



**PELABELAN TOTAL SUPER  $(a, d)$ -SISI ANTIMAGIC  
PADA GRAF DAUN**

**SKRIPSI**

Oleh

**Sih Muhni Yunika  
NIM 101810101016**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2015**



**PELABELAN TOTAL SUPER  $(a, d)$ -SISI ANTIMAGIC  
PADA GRAF DAUN**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Sih Muhni Yunika**  
**NIM 101810101016**

**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS JEMBER**  
**2015**

## PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Ayahku Suyarni dan Ibuku Bibit Binarsih serta Adikku Galih Dwi Prasetyo, yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya serta doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita
2. Ibu Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si. dan Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;
3. Teman-teman angkatan 2010 Matematika FMIPA yang senantiasa membantuku dan menorehkan sebuah pengalaman indah yang tak terlupakan;
4. Teman-teman pejuang graf yang selalu berbagi suka dan duka untuk menemukan rumus dan selalu memberikan dukungan untuk terus semangat;
5. Dosen Matematika FMIPA Universitas Jember yang dengan sabar telah memberikan ilmunya kepadaku.

## MOTTO

"Usaha tanpa do'a adalah kesombongan, dan do'a tanpa usaha adalah kebohongan."\*

"Apa yang diperintahkan Rosul kepadamu maka laksanakanlah, dan apa yang dilarangnya maka tinggalkanlah."  
(QS.Al-Hasyr :7)\*\*

"Sesungguhnya Allah tidak akan mengubah keadaan suatu kaum sebelum mereka mengubah keadaan diri mereka sendiri".  
(QS Ar-Ra'd:11)\*\*\*

\* [www.motivasi-islami.com](http://www.motivasi-islami.com)

\*\* Departemen Agama Republik Indonesia. 2010. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Jakarta.

\*\*\* Departemen Agama Republik Indonesia. 2010. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Jakarta.

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Sih Muhni Yunika

NIM : 101810101016

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Graf Daun adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2015

Yang menyatakan,

Sih Muhni Yunika

NIM. 101810101016

# SKRIPSI

## PELABELAN TOTAL SUPER $(a, d)$ -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF DAUN

Oleh

**Sih Muhni Yunika**  
**NIM 101810101016**

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.  
Dosen Pembimbing Anggota : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

## PERSETUJUAN

### PELABELAN TOTAL SUPER $(a, d)$ -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF DAUN

### SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Sih Muhni Yunika  
NIM : 101810101016  
Jurusan : Matematika FMIPA  
Angkatan Tahun : 2010  
Daerah Asal : Ponorogo  
Tempat, Tanggal Lahir : Ponorogo, 22 Desember 1990

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si  
NIP. 19840801 200801 2 006

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Graf Daun telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam pada:

Hari :

Tanggal :

Tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji :

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.

NIP.19840801 200801 2 006

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP.19680802 199303 1 004

Dosen Penguji Utama,

Dosen Penguji Anggota,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

NIP.19690828 199802 1 001

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

NIP. 19661012 199303 1 001

Mengetahui,

Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Universitas Jember

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.

NIP. 19610108 198602 1 001



## RINGKASAN

**Pelabelan Total Super  $(a,d)$ -Sisi Antimagic Pada Graf Daun;** Sih Muhni Yunika, 101810101016; 2015: 89 halaman; Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan cacah yang disebut label. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan total super  $(a,d)$ -sisi antimagic (SEATL), dimana  $a$  bobot sisi terkecil dan  $d$  nilai beda.

Salah satu jenis graf yang belum diketahui pelabelan total super  $(a,d)$  sisi antimagic adalah graf Daun. Graf Daun tunggal dinotasikan dengan  $Lg_n$  dan gabungan saling lepas graf Daun dinotasikan  $mLg_n$  merupakan gabungan saling lepas dari  $m$  duplikat graf Daun  $Lg_n$ .

Graf Daun memiliki himpunan titik  $V(Lg_n) = \{l, e, a, f, x_i, z_i, y_j ; 1 \leq i \leq n ; 1 \leq j \leq 2n + 1\}$  dan himpunan sisi  $E(Lg_n) = \{le, lf, fa, ea, fy_1, ey_1, ay_{2n+1}\} \cup \{x_i y_{2i-1}, x_i y_{2i}, x_i y_{2i+1} ; 1 \leq i \leq n\} \cup \{z_i y_{2i-1}, z_i y_{2i}, z_i y_{2i+1} ; 1 \leq i \leq n\}$ . Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendeteksian pola yaitu dengan merumuskan pola pelabelan total super  $(a,d)$ -sisi antimagic secara umum. Kemudian dilakukan metode deduktif aksiomatik yaitu menurunkan aksioma atau teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super  $(a,d)$ -sisi antimagic pada graf daun tunggal dan gabungan saling lepas. Hasil penelitian ini berupa lemma dan teorema baru mengenai pelabelan total super  $(a,d)$ -sisi antimagic pada Graf  $Lg_n$  dan  $mLg_n$ . Lemma dan teorema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Lemma 4.1.1** *Ada pelabelan  $(n + 3, 1)$ -sisi antimagic titik pada graf Daun  $Lg_n$  jika  $n \geq 1$*
2. **Teorema 4.1.1** *Ada pelabelan super  $(11n + 15, 0)$ -sisi antimagic total pada graf Daun  $Lg_n$  untuk  $n \geq 1$*

3. **Teorema 4.1.2** *Ada pelabelan super  $(5n + 9, 2)$ -sisi antimagic total pada graf Daun  $Lg_n$  untuk  $n \geq 1$*
4. **Teorema 4.1.3** *ada pelabelan super  $(8n + 12, 1)$ -sisi antimagic total pada graf Daun  $Lg_n$  untuk  $n \geq 1$*
5. **Lemma 4.2.1** *Ada pelabelan  $(\frac{2nm+3m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic titik pada gabungan saling lepas graf Daun  $mLg_n$  jika  $n \geq 1, m \geq 3, m$  ganjil*
6. **Teorema 4.2.1** *Ada pelabelan super  $(\frac{22nm+27m+3}{2}, 0)$ -sisi antimagic total pada gabungan saling lepas graf Daun  $mLg_n$  jika  $n \geq 1, m \geq 3$  dan  $m$  ganjil*
7. **Teorema 4.2.2** *Ada pelabelan super  $(\frac{10nm+13m+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic total pada gabungan saling lepas graf Daun  $mLg_n$  jika  $n \geq 1, m \geq 3$  dan  $m$  ganjil*
8. **Teorema 4.2.3** *Ada pelabelan super  $(8nm + 10m + 2, 1)$ -sisi antimagic total pada gabungan saling lepas graf Daun  $mLg_n$  jika  $n \geq 1$  untuk  $n$  ganjil dan  $m \geq 3$  untuk  $m \equiv 1 \pmod{4}$*

Dari kajian diatas ada beberapa batasan  $m$  dan  $n$  yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem.

1. **Masalah Terbuka 5.2.1** *Pelabelan super  $(a, d)$ -sisi antimagic total pada gabungan saling lepas graf Daun  $mLg_n$  jika  $n \geq 1$  dan  $m \equiv 3 \pmod{4}$ .*
2. **Masalah Terbuka 5.2.2** *Pelabelan super  $(a, d)$ -sisi antimagic total pada graf Daun  $mLg_n$ , untuk  $d = 1$  dengan  $n$  genap dan  $m$  ganjil ( $n \geq 2, m \geq 3$ ).*
3. **Masalah Terbuka 5.2.3** *Pelabelan super  $(a, d)$ -sisi antimagic total pada graf Daun  $Lg_n$ , untuk  $d = 1$  dengan  $n$  ganjil dan  $m$  genap ( $n \geq 1, m \geq 2$ ).*
4. **Masalah Terbuka 5.2.4** *Pelabelan super  $(a, d)$ -sisi antimagic total pada graf Daun  $Lg_n$ , untuk  $d = 1$  dengan  $n$  genap dan  $m$  genap ( $n \geq 2, m \geq 2$ ).*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Graf Daun. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1) pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
2. Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si. selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
3. Ika Hesti Agustin, S.Si, M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
4. Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si. dan Drs. Rusli Hidayat, M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan pada skripsi ini;
5. Kiswara Agung Santoso, S.Si., M.Kom. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
7. Teman-teman angkatan 2010 Matematika FMIPA Universitas Jember yang senantiasa membantuku dan menorehkan sebuah pengalaman serta kenangan indah yang tak terlupakan;
8. Teman-teman seperjuangan graf (Ina, Putri HP, Iil, Karin, Alfian, Ica, Sari, Muafa, Rida dan teman-teman penggiat graf lainnya) kalian mengajarkan bahwa perbedaan bukan alasan untuk tidak saling membantu.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2015

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN SAMPUL . . . . .	i
HALAMAN JUDUL . . . . .	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN . . . . .	iii
HALAMAN MOTTO . . . . .	iv
HALAMAN PERNYATAAN . . . . .	v
HALAMAN PERSETUJUAN . . . . .	vii
HALAMAN PENGESAHAN . . . . .	viii
RINGKASAN . . . . .	ix
KATA PENGANTAR . . . . .	xi
DAFTAR ISI . . . . .	xiv
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xv
DAFTAR TABEL . . . . .	xvi
DAFTAR LAMBANG . . . . .	xvii
<b>1 PENDAHULUAN . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Batasan Masalah . . . . .	3
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	3
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	3
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA . . . . .</b>	<b>4</b>
2.1 Terminologi Dasar Graf . . . . .	4
2.2 Graf Khusus . . . . .	7
2.3 Fungsi . . . . .	9
2.4 Pelabelan Graf . . . . .	11
2.4.1 Definisi pelabelan graf . . . . .	11
2.4.2 Pelabelan total super $(a, d)$ -sisi antimagic . . . . .	12
2.5 Aplikasi Graf . . . . .	16
2.6 Hasil-hasil Pelabelan Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic Total pada Graf Tunggal dan Graf Gabungan Saling Lepas . . . . .	18

<b>3 METODE PENELITIAN</b> . . . . .	20
3.1 Rancangan Penelitian . . . . .	20
3.1.1 Pelabelan super $(a, d)$ -sisi antimagic total . . . . .	20
3.1.2 Graf daun $Lg_n$ . . . . .	20
3.1.3 Gabungan saling lepas graf daun $mLg_n$ . . . . .	21
3.2 Teknik Penelitian . . . . .	21
3.3 Observasi Awal . . . . .	23
<b>4 HASIL DAN PEMBAHASAN</b> . . . . .	26
4.1 Pelabelan Super $(a, d)$ -sisi Antimagic Total pada Graf Daun $Lg_n$ .	26
4.2 Pelabelan Super $(a, d)$ -sisi Antimagic Total pada Gabungan Saling Lepas Graf Daun $mLg_n$ . . . . .	47
4.3 Hasil dan Pembahasan . . . . .	78
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b> . . . . .	81
5.1 Kesimpulan . . . . .	81
5.2 Saran . . . . .	81
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> . . . . .	83
<b>LAMPIRAN</b> . . . . .	85

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Contoh graf sederhana . . . . .	4
2.2	Contoh graf berarah ( $G_1$ ) dan tak-terarah ( $G_2$ ) . . . . .	6
2.3	Graf berhingga ( $G_1$ ) dan graf tak berhingga ( $G_2$ ) . . . . .	6
2.4	matrik ketetanggaan . . . . .	7
2.5	Contoh gabungan graf . . . . .	7
2.6	Graf Ladder $L_5$ . . . . .	8
2.7	Graf Tangga Permata $Dl_3$ . . . . .	8
2.8	Graf Daun $Lg_2$ . . . . .	9
2.9	(a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif . . .	10
2.10	(i) Pelabelan titik, (ii) Pelabelan sisi, (iii) Pelabelan total . . . . .	12
2.11	Gambar loker karyawan . . . . .	17
2.12	Pelabelan super (14,2)-sisi antimagic total graf triangular ladder .	17
3.1	Graf Daun $Lg_2$ . . . . .	21
3.2	Graf Daun $3Lg_2$ . . . . .	22
3.3	Pelabelan super (19, 2)-sisi antimagic total pada graf Daun $Lg_2$ .	23
3.4	Pelabelan super (52, 2)-sisi antimagic total pada graf Daun $3Lg_2$ .	24
3.5	Rancangan Penelitian . . . . .	25
4.1	Jumlah titik dan jumlah sisi graf Daun $Lg_2$ dan $Lg_5$ . . . . .	27
4.2	Pelabelan (8,1)-sisi antimagic titik pada graf Daun $Lg_5$ . . . . .	31
4.3	Pelabelan super (70, 0)-sisi antimagic total graf Daun $Lg_5$ . . . . .	34
4.4	Pelabelan super (34, 2)-sisi antimagic total graf Daun $Lg_5$ . . . . .	37
4.5	Pelabelan super (44, 1)-sisi antimagic total graf Daun $Lg_4$ . . . . .	47
4.6	Gabungan saling lepas graf Daun $5Lg_2$ . . . . .	48
4.7	Pelabelan (47,1)-sisi antimagic titik graf Daun $7Lg_5$ . . . . .	55
4.8	pelabelan super (481, 0)-sisi antimagic total graf Daun $7Lg_5$ . . .	60
4.9	Pelabelan super (223, 2)-sisi antimagic total graf Daun $7Lg_5$ . . .	66
4.10	Pelabelan super (252, 1)-sisi antimagic total graf Daun $5Lg_5$ . . .	79

## DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan pelabelan super $(a, d)$ -sisi antimagic total pada graf tunggal. . . . .	18
2.2	Ringkasan pelabelan super $(a, d)$ -sisi antimagic total pada graf gabungan saling lepas. . . . .	19



## DAFTAR LAMBANG

$G$	= Graf $G$
$G(V, E)$	= Sebarang graf tak berarah dengan $V$ adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan $E$ adalah himpunan sisi
$v_n$	= Titik ke- $n$ pada suatu graf
$e_n$	= Sisi ke- $n$ dari suatu graf
$ V(G) $	= Banyaknya titik dari graf $G$ yang disebut <i>order</i>
$ E(G) $	= Banyaknya sisi dari graf $G$ yang disebut ukuran ( <i>size</i> )
$EAVL$	= <i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	= <i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan super $(a, d)$ -sisi antimagic total
$d$	= Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
$a$	= Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
$Lg_n$	= Graf Daun, dimana $n$ adalah jumlah titik yang menyatakan karakteristik graf Daun yang berada pada bagian tulang daun
$mLg_n$	= Gabungan saling lepas graf Daun, dimana $m$ adalah jumlah <i>copy</i> dari graf Daun,
$l$	= Titik bagian bawah dari tulang tengah graf Daun
$e$	= Titik bagian kanan bawah dari tulang pinggir graf Daun
$a$	= Titik bagian ujung atas dari tulang tengah graf Daun
$f$	= Titik bagian kiri bawah dari tulang pinggir graf Daun
$x_i$	= Titik ke- $i$ pada bagian tulang-tulang Graf Daun sebelah kanan
$y_j$	= Titik ke- $j$ pada bagian tengah tulang-tulang Graf Daun
$z_i$	= Titik ke- $i$ pada bagian tulang-tulang Graf Daun sebelah kiri
$\alpha_p$	= Fungsi bijektif pelabelan titik untuk graf Daun tunggal
$w_{\alpha_p}$	= Bobot sisi dari pelabelan titik $\alpha_p$
$W_{\alpha_p}$	= Bobot total dari pelabelan total $\alpha_p$
$\beta_v^k$	= Fungsi bijektif pelabelan titik gabungan graf Daun <i>copy</i> ke- $k$
$w_{\beta_v^k}$	= Bobot sisi dari pelabelan titik gabungan graf Daun <i>copy</i> ke- $k$
$W_{\beta_v^k}$	= Bobot sisi pelabelan total $\beta_v^k$ pada gabungan graf Daun <i>copy</i> ke- $k$