



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF SIPUT**

SKRIPSI

Oleh

Shapbian Novindasari

NIM 090210101002

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2014



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF SIPUT**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Shapbian Novindasari

NIM 090210101002

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2014**

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpahkan kepada Nabi Muhammad S.A.W. Kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

1. Ayahku Subiki dan Ibuku tercinta Andayani, Adikku Fisilia dan Monika, serta Saudara-saudaraku, Pascawati Savitri (Mb Pipit), Magestien Yanuaria (Mb Ages), keponakanku Alfigo Rafif Al Kahfi, Bude Mamiiek, Pakpuh Bambang Soepeno, nenekku Siti Wasito, serta keluarga besar kakekku Alm. Prajitno yang senantiasa memberikan kasih sayang, semangat dan do'a yang tiada henti dalam meraih cita-cita;
2. Bapak/Ibu guru dari TK, SD, SMP, dan SMA serta semua dosen yang telah memberikan ilmu dan membimbing saya dengan penuh kesabaran;
3. Sahabatku, Indah dan Ifa, teman-temanku tim basket (Mb Tanti, Mb Icha, Sandra, Mertha) serta orang-orang terkasih yang senantiasa bersama dalam suka duka dan memberikan warna kehidupan dalam masa perkuliahan;
4. Warga Matematika 2009 reguler yang selalu memberikan dorongan, semangat, dan bantuannya selama masa proses penyelesaian skripsiku;
5. Novian Riskiana Dewi sebagai penemu graf Siput;
6. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTO

”Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, maka apabila kamu telah selesai (dari sesuatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain. Dan hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap”
(terjemahan surat Al-Insyirah: 6-8)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Shapbian Novindasari

NIM : 090210101002

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul "Nilai Ke-takteraturan Total Sisi dari Siput" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 27 Januari 2014

Yang menyatakan,

Shapbian Novindasari

NIM. 090210101002

SKRIPSI

NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF SIPUT

Oleh

Shapbian Novindasari

NIM 090210101002

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Slamim, M.Comp.Sc., Ph.D

Dosen Pembimbing Anggota : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D

PERSETUJUAN
NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF SIPUT

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi persyaratan untuk menyelesaikan pendidikan Program
Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan
Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Nama Mahasiswa	: Shapbian Novindasari
NIM	: 090210101002
Jurusan	: Pendidikan MIPA
Program Studi	: Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun	: 2009
Daerah Asal	: Blitar
Tempat, Tanggal Lahir	: Blitar, 20 November 1990

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D
NIP. 19670420 199201 1 001

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Siput" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Kamis

Tanggal : 30 Januari 2014

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

NIP.19700307 199512 2 001

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

NIP. 19680802 199303 1 004

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. Slamini, M.Comp.Sc., Ph.D.

NIP. 19670420 199201 1 001

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

NIP.19820529 200912 1 003

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember,

Prof. Sunardi, M.Pd.

NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF SIPUT, Shap-
bian Novindasari, 090210101002, 2014, 60 Halaman; Program Studi
Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Uni-
versitas Jember**

Teori Graf dalam penerapannya memiliki peranan penting dalam berba-
gai bidang ilmu baik dalam bidang *science* maupun teknik, seperti: Ilmu Kimia,
Elektronika, Teknik Mesin, Komunikasi, Marketing, Ekonomi, Marketing, Ilmu
Komputer, Riset Operasi, dan masih banyak cabang yang lainnya. Perkembangan
teori graf sampai saat ini sudah banyak melahirkan subpokok bahasan, salah sa-
tunya adalah pelabelan graf (*graph labelling*). Pelabelan graf mulai banyak men-
dapat perhatian terutama terapannya dalam jaringan komputer dan keamanan
database. Pelabelan pada suatu graf merupakan pemberian label (bilangan bulat
positif) pada setiap sisi atau titik pada suatu graf. Ada beberapa jenis pelab-
elan graf, salah satunya yaitu pelabelan total iregular (*irregular total labelling*)
yang diperkenalkan oleh Martin Baca, Stanislav Jendrol, Mirka Miller, dan Joseph
Ryan pada tahun 2002. Pelabelan total iregular (*irregular total labelling*) terbagi
menjadi dua, yaitu pelabelan total sisi iregular (*edge irregular total labelling*) dan
pelabelan total titik iregular (*vertex irregular total labelling*). Pelabelan total sisi
iregular (*edge irregular total labelling*) merupakan pemberian label bilangan bulat
positif terkecil pada titik dan sisi suatu graf G sedemikian sehingga bobot total di
setiap sisi berbeda. Pelabelan total titik iregular (*vertex irregular total labelling*)
merupakan pemberian label bilangan bulat positif terkecil pada titik dan sisi suatu
graf G sedemikian sehingga bobot total di setiap titik berbeda.

Permasalahan yang timbul yaitu bagaimana melabeli graf Siput dengan
meminimumkan label yang digunakan untuk melabeli graf Siput baik tunggal
maupun gabungannya. Bilangan bulat positif terbesar inilah yang disebut dengan
nilai ketakteraturan total sisi (*total edge irregularity strength*) dan dinotasikan
dengan $tes(G)$. Sehingga dari permasalahan tersebut akan diketahui berapa nilai
 tes dari graf Siput.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deduktif aksiomatik yaitu dengan menurunkan teorema tentang nilai batasan dari tes , yaitu $\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$, dimana $|E|$ adalah banyaknya sisi dari suatu graf. Berdasarkan teorema tersebut akan didapat nilai batas bawah tes dari graf Siput, kemudian menentukan batas atas graf Siput dengan menerapkan metode pendeteksian pola dalam menentukan pola dan perumusan pelabelan total sisi iregular pada graf Siput (S_n). Setelah didapat formulasi pelabelan total sisi iregular pada graf Siput (S_n) tunggal, selanjutnya dicari pola dan formulasi pada gabungan saling lepas graf Siput baik isomorfis maupun non-isomorfis dan juga graf belenggu tunggal (*shackle graph*) dari graf Siput dengan alur pelabelannya sama dengan graf Siput tunggal, sedangkan label titik dan sisi antara bagian pertama dan selanjutnya memiliki pola yang teratur, sampai pada akhirnya didapat nilai tes untuk S_n tunggal maupun gabungannya. Hasil penelitian ini berupa teorema baru tentang nilai ketakteraturan total sisi dari graf Siput. Teorema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. Nilai ketakteraturan total sisi pada graf Siput tunggal adalah $tes(S_n) = n + 3$, untuk $n \geq 1$;
2. Nilai ketakteraturan total sisi pada gabungan saling lepas graf Siput isomorfis adalah $tes(mS_n) = \left\lceil \frac{m(3n+7)+2}{3} \right\rceil$, untuk $n \geq 1$, dan $m \geq 2$;
3. Nilai ketakteraturan total sisi pada gabungan saling lepas graf Siput non-isomorfis adalah $tes(S_n \cup \dots \cup S_r) = \left\lceil \frac{(3n+7)+\dots+(3r+7)+2}{3} \right\rceil$, untuk $n \neq r$ dimana $n, r \in$ bilangan asli;
4. Nilai ketakteraturan total sisi pada graf belenggu (*shackle graph*) dari graf Siput adalah $tes(Shack(S_n, m)) = \left\lceil \frac{m(3n+7)+2}{3} \right\rceil$, untuk $n \geq 1$, dan $m \geq 2$.

PRAKATA

Segala puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Siput" ini dengan baik.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing Akademik yang telah banyak membantu dan mengarahkan dalam penentuan studi selama di Universitas Jember;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari Allah SWT. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran yang membangun dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat untuk semua pihak yang nantinya akan membaca skripsi ini.

Jember, 27 Januari 2014

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PERSETUJUAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMBANG	xvi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
2 TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Konsep Dasar Graf	6
2.2 Jenis-Jenis Graf	9
2.3 Gabungan Dua Graf	10
2.4 Keisomorfisan Graf	12
2.5 Graf Khusus	13
2.6 Aplikasi Graf	19
2.7 Fungsi	21
2.8 Graf Siput	22
2.9 Pelabelan	25
2.9.1 Definisi Pelabelan Graf	27

2.9.2	Pelabelan Total Sisi Irregular	28
2.9.3	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf Siput	29
2.9.4	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf Khusus	31
3	METODE PENELITIAN	35
3.1	Metode Penelitian	35
3.2	Definisi Operasional	35
3.2.1	Pelabelan Total Sisi Irregular	36
3.2.2	Total Edge Irregularity Strength (<i>tes</i>)	36
3.2.3	Graf Siput	36
3.2.4	Gabungan Graf Siput	36
3.3	Teknik Penelitian	37
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	41
4.1	Hasil Penelitian	41
4.1.1	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Siput Tunggal	41
4.1.2	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Saling Lepas Graf Siput Isomorfis	45
4.1.3	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Saling Lepas Graf Siput Non-Isomorfis	48
4.1.4	Nilai Ketakteraturan Total Sisi pada Graf Belenggu (<i>Shackle Graph</i>) dari Graf Siput	52
4.2	Pembahasan	56
5	KESIMPULAN DAN SARAN	60
5.1	Kesimpulan	60
5.2	Saran	60
	DAFTAR PUSTAKA	61

DAFTAR GAMBAR

1.1 Graf Siput S_2	3
2.1 Contoh (a) Graf secara umum, (b) Graf Kosong, (c) Graf dengan titik terasing	7
2.2 Graf reguler	8
2.3 Contoh (a) graf berarah, dan (b) graf tidak berarah	10
2.4 Contoh gabungan dari dua graf	11
2.5 Contoh (a) gabungan isomorfis dan (b) gabungan non-isomorfis	11
2.6 Contoh Graf belunggu <i>Shack</i> $(C_8, 4)$	12
2.7 Keisomorfisan graf	13
2.8 Graf Siklus C_6	14
2.9 Graf Roda W_8	14
2.10 Graf Bintang S_8	15
2.11 Graf Bipartit $K_{3,3}$	16
2.12 Graf Prisma D_3	16
2.13 Graf Lengkap K_6	17
2.14 Generalisasi graf Petersen $P_{6,2}$	17
2.15 Graf Matahari M_8	18
2.16 Graf Roket $R_{5,3}$	18
2.17 Graf Tunas Kelapa $CR_{5,4}$	19
2.18 Graf Fanel $F_{4,7}$	19
2.19 Contoh (a) metana CH_4 , (b) etana C_2H_6 , dan (c) propana C_3H_8	20
2.20 Contoh (a) rangkaian listrik dan (b) aplikasi graf dalam rangkaian listrik	20
2.21 Contoh (a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif, dan (c) fungsi bijektif	21
2.22 Graf Siput S_n	22
2.23 Gabungan Graf Siput $3S_1$	23
2.24 Gabungan Graf Siput $S_1 \cup S_2 \cup S_3$	24
2.25 Contoh Graf belunggu (<i>shackle graph</i>) dari graf Siput $Shack(S_n, m)$	25

2.26	Contoh (a) pelabelan titik, (b) pelabelan sisi, dan (c) pelabelan total	27
2.27	Graf Siput S_1	30
2.28	Graf Siput S_2	30
2.29	Graf Siput S_3	30
3.1	TES Graf siput S_4	37
3.2	Gabungan Graf Siput $3S_2$	38
3.3	Gabungan Graf Siput $2S_4$	39
3.4	Diagram alir penelitian	40
4.1	Contoh Pelabelan Titik Graf Siput S_n	42
4.2	Contoh Pelabelan Sisi Graf Siput S_n	43
4.3	Contoh Pelabelan Bobot Total Sisi Graf Siput S_n	44
4.4	Pelabelan <i>tes</i> pada graf Siput S_5	44
4.5	Pelabelan <i>tes</i> pada gabungan graf Siput isomorfis $3S_5$	49
4.6	Pelabelan <i>tes</i> pada gabungan non-isomorfis graf Siput $S_1 \cup S_2 \cup S_3$	53
4.7	Pelabelan <i>tes</i> pada graf belunggu (<i>shackle graph</i>) dari graf Siput ($Shack(S_1, 4)$)	57

DAFTAR TABEL

2.1	Daftar rangkuman hasil penemuan pelabelan total sisi irregular pada graf-graf khusus.	31
-----	---	----

DAFTAR LAMBANG

G	=	Graf G
$G(V, E)$	=	Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
v_n	=	Titik ke- n pada suatu graf
e_n	=	Sisi ke- n dari suatu graf
$V(G)$	=	Himpunan titik pada graf G dan disebut sebagai <i>order</i>
$E(G)$	=	Himpunan sisi pada graf G dan disebut sebagai <i>size</i>
Δ	=	Derajat maksimum suatu graf
δ	=	Derajat minimum suatu graf
$tes(G)$	=	<i>Total edge irregularity strength</i> atau nilai ketakteraturan total sisi dari graf G
$\omega(t)$	=	Bobot (<i>weight</i>)
$\lambda(x)$	=	Label titik x pada suatu graf
$\lambda(xy)$	=	Label sisi xy pada suatu graf
S_n	=	Graf siput
mS_n	=	Gabungan sebanyak m <i>copy</i> graf Siput
$S_n \cup S_r$	=	Gabungan non-isomorfis graf siput S_n dan S_r
$Shack(S_n, m)$	=	Graf belunggu (<i>shackle graph</i>) sebanyak m <i>copy</i> graf Siput
S	=	Titik pada bagian leher graf S_n
N	=	Titik pada bagian kepala graf S_n
A	=	Titik pada bagian mulut graf S_n
I	=	Titik pada bagian tentakel graf S_n
L	=	Titik pada bagian kaki depan graf S_n
E	=	Titik pada bagian kaki belakang graf S_n
R	=	Titik pada bagian ekor graf S_n
X_1	=	Titik ke-1 pada bagian punggung kanan graf S_n
Y_1	=	Titik ke-1 pada bagian punggung kanan graf S_n
X_i	=	Titik ke- i pada bagian punggung atas graf S_n
Y_i	=	Titik ke- i pada bagian punggung atas graf S_n
Y_{i+1}	=	Titik ke- $i + 1$ pada bagian punggung kiri graf S_n
X_n	=	Titik ke- n pada bagian punggung kiri graf S_n

- LI = Sisi yang menghubungkan titik L dengan titik I pada graf S_n
 LA = Sisi yang menghubungkan titik L dengan titik A pada graf S_n
 LE = Sisi yang menghubungkan titik L dengan titik E pada graf S_n
 NA = Sisi yang menghubungkan titik N dengan titik A pada graf S_n
 SN = Sisi yang menghubungkan titik S dengan titik N pada graf S_n
 X_nS = Sisi yang menghubungkan titik X_n dengan titik S pada graf S_n
 Y_iX_i = Sisi yang menghubungkan titik Y_i dengan titik X_i dari S_n
 X_iY_{i+1} = Sisi yang menghubungkan titik X_i dengan titik Y_{i+1} dari S_n
 EY_1 = Sisi yang menghubungkan titik E dengan titik Y_1 dari S_n
 ER = Sisi yang menghubungkan titik E dengan titik R dari S_n
 Lx_1 = Sisi yang menghubungkan titik L dan X_1 pada graf S_n
 LX_i = Sisi yang menghubungkan titik L dan X_i pada graf S_n
 X_i^k = Titik ke- i dalam komponen ke- k pada bagian punggung atas dari gabungan graf S_n
 Y_i^k = Titik ke- i dalam komponen ke- k pada bagian punggung atas dari gabungan graf S_n
 $[x]$ = Bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan x
 $\lfloor x \rfloor$ = Bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan x