



**ANALISIS SOLUSI MODEL PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS  
*EXOGENOUS REINFECTION* DENGAN KONTROL MENGGUNAKAN  
METODE RUNGE-KUTTA**

**SKRIPSI**

Oleh:

**Shella Yeyenita  
NIM 091810101013**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2014**



**ANALISIS SOLUSI MODEL PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS  
*EXOGENOUS REINFECTION* DENGAN KONTROL MENGGUNAKAN  
METODE RUNGE-KUTTA**

**SKRIPSI**

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh:

**Sheila Yeyenita  
NIM 091810101013**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2014**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk :

1. Ayahanda Sunarto dan Ibunda Hanan Vianita tercinta yang telah memberikan doa, kasih sayang, perjuangan hidup yang menjadikan pelajaran berharga kepada putri tercintanya;
2. Tante Winarti dan Om Amam yang telah menjaga dan memberikan dukungan dalam keadaan suka dan duka;
3. adikku tersayang Hisyam Arifal Fahat, Wafa Anura Thania, dan Jihan Amal Soleha yang selalu memberi dukungan, semangat, dan keceriaan.
4. guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai perguruan tinggi, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
5. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

## **MOTTO**

Kita semua selalu dihadapkan pada ribuan kesempatan emas yang tersamarkan dengan baik oleh kesulitan. Dengan kata lain, di balik segala jenis masalah yang menghadang kita, sebenarnya terdapat banyak sekali kesempatan emas untuk kehidupan sukses kita.

(Charles Swindoll)<sup>\*)</sup>

---

<sup>\*)</sup> Koleksi Kata Motivasi Sukses Terbaik [on line]. <http://www.suksestotal.com/kata-motivasi-sukses-terbaik.html> [13 Desember 2013].

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Shella Yeyenita

NIM : 091810101013

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya ilmiah yang berjudul “Analisis Solusi Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis *Exogenous Reinfection* dengan Kontrol menggunakan Metode Runge-Kutta” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 21 Januari 2014

Yang menyatakan,

Shella Yeyenita

NIM. 091810101013

## **SKRIPSI**

# **ANALISIS SOLUSI MODEL PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS *EXOGENOUS REINFECTION* DENGAN KONTROL MENGGUNAKAN METODE RUNGE-KUTTA**

Oleh

Shella Yeyenita  
NIM 091810101013

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.  
Dosen Pembimbing Anggota : Kusbudiono, S.Si., M.Si.

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Analisis Solusi Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis *Exogenous Reinfection* dengan Kontrol menggunakan Metode Runge-Kutta” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas  
Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc.

Kusbudiono, S.Si., M.Si.

NIP. 196610121993031001

NIP. 197704302005011001

Penguji I,

Penguji II,

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

Dian Anggraeni S.Si., M.Si.

NIP. 196908281998021001

NIP. 198202162006042002

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.

NIP. 196101081986021001

## RINGKASAN

**Analisis Solusi Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis *Exogenous Reinfection* dengan Kontrol Menggunakan Metode Runge-Kutta;** Shella Yeyenita, 091810101013; 2014: 58 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Tuberkulosis adalah suatu penyakit menular yang disebabkan oleh kuman *Mycobacterium tuberculosis*. Tuberkulosis dengan *Exogenous reinfection* adalah infeksi pada orang yang sudah pernah terkena tuberkulosis dan sembuh namun masih memiliki bakteri *Mycobacterium tuberculosis* menjadi terkena tuberkulosis kembali dikarenakan infeksi ulang dari orang lain yang sedang terkena tuberkulosis menular. Memodelkan proses penyebaran penyakit akan mempermudah dalam mengerti dinamika penyebaran penyakit dalam suatu populasi. Tujuan dari penelitian ini adalah menyelesaikan solusi numerik model penyebaran penyakit tuberkulosis *exogenous reinfection* dengan kontrol secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde lima sehingga diperoleh profil dari penyebaran penyakit tuberkulosis *exogenous reinfection* dengan kontrol melalui solusi numerik yang diperoleh.

Pada penelitian ini terdapat beberapa langkah yang akan dilakukan. Langkah yang pertama adalah melakukan kajian pustaka mengenai model penyebaran penyakit tuberkulosis *exogenous reinfection* dengan kontrol menggunakan metode Runge-Kutta orde lima, kemudian menyelesaikan secara numerik model penyebaran penyakit tuberkulosis *exogenous reinfection* dengan kontrol menggunakan metode Runge-Kutta orde lima. Langkah selanjutnya adalah membuat program yang kemudian melakukan simulasi program dengan memvariasikan nilai parameter. Parameter-parameter tersebut diasumsikan berdasarkan Choi *et al* (2009). Untuk kendali isolasi ( $u_1$ ) dengan nilai  $u_{1a} = 0$ ,  $u_{1b} = 0,8$ , dan  $u_{1c} = 0,96$ , kendali daya tahan tubuh ( $u_2$ ) dengan nilai  $u_{2a} = 0$ ;  $u_{2b} = 0,5$ ; dan  $u_{2c} = 1$ , dan kendali



pengobatan ( $u_3$ ) dengan nilai  $u_{3_a} = 0$ ;  $u_{3_b} = 0,5$ ; dan  $u_{3_c} = 0,92$ . Langkah terakhir adalah menganalisis hasil simulasi untuk mengetahui profil penyebaran penyakit tuberkulosis *exogenous reinfection* dengan kontrol menggunakan metode Runge-Kutta orde lima.

Berdasarkan hasil simulasi dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde lima menunjukkan bahwa semakin besar nilai parameter kendali isolasi ( $u_1$ ) maka semakin besar jumlah individu *susceptible* dan total populasi, semakin kecil jumlah individu *exposed* dan *infected*, sedangkan untuk jumlah individu *treated* tidak ada pengaruh. Semakin besar nilai parameter kendali daya tahan tubuh ( $u_2$ ) maka semakin besar jumlah individu *susceptible*, *exposed*, *treated*, dan total populasi, sedangkan untuk jumlah individu *infected* semakin kecil. Semakin besar nilai parameter kendali pengobatan ( $u_3$ ) maka semakin besar jumlah individu *exposed*, sedangkan untuk jumlah individu *infected* dan *treated* semakin sedikit. Untuk jumlah individu *susceptible* akan semakin besar kecuali untuk nilai variasi  $u_3 = 0,5$ .

## PRAKATA

Puji dan syukur penulis panjatkan kehadiran Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir ini tepat pada waktunya. Tugas akhir yang berjudul “Analisis Solusi Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis *Exogenous Reinfection* dengan Kontrol menggunakan Metode Runge-Kutta” ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Rusli Hidayat, M.Sc. dan Bapak Kusbudiono, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing yang telah memberikan bimbingan dan arahan dengan penuh perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa dan selaku dosen penguji yang telah memberikan saran-saran;
3. Ibu Dian Anggraeni S.Si., M.Si., selaku dosen penguji yang telah memberikan saran-saran;
4. seluruh staf pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember yang telah memberikan ilmu serta bimbingannya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
5. Bapak Sunarto, Ibu Hanan Vianita, dan seluruh keluarga yang telah memberikan doa dan motivasi;
6. Ducky Mofa Eka Putra yang telah memberikan semangat dan dukungan dalam menyelesaikan tugas akhir ini;

7. teman-teman MALINC 09 (Nila, Rini, Alfi, Medhy, Dewik, dll) dan penghuni Griya Salsabila (Mbak Lulus, Matul, Wisas, Icha, Vira) atas dukungan, keceriaan dan canda tawa yang telah diberikan;
8. sahabat-sahabatku Yeni, Ayik, Dini, dan Maya yang telah meluangkan waktu untuk memberikan semangat dalam keadaan suka dan duka;
9. UKMS TITIK FMIPA dan HIMATIKA “Geokomstat” Universitas Jember yang telah memberikan kesempatan berproses untuk penulis dan semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 21 Januari 2014

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	ii
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN.....</b>	iii
<b>HALAMAN MOTTO.....</b>	iv
<b>HALAMAN PERNYATAAN.....</b>	v
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN.....</b>	vi
<b>HALAMAN PENGESAHAN.....</b>	vii
<b>RINGKASAN.....</b>	viii
<b>PRAKATA.....</b>	x
<b>DAFTAR ISI.....</b>	xii
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	xiv
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	xviii
<b>BAB 1 PENDAHULUAN .....</b>	1
<b>1.1 Latar Belakang.....</b>	1
<b>1.2 Rumusan Masalah .....</b>	3
<b>1.3 Tujuan.....</b>	3
<b>1.4 Manfaat.....</b>	3
<b>BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA.....</b>	4
<b>2.1 Persamaan Diferensial Biasa .....</b>	4
<b>2.2 Tuberkulosis .....</b>	5
<b>2.3 Model Penyebaran Penyakit.....</b>	6
2.3.1 Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis.....	6
2.3.2 Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan <i>Exogenous Reinfection</i> .....	7

2.3.3 Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous</i> <i>Reinfection</i> dengan Kontrol.....	8
<b>2.4 Metode Numerik .....</b>	<b>11</b>
<b>2.5 Metode Runge-Kutta Orde Lima .....</b>	<b>11</b>
<b>BAB 3 METODE PENELITIAN.....</b>	<b>13</b>
<b>BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>21</b>
<b>4.1 Penyelesaian Model Menggunakan Metode Runge-Kutta</b> <b>Orde Lima.....</b>	<b>21</b>
<b>4.2 Tampilan Program.....</b>	<b>30</b>
<b>4.3 Simulasi Program.....</b>	<b>33</b>
4.3.1 Simulasi Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis Exogenous Reinfection dengan Kontrol untuk Variasi Parameter Kendali Isolasi ( $u_1$ ) .....	34
4.3.2 Simulasi Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis Exogenous Reinfection dengan Variasi Parameter Kendali Daya Tahan Tubuh ( $u_2$ ) .....	40
4.3.3 Simulasi Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis Exogenous Reinfection dengan Variasi Parameter Kendali Pengobatan ( $u_3$ ) .....	46
<b>4.4 Analisis Hasil Simulasi.....</b>	<b>52</b>
<b>BAB 5 KESIMPULAN .....</b>	<b>56</b>
<b>5.1 Kesimpulan .....</b>	<b>56</b>
<b>5.2 Saran .....</b>	<b>57</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>58</b>
<b>LAMPIRAN.....</b>	<b>59</b>

## DAFTAR GAMBAR

		Halaman
Gambar 2	Diagram Model Matematika dari Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Kontrol ....	9
Gambar 3	Skema Metode Penelitian.....	13
Gambar 4.1	Tampilan GUI dari Program .....	31
Gambar 4.2	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Variasi Parameter Kendali Isolasi ( $u_1$ ) untuk Individu <i>Susceptible</i> .....	35
Gambar 4.3	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Variasi Parameter Kendali Isolasi ( $u_1$ ) untuk Individu <i>Exposed</i> .....	36
Gambar 4.4	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Variasi Parameter Kendali Isolasi ( $u_1$ ) untuk Individu <i>Infected</i> .....	37
Gambar 4.5	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Variasi Parameter Kendali Isolasi ( $u_1$ ) untuk Individu <i>Treated</i> .....	38
Gambar 4.6	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Variasi Parameter Kendali Isolasi ( $u_1$ ) untuk Total Populasi .....	39
Gambar 4.7	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Variasi Parameter Kendali Daya Tahan Tubuh ( $u_2$ ) untuk <i>Susceptible</i> .....	41

Gambar 4.8	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfektion</i> dengan Variasi Parameter Kendali Daya Tahan Tubuh ( $u_2$ ) untuk <i>Exposed</i> .....	42
Gambar 4.9	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfektion</i> dengan Variasi Parameter Kendali Daya Tahan Tubuh ( $u_2$ ) untuk <i>Infected</i> .....	43
Gambar 4.10	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfektion</i> dengan Variasi Parameter Kendali Daya Tahan Tubuh ( $u_2$ ) untuk <i>Treated</i> .....	44
Gambar 4.11	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfektion</i> dengan Variasi Parameter Kendali Daya Tahan Tubuh ( $u_2$ ) untuk Total Populasi.....	45
Gambar 4.12	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfektion</i> dengan Variasi Parameter Kendali Pengobatan ( $u_3$ ) untuk <i>Susceptible</i> .....	47
Gambar 4.13	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfektion</i> dengan Variasi Parameter Kendali Pengobatan ( $u_3$ ) untuk <i>Susceptible</i> sampai 500 tahun ...	48
Gambar 4.14	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfektion</i> dengan Variasi Parameter Kendali Pengobatan ( $u_3$ ) untuk <i>Exposed</i> .....	48
Gambar 4.15	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfektion</i> dengan Variasi Parameter Kendali Pengobatan ( $u_3$ ) untuk <i>Infected</i> .....	50
Gambar 4.16	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfektion</i> dengan Variasi Parameter Kendali Pengobatan ( $u_3$ ) untuk <i>Treated</i> .....	51

Gambar 4.17	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Variasi Parameter Kendali Pengobatan ( $u_3$ ) untuk Total Populasi .....	52
Gambar A.1	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Nilai Variasi Parameter Kendali Isolasi ( $u_1$ ) = 0 untuk Keempat Kompartemen yaitu <i>Susceptible, Exposed, Infected, dan Treated</i> .....	59
Gambar A.2	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Nilai Variasi Parameter Kendali Isolasi ( $u_1$ ) = 0,8 untuk Keempat Kompartemen yaitu <i>Susceptible, Exposed, Infected, dan Treated</i> .....	60
Gambar A.3	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Nilai Variasi Parameter Kendali Isolasi ( $u_1$ ) = 0,96 untuk Keempat Kompartemen yaitu <i>Susceptible, Exposed, Infected, dan Treated</i> .....	61
Gambar A.4	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Nilai Variasi Parameter Kendali Daya Tahan Tubuh ( $u_2$ ) = 0 untuk Keempat Kompartemen yaitu <i>Susceptible, Exposed, Infected, dan Treated</i> .....	62
Gambar A.5	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Nilai Variasi Parameter Kendali Daya Tahan Tubuh ( $u_2$ ) = 0,5 untuk Keempat Kompartemen yaitu <i>Susceptible, Exposed, Infected, dan Treated</i> .....	63
Gambar A.6	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Nilai Variasi Parameter Kendali Daya Tahan Tubuh ( $u_2$ ) = 1 untuk Keempat Kompartemen yaitu <i>Susceptible, Exposed, Infected, dan Treated</i> .....	64
Gambar A.7	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous</i>	



	<i>Reinfection</i> dengan Nilai Variasi Parameter Kendali Pengobatan ( $u_3$ ) = 0 untuk Keempat Kompartemen yaitu <i>Susceptible, Exposed, Infected</i> , dan <i>Treated</i> .....	65
Gambar A.8	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Nilai Variasi Parameter Kendali Pengobatan ( $u_3$ ) = 0,5 untuk Keempat Kompartemen yaitu <i>Susceptible, Exposed, Infected</i> , dan <i>Treated</i> .....	66
Gambar A.9	Grafik Penyebaran Penyakit Tuberkulosis <i>Exogenous Reinfection</i> dengan Nilai Variasi Parameter Kendali Pengobatan ( $u_3$ ) = 0,92 untuk Keempat Kompartemen yaitu <i>Susceptible, Exposed, Infected</i> , dan <i>Treated</i> .....	67

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3. Identifikasi Parameter .....	19