



**PENDUGA MOMEN UNTUK PARAMETER DISPERSI PADA
PENDEKATAN BAYES EMPIRIK MODEL CAMPURAN
POISSON-GAMMA DALAM KONTEKS
*SMALL AREA ESTIMATION***

SKRIPSI

Oleh

**Arfita Anggraini
NIM 091810101001**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2014**



**PENDUGA MOMEN UNTUK PARAMETER DISPERSI PADA
PENDEKATAN BAYES EMPIRIK MODEL CAMPURAN
POISSON-GAMMA DALAM KONTEKS
*SMALL AREA ESTIMATION***

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk melengkapi Program Studi Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Sains

Oleh

**Arfita Anggraini
NIM 091810101001**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2014**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ayahanda Subari dan Ibunda Siti Kamiyah yang tercinta;
2. Ribut Santoso (Alm) yang tersayang;
3. guru-guru sejak Sekolah Dasar sampai perguruan tinggi, yang telah memberikan ilmunya;
4. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

MOTO

“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan”

(Terjemahan QS. A Lam Nasyrah : 6)^{*)}

Jika A adalah sukses dalam kehidupan, maka $A = x + y + z$. Bekerja adalah x, bermain adalah y, dan z adalah menutup mulut. ^{**)}

^{*)} Departemen Agama Republik Indonesia. 2004. Al-Quran dan Terjemahannya. Bandung: CV Penerbit Diponegoro.

^{**)} Albert Einstein. 10 Formula Sukses (pemikiran para tokoh sukses dunia) [on line]. <http://suksesitubebas.com/2013/04/26/10-formula-sukses-pemikiran-para-tokoh-sukses-dunia/> [8 Januari 2014]

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Arfita Anggraini

NIM : 091810101001

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “Penduga Momen untuk Parameter Dispersi pada Pendekatan Bayes Empirik Model Campuran Poisson-Gamma dalam Konteks *Small Area Estimation*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi manapun dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2014

Yang menyatakan,

Arfita Anggraini

NIM 091810101001

SKRIPSI

**PENDUGA MOMEN UNTUK PARAMETER DISPERSI PADA
PENDEKATAN BAYES EMPIRIK MODEL CAMPURAN
POISSON-GAMMA DALAM KONTEKS
*SMALL AREA ESTIMATION***

Oleh

Arfita Anggraini
NIM 091810101001

Pembimbing:

Dosen Pembimbing Utama : Dr. Alfian Futuhul Hadi, S.Si., M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Dian Anggraeni, S.Si., M.Si.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul “Penduga Momen untuk Parameter Dispersi pada Pendekatan Bayes Empirik Model Campuran Poisson-Gamma dalam Konteks *Small Area Estimation*” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas
Jember

Tim Penguji:

Dosen Pembimbing Utama,

Dosen Pembimbing Anggota,

Dr. Alfian Futuhul Hadi S.Si., M.Si.

Dian Anggraeni, S.Si., M.Si.

NIP 197407192000121001

NIP 198202162006042002

Penguji I,

Penguji II,

Yuliani Setia Dewi, S.Si., M.Si.

Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si.

NIP 19740716 2000032001

NIP 198408012008012006

Mengesahkan

Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.

NIP 196101081986021001

RINGKASAN

Penduga Momen untuk Parameter Dispersi pada Pendekatan Bayes Empirik Model Campuran Poisson-Gamma dalam Konteks *Small Area Estimation*; Arfita Anggraini, 091810101001; 2014: 48 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Small Area Estimation (SAE) adalah suatu teknik statistika dalam menduga parameter secara tidak langsung dengan subpopulasi relatif kecil. Hal ini berkaitan dengan survey untuk kepentingan pembangunan nasional yang selalu dilakukan dengan desain nasional, sehingga tidak semua area kecil (seperti provinsi, kabupaten, kecamatan, kelurahan/desa, atau kelompok umur) menjadi sampel. Metode ini merupakan metode pendugaan untuk memperoleh informasi pada area kecil tersebut.

Penelitian ini dilakukan pada model Poisson-Gamma untuk menangani masalah overdispersi dengan pendugaan parameter dispersi ϕ menggunakan *Method of Moments Estimate* (MME), serta pendekatan Bayes Empirik dengan pembobot dari penduga bayes yaitu γ dalam konteks SAE pada pendugaan langsung dan pendugaan tak langsung. Data yang digunakan merupakan data simulasi dengan menggunakan *software* R. Area kecil yang digunakan yaitu area 1 sampai area 20. Dengan menetapkan beberapa parameter seperti x , β , dan σ^2 serta membangkitkan data berdistribusi Poisson-Gamma. Untuk selanjutnya menentukan penduga *Empirical Bayes* (EB). Untuk mengetahui seberapa besar kesalahan observasi, dapat dilihat dari besarnya *Mean Square Error* (MSE) menggunakan metode Bootstrap dengan resampling sebanyak 1000 kali.

Dari data hasil analisis simulasi dapat disimpulkan bahwa dalam *fitting* model Poisson nilai dugaan parameter dispersi $\hat{\phi}=1$, sedangkan menggunakan metode MME

sebagai penduga parameter dispersinya nilai $\hat{\phi}=5.5516$, dimana model regresi tersebut mengalami overdispersi. Data yang didesain dengan memasukkan parameter dispersi $\hat{\phi}=1$ menghasilkan nilai estimasi berbeda jauh dengan data yang didesain dengan MME. Begitu pula dengan data dengan $\hat{\phi}=1$ menghasilkan nilai *standart error* yang cenderung lebih kecil dibandingkan dengan data yang dimodelkan menggunakan MME. Pendekatan Bayes Empirik pada *Small Area Estimation* (SAE) dari penduga parameter dispersi MME nilai dugaannya akan lebih ditentukan oleh penduga tak langsung (\hat{y}), sedangkan pada model Poisson nilai dugaannya lebih ditentukan oleh penduga langsung. Pendekatan Bayes Empirik pada model campuran Poisson-Gamma menghasilkan nilai pendugaan *small area* yang lebih baik apabila dalam model memperhatikan nilai dugaan parameter dispersi yang menyebabkan overdispersi dibandingkan dengan model Poisson yang mengabaikan overdispersi.. Besarnya kesalahan observasi dilihat dari nilai *Average MSE*. *Average MSE* model Poisson-Gamma menggunakan MME lebih kecil daripada model Poisson, sehingga pendugaan parameter dispersi menggunakan MME lebih baik.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “Penduga Momen untuk Parameter Dispersi pada Pendekatan Bayes Empirik Model Campuran Poisson-Gamma dalam Konteks *Small Area Estimation*”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penulisan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Bapak Dr. Alfian Futuhul Hadi S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Utama dan Ibu Dian Anggraeni, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Anggota yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
2. Ibu Yuliani Setia Dewi, S.Si., M.Si. dan Ibu Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si., selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran dalam penulisan skripsi ini;
3. Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
4. Ayahanda Subari, Ibunda Siti Kamiyah, kakak tersayang Ribut Santoso (Alm) serta seluruh keluarga besar yang telah memberikan doa dan dorongan semangat demi terselesaikannya skripsi ini;
5. seluruh staf pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember yang telah memberikan ilmu serta bimbingannya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini;
6. teman-teman seperjuangan angkatan 2009 (Malinc), kakak serta adik angkatan Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember;

7. Keluarga Besar Niswatu, terimakasih untuk suka duka yang telah dilalui bersama dan semangat yang telah diberikan;
8. semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2014

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB 1. PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Perumusan Masalah	3
1.3 Tujuan	4
1.4 Manfaat	4
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 <i>Small Area Estimation</i> (SAE)	5
2.2 Model Poisson-Gamma	6
2.3 Overdispersi	7
2.4 <i>Empirical Bayes</i> (EB)	8
2.5 <i>Method of Moments Estimate</i> (MME)	10

2.6 Metode Bootstrap	12
BAB 3. METODE PENELITIAN	13
3.1 Data Penelitian	13
3.2 Langkah-langkah Simulasi	13
3.3 Metode Analisis Data	14
BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN	16
4.1 Hasil Simulasi Data	16
4.2 Pendugaan Parameter Dispersi	17
4.2.1 Hasil Estimasi Koefisien Regresi (β).....	17
4.2.2 Model Poisson Dan <i>Negative Binomial</i>	18
4.2.3 Hasil Estimasi y Model Poisson Dan <i>Negative Binomial</i>	19
4.3 Pendugaan <i>Empirical Bayes</i> (EB) Pada <i>Small Area Estimation</i> (SAE)	20
4.3.1 Hasil Estimasi Pembobot Bagi Penduga Bayes	20
4.3.2 Hasil Estimasi <i>Empirical Bayes</i> (EB)	21
4.4 Resampling Bootstrap	22
BAB 5. PENUTUP	26
5.1 Kesimpulan	26
5.2 Saran	26
DAFTAR PUSTAKA	27
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Hasil <i>Summary Data</i>	16
Tabel 4.2 Hasil Estimasi β Model Poisson dan <i>Negative Binomial</i>	17
Tabel 4.3 Model Poisson dan <i>Negative Binomial</i>	18
Tabel 4.4 <i>Standart error</i> Model Poisson dan <i>Negative Binomial</i>	18
Tabel 4.5 Hasil Estimasi y untuk Model Poisson dan <i>Negative Binomial</i>	19
Tabel 4.6 Hasil Estimasi Pembobot Penduga Bayes untuk Model Poisson dan <i>Negative Binomial</i>	20
Tabel 4.7 Hasil Estimasi EB untuk Model Poisson dan <i>Negative Binomial</i>	21
Tabel 4.8 <i>Average MSE</i> Resampling Bootstrap 1000 Kali	22

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 3.1 Langkah-langkah Penelitian	14
Gambar 4.1 MSE Bootstrap 1000 Kali	23
Gambar 4.2 Ragam Bootstrap Sebanyak 1000 Kali	23
Gambar 4.3 Boxplot Ragam Bootstrap 1000 Kali	24

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
A. Data Simulasi	29
B. Struktur dan fungsi <code>glm.nb()</code> pada Paket MASS	30
C. Fungsi <code>glm.nb</code> pada Paket MASS dan Out Put	32