



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC
PADA GRAF ULAT SUTRA**

SKRIPSI

Oleh

Dian Anita Hadi
NIM 100210101118

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2014



**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d) -SISI ANTIMAGIC
PADA GRAF ULAT SUTRA**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Dian Anita Hadi
NIM 100210101118

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2014

HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Ayahanda M. Ismu Hadi Prayitno dan Ibunda Supriyati serta adikku tersayang Desi Rosalina Hadi yang senantiasa memberikan rasa cinta dan kasih sayang serta do'a yang tiada henti dalam mengiringi setiap langkah hidupku dan dalam menggapai cita-citaku ;
2. Seluruh keluarga besarku, terima kasih atas do'a dan dukungannya;
3. Bapak Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. dan Bapak Prof. Drs. Slamim, M.comp.Sc., Ph.D. selaku dosen pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
4. Guru dan dosen-dosenku, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
5. Chairul Anwar, terima kasih atas semua dukungan dan kesabaran yang diberikan selama ini;
6. Sahabat-sahabatku: Lulut, Muslih, Ernita, Dina, Ervin, Siska, Lela, dan Rohim yang senantiasa membantuku dan menorehkan sebuah pengalaman indah yang tak terlupakan;
7. Teman-teman pejuang graf: Obi, Lisa, Mita, Sandra, mb.Ririt, Inge, Agnes dan pencinta graf lainnya yang telah berbagi ilmu dan pengalaman berharga serta kalian mengajarkan bahwa perbedaan bukan alasan untuk tidak saling membantu;
8. Keluarga besar kosan Brantas No.30: Wati, Chincin, Frina, dan mb.Afni, terima kasih atas semangat dan pengalaman serta kehangatan keluarga yang kalian berikan;

9. Teman-teman angkatan 2010 FKIP Matematika, terima kasih atas bantuan dan dukungan serta dalam menghiasi hari-hariku selama kuliah;
10. Teman-teman Paranada, yang selalu memberikan warna dalam setiap alunan hidup;
11. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO

"Pekerjaan hebat tidak dilakukan dengan kekuatan tapi dengan ketekunan dan kegigihan."

(Samuel Jhonson)

"Barang siapa bersungguh-sungguh, sesungguhnya kesungguhannya itu adalah untuk dirinya sendiri."

(QS. Al-Ankabut [29]:6)

"Sesuatu mungkin mau mendatangi mereka yang mau menunggu, namun hanya didapatkan oleh mereka yang semangat mengejarnya."

(Abraham Lincoln)

HALAMAN PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Dian Anita Hadi

NIM : 100210101118

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf Ulat Sutra adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Januari 2014

Yang menyatakan,

Dian Anita Hadi

NIM. 100210101118

SKRIPSI

PELABELAN TOTAL SUPER (a,d)-SISI ANTIMAGIC PADA GRAF ULAT SUTRA

Oleh

Dian Anita Hadi
NIM 100210101118

Dosen Pembimbing 1 : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
Dosen Pembimbing 2 : Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.

PERSETUJUAN

PELABELAN TOTAL SUPER (a,d) -SISI ANTIMAGIC PADA GRAF ULAT SUTRA

SKRIPSI

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa	: Dian Anita Hadi
NIM	: 100210101118
Jurusan	: Pendidikan MIPA
Program Studi	: Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun	: 2010
Daerah Asal	: Jember
Tempat, Tanggal Lahir	: Jember, 18 Juni 1992

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

HALAMAN PENGESAHAN

Skripsi berjudul Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic Pada Graf Ulat Sutra telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Jum'at

Tanggal : 10 Januari 2014

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.

NIP.19820529 200912 1 003

Anggota I,

Drs. Slamini, M.Comp.Sc., Ph.D.

NIP.19670420 199201 1 001

Anggota 2,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D

NIP.19680802 199303 1 004

Dian Kurniati, S.Pd., M.Pd.

NIP. 19820605 200912 2 007

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd

NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic Pada Graf Ulat Sutra; Dian Anita Hadi, 100210101118; 2014: 121 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Selama ini matematika menjadi landasan dasar dan kerangka pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Salah satu contoh aplikasi dalam matematika diskrit adalah teori graf. Teori graf merupakan salah satu bagian yang penting dalam matematika diskrit. Aplikasi teori ini telah banyak digunakan pada beberapa bidang. Penggunaan aplikasi graf ini mampu memberikan kemudahan-kemudahan yang signifikan dalam memecahkan permasalahan-permasalahan yang berhubungan dengan obyek diskrit. Sebagai contoh yaitu pembagian wilayah di Taman Safari agar tidak terjadi peristiwa saling memakan. Contoh lain yaitu masalah irigasi sawah. Tiap petak sawah direpresentasikan sebagai simpul, sedangkan saluran yang menghubungkan antar sawah direpresentasikan sebagai sisi. Inti dari pengaplikasian graf adalah bagaimana cara membaca permasalahan, kemudian mendefinisikan apa yang menjadi obyek diskrit yang kemudian akan menjadi simpul-simpul dari graf yang akan dibangun untuk menggambarkan permasalahan yang akan diselesaikan. Salah satu topik yang dipelajari dalam graf adalah masalah pelabelan graf. Objek kajian pelabelan tersebut berupa graf yang secara umum direpresentasikan oleh titik dan sisi serta himpunan bagian bilangan cacah yang disebut label.

Graf Ulat sutra adalah salah satu graf yang menarik yang dikembangkan dari graf Snake. Graf Ulat sutra dinotasikan dengan Sw_n dengan himpunan titik Sw_n adalah $V(Sw_n) = \{x_i, y_i, z_j; 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n + 1\}$ dan $E(Sw_n) = \{x_i z_i, x_i z_{i+1}, z_i z_{i+1}, y_i z_i, y_i z_{i+1}; 1 \leq i \leq n\} \cup \{y_i x_{i+1}; 1 \leq i \leq n - 1\}$.

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik yaitu dengan menurunkan lema yang telah ada tentang nilai batas d dan lema untuk pelabelan graf saat $d = 1$, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super

(a, d) -sisi antimagic pada graf Sw_n dan mSw_n dan metode pendeteksian pola yaitu untuk menentukan pola umum pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada graf Ulat Sutra. Hasil penelitian ini berupa lema dan teorema baru mengenai pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada Graf Sw_n dan mSw_n . Teorema dan lema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Lema 4.1.1** *Ada pelabelan titik $(3, 1)$ -sisi antimagic pada graf Ulat Sutra Sw_n jika $n \geq 2$.*
2. **Teorema 4.1.1** *Ada pelabelan total super $(9n + 3, 0)$ -sisi antimagic dan $(3n + 5, 2)$ -sisi antimagic pada graf Ulat Sutra Sw_n untuk $n \geq 2$.*
3. **Teorema 4.1.2** *Ada pelabelan total super $(6n + 4, 1)$ -sisi antimagic pada graf Ulat Sutra Sw_n untuk $n \in$ ganjil $n \geq 2$.*
4. **Lema 4.1.2** *Ada pelabelan titik $(\frac{3m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan saling lepas graf Ulat Sutra (mSw_n) jika $n \geq 2$ dan m bilangan asli, $m \geq 3$, m ganjil.*
5. **Teorema 4.1.3** *Ada pelabelan total super $(\frac{18mn+3m+3}{2}, 0)$ -sisi antimagic dan $(\frac{47m+5}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan saling lepas graf Ulat sutra mSw_n jika $n \geq 2$ dan m bilangan asli, $m \geq 3$ dan m ganjil.*
6. **Teorema 4.1.4** *Ada pelabelan total super $(6mn + 2m + 2, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan saling lepas graf Ulat sutra mSw_n untuk $n \geq 2$, n ganjil dan m bilangan asli, $m \geq 3$, m ganjil.*

Dari kajian diatas ada beberapa batasan n dan m yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem.

1. **Masalah Terbuka 4.5.1** *Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada gabungan graf Ulat sutra mSw_n , dengan $n \geq 2$; $1 \leq k \leq m$; m genap untuk $d = 0$ dan $d = 2$.*
2. **Masalah Terbuka 4.5.2** *Pelabelan total super (a, d) -sisi antimagic pada gabungan graf Ulat sutra mSw_n , untuk $d = 1$ dengan n ganjil ($n \geq 2$), $1 \leq k \leq m$; m genap dan n genap ($n \geq 2$), $1 \leq k \leq m$; m genap.*

KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic Pada Graf Ulat Sutra. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Komputer Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Prof. Drs. Dafik, M.Sc.,Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I dan Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc.,Ph.D. selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Januari 2014

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iv
HALAMAN PERNYATAAN	v
HALAMAN PERSETUJUAN	vii
HALAMAN PENGESAHAN	viii
RINGKASAN	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR LAMBANG	xvii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Batasan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian	6
1.5 Manfaat Penelitian	6
2 TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Terminologi Dasar Graf	7
2.2 Aplikasi Graf	12
2.3 Jenis-Jenis Graf	19
2.4 Graf Khusus	21
2.5 Graf Ulat Sutra	27
2.6 Fungsi Bijektif dan Barisan Aritmatika	28
2.7 Aksioma, Lema, Teorema, Corollary, Konjektur dan Open Problem	30
2.8 Pelabelan Graf	31
2.8.1 Definisi Pelabelan Graf	31
2.8.2 Pelabelan Total Super (a, d) -sisi antimagic	32

2.8.3	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi antimagic pada graf Ulat sutra	35
2.9	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic pada Graf Konektif dan Diskonektif	36
3	METODE PENELITIAN	41
3.1	Metode Penelitian	41
3.2	Definisi Operasional	41
3.2.1	Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi Antimagic	42
3.2.2	Graf Ulat Sutra Sw_n	42
3.2.3	Gabungan Saling Lepas graf Ulat Sutra mSw_n	42
3.3	Teknik Penelitian	43
3.4	Observasi	46
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	48
4.1	Hasil Penelitian	48
4.1.1	Graf Ulat Sutra Sw_n	48
4.1.2	Jumlah Titik dan Sisi pada graf Ulat Sutra Sw_n	49
4.1.3	Batas Atas d graf Ulat Sutra Sw_n	50
4.1.4	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi Antimagic pada graf Ulat Sutra Sw_n	50
4.1.5	Gabungan graf Ulat Sutra mSw_n	61
4.1.6	Jumlah Titik dan Sisi pada Gabungan graf Ulat Sutra mSw_n	61
4.1.7	Batas Atas d gabungan graf Ulat Sutra mSw_n	62
4.1.8	Pelabelan Total Super (a, d) -sisi Antimagic pada gabungan graf Ulat Sutra mSw_n	63
4.2	Pembahasan	82
5	KESIMPULAN DAN SARAN	119
5.1	Kesimpulan	119
5.2	Saran	119
	DAFTAR PUSTAKA	120
	LAMPIRAN-LAMPIRAN	122

DAFTAR GAMBAR

1.1	Jembatan Königsberg	2
1.2	Representasi Graf jembatan Königsberg	2
2.1	Contoh graf secara umum	8
2.2	Contoh graf dan subgrafnya	8
2.3	Graf G_1 dan G_2	9
2.4	Contoh graf dengan matrix adjacencynya	9
2.5	Contoh gabungan graf G_1 dan G_2	10
2.6	Keisomorfisan graf	11
2.7	Beberapa Daftar Hewan di Taman Safari	13
2.8	Representasi hewan di Taman Safari	14
2.9	Pewarnaan titik pada dalam graf	14
2.10	Pembagian wilayah di Taman Safari	14
2.11	Gambar petak sawah	15
2.12	Representasi graf pada petak sawah	16
2.13	Kemungkinan 1	17
2.14	Kemungkinan 2	17
2.15	Kemungkinan 3	18
2.16	Kemungkinan 4	18
2.17	Contoh graf terhubung dan graf tak terhubung	20
2.18	Contoh graf berhingga dan graf tak berhingga	20
2.19	Gambar Graf tak berarah dan graf berarah	21
2.20	Graf Buku Segitiga Bt_5	22
2.21	Graf UFO $U_{m,n}$	22
2.22	Graf Roket $R_{m,n}$	23
2.23	Graf Siput S_4	23
2.24	Graf Tangga Tiga-siklus TCL_3	24
2.25	Graf tunas kelapa $CR_{n,m}$	25
2.26	Graf Gunung Berapi	25

2.27	Graf Kelelawar Bat_n	26
2.28	Graf Gunung M_{2n} dengan $n = 2$, M_4	26
2.29	Graf Diamond Ladder Dl_4	27
2.30	Graf Ulat Sutra Sw_n	27
2.31	(a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif	29
2.32	(i) Pelabelan titik, (ii) Pelabelan sisi, (iii) Pelabelan total	32
2.33	EAV Sw_5	35
2.34	EAV Sw_5	36
3.1	Graf Ulat Sutra Sw_n	42
3.2	Gabungan graf Ulat sutra $3Sw_5$	43
3.3	Rancangan Penelitian	45
3.4	EAVL graf Ulat Sutra Sw_5	46
3.5	EAVL gabungan graf Ulat Sutra $3Sw_5$	47
4.1	Jumlah titik dan jumlah sisi graf pada Sw_3 dan Sw_5	49
4.2	Pelabelan titik (3,1)-sisi antimagic pada Sw_5	52
4.3	SEATL graf Ulat sutra Sw_5 dengan $d = 0$	54
4.4	SEATL graf Ulat sutra Sw_5 dengan $d = 2$	55
4.5	Pola barisan bilangan dengan selisih tiap suku adalah 1	57
4.6	SEATL graf Ulat Sutra Sw_5 dengan $d = 1$	59
4.7	Pelabelan titik (6,1)-sisi antimagic pada $3Sw_5$	66
4.8	Pelabelan total (234,0)-sisi antimagic pada $5Sw_5$	69
4.9	Pelabelan total (90,2)-sisi antimagic pada $5Sw_5$	73
4.10	Pelabelan total (162,1)-sisi antimagic pada $5Sw_5$	80
4.11	EAVL dan TES Graf Ulat Sutra Sw_3	117
4.12	EAVL dan TES Graf Ulat Sutra Sw_4	118

DAFTAR TABEL

2.1	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada graf konektif.	36
2.2	Ringkasan pelabelan total super (a, d) -edge antimagic pada graf diskonektif.	37

DAFTAR LAMBANG

G	= Graf G
$G(V, E)$	= Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong-dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
v_n	= Titik ke- n pada suatu graf
e_n	= Sisi ke- n dari suatu graf
$ V(G) $	= Banyaknya titik dari graf G yang disebut <i>order</i>
$ E(G) $	= Banyaknya sisi dari graf G yang disebut ukuran (<i>size</i>)
$EAVL$	= <i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	= <i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan total super (a, d)-sisi antimagic
d	= Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
a	= Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
Sw_n	= Lambang untuk Graf Ulat Sutra
mSw_n	= Gabungan graf Ulat Sutra, dimana m menyatakan jumlah <i>copy</i> dari-graf Ulat Sutra
x_i	= Titik ujung atas ke- i pada bagian graf Ulat Sutra
y_i	= Titik tengah ke- i pada bagian graf Ulat Sutra
z_j	= Titik bawah ke- j pada bagian graf Ulat Sutra
x_i^m	= Titik ujung atas ke- i dalam komponen ke- m pada gabungan graf Ulat Sutra
y_i^m	= Titik tengah ke- i dalam komponen ke- m pada gabungan graf Ulat Sutra
z_j^m	= Titik bawah ke- j dalam komponen ke- m pada gabungan graf Ulat Sutra
$f_p(x_i)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik ujung atas ke- i dari graf Ulat Sutra
$f_p(y_i)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik tengah ke- i dari graf Ulat Sutra
$f_p(z_j)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik bawah ke- i dari graf Ulat Sutra
w_{f_p}	= Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik f_p
Wf_p	= Fungsi bijektif bobot total dari pelabelan total f_p