakalanya persoalan matematika sulit diselesaikan atau bahkan tidak dapat diselesaikan secara analitik sehingga dapat dikatakan bahwa persoalan matematik tersebut tidak mempunyai solusi analitik. Sehingga sebagai alternatifnya, persoalan matematik tersebut diselesaikan dengan metode numerik. Perbedaan antara metode analitik dan metode numerik adalah metode analitik hanya dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sederhana dan menghasilkan solusi yang sebenarnya atau solusi sejati. Sedangkan metode numerik dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang sangat kompleks dan nonlinier. Solusi yang dihasilkan dari penyelesaian secara numerik merupakan solusi hampiran atau pendekatan yang mendekati solusi eksak atau solusi sebenarnya. Hasil penyelesaian yang didapatkan dari metode numerik dan metode analitik memiliki selisih, dimana selisih tersebut dinamakan kesalahan (*error*) (Triatmodjo, 2002).

2.4 Metode Runge-Kutta

Metode Runge-Kutta merupakan metode yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan dari fungsi.

Bentuk umum dari metode Runge-Kutta adalah,

$$x_{i+1} = x_i + \Phi(t_i, x_i, h)h \quad (2.2)$$

dengan $\Phi(t_i, x_i, h)$ adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval dan digunakan untuk mengekstrapolasi dari nilai lama x_i ke nilai baru x_{i+1} sepanjang interval h . Fungsi pertambahan dapat ditulis dalam bentuk umum:

$$\Phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n \quad (2.3)$$

dengan a adalah konstanta dan k adalah:

$$k_1 = f(t_i, x_i) \quad (2.4)$$

$$k_2 = f(t_i + p_1 h, x_i + q_{11} k_1 h) \quad (2.5)$$

$$k_3 = f(t_i + p_2 h, x_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h)$$

.

.

$$k_n = f(t_i + p_{n-1} h, x_i + q_{n-1,2} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h)$$

dengan p dan q adalah konstanta. Nilai k menunjukkan hubungan berurutan. Nilai k_1 muncul dalam persamaan k_2 , yang keduanya juga muncul dalam persamaan k_3 , dan seterusnya. Hubungan yang berurutan ini membuat metode Runge-Kutta efisien untuk hitungan komputer (Triatmodjo, 2002)

Ada beberapa tipe metode Runge-Kutta yang tergantung pada nilai n (orde) yang digunakan. Misalnya, untuk $n = 1$ disebut metode Runge-Kutta orde satu atau disebut juga metode Euler, yang diperoleh dari $k_1 = f(t_i, x_i)$ dan persamaan (2.3).

$$\Phi = a_1 k_1 = a_1 f(t_i, x_i)$$

untuk $a_1 = 1$ maka persamaannya menjadi:

$$x_{i+1} = x_i + f(t_i, x_i)h.$$

Didalam metode Runge-Kutta, setelah nilai n ditetapkan, kemudian nilai a, p, q dicari dengan menyamakan persamaan (2.2) dengan suku-suku dari deret Taylor.

Metode yang sering digunakan adalah metode Runge-Kutta orde dua, metode Runge-Kutta orde tiga dan metode Runge-Kutta orde empat.

2.4.1 Metode Runge-Kutta Orde Dua

Metode Runge-Kutta orde dua mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$x_{i+1} = x_i + (a_1k_1 + a_2k_2)h \quad (2.6)$$

dengan nilai k_1 dan k_2 seperti pada persamaan (2.4) dan (2.5) serta untuk nilai a_1, a_2, p_1 dan q_{11} dievaluasi dengan menyamakan persamaan (2.6) dengan deret Taylor orde dua, sehingga didapatkan nilai sebagai berikut.

$$a_1 + a_2 = 1$$

$$a_2p_1 = a_2q_{11} = \frac{1}{2}$$

dengan memilih $a_1 = \frac{1}{2}$, maka didapatkan $a_2 = \frac{1}{2}$ dan $p_1 = q_{11} = 1$. Selanjutnya substitusikan nilai-nilai tersebut pada persamaan (2.6), sehingga didapatkan rumus metode Runge-Kutta orde dua sebagai berikut.

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)h$$

dengan

$$k_1 = f(t_i, x_i)$$

$$k_2 = f(t_i + h, x_i + k_1h)$$

2.4.2 Metode Runge-Kutta Orde Tiga

Metode Runge-Kutta orde tiga diturunkan dengan cara yang sama seperti Runge-Kutta orde dua untuk nilai $n = 3$. Hasil dari turunan ini adalah enam persamaan dengan delapan bilangan tak diketahui. Oleh karena itu, dua bilangan tidak diketahui tersebut harus ditetapkan terlebih dulu untuk mendapatkan enam bilangan tak diketahui lainnya. Metode Runge-Kutta orde tiga mempunyai bentuk sebagai berikut.

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)h$$

dengan

$$\begin{aligned}k_1 &= f(t_i, x_i) \\k_2 &= f(t_i + h, x_i + k_1 h) \\k_3 &= f(t_i + h, x_i - k_1 h + 2k_2 h)\end{aligned}$$

2.4.3 Metode Runge-Kutta Orde Empat

Metode Runge-Kutta orde empat merupakan metode yang paling teliti dibandingkan dengan metode Runge-Kutta orde dua dan orde tiga. Oleh karena itu, metode Runge-Kutta orde empat sering digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial. Metode Runge-Kutta orde empat diturunkan dengan cara yang sama seperti metode Runge-Kutta orde dua untuk nilai $n = 4$. Metode Runge-Kutta orde empat mempunyai bentuk sebagai berikut.

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (2.7)$$

dengan

$$\begin{aligned}k_1 &= f(t_i, x_i) \\k_2 &= f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_1\right) \\k_3 &= f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_2\right) \\k_4 &= f\left(t_i + h, x_i + \frac{1}{2}hk_3\right)\end{aligned}$$

Metode Runge-Kutta orde empat ini mempunyai tingkat ketelitian solusi yang lebih tinggi daripada metode Runge-Kutta orde sebelumnya. Metode Runge-Kutta orde empat juga mudah diprogram, stabil, kecil kesalahan pemotongan dan juga kecil kesalahan pembulatan (Triatmodjo, 2002).

2.5 Metode Runge-Kutta Gill (RKG)

Metode Runge-Kutta Gill (RKG) tergolong dalam keluarga metode Runge-Kutta orde empat. Metode Runge-Kutta Gill (RKG) memiliki empat konstanta

perhitungan antara, yang dikombinasikan dengan konstanta-konstanta lain r, s, t , dan u .

Metode Runge-Kutta Gill mempunyai bentuk sebagai berikut.

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + k_4) + \frac{1}{3}(sk_2 + uk_3) \quad (2.8)$$

dengan

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(t_i, x_i) \\ k_2 &= hf\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}k_1\right) \\ k_3 &= hf\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + rk_1 + sk_2\right) \\ k_4 &= hf(t_i + h, x_i + tk_2 + uk_3) \end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned} r &= \frac{\sqrt{2} - 1}{2} & t &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ s &= \frac{2 - \sqrt{2}}{2} & u &= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

untuk $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$

$n =$ banyak langkah atau iterasi

(Bismo, Tanpa Tahun).

2.6 Model Populasi Predator-Prey

Model Predator-Prey merupakan interaksi dua populasi, yaitu populasi mangsa dan pemangsa. Dalam berinteraksi, tentunya diharapkan jumlah spesies mangsa dan pemangsa harus sesuai dengan proporsinya (ukuran), agar interaksi dapat seimbang. Model interaksi ini diperkenalkan oleh seorang ahli biofisika Amerika yaitu Alferd J. Lotka (1880-1949) dan ahli matematika terkemuka dari Italia yaitu Vito Volterra (1860-1940). Keduanya mengembangkan kajian matematis ini secara terpisah, Lotka mengembangkannya pada tahun 1925 sedangkan Volterra pada tahun 1926.

Model sederhana Predator-Prey didefinisikan sebagai konsumsi predator terhadap prey. Model Predator-Prey yang paling sederhana didasarkan pada model Lotka-Volterra. Model Lotka-Volterra tersusun dari pasangan persamaan diferensial yang mendeskripsikan Predator-Prey dalam kasus yang paling sederhana. Berdasarkan model tersebut, dapat diketahui bahwa kedua spesies saling mempengaruhi secara signifikan. Khususnya apabila terdapat spesies mangsa yang berlimpah, maka populasi pemangsa juga terus meningkat. Namun sebaliknya, apabila pertumbuhan spesies mangsa lambat maka akan terjadi penurunan pada populasi pemangsa.

Untuk memodelkan interaksi antara kedua spesies, pertama kali akan diperhatikan tingkat pertumbuhan pemangsa dan mangsa jika tidak ada interaksi. Suatu spesies mangsa dapat tumbuh mengikuti pola eksponensial apabila diasumsikan tidak ada sekelompok pemangsa. Dalam hal ini, pertumbuhan spesies mangsa dinotasikan dengan $x(t)$, yaitu

$$\frac{dx}{dt} = ax$$

dimana x menyatakan jumlah populasi mangsa, $a > 0$ adalah konstanta pertumbuhan, dan t adalah waktu (dalam hari). Pada dasarnya, populasi mangsa akan tumbuh terus tanpa batas dengan asumsi bahwa persediaan makanannya cukup tak terbatas.

Sedangkan pada pemangsa apabila diasumsikan tidak terdapat persediaan makanan, maka populasinya akan mati dalam angka yang sebanding dengan jumlahnya. Seperti halnya pada mangsa, pertumbuhan spesies pemangsa dinotasikan dengan $y(t)$, yaitu

$$\frac{dy}{dt} = -by$$

dimana y merupakan jumlah populasi pemangsa serta b adalah konstanta penurunan. Alasan terjadi penurunan dalam hal ini karena pada dasarnya pemangsa akan mati kelaparan karena tidak ada makanan.

Selanjutnya akan disusun suatu model yang membahas kaitan antara spesies pemangsa dan mangsa. Hubungan interaksi keduanya diperhitungkan dengan fakta bahwa spesies pemangsa akan memakan spesies mangsa. Pada akhirnya akan diperoleh sistem persamaan sebagai berikut.

$$\frac{dx}{dt} = ax - \alpha xy \quad (2.9)$$

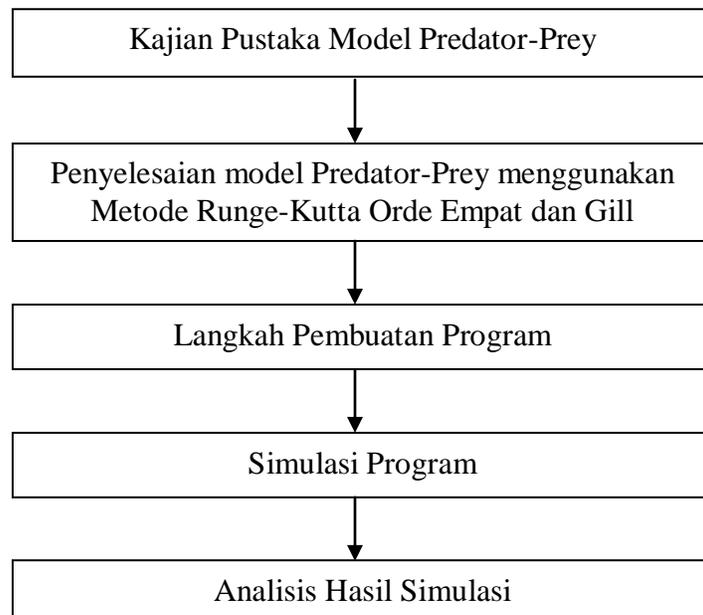
$$\frac{dy}{dt} = -by + \beta xy \quad (2.10)$$

dengan a adalah koefisien laju kelahiran mangsa, b adalah koefisien laju kematian pemangsa sedangkan α dan β merupakan konstanta interaksi. Dalam hal ini, α memberikan penurunan dalam jumlah populasi mangsa karena spesies pemangsa akan memakannya, sedangkan β memberikan peningkatan pada jumlah populasi pemangsa. Sistem *autonomous* dan nonlinier dalam persamaan (2.9) dan (2.10) dinamakan persamaan *Predator-Prey Lotka-Volterra* (Angga, 2010).

Diasumsikan untuk koefisien a , α , b , dan β terletak dalam interval $[0,1]$. Sehingga nilai $0 \leq a \leq 1$; $0 \leq \alpha \leq 1$; $0 \leq b \leq 1$ dan $0 \leq \beta \leq 1$, dikarenakan tidak terjadi perubahan yang sangat tinggi dalam kelahiran mangsa dan kematian pemangsa. Sedangkan besarnya $x(0)$ harus lebih besar dari $y(0)$, karena dalam interaksi predasi pada awal waktu ($t = 0$) jumlah mangsa lebih besar dari pada pemangsanya.

BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN

Secara skematik, langkah-langkah yang dilakukan dalam tugas akhir ini dapat dilihat pada Gambar 3.1



Gambar 3.1 Diagram Metode Penelitian

Dari skema pada Gambar 3.1, langkah-langkah penelitian dapat dijelaskan sebagai berikut.

a. Kajian Pustaka Model Predator-Prey

Kajian pustaka merupakan suatu kajian yang dilakukan untuk mendapatkan data dan informasi dari buku-buku, artikel-artikel, jurnal dan skripsi atau tugas akhir yang terkait materi tentang model Predator-Prey, metode-metode numerik yang akan digunakan untuk menyelesaikan model Predator-Prey dan mempelajari data-data yang akan diambil serta tabel kehidupan dari populasi mangsa dan pemangsa.

b. Penyelesaian model dengan metode Runge-Kutta Orde Empat dan Gill

Untuk menyelesaikan model Predator-Prey akan dilakukan dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat seperti pada persamaan (2.7), dan juga diselesaikan menggunakan metode Runge-Kutta Gill, seperti pada persamaan (2.8). Model Predator-Prey akan diselesaikan dengan memasukkan nilai koefisien-koefisien yang sudah ditentukan. Koefisien yang akan dimasukkan meliputi a , α , b , dan β yang diasumsikan terletak dalam interval $[0, 1]$. Sehingga nilai $0 \leq a \leq 1$; $0 \leq \alpha \leq 1$; $0 \leq b \leq 1$ dan $0 \leq \beta \leq 1$. Selain itu, juga memasukkan nilai awal mangsa $x(0)$ dan pemangsa $y(0)$ yang sudah ditentukan. Besarnya $x(0)$ harus lebih besar dari $y(0)$, karena dalam interaksi predasi pada awal waktu ($t = 0$) jumlah mangsa lebih besar dari pada pemangsanya.

c. Langkah Pembuatan Program

Software yang akan digunakan dalam pembuatan program adalah *software* MATLAB 7.8.0. Prosedur untuk membuat program simulasi dari model Predator-Prey adalah sebagai berikut:

- 1) Input nilai parameter yaitu laju kelahiran mangsa (a), laju kematian pemangsa (b), penurunan jumlah populasi mangsa (α), peningkatan pada jumlah populasi pemangsa (β), jumlah populasi mangsa (x), jumlah populasi pemangsa (y) dan waktu (h).
- 2) Proses
 - a) membuat subprogram untuk metode Runge-Kutta orde empat.
 - b) membuat subprogram untuk metode Runge-Kutta Gill.
- 3) Output.
Output yang dihasilkan dari simulasi ini berupa grafik jumlah populasi mangsa dan pemangsa terhadap waktu.

d. Simulasi Program

Langkah selanjutnya adalah mensimulasi beberapa parameter yang mempengaruhi populasi mangsa dan populasi pemangsa dengan menginputkan nilai-nilai parameter. seperti laju kelahiran mangsa (a), laju kematian pemangsa (b), penurunan pada jumlah populasi mangsa (α), dan peningkatan pada jumlah populasi pemangsa (β). Simulasi ini dilakukan dengan mengubah nilai parameter-parameter tersebut pada metode numerik yang akan dicobakan. Dalam simulasi ini divariasikan enam kasus.

- 1) $\alpha = 0,11$, $\beta = 0,0032$, $a = 0,4$, dan $b = 0,12$ ($a > b$)
- 2) $\alpha = 0,11$, $\beta = 0,0032$, $a = 0,4$, dan $b = 0,4$ ($a = b$)
- 3) $\alpha = 0,11$, $\beta = 0,0032$, $a = 0,4$, dan $b = 0,74$ ($a < b$)
- 4) $\alpha = 0,06$, $\beta = 0,0006$, $a = 0,4$, dan $b = 0,12$ ($a > b$)
- 5) $\alpha = 0,06$, $\beta = 0,0006$, $a = 0,4$, dan $b = 0,4$ ($a = b$)
- 6) $\alpha = 0,06$, $\beta = 0,0006$, $a = 0,4$, dan $b = 0,74$ ($a < b$)

Output yang dihasilkan berupa grafik jumlah banyaknya mangsa dan pemangsa terhadap waktu.

Dalam hal ini, studi kasus yang akan dipakai adalah populasi kutu hijau (mangsa) dan kumbang merah (pemangsa). Data ini diambil dari penelitian Angga (2010) mengenai penerapan model mangsa-pemangsa Lotka-Volterra (studi kasus perkebunan kopi dan kakao di PTPN X, dan kelapa rakyat di Jember).

e. Analisis Hasil Simulasi

Hasil yang diperoleh dari simulasi, selanjutnya dianalisis untuk mengetahui apakah terjadi perubahan populasi mangsa dan pemangsa, yaitu populasi kutu hijau dan kumbang merah. Analisis ini dilakukan dengan mengubah nilai parameter-parameter yang mempengaruhi populasi mangsa dan pemangsa tersebut secara bervariasi. Parameter yang diambil ada empat, yaitu laju kelahiran mangsa (a), laju kematian pemangsa (b), penurunan pada jumlah populasi mangsa (α), dan

peningkatan pada jumlah populasi pemangsa (β). Parameter-parameter ini yang dimungkinkan akan mempengaruhi jumlah mangsa dan pemangsa. Dari hasil perhitungan tabel kehidupan diperoleh nilai koefisien-koefisien a , α , b , dan β , yaitu 0,40; 0,11; 0,12; dan 0,0032. Nilai-nilai koefisien ini merujuk pada penelitian Angga (2010).

BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dipaparkan penyelesaian secara numerik model Predator-Prey. Model Predator-Prey ini merupakan sistem persamaan diferensial nonlinier order satu. Kemudian sistem persamaan diferensial nonlinier order satu tersebut diselesaikan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill. Pada bagian akhir akan dibahas tentang simulasi dan analisis hasil simulasi menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.

4.1 Data- data Penelitian

Model Predator-Prey merupakan interaksi dua populasi, yaitu populasi mangsa dan pemangsa. Model sederhana Predator-Prey didefinisikan sebagai konsumsi predator terhadap prey. Berdasarkan model tersebut, dapat diketahui bahwa kedua spesies saling mempengaruhi secara signifikan. Khususnya apabila terdapat spesies mangsa yang berlimpah, maka populasi pemangsa juga terus meningkat. Namun sebaliknya, apabila pertumbuhan spesies mangsa lambat maka akan terjadi penurunan pada populasi pemangsa.

Studi kasus yang akan dipakai adalah populasi kutu hijau (mangsa) dan kumbang merah (pemangsa). Data ini diambil dari penelitian Angga (2010) mengenai penerapan model mangsa-pemangsa Lotka-Volterra (studi kasus perkebunan kopi dan kakao di PTPN X, dan kelapa rakyat di Jember). Kutu hijau (mangsa) masa siklusnya antara 3-4 bulan tergantung iklim dan tanaman inang. Kemampuan bertelurnya mencapai 500 butir.

4.2 Penyelesaian Model dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat

Persamaan (2.9) dan (2.10) akan diselesaikan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat, pada persamaan (2.7). Model Predator-Prey yang akan diselesaikan sudah merupakan sistem persamaan sehingga tidak perlu mengubahnya. Persamaan (2.9) dan (2.10) disubstitusikan pada persamaan Runge-Kutta orde empat sebagai berikut.

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (4.1)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4) \quad (4.2)$$

dengan

$$k_1 = f(t_1, x_1, y_1)$$

$$= ax - \alpha xy$$

$$l_1 = g(t_1, x_1, y_1)$$

$$= -by + \beta xy$$

$$k_2 = f\left(t_2 + \frac{h}{2}, x_2 + k_1 \frac{h}{2}, y_2 + l_1 \frac{h}{2}\right)$$

$$= a\left(x_2 + k_1 \frac{h}{2}\right) - \alpha\left(x_2 + k_1 \frac{h}{2}\right)\left(y_2 + l_1 \frac{h}{2}\right)$$

$$l_2 = g\left(t_2 + \frac{h}{2}, x_2 + k_1 \frac{h}{2}, y_2 + l_1 \frac{h}{2}\right)$$

$$= -b\left(y_2 + l_1 \frac{h}{2}\right) + \beta\left(x_2 + k_1 \frac{h}{2}\right)\left(y_2 + l_1 \frac{h}{2}\right)$$

$$k_3 = f\left(t_3 + \frac{h}{2}, x_3 + k_2 \frac{h}{2}, y_3 + l_2 \frac{h}{2}\right)$$

$$= a\left(x_3 + k_2 \frac{h}{2}\right) - \alpha\left(x_3 + k_2 \frac{h}{2}\right)\left(y_3 + l_2 \frac{h}{2}\right)$$

$$l_3 = g\left(t_3 + \frac{h}{2}, x_3 + k_2 \frac{h}{2}, y_3 + l_2 \frac{h}{2}\right)$$

$$= -b\left(y_3 + l_2 \frac{h}{2}\right) + \beta\left(x_3 + k_2 \frac{h}{2}\right)\left(y_3 + l_2 \frac{h}{2}\right)$$

$$k_4 = f(t_4 + h, x_4 + k_3h, y_4 + l_3h)$$

$$= a(x_4 + k_3h) - \alpha(x_4 + k_3h)(y_4 + l_3h)$$

$$l_4 = g(t_4 + h, x_4 + k_3h, y_4 + l_3h)$$

$$= -b(y_4 + l_3h) + \beta(x_4 + k_3h)(y_4 + l_3h).$$

Dengan mensubstitusi persamaan (2.9) dan (2.10) ke dalam persamaan (2.7) diperoleh persamaan berikut,

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}h \left((ax - \alpha xy) + 2 \left(a \left(x_2 + k_1 \frac{h}{2} \right) - \alpha \left(x_2 + k_1 \frac{h}{2} \right) \left(y_2 + l_1 \frac{h}{2} \right) \right) \right. \\ \left. + 2 \left(a \left(x_3 + k_2 \frac{h}{2} \right) - \alpha \left(x_3 + k_2 \frac{h}{2} \right) \left(y_3 + l_2 \frac{h}{2} \right) \right) \right. \\ \left. + (a(x_4 + k_3h) - \alpha(x_4 + k_3h)(y_4 + l_3h)) \right)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}h \left((-by + \beta xy) + 2 \left(-b \left(y_2 + l_1 \frac{h}{2} \right) + \beta \left(x_2 + k_1 \frac{h}{2} \right) \left(y_2 + l_1 \frac{h}{2} \right) \right) \right. \\ \left. + 2 \left(-b \left(y_3 + l_2 \frac{h}{2} \right) + \beta \left(x_3 + k_2 \frac{h}{2} \right) \left(y_3 + l_2 \frac{h}{2} \right) \right) \right. \\ \left. + (-b(y_4 + l_3h) + \beta(x_4 + k_3h)(y_4 + l_3h)) \right).$$

4.3 Penyelesaian Model dengan Metode Runge-Kutta Gill

Persamaan (2.9) dan (2.10) akan diselesaikan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat, pada persamaan (2.8). Model Predator-Prey yang akan diselesaikan sudah merupakan sistem persamaan sehingga tidak perlu mengubahnya. Persamaan (2.9) dan (2.10) disubstitusikan pada persamaan Runge-Kutta Gill sebagai berikut.

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + k_4) + \frac{1}{3} \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2} k_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) k_3 \right) \quad (4.3)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(l_1 + l_4) + \frac{1}{3} \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2} l_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) l_3 \right) \quad (4.4)$$

dengan

$$k_1 = hf(t_1, x_1, y_1) \\ = h(ax - \alpha xy) \\ l_1 = hg(t_1, x_1, y_1)$$

$$\begin{aligned}
&= h(-by + \beta xy) \\
k_2 &= hf\left(t_2 + \frac{h}{2}, x_2 + \frac{1}{2}k_1, y_2 + \frac{1}{2}l_1\right) \\
&= h\left(a\left(x_2 + \frac{1}{2}k_1\right) - \alpha\left(x_2 + \frac{1}{2}k_1\right)\left(y_2 + \frac{1}{2}l_1\right)\right) \\
l_2 &= hg\left(t_2 + \frac{h}{2}, x_2 + \frac{1}{2}k_1, y_2 + \frac{1}{2}l_1\right) \\
&= h\left(-b\left(y_2 + \frac{1}{2}l_1\right) + \beta\left(x_2 + \frac{1}{2}k_1\right)\left(y_2 + \frac{1}{2}l_1\right)\right) \\
k_3 &= hf\left(t_3 + \frac{h}{2}, x_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}k_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}k_2, y_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}l_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}l_2\right) \\
&= h\left(a\left(x_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}k_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}k_2\right) \right. \\
&\quad \left. - \alpha\left(x_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}k_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}k_2\right)\left(y_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}l_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}l_2\right)\right) \\
l_3 &= hg\left(t_3 + \frac{h}{2}, x_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}k_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}k_2, y_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}l_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}l_2\right) \\
&= h\left(-b\left(y_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}l_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}l_2\right) \right. \\
&\quad \left. + \beta\left(x_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}k_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}k_2\right)\left(y_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2}l_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2}l_2\right)\right) \\
k_4 &= hf\left(t_4 + \frac{h}{2}, x_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)k_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)k_3, y_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)l_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)l_3\right) \\
&= h\left(a\left(x_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)k_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)k_3\right) \right. \\
&\quad \left. - \alpha\left(x_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)k_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)k_3\right)\left(y_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)l_2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)l_3\right)\right) \\
l_4 &= hg\left(t_4 + \frac{h}{2}, x_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)k_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)k_3, y_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)l_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)l_3\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= h \left(-b \left(y_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) l_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) l_3 \right) \right. \\
&\quad \left. + \beta \left(x_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) k_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) k_3 \right) \left(y_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) l_2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) l_3 \right) \right).
\end{aligned}$$

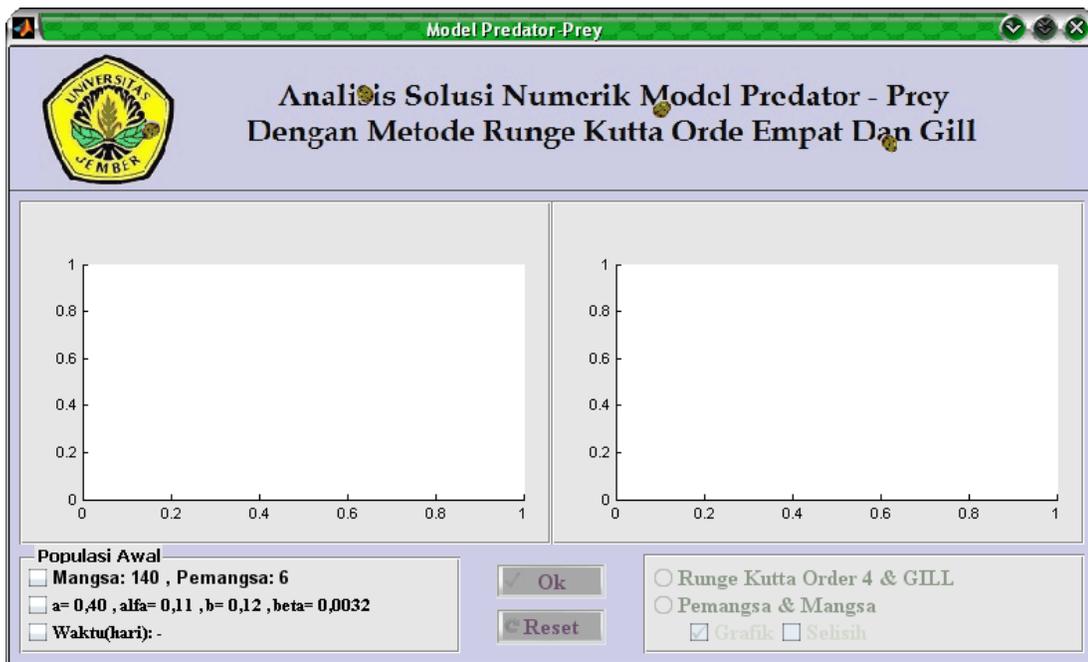
Dengan mensubstitusi persamaan (2.9) dan (2.10) ke dalam persamaan (2.8) diperoleh persamaan berikut,

$$\begin{aligned}
x_{i+1} &= x_i + \frac{1}{6} \left((h(ax - \alpha xy)) + \left(h \left(a \left(x_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) k_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) k_3 \right) - \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \alpha \left(x_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) k_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) k_3 \right) \left(y_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) l_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) l_3 \right) \right) \right) \right) \\
&\quad + \frac{1}{3} \left(\frac{2\sqrt{2}}{2} \left(h \left(a \left(x_2 + \frac{1}{2} k_1 \right) - \alpha \left(x_2 + \frac{1}{2} k_1 \right) \left(y_2 + \frac{1}{2} l_1 \right) \right) \right) + \left(1 + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left(h \left(a \left(x_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2} k_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2} k_2 \right) - \alpha \left(x_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2} k_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2} k_2 \right) \left(y_3 + \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. \frac{\sqrt{2}-1}{2} l_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2} l_2 \right) \right) \right) \right) \right) \\
y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{6} \left((h(-by + \beta xy)) + \left(h \left(-b \left(y_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) l_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) l_3 \right) + \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \beta \left(x_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) k_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) k_3 \right) \left(y_4 + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2} \right) l_2 + \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) l_3 \right) \right) \right) \right) \\
&\quad + \frac{1}{3} \left(\frac{2\sqrt{2}}{2} \left(h \left(-b \left(y_2 + \frac{1}{2} l_1 \right) + \beta \left(x_2 + \frac{1}{2} k_1 \right) \left(y_2 + \frac{1}{2} l_1 \right) \right) \right) + \left(1 + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \left(h \left(-b \left(y_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2} l_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2} l_2 \right) + \beta \left(x_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2} k_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2} k_2 \right) \left(y_3 + \frac{\sqrt{2}-1}{2} l_1 + \frac{2-\sqrt{2}}{2} l_2 \right) \right) \right)$$

4.4 Tampilan Program

Software yang digunakan untuk menyelesaikan model Predator-Prey adalah Matlab 7.8.0. Gambar 4.1 menunjukkan tampilan GUI untuk program penyelesaian model Predator-Prey.



Gambar 4.1 Tampilan GUI program Predator-Prey

Input dari program diatas antara lain adalah laju kelahiran mangsa (a), laju kematian pemangsa (b), penurunan pada jumlah populasi mangsa (α), peningkatan pada jumlah populasi pemangsa (β), jumlah populasi mangsa (x), jumlah populasi pemangsa (y). Nilai koefisien-koefisien a , α , b , dan β yang digunakan, yaitu 0,40; 0,11; 0,12; dan 0,0032.

Tampilan GUI diatas, pada komponen *Checkbox* untuk mangsa, pemangsa, koefisien-koefisien yang bersangkutan, dan waktu (hari) dapat ditulis nilai koefisien-

koefisien sesuai nilai yang divariasikan. Kemudian diproses dengan memilih komponen *radiobutton* Runge-Kutta orde empat dan Gill, maka pada GUI tersebut akan ditampilkan grafik hasil penyelesaian model Predator-Prey dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.

Grafik estimasi yang terdapat pada tampilan GUI diatas digunakan untuk menampilkan grafik hasil penyelesaian Predator-Prey dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill. Keterangan lain dari program diatas antara lain:

- a. tombol OK, digunakan untuk mencari hasil penyelesaian Predator-Prey dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.
- b. tombol Reset, digunakan untuk memulai kembali proses penyelesaian dari awal.

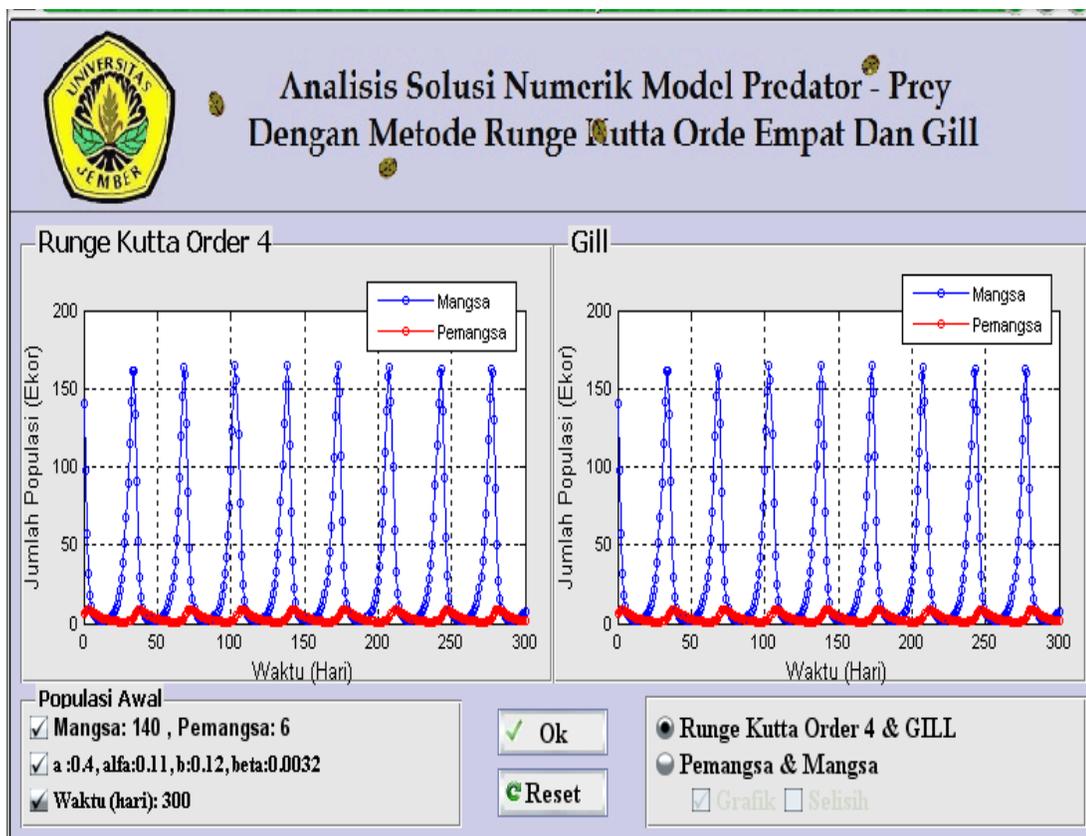
4.5 Simulasi Program

Dalam subbab ini, disimulasikan model Predator-Prey dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill. Simulasi interaksi Predator-Prey yang diselesaikan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill dilakukan dengan memvariasikan parameter-parameter yang mempengaruhi interaksi Predator-Prey. Beberapa parameter yang akan divariasikan yaitu laju kelahiran mangsa (a), laju kematian pemangsa (b), penurunan pada jumlah populasi mangsa (α) dan peningkatan pada jumlah populasi pemangsa (β). Untuk menganalisis pengaruh parameter-parameter tersebut terhadap interaksi Predator-Prey, maka variasi parameter akan dilakukan dengan cara merubah nilai empat parameter, yaitu yaitu laju kelahiran mangsa (a), laju kematian pemangsa (b), penurunan pada jumlah populasi mangsa (α) dan peningkatan pada jumlah populasi pemangsa (β) yang diperoleh dari perhitungan tabel kehidupan.

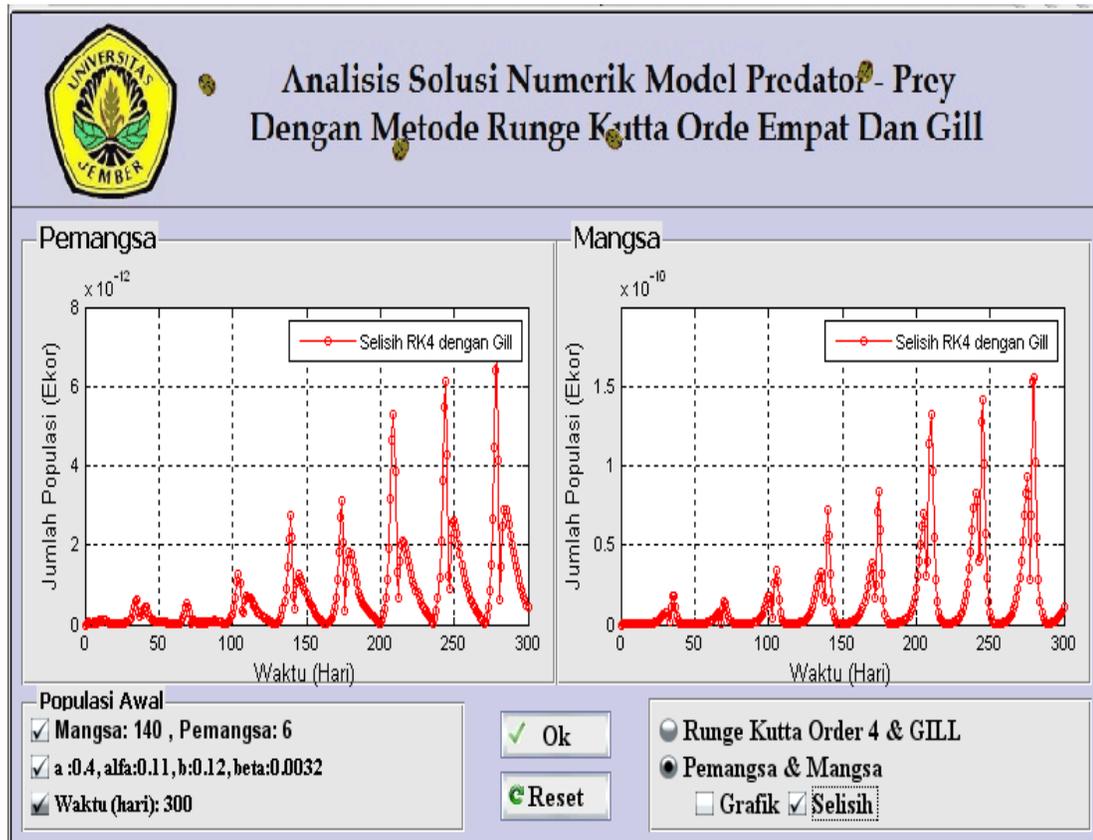
Pada tugas akhir ini, diberikan beberapa kasus untuk memvariasikan nilai parameter-parameter tersebut. Ada enam kasus yang akan disimulasikan dari model Predator-Prey dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill.

a. Kasus Pertama

Nilai $\alpha \approx 30\beta$, yaitu $\alpha = 0,11$ dan $\beta = 0,0032$. Untuk simulasi kasus pertama, diberikan nilai laju kelahiran mangsa lebih dari laju kematian pemangsa ($a > b$), yaitu 0,4 dan 0,12. Dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill, simulasi model Predator-Prey dapat dilihat pada grafik berikut ini. Grafik ini nantinya akan dianalisis untuk mengetahui perubahan yang terjadi pada jumlah populasi pemangsa dan mangsa.



(a) Grafik Predator-Prey untuk kasus pertama dengan nilai $a > b$ ($\alpha \approx 30\beta$)



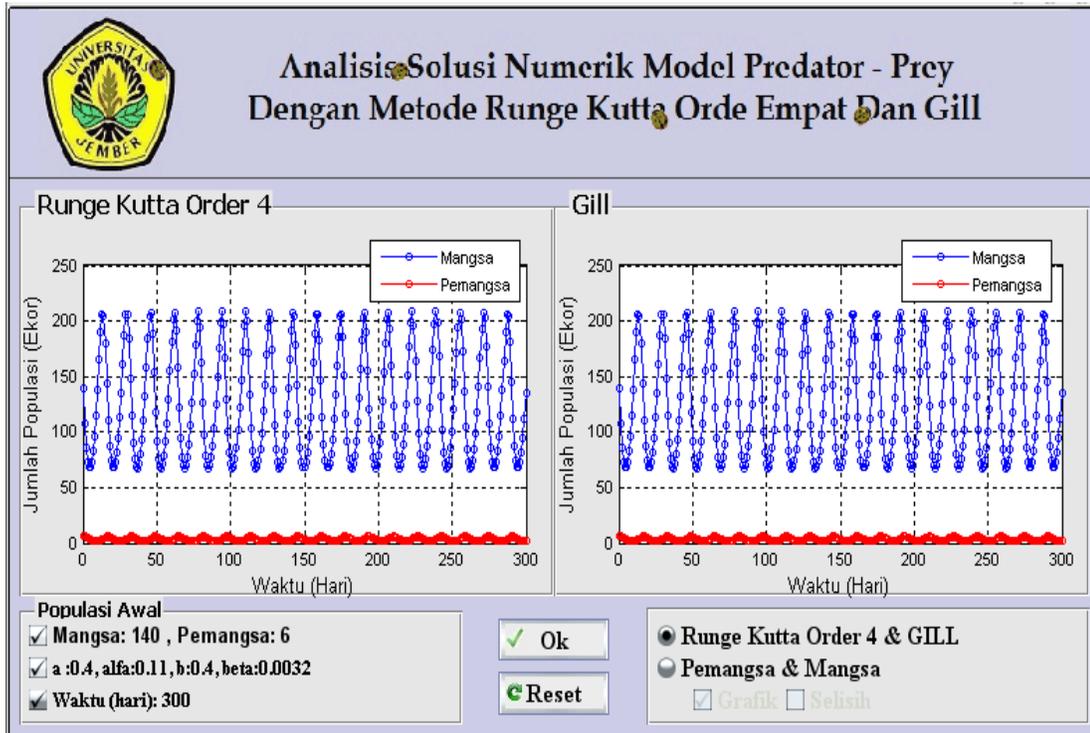
(b) Grafik selisih estimasi dengan RK4 dan Gill untuk pemangsa dan mangsa

Gambar 4.2 Grafik Predator-Prey kasus pertama untuk nilai $a > b$ dan selisih kedua metode

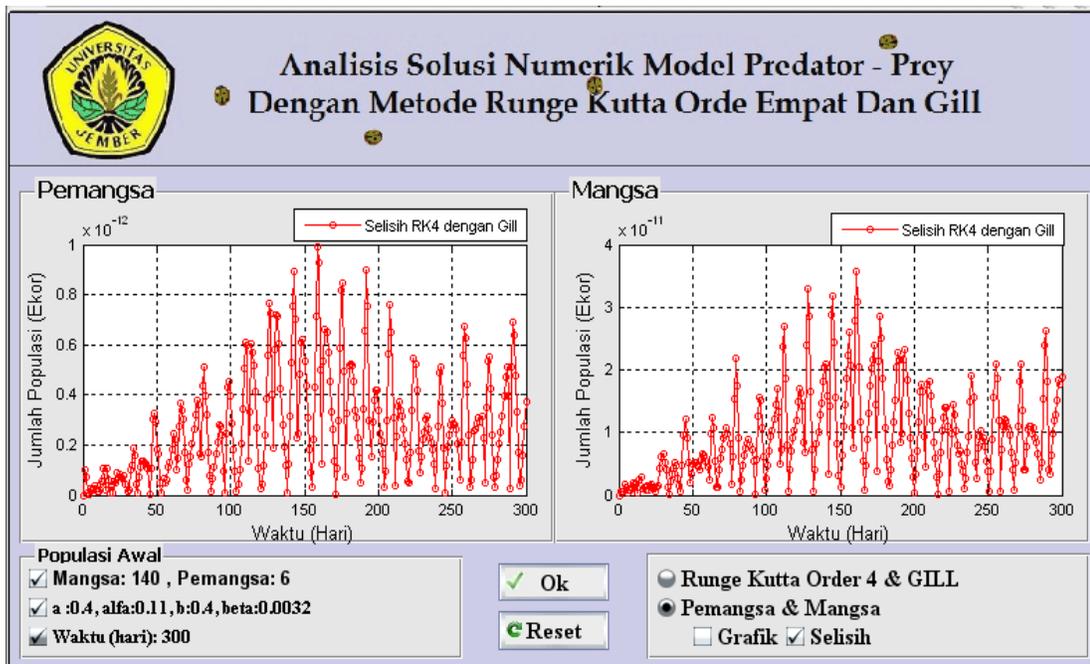
Gambar 4.2 (a) menunjukkan grafik Predator-Prey kasus pertama untuk nilai $\alpha = 30\beta$ dan $a > b$ dengan $\alpha = 0,11$; $\beta = 0,0032$; $a = 0,4$; dan $b = 0,12$. Sedangkan Gambar 4.2 (b) menunjukkan grafik selisih estimasi dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill untuk pemangsa dan mangsa.

b. Kasus Kedua

Diberikan nilai laju kelahiran mangsa sama dengan laju kematian pemangsa ($a = b$), yaitu nilai $\alpha = 0,11$; $\beta = 0,0032$; $a = 0,4$; dan $b = 0,4$ ditunjukkan pada Gambar 4.3 (a) dan grafik selisih estimasi antara kedua metode yang dilihat dari hasil jumlah populasi mangsa dan pemangsa ditunjukkan pada Gambar 4.3 (b).



(a) Grafik Predator-Prey untuk kasus kedua dengan nilai $a = b$ ($\alpha \approx 30\beta$)

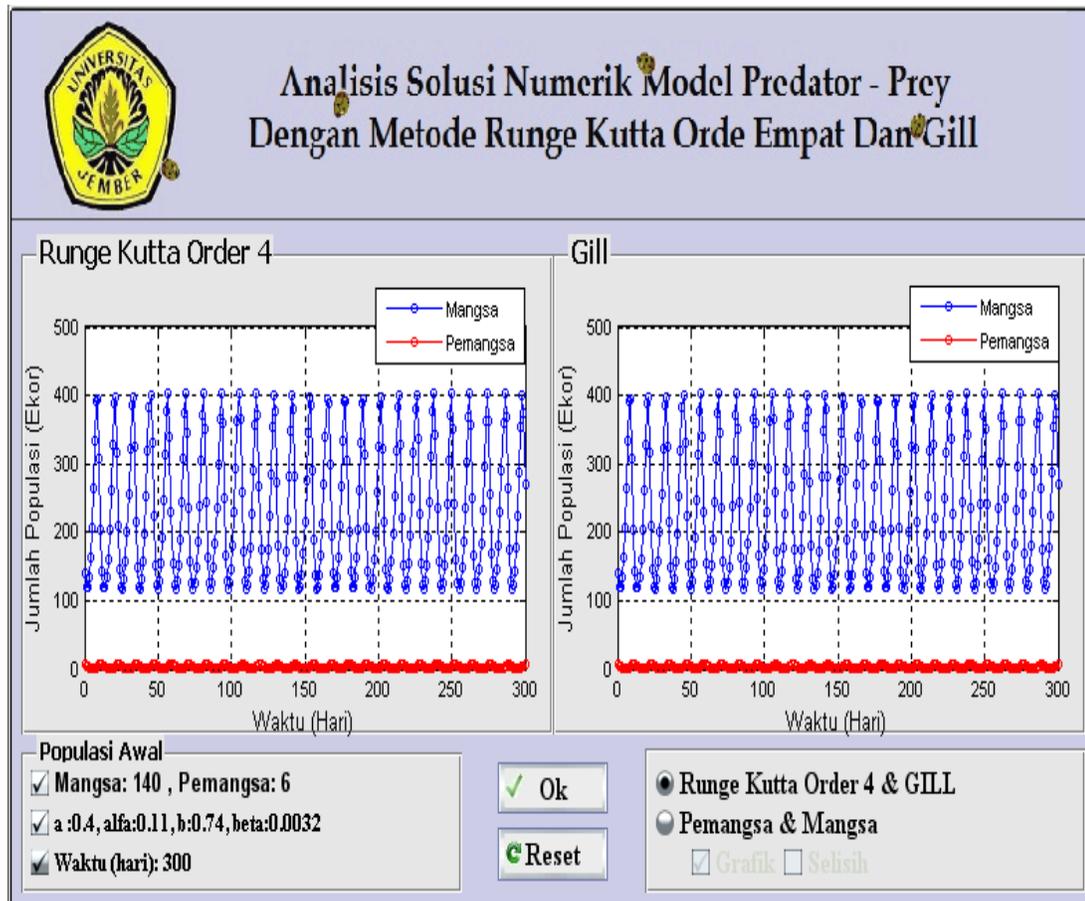


(b) Grafik selisih estimasi dengan RK4 dan Gill untuk pemangsa dan mangsa

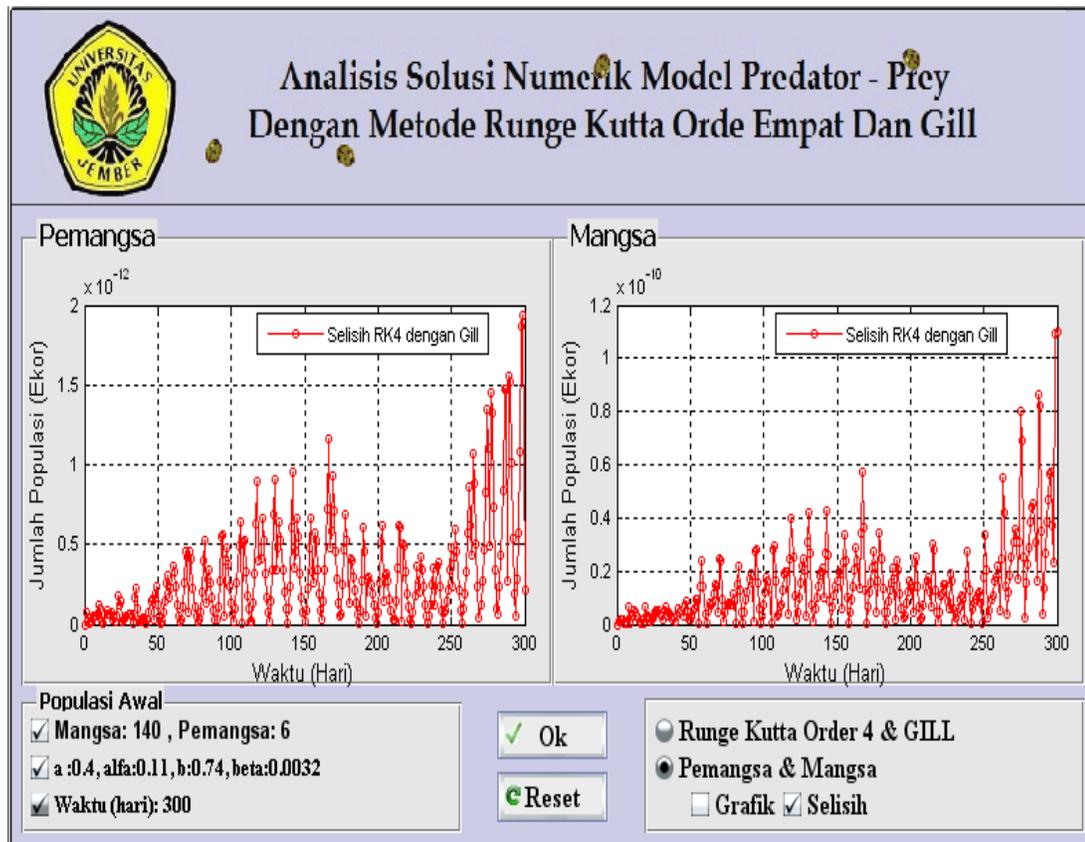
Gambar 4.3 Grafik Predator-Prey kasus kedua untuk nilai $a = b$ dan selisih kedua metode

c. Kasus Ketiga

Diberikan nilai laju kelahiran mangsa kurang dari laju kematian pemangsa ($a < b$), yaitu nilai $\alpha = 0,11$; $\beta = 0,0032$; $a = 0,4$; dan $b = 0,74$ ditunjukkan pada Gambar 4.4 (a) dan grafik selisih estimasi kedua metode untuk pemangsa dan mangsa ditunjukkan pada Gambar 4.4 (b).



(a) Grafik Predator-Prey untuk kasus pertama dengan nilai $a < b$ ($\alpha \approx 30\beta$)

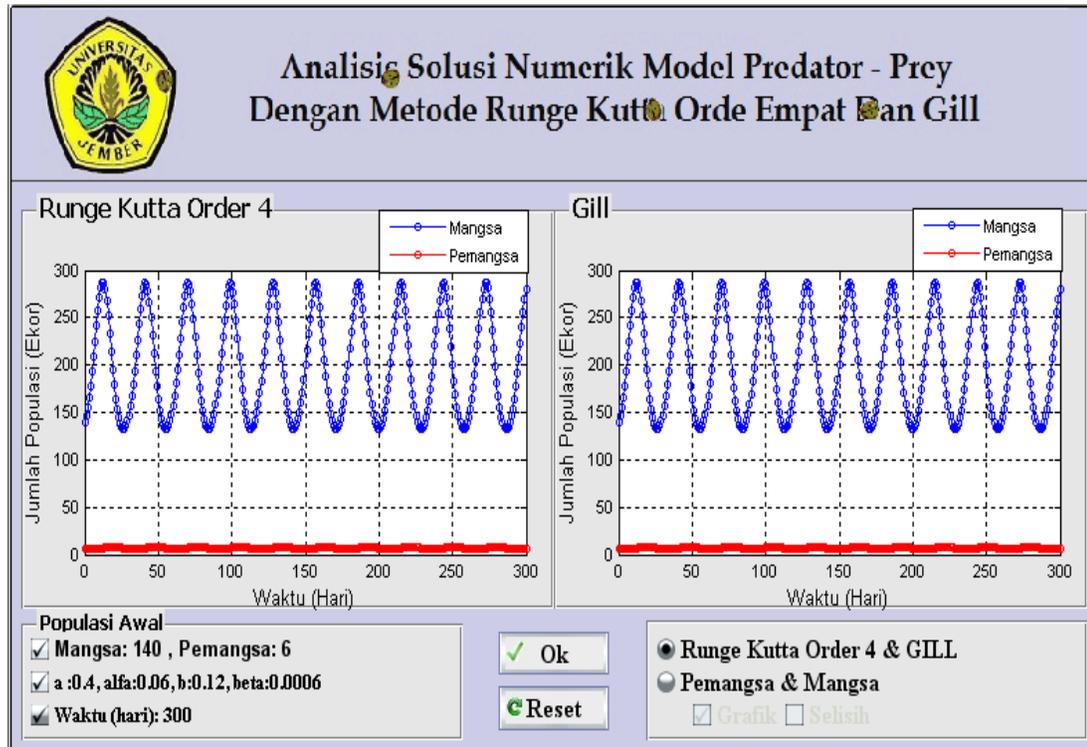
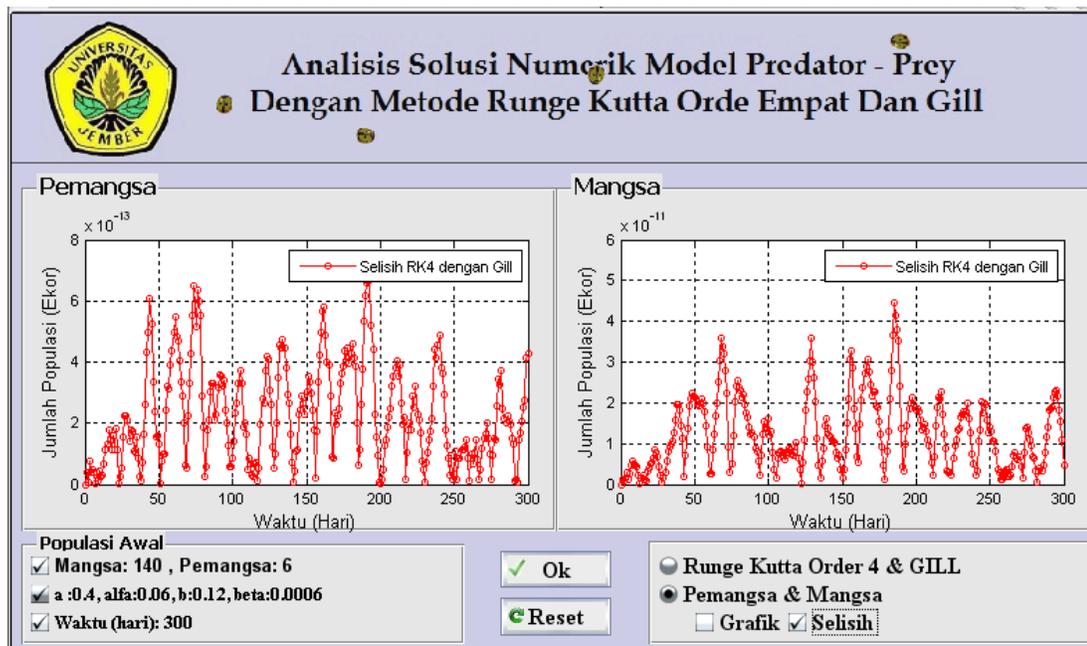


(b) Grafik selisih estimasi RK4 dan Gill untuk pemangsa dan mangsa

Gambar 4.4 Grafik Predator-Prey kasus ketiga untuk nilai $a < b$ dan selisih kedua metode

d. Kasus Keempat

Nilai $\alpha = 100\beta$, yaitu $\alpha = 0,06$ dan $\beta = 0,0006$ dengan cara yang sama diberikan nilai laju kelahiran mangsa lebih dari laju kematian pemangsa ($a > b$). dengan nilai $a = 0,4$; dan $b = 0,12$ ditunjukkan pada Gambar 4.5 (a) dan grafik selisih estimasi kedua metode untuk pemangsa dan mangsa ditunjukkan pada Gambar 4.5 (b).

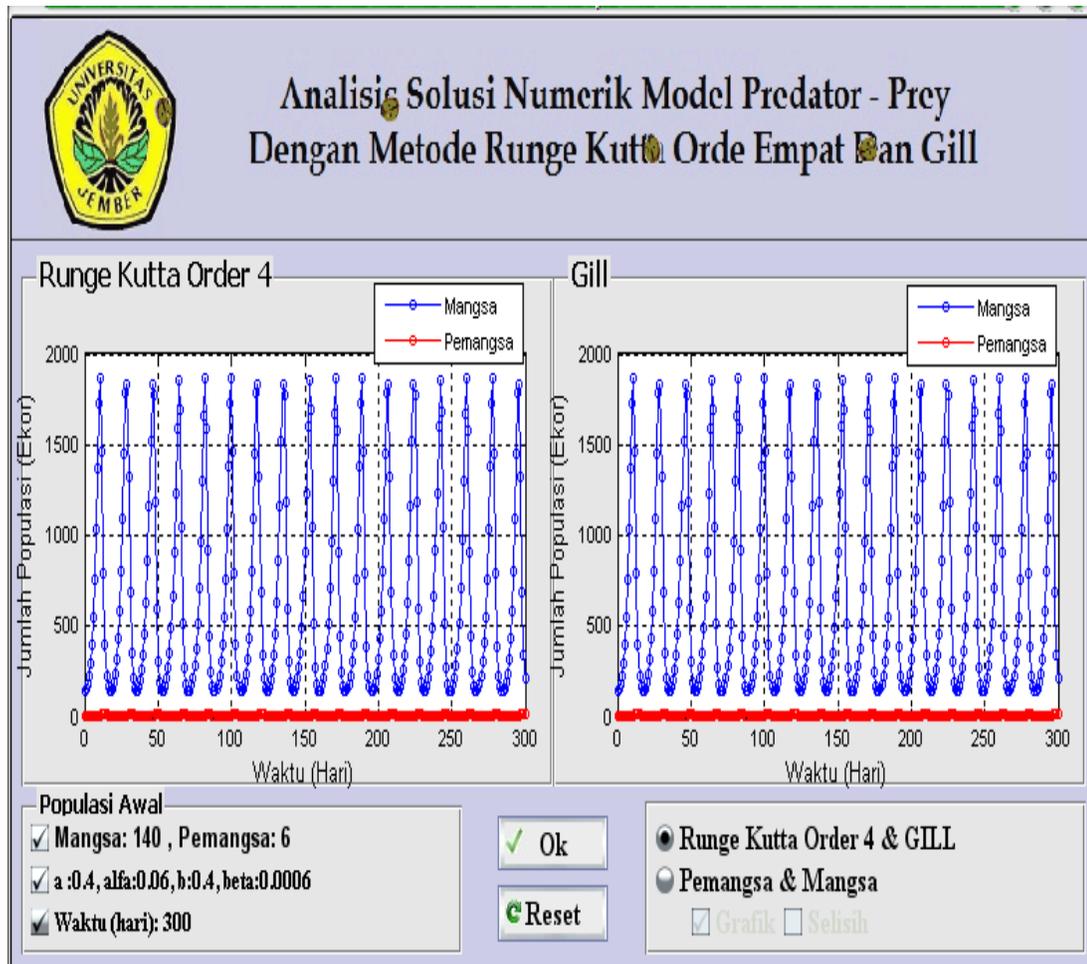
(a) Grafik Predator-Prey untuk kasus kedua dengan nilai $a > b$ ($\alpha = 100\beta$)

(b) Grafik selisih estimasi RK4 dan Gill untuk pemangsa dan mangsa

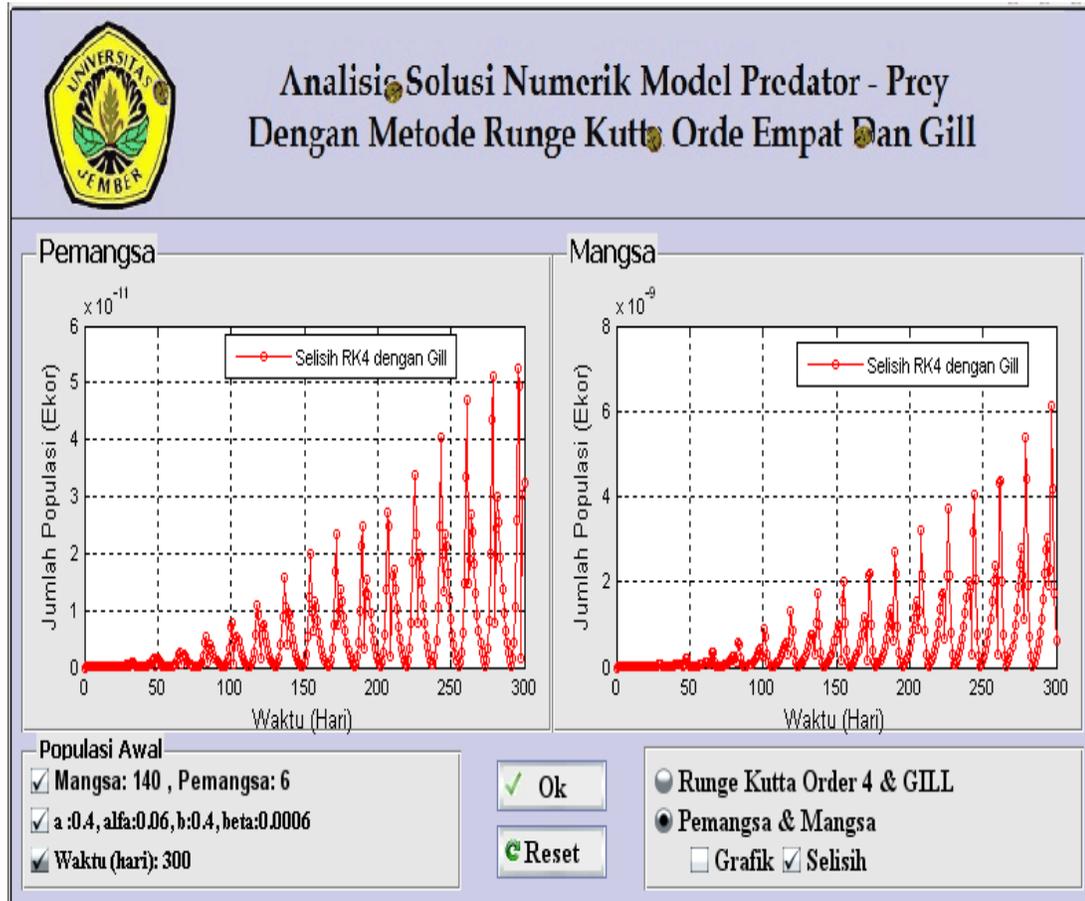
Gambar 4.5 Grafik Predator-Prey kasus keempat untuk nilai $a > b$ dan selisih kedua metode

e. Kasus Kelima

Diberikan nilai laju kelahiran mangsa sama dengan laju kematian pemangsa ($a = b$). Kasus kelima dengan $a = b$, diberikan variasi nilai $\alpha = 0,06$; $\beta = 0,0006$; $a = 0,4$; dan $b = 0,4$ ditunjukkan pada Gambar 4.6 (a) dan grafik selisih estimasi kedua metode untuk pemangsa dan mangsa ditunjukkan pada Gambar 4.6 (b).



(a) Grafik Predator-Prey untuk kasus kedua dengan nilai $a = b$ ($\alpha = 100\beta$)

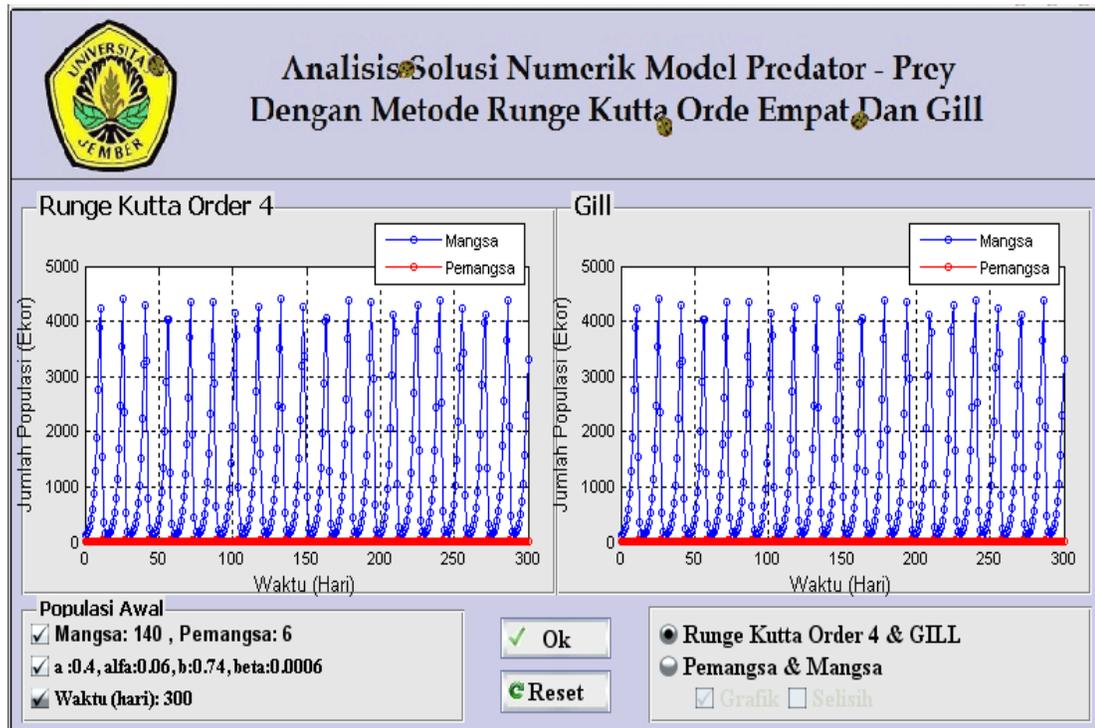
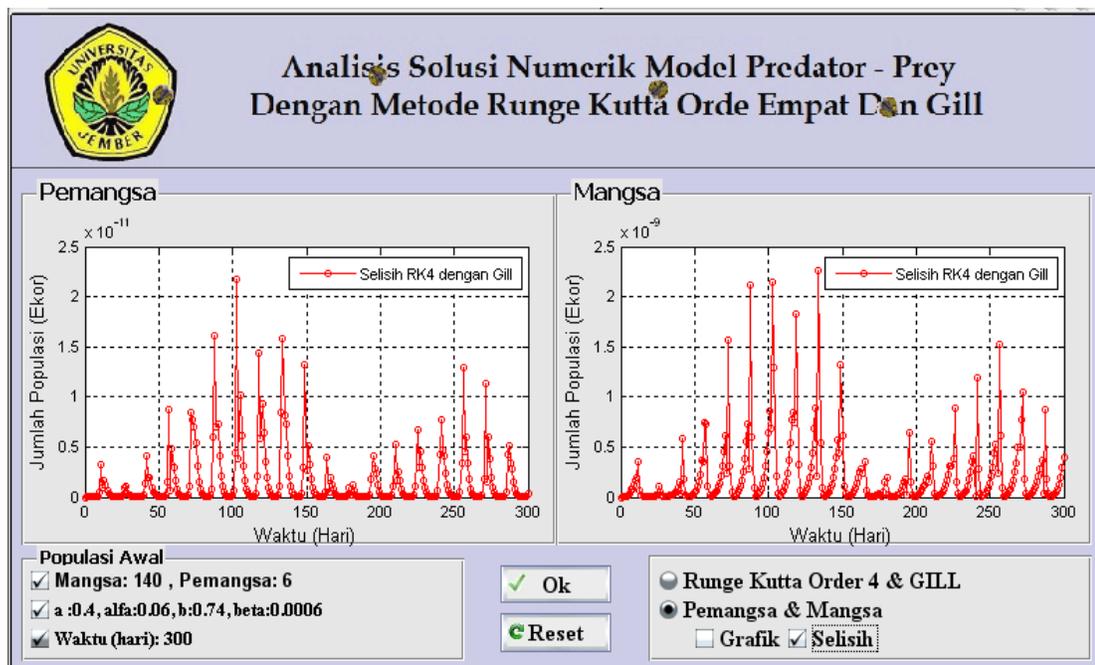


(b) Grafik selisih estimasi RK4 dan Gill untuk pemangsa dan mangsa

Gambar 4.6 Grafik Predator-Prey kasus kelima untuk nilai $a = b$ dan selisih kedua metode

f. Kasus Keenam

Diberikan nilai laju kelahiran mangsa kurang dari laju kematian pemangsa ($a < b$) dengan nilai $\alpha = 0,06$; $\beta = 0,0006$; $a = 0,4$; dan $b = 0,74$ ditunjukkan pada Gambar 4.7 (a) dan grafik selisih estimasi kedua metode untuk pemangsa dan mangsa ditunjukkan pada Gambar 4.7 (b).

(a) Grafik Predator-Prey untuk kasus kedua dengan nilai $a < b$ ($\alpha = 100\beta$)

(b) Grafik selisih estimasi RK4 dan Gill untuk pemangsa dan mangsa

Gambar 4.7 Grafik Predator-Prey kasus keenam untuk nilai $a < b$ dan selisih kedua metode

4.6 Analisis Hasil Simulasi

Pada subbab ini dibahas mengenai analisis simulasi model Predator-Prey dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill yang telah dilakukan pada subbab 4.5.

Pada Gambar 4.2 (a) dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai $\alpha = 0,11$; $\beta = 0,0032$; $a = 0,4$; dan $b = 0,12$ menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill, grafik yang dihasilkan terlihat menurun, begitu juga dengan grafik pemangsa. Kemudian terlihat grafik mangsa meningkat, grafik pemangsa juga meningkat. Dari hasil tersebut dapat dilihat bahwa populasi pemangsa akan naik saat populasi mangsa besar. Ini menyebabkan tekanan predasi meningkat sehingga menurunkan populasi mangsa. Penurunan populasi mangsa akan menyebabkan populasi pemangsa menurun akibat kekurangan makanan dan tekanan predasi menurun sehingga populasi mangsa bertambah. Hal ini dikarenakan laju kelahiran mangsa lebih besar daripada laju kematian pemangsa ($a > b$).

Pada Gambar 4.3 (a) dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai $\alpha = 0,11$; $\beta = 0,0032$; $a = 0,4$; dan $b = 0,4$ menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill, grafik yang dihasilkan terlihat meningkat dan menurun seperti gambar sebelumnya tetapi populasi pemangsa sangat rendah. Hal ini dikarenakan laju kelahiran mangsa sama dengan laju kematian pemangsa ($a = b$). Dari hasil tersebut dapat dilihat bahwa semakin besar memberikan nilai b , populasi mangsa meningkat dengan nilai α dan β tetap.

Gambar 4.4 (a) dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai $\alpha = 0,11$; $\beta = 0,0032$; $a = 0,4$; dan $b = 0,74$ menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill, grafik yang dihasilkan juga terlihat meningkat dan menurun. Keadaan tersebut cenderung berlangsung stabil. Dari hasil simulasi dapat dilihat bahwa pada saat nilai laju kematian pemangsa besar ($a < b$), populasi mangsa terus meningkat. Hal ini akan menyebabkan tekanan predasi menurun.

Gambar 4.5 (a) dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai ($\alpha = 100\beta$), yaitu $\alpha = 0,06$; $\beta = 0,0006$; $a = 0,4$; dan $b = 0,12$ menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill, grafik yang dihasilkan terlihat tetap meningkat dan menurun untuk populasi mangsa dan pemangsa. Dari grafik, proses interaksi antara kedua populasi melambat dan populasi juga rendah. Hal ini dikarenakan nilai α dan β lebih kecil dari kasus-kasus sebelumnya. Dari variasi nilai koefisien-koefisien dapat dilihat bahwa populasi mangsa naik karena laju kelahiran besar dan tekanan predasi menurun.

Gambar 4.6 (a) dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai $\alpha = 0,06$; $\beta = 0,0006$; $a = 0,4$; dan $b = 0,4$ menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill, grafik yang dihasilkan terlihat meningkat dan menurun seperti gambar sebelumnya tetapi populasi mangsa sangat tinggi. Hal ini dikarenakan laju kelahiran mangsa sama dengan laju kematian pemangsa ($a = b$) dan peningkatan jumlah mangsa lebih besar dari pemangsa ($\alpha > \beta$). Populasi mangsa bereproduksi sangat cepat dari pada pemangsa sehingga meskipun laju kelahiran mangsa dan laju kematian pemangsa sama, populasi mangsa tetap meningkat.

Pada Gambar 4.7 (a) dapat dijelaskan bahwa dengan memberikan nilai $\alpha = 0,06$; $\beta = 0,0006$; $a = 0,4$; dan $b = 0,74$ menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill, grafik yang dihasilkan terlihat semakin meningkat untuk populasi mangsa. Keadaan tersebut cenderung berlangsung stabil. Dari hasil simulasi dapat dilihat bahwa pada saat nilai laju kematian pemangsa besar ($a < b$), populasi mangsa terus meningkat. Hal ini akan menyebabkan tekanan predasi menurun. Hal ini dikarenakan kematian populasi pemangsa lebih besar daripada kelahiran populasi mangsa ($b > a$). Meskipun kelahiran populasi mangsa lebih kecil tetapi pemangsa mengalami penurunan, sehingga jumlah populasi mangsa meningkat.

Gambar grafik yang menunjukkan selisih estimasi dengan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill untuk pemangsa dan mangsa, salah satunya pada Gambar 4.2 (b) secara keseluruhan hampir sama hasil estimasinya. Dari analisis tersebut dapat

dilihat bahwa perbedaan antara kedua metode sangat kecil. Hampir mendekati nol. Hal ini dimungkinkan dari solusi numerik antara Runge-Kutta orde empat dan Gill hampir sama, sehingga tidak terlihat perbedaan yang jauh dari kedua metode.

Dari analisis yang sudah dilakukan, empat parameter yang dianalisis, yaitu laju kelahiran mangsa, laju kematian pemangsa, penurunan jumlah populasi mangsa dan peningkatan jumlah populasi pemangsa sangat berpengaruh terhadap jumlah populasi pemangsa dan mangsa. Pada saat nilai peningkatan jumlah populasi pemangsa lebih besar dari penurunan jumlah populasi mangsa dengan variasi nilai $a > b$; $a = b$; dan $a < b$ dimana a adalah laju kelahiran mangsa dan b adalah laju kematian pemangsa, populasi mangsa dan pemangsa meningkat, kemudian populasi mangsa menurun sedangkan populasi pemangsa meningkat. Keadaan tersebut berlangsung stabil dan berlaku untuk ketiga kondisi tersebut. Hal ini dikarenakan ada beberapa faktor yang mempengaruhi, seperti keadaan lingkungan (cuaca, suhu, dll) dan kondisi tanaman inang. Tetapi dari grafik-grafik tersebut dapat dilihat bahwa kedua populasi (pemangsa dan mangsa) saling mempengaruhi dan menyeimbangkan, yaitu pada saat populasi mangsa meningkat, populasi pemangsa juga meningkat dan sebaliknya. Itu terjadi karena adanya interaksi predasi dalam wilayah tersebut.

Tabel 4.1 waktu komputasi antara metode RK4 dan RKG

Runge-Kutta orde empat (s)	Runge-Kutta Gill (s)	Keterangan
1,0459	2,7494	Gambar 4.2
1,0264	2,7972	Gambar 4.3
1,0949	2,7791	Gambar 4.4
1,1013	2,8467	Gambar 4.5
1,0842	2,7725	Gambar 4.6
1,1347	2,8181	Gambar 4.7

Tabel 4.1 menunjukkan waktu komputasi dari metode Runge-Kutta orde empat dan Gill. Pada tabel di atas, untuk waktu yang dibutuhkan dalam iterasi solusi numerik model Predator-Prey, secara keseluruhan terlihat bahwa waktu metode Runge-Kutta orde empat yang lebih cepat dibandingkan dengan metode Runge-Kutta

Gill. Waktu komputasi yang sudah diperoleh dari hasil iterasi solusi numerik tidak dapat digunakan sebagai perbandingan kedua metode, karena dalam menyelesaikan model Predator-Prey secara numerik, formulasi dari kedua metode sudah berbeda. Waktu komputasi Runge-Kutta Gill lebih lama dibandingkan waktu komputasi Runge-Kutta orde empat karena penyelesaiannya lebih banyak daripada Runge-Kutta orde empat. Dalam hal ini, metode Runge-Kutta orde empat dan Gill sebagai alternatif penyelesaian dari metode analitik, keduanya merupakan metode yang baik karena dari penjelasan analisis hasil simulasi di atas menunjukkan bahwa solusi yang dihasilkan oleh metode Runge-Kutta orde empat dan Gill sudah mendekati nilai yang sebenarnya sehingga dapat dinyatakan bahwa interaksi antara pemangsa dan mangsa saling mempengaruhi dan mengimbangi. Akan tetapi dari kedua metode ini tidak terlihat perbedaan yang signifikan untuk mengetahui metode yang lebih baik dalam menyelesaikan model Predator-Prey. Hal ini dikarenakan model Predator-Prey tidak dapat diselesaikan secara analitik atau tidak mempunyai solusi eksak, sehingga tidak dapat dilihat perbedaan kedua metode tersebut dari pendekatan solusi analitiknya.

BAB 5. PENUTUP

Pada bab ini diperoleh kesimpulan dari hasil analisis dan pembahasan yang diperoleh dari penerapan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill pada penyelesaian model Predator-Prey, serta diberikan saran yang dapat dilakukan sebagai kelanjutan dari skripsi ini.

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

- a. Metode Runge-Kutta orde empat dan Gill, keduanya merupakan metode yang baik. Dari hasil analisis selisih estimasi Runge-Kutta orde empat dan Gill untuk pemangsa dan mangsa, kedua metode ini tidak terlihat perbedaan yang signifikan untuk mengetahui metode yang lebih baik dalam menyelesaikan model Predator-Prey. Dikarenakan model Predator-Prey tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga tidak dapat dilihat perbedaan kedua metode tersebut dari pendekatan solusi analitiknya.
- b. Hasil simulasi menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dan Gill menunjukkan bahwa:
 1. semakin besar nilai b , populasi mangsa meningkat dengan nilai $\alpha > \beta$,
 2. semakin kecil nilai α dan β yang diberikan, maka akan menyebabkan proses interaksi antara kedua populasi melambat dan populasi mangsa meningkat.

Hal ini dikarenakan populasi mangsa bereproduksi sangat cepat dari pada pemangsa tetapi tidak terjadi ledakan antara mangsa dan pemangsa dalam kelahiran maupun kematian sehingga proses interaksinya berlangsung stabil.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, permasalahan yang dibahas adalah penyelesaian secara numerik model Predator-Prey menggunakan metode Runge-Kutta order empat dan Gill, sehingga untuk penelitian berikutnya disarankan untuk menggunakan metode numerik yang berorde tinggi lainnya dengan data yang lebih spesifik.

DAFTAR PUSTAKA

- Angga, T. F. 2010. *Penerapan Model Mangsa-Pemangsa Lotka- Volterra (Studi Kasus Perkebunan Kopi, Kakao (PTPN X), dan Kelapa Rakyat di Jember)*. Tidak Dipublikasikan. Skripsi. Jember: FMIPA Universitas Jember.
- Begon, M., Harper, J.L., dan Townsend, C.R. 1987. *Ecology Individuals, Populations and Community*. London: Blacwell Scientific Publications.
- Bismo, S. (Tanpa Tahun). *Pemodelan dan Matematika Terapan*. Jakarta: Universitas Indonesia.
- Campbell, S. L., & Haberman, R. 2008. *Introduction to Differential Equations with Dynamical Systems*. New Jersey: Princeton University Press.
- Hidayat, R. 2006. *Persamaan Diferensial Parsial*. Jember: UPT Penerbitan Universitas Jember.
- Kadaffi, M. 2011. *Pemodelan dan Simulasi dengan Metode Euler dan Runge-Kutta*. [serial on line]. <http://kk.mercubuana.ac.id/files/14036-8-670093584421.doc>. [10 Desember 2012]
- Neuhauser, C. 2004. *Calculus for Biology and Medicine*. New Jersey: Pearson Education.
- Prayudi, V. 2012. *Penerapan Extended Kalman Filter pada Model Predator-Prey*. Tidak Dipublikasikan. Skripsi. Jember: FMIPA Universitas Jember.
- Triatmodjo, B. 2002. *Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer*. Yogyakarta: Beta Offset.

LAMPIRAN

Lampiran A. Skrip Solusi Model Predator-Prey dengan Runge-Kutta orde empat dan Gill

A.1 Skrip untuk Proses

```
%-----  
% Solusi Model Predator-Prey  
% Menggunakan Metode Runge Kutta Order Empat  
%-----  
clc; %clear all  
%parameter integrasi  
%-----  
wkt=tic;  
h=1/10000; %ukuran langkah(tahapan waktu)  
% duration=60; %lama waktu penyelesaian  
Nstep=round(duration/h); %hasil bilangan dr tahapan yang dibutuhkan  
t=0:h:Nstep*h; %hasil dr vektor waktu  
x=zeros(size(t)); %populasi mangsa x  
y=zeros(size(t)); %populasi pemangsa y  
% a=0.40;  
% b=0.12;  
% x0=205;  
% y0=10;  
% alfa=0.11;  
% beta=0.0032;  
%-----  
  
%nilai awal  
%-----  
x(1)=x0; %posisi awal  
y(1)=y0; %kecepatan awal  
%-----  
M=x0;P=y0; k=1;  
  
%iterasi untuk menemukan solusi dengan metode runge kutta order  
empat  
%-----  
for n=2:Nstep  
    f=a*x(n-1)-alfa*x(n-1)*y(n-1); %f(x,y,t) is dx/dt  
    g=-b*y(n-1)+beta*x(n-1)*y(n-1); %g(x,y,t) is dy/dt  
    k1=f;  
    l1=g;  
    k2=a*(x(n-1)+(h/2*k1))-alfa*(x(n-1)+(h/2*k1))*(y(n-1)+(h/2*l1));  
    l2=-b*(y(n-1)+(h/2*l1))+beta*(x(n-1)+(h/2*k1))*(y(n-1)+(h/2*l1));  
    k3=a*(x(n-1)+h/2*k2)-alfa*(x(n-1)+h/2*k2)*(y(n-1)+h/2*l2);
```

```

l3=-b*(y(n-1)+h/2*l2)+beta*(x(n-1)+h/2*k2)*(y(n-1)+h/2*l2);
k4=a*(x(n-1)+h*k3)-alfa*(x(n-1)+h*k3)*(y(n-1)+h*l3);
l4=-b*(y(n-1)+h*l3)+beta*(x(n-1)+h*k3)*(y(n-1)+h*l3);
x(n)=x(n-1)+h/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);           %posisi baru
y(n)=y(n-1)+h/6*(l1+2*l2+2*l3+l4);           %kecepatan baru

sisa=mod(n,10000);
if sisa==0
    k=k+1;
    M(k)=x(n);P(k)=y(n);
end
end
wakturk4=toc(wkt)

%-----
% Solusi Model Predator-Prey
% Menggunakan Metode Runge Kutta GILL
%-----

%parameter integrasi
%-----
wkt=tic;
h=1/10000;           %ukuran langkah(tahapan waktu)
% duration=60;       %lama waktu penyelesaian
Nstep=round(duration/h); %hasil bilangan dr tahapan yang dibutuhkan
t=0:h:Nstep*h;      %hasil dr vektor waktu
x1=zeros(size(t));  %populasi mangsa x
y1=zeros(size(t));  %populasi pemangsa y
% a=0.40;
% b=0.12;
% x0=205;
% y0=10;
% alfa=0.11;
% beta=0.0032;
%-----

%nilai awal
%-----
x1(1)=x0;           %posisi awal
y1(1)=y0;           %kecepatan awal
%-----
M1=x0;P1=y0; k=1;

%iterasi untuk menemukan solusi dengan metode runge kutta order
empat
%-----
for n=2:Nstep
    f=a*x1(n-1)-alfa*x1(n-1)*y1(n-1);           %f(x,y,t) is dx/dt
    g=-b*y1(n-1)+beta*x1(n-1)*y1(n-1);         %g(x,y,t) is dy/dt
    k1=h*f;
    l1=h*g;

```

```

k2=h*(a*(x1(n-1)+(1/2*k1))-alfa*(x1(n-1)+(1/2*k1))*(y1(n-1)+(1/2*l1)));
l2=h*(-b*(y1(n-1)+(1/2*l1))+beta*(x1(n-1)+(1/2*k1))*(y1(n-1)+(1/2*l1)));
k3=h*(a*(x1(n-1)+((sqrt(2)-1)/2*k1)+(2-sqrt(2))/2*k2)-alfa*(x1(n-1)+((sqrt(2)-1)/2*k1)+(2-sqrt(2))/2*k2)*(y1(n-1)+((sqrt(2)-1)/2*l1)+(2-sqrt(2))/2*l2));
l3=h*(-b*(y1(n-1)+((sqrt(2)-1)/2*l1)+(2-sqrt(2))/2*l2)+beta*(x1(n-1)+((sqrt(2)-1)/2*k1)+(2-sqrt(2))/2*k2)*(y1(n-1)+((sqrt(2)-1)/2*l1)+(2-sqrt(2))/2*l2));
k4=h*(a*(x1(n-1)+(-(sqrt(2))/2*k2)+(1+(sqrt(2)/2))*k3)-alfa*(x1(n-1)+(-(sqrt(2))/2*k2)+(1+(sqrt(2)/2))*k3)*(y1(n-1)+(-(sqrt(2))/2*l2)+(1+(sqrt(2)/2))*l3));
l4=h*(-b*(y1(n-1)+(-(sqrt(2))/2*l2)+(1+(sqrt(2)/2))*l3)+beta*(x1(n-1)+(-(sqrt(2))/2*k2)+(1+(sqrt(2)/2))*k3)*(y1(n-1)+(-(sqrt(2))/2*l2)+(1+(sqrt(2)/2))*l3));
x1(n)=x1(n-1)+1/6*(k1+k4)+1/3*((2-sqrt(2))/2*k2+(1+(sqrt(2)/2))*k3);           %posisi baru
y1(n)=y1(n-1)+1/6*(l1+l4)+1/3*((2-sqrt(2))/2*l2+(1+(sqrt(2)/2))*l3);           %kecepatan baru

    sisa=mod(n,10000);
    if sisa==0
        k=k+1;
        M1(k)=x1(n);P1(k)=y1(n);
    end
end

waktugill=toc(wkt)
t=0:duration;
%plot the position versus time
u1=get(step4,'value');
if u1==1
    set(win1,'CurrentAxes',grafik3);
    plot(t,M,'bo-',t,P,'ro-','linewidth',1,'markersize',2);hold on;
    legend('Mangsa','Pemangsa');
    xlabel('Waktu (Hari)','fontsize',10);
    ylabel('Jumlah Populasi (Ekor)','fontsize',10);
    grid on; hold off;

    set(win1,'CurrentAxes',grafik4);
    plot(t,M1,'bo-',t,P1,'ro-','linewidth',1,'markersize',2);hold on;
    legend('Mangsa','Pemangsa');
    xlabel('Waktu (Hari)','fontsize',10);
    ylabel('Jumlah Populasi (Ekor)','fontsize',10);
    grid on; hold off;

end

u2=get(step5,'value');
```

```

if u2==1
    v1=get(step51,'value');
    if v1==1
        set(win1,'CurrentAxes',grafik3);
        plot(t,P,'bo-',t,P1,'ro-','linewidth',1,'markersize',2);hold on;
        legend('RK4', 'Gill');
        xlabel('Waktu (Hari)','fontsize',10);
        ylabel('Jumlah Populasi (Ekor)','fontsize',10);
        grid on; hold off;

        set(win1,'CurrentAxes',grafik4);
        plot(t,M,'bo-',t,M1,'ro-','linewidth',1,'markersize',2);hold on;
        legend('RK4', 'Gill');
        xlabel('Waktu (Hari)','fontsize',10);
        ylabel('Jumlah Populasi (Ekor)','fontsize',10);
        grid on; hold off;
    end
    v2=get(step52,'value');
if v2==1
    set(win1,'CurrentAxes',grafik3);
    plot(t,(P-P1),'ro-','linewidth',1,'markersize',2);hold on;
    legend('Selisih RK4 dengan Gill');
    xlabel('Waktu (Hari)','fontsize',10);
    ylabel('Jumlah Populasi (Ekor)','fontsize',10);
    grid on; hold off;

    set(win1,'CurrentAxes',grafik4);
    plot(t,(M-M1),'ro-','linewidth',1,'markersize',2);hold on;
    legend('Selisih RK4 dengan Gill');
    xlabel('Waktu (Hari)','fontsize',10);
    ylabel('Jumlah Populasi (Ekor)','fontsize',10);
    grid on; hold off;

end

end

ada=1;

```

A.2 Skrip untuk GUI

```

clc; clear all;
close all;
ada=0;
set(0,'Units','points')
Screen = get(0,'screensize');
pos=[0 0 590 340];
% 'toolbar','figure',...

```

```

win1=figure(...
'units','points',...
'position',[Screen(3:4)/2-pos(3:4)/2 pos(3:4)],...
'color',[.8 .8 .9],...
'resize','off',...
'menubar','none',...
'numbertitle','off',...
'name','Model Predator-Prey ');
%=====

grafik1=axes('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[0 260 590 80],...
'fontsize',8,...
'color',[1 1 1]);
gifplayer('kumbang.gif',0.1);
% olmat=imread('unej.jpg');
%     imshow(olmat);
%     set(win1,'CurrentAxes',grafik1);
%=====

labell=icontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[0 260 700 1],...
'style','Text',...
'backgroundcolor',[.3 .3 .3],...
'foregroundcolor',[1 1 1]);

%=====
% keterangann Simbol2
hp1=uipanel('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[5 5 240 60],...
'backgroundcolor',[.9 .9 .9],...
'foregroundcolor',[0 0 0],...
'fontweight','bold',...
'title','Populasi Awal',...
'fontname','tahoma',...
'fontsize',10);
step1=icontrol('parent',win1,'style','checkbox',...
'units','points',...
'position',[10 40 220 15],...
'string','Mangsa: 140 , Pemangsa: 6',...
'BackgroundColor',[.9 .9 .9],...
'fontweight','bold',...
'fontsize',11,'callback','edit1');
step2=icontrol('parent',win1,...
'units','points',...
'position',[10 25 220 15],...
'style','checkbox',...
'string','a= 0,40 , alfa= 0,11 , b= 0,12 , beta= 0,0032',...

```

```

        'BackgroundColor',[.9 .9 .9],...
        'fontname','times new roman',...
        'fontweight','bold',...
        'fontsize',11,'callback','edit2');
step3=uicontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[10 10 220 15],...
    'style','checkbox',...
    'string','Waktu(hari): -',...
    'BackgroundColor',[.9 .9 .9],...
    'fontname','times new roman',...
    'fontweight','bold',...
    'fontsize',11,'callback','edit3');
%=====
hp2=uipanel('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[345 5 240 55],...
    'backgroundcolor',[.9 .9 .9],...
    'foregroundcolor',[0 0 0],...
    'fontweight','bold',...
    'fontname','tahoma',...
    'fontsize',12);
step4=uicontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[350 40 210 15],...
    'style','Radiobutton',...
    'string','Runge Kutta Order 4 & GILL ',...
    'BackgroundColor',[.9 .9 .9],...
    'enable','off',...
    'fontname','times new roman',...
    'fontweight','bold',...
    'fontsize',12,'callback','edit4');
step5=uicontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[350 25 210 15],...
    'style','Radiobutton',...
    'string','Pemangsa & Mangsa ',...
    'BackgroundColor',[.9 .9 .9],...
    'fontname','times new roman',...
    'enable','off',...
    'fontweight','bold',...
    'fontsize',12,'callback','edit5');
step51=uicontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[370 10 100 15],...
    'style','checkbox',...
    'string','Grafik ',...
    'value',1,...
    'BackgroundColor',[.9 .9 .9],...
    'fontname','times new roman',...
    'enable','off',...
    'fontweight','bold',...

```

```

        'fontsize',12,'callback','edit51');
step52=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[420 10 100 15],...
    'style','checkbox',...
    'string','Selisih ',...
    'BackgroundColor',[.9 .9 .9],...
    'fontname','times new roman',...
    'enable','off',...
    'fontweight','bold',...
    'fontsize',12,'callback','edit52');

%=====
olmat1=imread('centang.jpg');
proses=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[265 35 60 20],...
    'style','Pushbutton',...
    'Cdata',olmat1,...
    'callback','Proses',...
    'string','Ok',...
    'enable','off',...
    'fontname','times new roman',...
    'fontweight','bold',...
    'fontsize',12);
olmat1=imread('refresh1.jpg');
proses1=icontrol('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[265 10 60 20],...
    'style','Pushbutton',...
    'Cdata',olmat1,...
    'callback','RK4_VS_GILL',...
    'string','Reset',...
    'enable','off',...
    'fontname','times new roman',...
    'fontweight','bold',...
    'fontsize',12);

%=====

hp3=uipanel('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[5 65 290 190],...
    'backgroundcolor',[.9 .9 .9],...
    'foregroundcolor',[0 0 0],...
    'fontweight','bold',...
    'fontname','tahoma',...
    'fontsize',12);
grafik3=axes('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[40 90 240 130],...

```

```

'fontsize',8,...
'color',[1 1 1]);
hp4=uipanel('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[295 65 290 190],...
    'backgroundcolor',[.9 .9 .9],...
    'foregroundcolor',[0 0 0],...
    'fontweight','bold',...
    'fontname','tahoma',...
    'fontsize',12);
grafik4=axes('parent',win1,...
    'units','points',...
    'position',[330 90 240 130],...
    'fontsize',10,...
    'color',[1 1 1]);

```

A.3 Skrip untuk Metode Runge-Kutta orde empat

```

%-----
% Solusi Model Predator-Prey
% Menggunakan Metode Runge Kutta Order Empat
%-----
clc; clear all
%parameter integrasi
%-----
h=1/10000;                %ukuran langkah(tahapan waktu)
duration=300;             %lama waktu penyelesaian
Nstep=round(duration/h); %hasil bilangan dr tahapan yang
    dibutuhkan
t=0:h:Nstep*h;           %hasil dr vektor waktu
x=zeros(size(t));        %populasi mangsa x
y=zeros(size(t));        %populasi pemangsa y
a=0.40;
b=0.12;
x0=140;
y0=6;
alfa=0.11;
beta=0.0032;
%-----
%nilai awal
%-----
x(1)=x0;                  %posisi awal
y(1)=y0;                  %kecepatan awal

```

```

%-----
%-----
M=x0;P=y0; k=1;
%iterasi untuk menemukan solusi dengan metode runge kutta order
empat
%-----
%-----
for n=2:Nstep
%     f=a*x(n-1)-alfa*x(n-1)*y(n-1);           %f(x,y,t) is dx/dt
%     g=-b*y(n-1)+beta*x(n-1)*y(n-1);         %g(x,y,t) is dy/dt
%     k1=f;
%     l1=g;
%     k2=a*(x(n-1)+(1/2*h*k1))-alfa*(x(n-1)+(1/2*h*k1))*(y(n-1)+(1/2*h*l1));
%     l2=-b*(y(n-1)+(1/2*h*k1))+beta*(x(n-1)+(1/2*h*k1))*(y(n-1)+(1/2*h*l1));
%     k3=a*(x(n-1)+(1/2*h*k2))-alfa*(x(n-1)+(1/2*h*k2))*(y(n-1)+(1/2*h*l2));
%     l3=-b*(y(n-1)+(1/2*h*k2))+beta*(x(n-1)+(1/2*h*k2))*(y(n-1)+(1/2*h*l2));
%     k4=a*(x(n-1)+(h*k3))-alfa*(x(n-1)+(h*k3))*(y(n-1)+(h*l3));
%     l4=-b*(y(n-1)+(h*k3))+beta*(x(n-1)+(h*k3))*(y(n-1)+(h*l3));
%     x(n)=x(n-1)+1/6*h*(k1+2*k2+2*k3+k4);       %posisi baru
%     y(n)=y(n-1)+1/6*h*(l1+2*l2+2*l3+l4);       %kecepatan baru
f=a*x(n-1)-alfa*x(n-1)*y(n-1);           %f(x,y,t) is dx/dt
g=-b*y(n-1)+beta*x(n-1)*y(n-1);         %g(x,y,t) is dy/dt
k1=f;
l1=g;
k2=a*(x(n-1)+(1/2*h*k1))-alfa*(x(n-1)+(1/2*h*k1))*(y(n-1));
l2=-b*(y(n-1)+(1/2*h*k1))+beta*(x(n-1))*(y(n-1)+(1/2*h*l1));
k3=a*(x(n-1)+(1/2*h*k2))-alfa*(x(n-1)+(1/2*h*k2))*(y(n-1));
l3=-b*(y(n-1)+(1/2*h*k2))+beta*(x(n-1))*(y(n-1)+(1/2*h*l2));
k4=a*(x(n-1)+(h*k3))-alfa*(x(n-1)+(h*k3))*(y(n-1));
l4=-b*(y(n-1)+(h*k3))+beta*(x(n-1))*(y(n-1)+(h*l3));
x(n)=x(n-1)+1/6*h*(k1+2*k2+2*k3+k4);       %posisi baru
y(n)=y(n-1)+1/6*h*(l1+2*l2+2*l3+l4);       %kecepatan baru

    sisa=mod(n,10000);
    if sisa==0
        k=k+1;
        M(k)=x(n);P(k)=y(n);
    end
end
t=0:duration;
%plot the position versus time
figure(1);
plot(t,M,'bo-',t,P,'ro-','linewidth',1,'markersize',2);hold on;
% title(['DSHO: \it\alfa_{\rm0} \rm= ',num2str('%1f'),' \it\beta\rm= ',num2str(beta,'%1f')],'fontsize',14);
legend('Mangsa', 'Pemangsa');
xlabel('Waktu (Hari)','fontsize',14);
ylabel('Jumlah Populasi (Ekor)','fontsize',14);

```

```
grid on; hold off;
M1=M; P1=P; M=[]; P=[]; x=[]; y=[];
```

A.4 Skrip untuk Metode Runge-Kutta Gill

```
%-----
%-----
% Solusi Model Predator-Prey
% Menggunakan Metode Runge Kutta Gill
%-----
%-----
clc; clear all
%parameter integrasi
%-----
%-----
h=1/10000;                               %ukuran langkah(tahapan waktu)
duration=300;                             %lama waktu penyelesaian
Nstep=round(duration/h);                  %hasil bilangan dr tahapan yang
dibutuhkan
t=0:h:Nstep*h;                            %hasil dr vektor waktu
x=zeros(size(t));                         %populasi mangsa x
y=zeros(size(t));                         %populasi pemangsa y
a=0.40;
b=0.12;
x0=140;
y0=6;
alfa=0.11;
beta=0.0032;
%-----
%-----

%nilai awal
%-----
%-----
x(1)=x0;                                  %posisi awal
y(1)=y0;                                  %kecepatan awal
%-----
%-----
M=x0;P=y0; k=1;

%iterasi untuk menemukan solusi dengan metode runge kutta order
empat
%-----
%-----
for n=2:Nstep
    f=a*x(n-1)-alfa*x(n-1)*y(n-1);       %f(x,y,t) is dx/dt
    g=-b*y(n-1)+beta*x(n-1)*y(n-1);     %g(x,y,t) is dy/dt
    k1=h*f;
    l1=h*g;
```

```

    k2=h*(a*(x(n-1)+(1/2*k1))-alfa*(x(n-1)+(1/2*k1))*(y(n-
1)+(1/2*l1)));
    l2=h*(-b*(y(n-1)+(1/2*l1))+beta*(x(n-1)+(1/2*k1))*(y(n-
1)+(1/2*l1)));
    k3=h*(a*(x(n-1)+((sqrt(2)-1)/2*k1)+(2-sqrt(2))/2*k2)-alfa*(x(n-
1)+((sqrt(2)-1)/2*k1)+(2-sqrt(2))/2*k2)*(y(n-1)+((sqrt(2)-
1)/2*l1)+(2-sqrt(2))/2*l2)));
    l3=h*(-b*(y(n-1)+((sqrt(2)-1)/2*l1)+(2-sqrt(2))/2*l2)+beta*(x(n-
1)+((sqrt(2)-1)/2*k1)+(2-sqrt(2))/2*k2)*(y(n-1)+((sqrt(2)-
1)/2*l1)+(2-sqrt(2))/2*l2)));
    k4=h*(a*(x(n-1)+(-(sqrt(2))/2*k2)+(1+(sqrt(2)/2))*k3)-alfa*(x(n-
1)+(-(sqrt(2))/2*k2)+(1+(sqrt(2)/2))*k3)*(y(n-1)+(-
(sqrt(2))/2*l2)+(1+(sqrt(2)/2))*l3)));
    l4=h*(-b*(y(n-1)+(-
(sqrt(2))/2*l2)+(1+(sqrt(2)/2))*l3)+beta*(x(n-1)+(-
(sqrt(2))/2*k2)+(1+(sqrt(2)/2))*k3)*(y(n-1)+(-
(sqrt(2))/2*l2)+(1+(sqrt(2)/2))*l3)));
    x(n)=x(n-1)+1/6*(k1+k4)+1/3*(2-
sqrt(2))/2*k2+(1+(sqrt(2)/2))*k3;           %posisi baru
    y(n)=y(n-1)+1/6*(l1+l4)+1/3*(2-
sqrt(2))/2*l2+(1+(sqrt(2)/2))*l3;           %kecepatan baru

    sisa=mod(n,10000);
    if sisa==0
        k=k+1;
        M(k)=x(n);P(k)=y(n);
    end
end
t=0:duration;
%plot the position versus time
figure(3);
plot(t,M,'bo-',t,P,'ro-','linewidth',1,'markersize',2);hold on;
% title(['DSHO: \it\alfa_{\rm0} \rm= ',num2str('%1f'),' \it\beta\rm=
',num2str(beta,'%1f')],'fontsize',14);
legend('Mangsa', 'Pemangsa');
xlabel('Waktu (Hari)','fontsize',14);
ylabel('Jumlah Populasi (Ekor)','fontsize',14);
grid on; hold off;

```