



**ANALISIS MODEL EPIDEMIK SEIRS PADA PENYEBARAN PENYAKIT  
ISPA (INFEKSI SALURAN PERNAFASAN AKUT)  
DI KABUPATEN JEMBER**

**SKRIPSI**

Oleh

**Rupi Mitayani  
NIM 091810101023**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2014**



**ANALISIS MODEL EPIDEMIK SEIRS PADA PENYEBARAN PENYAKIT  
ISPA (INFEKSI SALURAN PERNAFASAN AKUT)  
DI KABUPATEN JEMBER**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Rupi Mitayani  
NIM 091810101023**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2014**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Sugimiani dan Ayahanda Mardiyono yang selalu mendoakan, memberi kasih sayang, dan memberi dukungan moril maupun spirituil;
2. Kakakku Fatma Febrina Marisanti yang selalu memberi semangat, doa, dan menjadi teladan yang baik;
3. Badrus Syamsi sekeluarga yang turut memberikan semangat dan doa demi kelancaran skripsi ini;
4. guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi;
5. Almamater Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember, SMA Negeri 1 Pesanggaran, SMP Negeri 1 Siliragung, SD Negeri 1 Pesanggaran, dan RA Perwanida 1.

## MOTTO

Sesungguhnya hanya orang-orang yang bersabarlah yang dicukupkan pahala mereka  
tanpa batas.

(terjemahan surat *Az Zumar* ayat 10)<sup>1</sup>

Sangat menyenangkan ketika bermanfaat bagi orang lain, tetapi bukan berarti mudah  
untuk dimanfaatkan orang lain.<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Departemen Agama Republik Indonesia. 1992. *Al Qur'an dan Terjemahannya*. Semarang: PT. Tanjung Mas Inti.

<sup>2</sup> Rupi Mitayani.

## **PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Rupi Mitayani

NIM : 091810101023

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul “Analisis Model Epidemik SEIRS pada Penyebaran Penyakit ISPA (Infeksi Saluran Pernafasan Akut) di Kabupaten Jember” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Mei 2014

Yang menyatakan,

Rupi Mitayani  
NIM 091810101023

**SKRIPSI**

**ANALISIS MODEL EPIDEMIK SEIRS PADA PENYEBARAN PENYAKIT  
ISPA (INFEKSI SALURAN PERNAFASAN AKUT)  
DI KABUPATEN JEMBER**

Oleh:

Rupi Mitayani  
NIM 091810101023

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Dosen Pembimbing Anggota : Kusbudiono, S.Si., M.Si.

## PENGESAHAN

Skripsi yang berjudul “Analisis Model Epidemik SEIRS pada Penyebaran Penyakit ISPA (Infeksi Saluran Pernafasan Akut) di Kabupaten Jember” telah diuji dan disahkan pada :

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Jember

Tim Penguji:

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.  
NIP 196610121993031001

Kusbudiono, S.Si., M.Si.  
NIP 197704302005011001

Penguji I,

Penguji II,

Ahmad Kamsyakawuni, S.Si., M.Kom.  
NIP 197211291998021001

Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.  
NIP.198408012008012006

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D  
NIP 196101081986021001

## RINGKASAN

**Analisis Model Epidemik SEIRS pada Penyebaran Penyakit ISPA (Infeksi Saluran Pernafasan Akut) di Kabupaten Jember;** Rupi Mitayani, 091810101023; 2014; 44 Halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyakit ISPA (Infeksi Saluran Pernafasan Akut) merupakan masalah kesehatan yang penting karena menyebabkan kematian bayi dan balita yang cukup tinggi yaitu kira-kira 1 dari 4 kematian yang terjadi. Kunjungan penderita penyakit ISPA mencapai 40%-60% dari semua kunjungan di Puskesmas. Gejala ISPA antara lain: batuk, pilek, sakit telinga, radang tenggorokan, bronkitis, pneumonia. Penularannya melalui air ludah, darah, bersin dan udara yang mengandung kuman bisa menjadi media pembawa bakteri, bakteri masuk ke tubuh manusia melalui udara, bakteri pembawa kuman ISPA akan mudah berkembang dalam tubuh yang daya tahannya lemah. Penyebaran penyakit ISPA pada suatu populasi dapat dimodelkan ke dalam bentuk matematis. Tujuan penelitian ini adalah mendapatkan bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) sehingga dapat diketahui potensi penyebaran penyakit ISPA pada suatu populasi menggunakan model epidemik SEIRS pada penyakit ISPA. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberi informasi mengenai kecenderungan penyebaran penyakit ISPA menggunakan model epidemik SEIRS.

Pada penelitian ini terdapat beberapa langkah, yaitu langkah pertama adalah mengkaji pustaka tentang model epidemik SEIRS yang diperoleh dari beberapa literatur, langkah kedua adalah mencari titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik model epidemik SEIRS pada ISPA. Langkah ketiga adalah analisis kestabilan pada titik kesetimbangan model epidemik yang dapat dilakukan dengan melihat tanda pada akar-akar polinomial karakteristik dengan matriks Jacobian dan dapat menggunakan kriteria kestabilan *Routh-Hurwitz* untuk



mempermudah jika menghasilkan polinomial berderajat tinggi. Langkah keempat adalah mencari bilangan reproduksi dasar (*basic reproduction number*) yang diperoleh dari polinomial karakteristik. Langkah kelima adalah mengestimasi parameter yang datanya diperoleh dari Dinas Kesehatan Kabupaten Jember dan Badan Pusat Statistik Kabupaten Jember. Langkah keenam adalah mensimulasi model pada sistem persamaan diferensial yang dapat diplot dalam program Maple 13. Langkah ketujuh adalah menganalisis hasil simulasi sehingga dapat diketahui dinamika penyebaran penyakit ISPA.

Berdasarkan penelitian yang dilakukan di Kabupaten Jember, diperoleh hasil yaitu model epidemik SEIRS pada penyebaran penyakit ISPA memiliki bilangan reproduksi dasar sebesar 8,461 dan titik kesetimbangan bebas penyakit  $E^0 = (2.334.597,87; 0; 0; 0)$  yang stabil asimtotik, serta titik kesetimbangan endemiknya ( $E^1$ ) sebesar  $(275.922,14; 264.349,05; 396.055,19; 1.146.454,86)$ . Nilai  $R_0 > 1$  mempunyai arti bahwa penyakit ISPA yang terjadi di Kabupaten Jember tidak akan hilang dari populasi dan dapat menyebabkan endemik. Nilai  $R_0$  melebihi 1 menunjukkan bahwa setiap penderita ISPA dapat menularkan penyakitnya ke lebih dari satu penderita baru atau individu rentan, sehingga seiring berjalannya waktu penyakit tersebut menyebar semakin luas dengan jumlah penderita yang semakin banyak.

Pada penyebaran penyakit ISPA dengan menggunakan model epidemik SEIRS mendapatkan hasil bahwa penyakit ISPA akan terus ada, tidak akan hilang dari populasi dan menjadi endemik yang dapat mengakibatkan jumlah penderitanya semakin meningkat setiap tahunnya di Kabupaten Jember. Hal tersebut sesuai dengan keadaan sesungguhnya yang terjadi di Kabupaten Jember bahwa sepanjang tahun 2012 terdapat 57.237 kejadian ISPA.

## **PRAKATA**

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul “Analisis Model Epidemik SEIRS pada Penyebaran Penyakit ISPA (Infeksi Saluran Pernafasan Akut) di Kabupaten Jember”. Penulisan ini dilakukan sebagai salah satu persyaratan akademik Program Studi Matematika (S1) Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Pada kesempatan ini dengan segala hormat atas terselesaikannya skripsi ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Rusli Hidayat, M.Sc. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Bapak Kusbudiono, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu dan pikiran dalam penulisan skripsi ini;
2. Bapak Ahmad Kamsyakawuni, S.Si., M.Kom. dan Ibu Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran dan kritik dalam skripsi ini;
3. ibu dan bapak di rumah yang selalu memberikan doa dan semangat;
4. Bapak Kiswara Agung S., S.Si., M.Kom., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing penulis selama menjadi mahasiswa;
5. Retna, Kurnia, Fifin, Siskha, Wheny serta teman-teman angkatan 2009 yang telah membantu baik secara langsung maupun tidak langsung.

Penulis menyadari bahwa penelitian ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu penulis mengharapkan kritik dan saran demi kesempurnaan penelitian selanjutnya. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi kita semua.

Jember, Mei 2014

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	ii
HALAMAN MOTTO .....	iii
HALAMAN PERNYATAAN.....	iv
HALAMAN PEMBIMBING .....	v
HALAMAN PENGESAHAN.....	vi
RINGKASAN .....	vii
PRAKATA.....	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL .....	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
<b>BAB 1. PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Latar Belakang .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Rumusan Masalah .....</b>	<b>3</b>
<b>1.3 Tujuan.....</b>	<b>3</b>
<b>1.4 Manfaat.....</b>	<b>3</b>
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA .....</b>	<b>4</b>
<b>2.1. ISPA (Infeksi Saluran Pernafasan Akut) .....</b>	<b>4</b>
<b>2.2 Persamaan Diferensial Biasa .....</b>	<b>5</b>
<b>2.3 Sistem Persamaan Diferensial .....</b>	<b>6</b>
<b>2.4 Model SIR (<i>Susceptible-Infected-Recovered</i>) .....</b>	<b>8</b>
<b>2.5 Model SEIRS (<i>Susceptible-Exposed-Infected-Recovered-</i>     <i>Susceptible</i>) .....</b>	<b>10</b>
<b>2.6 Sistem <i>Autonomous</i> dan Kesetimbangan .....</b>	<b>12</b>
<b>2.7 Linierisasi .....</b>	<b>13</b>

<b>2.8 Analisis Kestabilan</b> .....	14
<b>2.9 Kriteria Kestabilan <i>Routh-Hurwitz</i></b> .....	16
<b>2.10 Bilangan Reproduksi Dasar (<math>R_0</math>)</b> .....	18
<b>2.11 Estimasi Parameter</b> .....	19
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b> .....	21
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b> .....	26
<b>4.1 Hasil</b> .....	26
4.1.1 Titik Keseimbangan Bebas Penyakit pada Model Epidemik SEIRS Penyakit ISPA .....	27
4.1.2 Titik Keseimbangan Endemik pada Model Epidemik SEIRS Penyakit ISPA .....	28
4.1.3 Analisa Kestabilan pada Titik Keseimbangan Model Epidemik ISPA dengan Kelahiran dan Kematian .....	30
4.1.4 Studi Kasus Model Epidemik SEIRS pada Penyebaran Penyakit ISPA dengan Kelahiran dan Kematian .....	34
<b>4.2 Pembahasan</b> .....	35
<b>BAB 5. PENUTUP</b> .....	40
<b>5.1 Kesimpulan</b> .....	40
<b>5.2 Saran</b> .....	41
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	42
<b>LAMPIRAN</b> .....	44

## DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Tabel <i>Routh-Hurwitz</i> .....	17
3.1 Tabel Estimasi Parameter .....	23
4.1 Tabel <i>Routh-Hurwitz</i> .....	33

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Kompartemen Model SIR Klasik .....	8
2.2 Kompartemen Model Epidemik SEIRS .....	11
3.1 Skema Metode Penelitian .....	21
4.1 Plot <i>Susceptible, Exposed, Infected</i> dan <i>Recovered</i> Model Epidemik ISPA .....	36
4.2 Plot <i>Susceptible</i> Model Epidemik SEIRS pada ISPA .....	37
4.3 Plot <i>Exposed, Infected, dan Recovered</i> Model Epidemik SEIRS pada ISPA .....	38