



**SOLUSI PERSAMAAN PENDULUM
MENGUNAKAN METODE MILNE**

SKRIPSI

Oleh
Hasim Asari
NIM 071810101082

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2014**



SOLUSI PERSAMAAN PENDULUM MENGUNAKAN METODE MILNE

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh
Hasim Asari
NIM 071810101082

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2014**

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah kepada Allah SWT sebagai rasa syukur atas rahmat serta hidayah-Nya, sehingga karya ini dapat terselesaikan dengan baik. Rasa terima kasih kepada:

1. Ibunda Ami yang senantiasa mendoakan dan memberikan kasih sayang;
2. almarhum Ayahanda Hasan Basri;
3. saudara kandungku Mukhlisul Anwar dan Yuliatiningsih yang selalu memberikan semangat;
4. guru-guruku sejak sekolah dasar sampai perguruan tinggi;
5. Almamater Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTTO

Karena sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan. Sesungguhnya bersama kesulitan itu ada kemudahan.*)
(QS. Al-Insyirah : 5 - 6)

... Allah akan mengangkat (derajat) orang-orang yang beriman di antaramu dan orang-orang yang diberi ilmu beberapa derajat ...*)
(Q. S. Al-Mujadilah :11)

... dan sebaik-baik manusia adalah orang yang paling bermanfaat bagi orang lain.**)
(HR. Thabrani dan Daruquthni)

*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2006. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Bandung: CV Penerbit Diponegoro.

***) <http://www.erasuslim.com/>

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Hasim Asari

NIM : 071810101082

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya tulis ilmiah yang berjudul “Solusi Persamaan Pendulum Menggunakan Metode Milne” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Agustus 2014
Yang menyatakan,

Hasim Asari
NIM 071810101082

SKRIPSI

SOLUSI PERSAMAAN PENDULUM MENGUNAKAN METODE MILNE

Oleh
Hasim Asari
NIM 071810101082

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Dosen Pembimbing Anggota : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul “Solusi Persamaan Pendulum Menggunakan Metode Milne”
telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.
NIP 196610121993031001

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si
NIP 196908281998021001

Penguji I,

Penguji II,

Kusbudiono, S.Si, M.Si.
NIP. 197704302005011001

Bagus Juliyanto, S.Si.
NIP. 198007022003121001

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.
NIP 196101081986021001

RINGKASAN

Solusi Persamaan Pendulum Menggunakan Metode Milne. Hasim Asari, 071810101082; 2014: 45 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Pendulum adalah sebuah benda yang terikat pada sebuah tali dan dapat berayun secara bebas dan periodik. Periode atau lama gerak osilasi satu ayunan dipengaruhi oleh panjang tali dan percepatan gravitasi. Gerak osilasi pendulum sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Diantaranya bandul jam yang berayun ke kiri dan ke kanan, serta getaran dawai pada alat musik. Karakteristik gerak osilasi bersifat periodik atau berulang-ulang. Kecepatan osilasi bandul merupakan frekuensinya. Benda berosilasi dapat membawa sebagian atau seluruh energinya ke objek lain dengan gerakan gelombang. Gerak bolak balik benda yang bergetar disebabkan oleh adanya gaya gesekan. Tujuan penelitian ini adalah: (1) mendapatkan solusi numerik persamaan pendulum dengan metode Milne, (2) mendapatkan profil gerak pendulum dengan metode Milne, dimana hasil visualisasi dapat menjelaskan bagaimana pengaruh pendulum dengan redaman dan tanpa redaman serta pengaruh massa dan panjang tali pada masing masing visualisasi.

Penelitian dilakukan dalam beberapa langkah. Langkah pertama yaitu studi literatur mengenai model gerak pendulum. Langkah kedua menyelesaikan secara numerik model gerak pendulum tersebut dengan Metode Prediktor Korektor Milne. Setelah mendapatkan solusi numerik. Langkah ketiga yaitu membuat program dari solusi numerik yang telah didapatkan. Langkah keempat yaitu mensimulasi program tersebut dengan memvariasikan nilai parameter. Langkah yang terakhir yaitu menganalisis hasil simulasi.

Berdasarkan kajian yang telah dilakukan, didapatkan hasil bahwa pendulum dengan gaya gesek dipengaruhi oleh massa dan panjang tali. Variasi massa yang digunakan yaitu dengan panjang $2kg$, $5kg$, dan $10kg$. Semakin besar massa

pendulum maka semakin lama waktu yang diperlukan untuk mencapai titik kesetimbangan. Sedangkan variasi panjang tali yang digunakan yaitu $0,5m$, $1m$, dan $2m$. Jika semakin panjang tali yang digunakan maka periode semakin renggang. Pendulum tanpa gaya gesek memiliki periode konstan, dengan kata lain gerak pendulum tanpa gaya gesek tidak akan berhenti bergerak setelah digerakkan. Pendulum tanpa gaya gesek, yang berpengaruh hanya panjang tali, semakin panjang tali yang digunakan maka periode semakin renggang. Variasi besar sudut θ yang digunakan yaitu 60° dan 20° . Pada saat $t = 7s$ dengan sudut awal 60° simpangan terjauh pada sudut 38° dan dengan sudut awal 20° simpangan terjauh pada 13° . Semakin kecil sudut yang diberikan maka simpangan semakin kecil pula, sehingga pendulum lebih cepat mencapai titik kesetimbangan. Sedangkan untuk pendulum tanpa gaya gesek tetap seperti pada simpangan awal yang diberikan.

Gaya luar yang digunakan adalah gaya keatas (*Archimedes*) pada tiga medium yaitu alkohol, air mineral, dan air laut dengan massa jenis masing-masing yaitu 800 kg/m^3 , 920 kg/m^3 , dan 1030 kg/m^3 sedangkan gaya keatas (F_a) pada masing-masing zat cair sebesar $8N$; $9,2N$; dan $10,3N$. Semakin besar massa jenis zat cair maka semakin besar pula gaya keatas zat cair. Pendulum dengan variasi gaya luar yang semakin besar menyebabkan pendulum semakin lambat dan lebih cepat menuju titik keseimbangan. Nilai θ yang kecil menghasilkan gambar yang lebih rinci untuk nilai-nilai simpangan yang terjadi pada waktu t dan pendulum dengan θ kecil pendulum akan membutuhkan waktu yang lebih singkat untuk mencapai kesetimbangan.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Solusi Persamaan Pendulum Menggunakan Metode Milne”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Drs. Rusli Hidayat, M.Sc., selaku Dosen Pembimbing Utama, Kosala Dwidja Purnomo, S.Si, M.Si., selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Kusbudiono, S.Si, M.Si. dan Bagus Juliyanto, S.Si. selaku dosen penguji yang telah memberi masukan dalam skripsi ini;
3. teman-teman seperjuangan (Andik, Silvi, Sinta, Riski, Veni, Vina, Prisko, Imam, Marihot, Pras) yang selalu memberikan canda tawa dan semangat selama bersama-sama menggapai cita-cita di Universitas Jember tercinta ini;
4. teman-teman angkatan 2007 yang telah membantu baik secara langsung maupun tidak langsung;
5. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Agustus 2014

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO.....	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN.....	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
BAB 1. PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan.....	3
1.4 Manfaat.....	3
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	4
2.1 Persamaan Diferensia	4
2.2 Metode Numerik.....	5
2.3 Metode Runge-Kutta Orde Empat (RK4).....	6
2.4 Metode Prediktor-Korektor.....	7
2.4.1 Milne Prediktor	7
2.4.2 Milne Korektor	9
2.5 Persamaan Pendulum.....	9
BAB 3. METODOLOGI PENELITIAN	12
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN.....	16

4.1 Penyelesaian Persamaan Pendulum	16
4.1.1 Penyelesaian Pendulum Tanpa Gaya Luar	16
4.1.2 Penyelesaian Pendulum dengan Gaya Luar	19
4.2 Simulasi dan Analisis Hasil.....	20
4.2.1 Profil Gerak Pendulum dengan Gaya Gesek dan Tanpa Gaya luar.	20
4.2.2 Profil Gerak Pendulum Tanpa Gaya Gesek dan Tanpa Gaya luar.	23
4.2.3 Profil Gerak Pendulum dengan Gaya Gesek dan Gaya Luar dalam Medium Alkohol	26
4.2.4 Profil Gerak Pendulum dengan Gaya Gesek dan Gaya Luar dalam Medium Air Mineral	29
4.2.5 Profil Gerak Pendulum dengan Gaya Gesek dan Gaya Luar dalam Medium Air Laut.....	32
4.3 Pembahasan.....	35
BAB 5. PENUTUP	38
5.1 Kesimpulan.....	38
5.2 Saran.....	39
DAFTAR PUSTAKA.....	40
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Gerak Pendulum Sederhana.....	7
2.2 Gerak Pendulum dengan gaya luar	8
3.1 Skema Metode Penelitian	9
4.1 Gerak pendulum $\theta = 60^0$ dengan variasi massa.....	20
4.2 Gerak pendulum $\theta = 20^0$ dengan variasi massa.....	21
4.3 Gerak pendulum $\theta = 60^0$ dengan variasi panjang tali	22
4.4 Gerak pendulum $\theta = 20^0$ dengan variasi panjang tali	22
4.5 Gerak pendulum $\theta = 60^0$ tanpa gaya gesek dengan variasi massa.....	23
4.6 Gerak pendulum $\theta = 20^0$ tanpa gaya gesek dengan variasi massa.....	24
4.7 Gerak pendulum $\theta = 60^0$ tanpa gaya gesek dengan variasi panjang tali	25
4.8 Gerak pendulum $\theta = 20^0$ tanpa gaya gesek dengan variasi panjang tali	25
4.9 Gerak pendulum $\theta = 60^0$ pada medium alkohol dengan variasi massa.....	26
4.10 Gerak pendulum $\theta = 20^0$ pada medium alkohol dengan variasi massa.....	27
4.11 Gerak pendulum $\theta = 60^0$ pada medium alkohol dengan variasi panjang tali.....	28
4.12 Gerak pendulum $\theta = 20^0$ pada medium alkohol dengan variasi panjang tali.....	28
4.13 Gerak pendulum $\theta = 60^0$ pada medium air mineral dengan variasi massa	29
4.14 Gerak pendulum $\theta = 20^0$ pada medium air mineral dengan variasi massa	30
4.15 Gerak pendulum $\theta = 60^0$ pada medium air mineral dengan variasi panjang tali	31
4.16 Gerak pendulum $\theta = 20^0$ pada medium air mineral dengan variasi panjang tali	31

4.17 Gerak pendulum $\theta = 60^0$ pada medium air laut dengan variasi massa	32
4.18 Gerak pendulum $\theta = 20^0$ pada medium air laut dengan variasi massa	33
4.19 Gerak pendulum $\theta = 60^0$ pada medium air laut dengan variasi panjang tali.....	34
4.20 Gerak pendulum $\theta = 20^0$ pada medium air laut dengan variasi panjang tali.....	34

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
A.1 Program pendulum tanpa gaya luar menggunakan metode Milne.....	41
A.2 Plot grafik dengan variasi massa.....	42
A.3 Plot grafik dengan variasi panjang tali.....	43
B.1 Program pendulum dengan gaya luar menggunakan metode Milne	44
B.2 Plot grafik gerak pendulum dengan variasi massa	45
B.3 Plot grafik gerak pendulum takteredam dengan variasi panjang tali	46