



**PELABELAN TOTAL SUPER  $(a, d)$ -SISI ANTIMAGIC  
PADA GRAF TRIBUN**

**SKRIPSI**

Oleh

**Muhlisatul Mahmudah**

**NIM 100210101076**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2013**



**PELABELAN TOTAL SUPER  $(a, d)$ -SISI ANTIMAGIC  
PADA GRAF TRIBUN**

**SKRIPSI**

Oleh

**Muhlisatul Mahmudah**

**NIM 100210101076**

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.

Dosen Pembahas :Arika Indah Kristiana S.Si.,M.Pd.

Dosen Penguji :Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2013**

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Orang tuaku tercinta dan terkasih :Ayahanda Haryono dan umyku Wardani serta ibuku Elwani dan Kakak serta adikku Diana Zaini, Jenya gilva, yang senantiasa mengalirkan rasa cinta dan kasih sayangnya serta cucuran keringat dan doa yang tiada pernah putus yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita;
2. *My beloved*, Ardiansyah Bagos Setianggoro yang telah memberikan dukungan positif bagiku dalam setiap hal yang akan dan telah aku lakukan dan semangat dalam penulisan skripsi ini;
3. Teman-teman angkatan 2010 FKIP Matematika: (Desy .N, Tichu, Ina, Robby, Sandra, Titis, Riris, Nuris, Yayan, warga MSC dan semuanya) yang senantiasa membantuku dan menorehkan sebuah pengalaman indah yang tak terlupakan;
4. Teman-teman pejuang graf: ( Oby, Mita, Nita, MbK Laras, MbK Reni, MbK Novian, MbK Iis, MbK Kunti, MbK Ira, Mas Muklis, Mas Zein, Mbak Ela, Inge, Agnes dan pencinta graf lainnya) yang selalu berbagi suka dan duka untuk menemukan rumus dan selalu memberikan dukungan untuk terus semangat;
5. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

## MOTTO

"Jangan sedih bila sekarang masih di pandang sebelah mata, buktikan bahwa anda layak mendapatkan kedua matanya."

( Mario Teguh)

"Kecerdasan bukan penentu kesuksesan, tetapi kerja keras merupakan penentu kesuksesanmu yang sebenarnya ."

( Albert Camus)

"Ada dua jaya seseorang itu tidak boleh berjaya yaitu orang yang hanya mengerjakan apa yang disuruh dan orang yang tidak mengerjakan apa yang disuruh."

( Jawaharlal Nehru)

## HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Muhlisatul Mahmudah

NIM : 100210101076

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -Sisi Antimagic pada Graf Tribun adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, januari 2014

Yang menyatakan,

Muhlisatul Mahmudah

NIM. 100210101076

# **SKRIPSI**

## **PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF TRIBUN**

Oleh

**Muhlisatul Mahmudah**

**NIM 100210101076**

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.

## PERSETUJUAN

### PELABELAN TOTAL SUPER $(a,d)$ -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF TRIBUN

### SKRIPSI

Diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa : Muhlisatul Mahmudah  
NIM : 100210101076  
Jurusan : Pendidikan MIPA  
Program Studi : Pendidikan Matematika  
Angkatan Tahun : 2010  
Daerah Asal : Jember  
Tempat, Tanggal Lahir : Jember, 23 Februari 1992

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

Prof. Drs. Slamim, M.Comp.Sc., Ph.D.  
NIP. 19670420 199201 1 001

## HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic Pada Graf Tribun telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Jumat

Tanggal : 10 Januari 2014

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Arika Indah Kristiana, S.Pd, M.Si

NIP.19760502 200604 2 001

Anggota I,

Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.

NIP.19670420 199201 1 001

Anggota 2,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D

NIP.19680802 199303 1 004

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si

NIP. 19820529 200912 1 003

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd

NIP. 19540501 198303 1 005



## RINGKASAN

**Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic Pada Graf Tribun;** Muhlisatul Mahmudah, 100210101076; 2014: 126 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Graf adalah salah satu kajian dalam matematika diskrit. Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek diskrit tersebut. Pelabelan graf merupakan suatu topik dalam teori graf. Objek kajiannya berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan cacah yang disebut label. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan total super( $a, d$ )-sisi antimagic (SEATL), dimana  $a$  bobot sisi terkecil dan  $d$  nilai beda.

Salah satu jenis graf yang belum diketahui pelabelan super ( $a, d$ ) antimagic adalah graf Tribun. Graf Tribun yang dinotasikan dengan  $\mathfrak{T}_n$  adalah sebuah graf yang memiliki bentuk menarik yang merupakan pengembangan dari graf Snack. Gabungan diskonektif graf Tribun merupakan gabungan saling lepas dari  $m$  duplikat graf Tribun dan dinotasikan dengan  $m\mathfrak{T}_n$ .

Graf Tribun memiliki himpunan *vertex*,  $\mathfrak{T}_n$  dimana titik (*vertex*) adalah  $V\mathfrak{T}_n = \{x_i, z_j, y_i, B; 1 \leq i \leq n \text{ dan } 1 \leq j \leq n\}$  dan Sisi (*edge*) pada graf Tribun adalah  $E\mathfrak{T}_n = \{Bz_1, Bz_2, Bz_3 \cup z_j z_{j+1}; 1 \leq j \leq n \cup x_i z_{2i+1}; 1 \leq i \leq n \cup x_i z_{2i+3}; 1 \leq i \leq n \cup y_i z_{2i+1}; 1 \leq i \leq n \cup y_i z_{2i-1}; 1 \leq i \leq n\}$ . Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik yaitu dengan menurunkan lema yang telah ada tentang nilai batas  $d$  dan lema untuk pelabelan graf saat  $d = 1$ , kemudian diterapkan dalam pelabelan total super ( $a, d$ )-sisi antimagic pada graf  $\mathfrak{T}_n$  dan  $m\mathfrak{T}_n$  dan metode pendeteksian pola yaitu untuk menentukan pola umum pelabelan total super ( $a, d$ )-sisi antimagic pada graf Tribun. Hasil penelitian ini berupa lema dan teorema baru mengenai pelabelan total super ( $a, d$ )-sisi antimagic pada Graf  $\mathfrak{T}_n$  dan  $m\mathfrak{T}_n$ . Teorema dan lema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Teorema 4.2.1** *Ada pelabelan total super  $(12n + 6, 0)$ -sisi antimagic dan*

$(4n + 6, 2)$ -sisi antimagic pada graf Tribun  $\mathfrak{T}_n$  untuk  $n \geq 1$

2. **Teorema 4.2.2** Ada pelabelan total super  $(8n + 6, 1)$ -sisi antimagic pada graf Tribun  $\mathfrak{T}_n$  untuk  $n \geq 1$
3. **Teorema 4.4.1** Ada pelabelan total super  $(12mn + \frac{9m+1}{2} + 1, 0)$ -sisi antimagic dan  $(4mn + \frac{7m+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Tribun  $m\mathfrak{T}_n$  jika  $n \geq 1$ ,  $m \geq 3$  dan  $m$  ganjil
4. **Teorema 4.4.2** Ada pelabelan total super  $(8mn + 4m + 2, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Tribun  $m\mathfrak{T}_n$  untuk  $n \geq 1$ ,  $m \geq 3$  dan  $m$  ganjil
5. **Lema 4.2.1** Ada pelabelan titik  $(3, 1)$ -sisi antimagic pada graf Tribun  $\mathfrak{T}_n$  jika  $n \geq 1$
6. **Lema 4.4.1** Ada pelabelan titik  $(\frac{3m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Tribun  $(m\mathfrak{T}_n)$  jika  $n \geq 1$ ,  $m$  ganjil dan  $m \geq 3$

Dari kajian diatas ada beberapa batasan  $m$  dan  $n$  yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem.

1. **Masalah Terbuka 4.5.2** Pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf Tribun  $m\mathfrak{T}_n$  dengan  $n \geq 1$ ;  $1 \leq k \leq m$ ;  $m$  genap untuk  $d = 0, 1, 2$ .

## KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -Sisi Antimagic Pada Graf Tribun. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Komputer Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Prof. Drs. Dafik, M.Sc.,Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I dan Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc.,Ph.D. selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2014

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b> . . . . .	i
<b>Halaman Persembahan</b> . . . . .	ii
<b>HALAMAN MOTTO</b> . . . . .	iii
<b>Halaman Pernyataan</b> . . . . .	iv
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b> . . . . .	vi
<b>Halaman Pengesahan</b> . . . . .	vii
<b>RINGKASAN</b> . . . . .	viii
<b>Kata Pengantar</b> . . . . .	x
<b>DAFTAR ISI</b> . . . . .	xii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> . . . . .	xiv
<b>DAFTAR TABEL</b> . . . . .	xv
<b>Daftar Lampiran</b> . . . . .	xvi
<b>DAFTAR LAMBANG</b> . . . . .	xvii
<b>1 PENDAHULUAN</b> . . . . .	1
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	4
1.3 Batasan Masalah . . . . .	5
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	5
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	5
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA</b> . . . . .	7
2.1 Aplikasi Graf . . . . .	7
2.2 Terminologi Dasar Graf . . . . .	13
2.3 Graf Khusus . . . . .	19
2.4 Graf Tribun . . . . .	24
2.5 Fungsi Bijektif dan Barisan Aritmatika . . . . .	25
2.6 Aksioma, Lemma, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem	28
2.7 Pelabelan Graf . . . . .	29
2.7.1 Definisi Pelabelan Graf . . . . .	29
2.7.2 Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic . . . . .	31

2.7.3	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf Tribun	35
2.8	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic pada Graf Diskonektif	35
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b>	41
3.1	Metode Penelitian	41
3.2	Definisi Operasional	41
3.2.1	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic	42
3.2.2	Graf Tribun $\mathfrak{T}_n$	42
3.2.3	Gabungan Saling Lepas graf Tribun $\mathfrak{T}_n$	42
3.3	Teknik Penelitian	42
3.4	Observasi	47
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	50
4.1	Hasil Penelitian	50
4.1.1	Graf Tribun $\mathfrak{T}_n$	50
4.1.2	Jumlah Titik dan Sisi pada graf tribun $\mathfrak{T}_n$	51
4.1.3	Batas Atas $d$ graf Tribun $\mathfrak{T}_n$	52
4.1.4	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada graf Tribun $\mathfrak{T}_n$	52
4.1.5	Gabungan graf Tribun $m\mathfrak{T}_n$	67
4.1.6	Jumlah Titik dan Sisi pada Gabungan graf Tribun $m\mathfrak{T}_n$	68
4.1.7	Batas Atas $d$ gabungan graf Tribun $m\mathfrak{T}_n$	68
4.1.8	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada gabungan graf Tribun $m\mathfrak{T}_n$	69
4.2	Pembahasan	88
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	122
5.1	Kesimpulan	122
5.2	Saran	122
	<b>DAFTAR PUSTAKA</b>	123
	<b>LAMPIRAN-LAMPIRAN</b>	125

## DAFTAR GAMBAR

1.1	Visualisasi dan representasi jembatan Königsberg . . . . .	2
1.2	Model graf representasi permasalahan jembatan Königsberg . . . .	3
2.1	Aplikasi graf pada pemasangan kabel . . . . .	8
2.2	Penggunaan Kruskal Algorithm . . . . .	8
2.3	Menara Hanoi . . . . .	9
2.4	Graf Menara Hanoi dengan $n=1$ . . . . .	10
2.5	Graf Menara Hanoi dengan $n=2$ . . . . .	10
2.6	Graf Menara Hanoi dengan $n=3$ . . . . .	10
2.7	Jalan tercepat dalam memecahkan permainan Menara Hanoi dengan $n=3$ . . . . .	11
2.8	Tabel zat kimia . . . . .	12
2.9	Representasi zat kimia pada graf . . . . .	12
2.10	Penggunaan pewarnaan dalam pemecahan masalah zat kimia . . . .	13
2.11	Contoh graf secara umum . . . . .	14
2.12	Contoh graf bertetangga . . . . .	15
2.13	Contoh graf $G_1$ . . . . .	16
2.14	Contoh sub Graf . . . . .	16
2.15	Contoh graf $G$ . . . . .	17
2.16	Contoh graf terhubung dan tidak terhubung . . . . .	17
2.17	Contoh graf berhingga dan tak berhingga . . . . .	18
2.18	Contoh graf gabungan . . . . .	18
2.19	Graf Roket $R_{m,n}$ . . . . .	19
2.20	Graf Buku Segitiga $Bt_n$ . . . . .	20
2.21	Graf Tangga $St_3$ . . . . .	21
2.22	Graf UFO $U_{m,n}$ . . . . .	21
2.23	Graf Siput $S_n$ . . . . .	22
2.24	Graf Tangga Permata $Dl_3$ . . . . .	22
2.25	Graf tunas kelapa $CR_{n,m}$ . . . . .	23

2.26	Graf Gunung $M_{2n}$ dengan $n = 2, M_4$ . . . . .	23
2.27	Graf Tangga Tiga-siklus $TCL_3$ . . . . .	24
2.28	Graf Kelelawar $Bat_3$ . . . . .	25
2.29	Graf Tribun $\mathfrak{T}_n$ . . . . .	26
2.30	(a) Fungsi injektif, (b) Fungsi surjektif dan (c) Fungsi bijektif . . . . .	27
2.31	a.) Pelabelan titik, b.) Pelabelan sisi, c.) Pelabelan total . . . . .	30
2.32	EAV $\mathfrak{T}_5$ . . . . .	39
2.33	EAV $\mathfrak{T}_5$ . . . . .	40
3.1	Graf Tribun $\mathfrak{T}_n$ . . . . .	43
3.2	Graf Tribun $3\mathfrak{T}_5$ . . . . .	44
3.3	Rancangan Penelitian . . . . .	46
3.4	Graf Tribun $\mathfrak{T}_5$ . . . . .	48
3.5	EAVL gabungan Graf Tribun $3\mathfrak{T}_5$ . . . . .	49
4.1	Graf Tribun $\mathfrak{T}_n$ . . . . .	51
4.2	Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada $\mathfrak{T}_5$ . . . . .	55
4.3	SEATL graf Tribun $\mathfrak{T}_5$ dengan $d = 0$ . . . . .	57
4.4	SEATL graf Tribun $\mathfrak{T}_5$ dengan $d = 2$ . . . . .	60
4.5	pola barisan bilangan dengan selisih tiap suku adalah 1 . . . . .	62
4.6	SEATL graf Tribun $\mathfrak{T}_5$ dengan $d = 1$ . . . . .	65
4.7	Pelabelan titik (9,1)-sisi antimagic pada $5\mathfrak{T}_2$ . . . . .	73
4.8	Pelabelan titik (195,0)-sisi antimagic pada $3\mathfrak{T}_5$ . . . . .	75
4.9	Pelabelan titik (73,2)-sisi antimagic pada $3\mathfrak{T}_5$ . . . . .	79
4.10	SEATL graf Tribun $5\mathfrak{T}_2$ dengan $d = 1$ untuk $k \in 1 \pmod 4$ . . . . .	86
4.11	EAVL dan TES graf Tribun $\mathfrak{T}_3$ . . . . .	120
4.12	EAVL dan TES graf Tribun $\mathfrak{T}_4$ . . . . .	121

## DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan pelabelan total super $(a, d)$ -edge antimagic pada graf konektif. . . . .	35
2.2	Ringkasan pelabelan total super $(a, d)$ -edge antimagic pada graf diskonektif. . . . .	36



## DAFTAR LAMPIRAN

## DAFTAR LAMBANG

$G$	=	Graf $G$
$G(V, E)$	=	Sebarang graf tak berarah dengan $V$ adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan $E$ adalah himpunan sisi
$v_n$	=	Titik ke- $n$ pada suatu graf
$e_n$	=	Sisi ke- $n$ dari suatu graf
$ V(G) $	=	Banyaknya titik dari graf $G$ yang disebut <i>order</i>
$ E(G) $	=	Banyaknya sisi dari graf $G$ yang disebut ukuran ( <i>size</i> )
$EA VL$	=	<i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	=	<i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan total super $(a, d)$ -sisi antimagic
$d$	=	Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
$a$	=	Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
$\mathfrak{T}_n$	=	Lambang untuk Graf Tribun
$3\mathfrak{T}_n$	=	Gabungan graf Tribun, dimana $m$ menyatakan jumlah <i>copy</i> dari graf Tribun
$i$	=	Urutan titik pada badan dari graf tribun $\mathfrak{T}_n$
$j$	=	Urutan titik terhadap garis tengah pada badan tribun $\mathfrak{T}_n$
$B$	=	Titik ujung bagian atas pada badan Tribun
$x_i$	=	Titik ujung atas ke- $i$ pada badan dari graf Tribun
$y_i$	=	Titik ujung bawah ke- $i$ pada badan dari graf Tribun
$z_j$	=	Titik tengah pada badan dari graf Tribun