



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF SEGITIGA BERMUDA**

SKRIPSI

Oleh

Novalita Anjelia Ayu Puspita

NIM 090210101009

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF SEGITIGA BERMUDA**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Novalita Anjelia Ayu Puspita

NIM 090210101009

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER
2013**

PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam yang selalu tercurahkan kepada Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku beserta rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Ibuku Ernie Silvia, Bapakku Achmad Riyadi, Adik-adikku (Ade, Aji, Afi), Akung, Uti, Pak Dhe, Bu Dhe yang senantiasa memberikan cinta, kasih sayang, semangat serta do'a yang selalu mengiringiku dalam meraih cita-cita;
2. Bapak/Ibu guru dari TK, SD, SMP, dan SMA serta semua dosen yang tak mengenal kata lelah dalam membagi ilmunya;
3. Teman, sahabat, dan pasangan terbaikku Noval Abdillah, yang selalu sabar dan terus memberi semangat setiap malas melanda untuk mengerjakan skripsi ini;
4. Sahabatku (Mila, Phie, Dewi) yang selalu bersedia menggenggam tanganku meski kita berbeda dan terpisahkan oleh jarak;
5. Teman-teman seperjuangan penelitian graf (Ana, Hilmi, Novi, Vinda, Wulan, dan Zaenal) serta teman-teman angkatan 2009 yang tak bisa aku sebut satu persatu yang senantiasa membantuku dan menorehkan kenangan yang begitu manis dan tak terlupakan;
6. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTO

Kau bisa mengeluh karena mawar mempunyai duri, atau kau bisa bersyukur karena duri mempunyai mawar.

It always seems impossible until it's done. (Nelson Mandela)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Novalita Anjelia Ayu Puspita

NIM : 090210101009

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Nilai Ke-takteraturan Total Sisi dari Graf Segitiga Bermuda adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 30 Desember 2013

Yang menyatakan,

Novalita Anjelia Ayu Puspita

NIM. 090210101009

PENGAJUAN
NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF SEGITIGA
BERMUDA

SKRIPSI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

| | |
|-----------------------|--------------------------------|
| Nama Mahasiswa | : Novalita Anjelia Ayu Puspita |
| NIM | : 090210101009 |
| Jurusan | : Pendidikan MIPA |
| Program Studi | : Pendidikan Matematika |
| Angkatan Tahun | : 2009 |
| Daerah Asal | : Situbondo |
| Tempat, Tanggal Lahir | : Situbondo, 25 November 1990 |

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D
NIP. 19670420 199201 1 001

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

SKRIPSI

**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF SEGITIGA
BERMUDA**

Oleh

Novalita Anjelia Ayu Puspita

NIM 090210101009

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

PENGESAHAN

Skripsi berjudul Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Segitiga Bermuda telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Senin

Tanggal : 30 Desember 2013

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.
NIP. 19700307 199512 2 001

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. Slamini, M.Comp., Sc., Ph.D.
NIP. 19670420 199201 1 001

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si.
NIP. 19820529 200912 1 003

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember,

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd.
NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF SEGITIGA BERMUDA, Novalita Anjelia Ayu Puspita, 090210101009, 2013, 61 Halaman Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Sebuah graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Salah satu bukti nyata dari pentingnya penggunaan teori graf dalam kehidupan sehari-hari adalah ketika pada tahun 1736, Leonhard Euler dapat membuktikan bahwa setiap orang tidak mungkin hanya sekali menyeberangi jembatan Königsberg (Jerman) yang jumlahnya ada tujuh untuk mengunjungi empat kota dalam sekali waktu dimana empat kota tersebut terhubung oleh jembatan Königsberg. Pada saat permasalahan jembatan Königsberg muncul inilah teori graf pertama kali mulai dikenal. Banyak topik menarik dalam ilmu teori graf, salah satunya yaitu mengenai pelabelan graf. Dalam pelabelan graf, terdapat berbagai macam jenis, diantaranya adalah pelabelan total sisi irregular (*edge irregular total labelling*).

Penelitian ini akan membahas mengenai pelabelan total sisi irregular pada graf Segitiga Bermuda. Permasalahan yang timbul pada penelitian ini adalah bagaimana cara melabeli suatu graf Segitiga Bermuda tersebut sedemikian hingga bilangan bulat positif terbesar yang dijadikan label pada beberapa variasi pelabelan total sisi irregular adalah seminimum mungkin, sedangkan bobot dari setiap sisinya berbeda. Bilangan bulat positif terbesar inilah yang disebut dengan nilai ketakteraturan total sisi (*total edge irregularity strength*) dan dilambangkan dengan $tes(G)$. Sehingga dari permasalahan tersebut akan diketahui berapa nilai tes dari graf Segitiga Bermuda.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui nilai ketakteraturan total sisi (tes) dalam pelabelan total sisi irregular pada graf Segitiga Bermuda tunggal beserta gabungannya. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah *pattern recognition* (pendeteksian pola) dan deduktif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada, yaitu Teorema 2.12.1, kemudian diterapkan

dalam pelabelan total sisi irregular graf Segitiga Bermuda tunggal maupun gabungannya.

Dari hasil penelitian yang sudah dilakukan didapat 1 Lema dan 3 Teorema, yaitu :

1. *Jika graf $Btr_{n,4}$ memiliki pelabelan titik $(7, 1)$ -sisi antimagic maka graf $Btr_{n,4}$ memiliki pelabelan total sisi irregular dengan bobot total sisi minimal 3 dan berurutan, dengan barisan bobot total sisi $\omega = \{3, 4, 5, \dots, 30n + 17\}$, untuk $1 \leq i \leq n + 1$, dan $1 \leq j \leq 4$;*
2. *$tes(Btr_{n,4}) = \lceil \frac{30n+17}{3} \rceil$, untuk $n \geq 1$;*
3. *$tes(sBtr_{n,4}) = \lceil \frac{s(30n+15)+2}{3} \rceil$, untuk $n \geq 1$ dan $s \geq 2$;*
4. *$tes(Btr_{n,4} \cup Btr_{m,4}) = \lceil \frac{(30n+15)+(30m+15)+2}{3} \rceil$, untuk $1 \leq n < m$.*

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Segitiga Bermuda. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Komputer Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Prof. Drs. Slamin, M.Comp.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing I dan Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Drs. Suharto, M.Kes. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang selama ini telah banyak membantu dalam penentuan studi selama di Universitas Jember;
7. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
8. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari Allah SWT. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran yang membangun dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat untuk semua pihak yang nantinya akan membaca skripsi ini.

Jember, 30 Desember 2013

Penulis

DAFTAR ISI

| | |
|---|----------|
| HALAMAN JUDUL | i |
| HALAMAN PERSEMBAHAN | ii |
| HALAMAN MOTO | iii |
| HALAMAN PERNYATAAN | iv |
| HALAMAN PENGAJUAN | v |
| HALAMAN PEMBIMBINGAN | vi |
| HALAMAN PENGESAHAN | vii |
| RINGKASAN | viii |
| PRAKATA | x |
| DAFTAR ISI | xiii |
| DAFTAR GAMBAR | xv |
| DAFTAR TABEL | xvi |
| DAFTAR LAMBANG | xvii |
| 1 PENDAHULUAN | 1 |
| 1.1 Latar Belakang Masalah | 1 |
| 1.2 Rumusan Masalah | 4 |
| 1.3 Batasan Masalah | 4 |
| 1.4 Tujuan Penelitian | 5 |
| 1.5 Manfaat Penelitian | 5 |
| 2 TINJAUAN PUSTAKA | 6 |
| 2.1 Terminologi Dasar Graf | 6 |
| 2.2 Keisomorfisan Graf | 10 |
| 2.3 Gabungan Graf | 12 |
| 2.4 Graf Khusus | 13 |
| 2.5 Graf Segitiga Bermuda | 18 |
| 2.6 Gabungan Graf Segitiga Bermuda | 20 |
| 2.7 Aplikasi Graf | 21 |
| 2.8 Himpunan dan Operasi Antar Himpunan | 24 |
| 2.9 Barisan Aritmatika | 25 |

| | | |
|----------|---|----|
| 2.10 | Fungsi | 25 |
| 2.11 | Notasi Atap dan Notasi Lantai (<i>Ceiling and Floor Notation</i>) | 26 |
| 2.12 | Pelabelan Graf | 26 |
| 2.12.1 | Pelabelan Total Sisi Irregular | 27 |
| 2.12.2 | Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf-graf Khusus | 28 |
| 2.12.3 | Pelabelan Total Super (a, d)-sisi <i>Antimagic</i> | 32 |
| 2.12.4 | Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf Segitiga Bermuda | 33 |
| 3 | METODE PENELITIAN | 37 |
| 3.1 | Metode Penelitian | 37 |
| 3.2 | Definisi Operasional | 38 |
| 3.2.1 | Pelabelan Total Sisi Irregular | 38 |
| 3.2.2 | <i>Total Edge Irregularity Strength (tes)</i> | 38 |
| 3.2.3 | Graf Segitiga Bermuda | 38 |
| 3.2.4 | Gabungan Saling Lepas Graf Segitiga Bermuda | 38 |
| 3.3 | Teknik Penelitian | 39 |
| 4 | HASIL DAN PEMBAHASAN | 41 |
| 4.1 | Hasil Penelitian | 41 |
| 4.1.1 | Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Segitiga Bermuda Tunggal | 41 |
| 4.1.2 | Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Segitiga Bermuda Isomorfis | 47 |
| 4.1.3 | Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Segitiga Bermuda Non-Isomorfis | 52 |
| 4.2 | Pembahasan | 57 |
| 5 | KESIMPULAN DAN SARAN | 60 |
| 5.1 | Kesimpulan | 60 |
| 5.2 | Saran | 60 |
| | DAFTAR PUSTAKA | 62 |

DAFTAR GAMBAR

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Model graf representasi permasalahan jembatan Königsberg | 1 |
| 1.2 | Graf Segitiga Bermuda $Btr_{1,4}$ | 3 |
| 2.1 | Graf Kosong N_7 | 6 |
| 2.2 | Contoh graf Irreguler dan Reguler | 7 |
| 2.3 | Contoh graf G , subgraf G_1 dan subgraf perentang G_2 | 8 |
| 2.4 | Contoh graf terpotong | 9 |
| 2.5 | Keisomorfisan dalam graf | 10 |
| 2.6 | Contoh gabungan graf isomorfis | 12 |
| 2.7 | Contoh gabungan graf non isomorfis | 13 |
| 2.8 | Graf Siklus C_6 | 13 |
| 2.9 | Graf Bintang S_8 | 14 |
| 2.10 | Graf Roda W_6 | 14 |
| 2.11 | Graf Lengkap K_6 | 15 |
| 2.12 | Graf Bipartit $K_{3,3}$ | 15 |
| 2.13 | Generalisasi graf Petersen $P_{6,2}$ | 16 |
| 2.14 | Graf Prisma D_3 | 16 |
| 2.15 | Graf Matahari M_8 | 17 |
| 2.16 | Graf Roket $R_{5,3}$ | 17 |
| 2.17 | Graf Tunas Kelapa $CR_{5,4}$ | 18 |
| 2.18 | Graf Fanel $F_{4,7}$ | 18 |
| 2.19 | Graf Segitiga Bermuda | 19 |
| 2.20 | Gabungan isomorfis graf Segitiga Bermuda $2Btr_{1,4}$ | 20 |
| 2.21 | Gabungan non isomorfis graf Segitiga Bermuda $Btr_{1,4} \cup Btr_{2,4}$. . | 21 |
| 2.22 | Terjadi interferensi frekuensi pemancar | 22 |
| 2.23 | Tidak terjadi interferensi frekuensi pemancar | 22 |
| 2.24 | Contoh penerapan penggunaan frekuensi | 24 |
| 2.25 | Pelabelan total sisi irreguler pada graf Segitiga Bermuda $Btr_{1,4}$. | 34 |
| 2.26 | Pelabelan total sisi irreguler pada graf Segitiga Bermuda $Btr_{2,4}$. | 35 |

| | | |
|------|---|----|
| 2.27 | Pelabelan total sisi irregular pada graf Segitiga Bermuda $Btr_{3,4}$ | 36 |
| 3.1 | Diagram alir penelitian | 40 |
| 4.1 | Pelabelan <i>tes</i> pada $Btr_{3,4}$ | 46 |
| 4.2 | Pelabelan <i>tes</i> pada gabungan isomorfis $3Btr_{1,4}$ | 51 |
| 4.3 | Pelabelan <i>tes</i> pada gabungan non-isomorfis $Btr_{1,4} \cup Btr_{2,4}$ | 56 |

DAFTAR TABEL

| | | |
|-----|---|----|
| 2.1 | Daftar rangkuman hasil penemuan pelabelan total sisi irregular pada graf-graf khusus. | 28 |
|-----|---|----|

DAFTAR LAMBANG

| | | |
|---------------|---|---|
| G | = | Graf G |
| $G(V, E)$ | = | Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi |
| $V(G)$ | = | Himpunan titik pada graf G dan disebut sebagai <i>order</i> |
| $E(G)$ | = | Himpunan sisi pada graf G dan disebut sebagai <i>size</i> |
| v_n | = | Titik ke- n pada suatu graf |
| e_n | = | Sisi ke- n pada suatu graf |
| Δ | = | Derajat maksimum suatu graf |
| δ | = | Derajat minimum suatu graf |
| $tes(G)$ | = | <i>Total edge irregularity strength</i> atau nilai ketakteraturan total sisi dari graf G |
| $tvs(G)$ | = | <i>Total vertex irregularity strength</i> atau nilai ketakteraturan total titik dari graf G |
| $\lambda(u)$ | = | Label sebuah titik u pada suatu graf |
| $\lambda(v)$ | = | Label sebuah titik v pada suatu graf |
| $\lambda(uv)$ | = | Label sebuah sisi uv pada suatu graf |
| ω_t | = | Bobot (<i>weight</i>) |
| $Btr_{n,4}$ | = | Graf Segitiga Bermuda |
| $sBtr_{n,4}$ | = | Gabungan dari sebanyak s graf Segitiga Bermuda $Btr_{n,4}$ |
| n | = | Jumlah <i>expandle</i> (<i>graf yang diperpanjang</i>) dari graf Segitiga Bermuda |
| s | = | Jumlah copy dari $Btr_{n,4}$ |
| i, j | = | Index dari titik pada $Btr_{n,4}$ |
| x_i | = | Titik ke- i pada bagian puncak segitiga dari $Btr_{n,4}$ |
| y_i | = | Titik ke- i pada bagian kiri alas segitiga dari $Btr_{n,4}$ |
| z_i | = | Titik ke- j pada bagian kanan alas segitiga dari $Btr_{n,4}$ |
| $x_{i,j}$ | = | Titik ke- i dan ke- j yang terhubung pada x_i |
| $y_{i,j}$ | = | Titik ke- i dan ke- j yang terhubung pada y_i |
| $z_{i,j}$ | = | Titik ke- i dan ke- j yang terhubung pada z_i |

- x_i^k = Titik ke- i dalam komponen ke- k pada bagian puncak segitiga dari gabungan $sBtr_{n,4}$
 y_i^k = Titik ke- i dalam komponen ke- k pada bagian kiri alas segitiga dari gabungan $sBtr_{n,4}$
 z_i^k = Titik ke- i dalam komponen ke- k pada bagian kanan alas segitiga dari gabungan $sBtr_{n,4}$
 $x_{i,j}^k$ = Titik ke- i dan ke- j dalam komponen ke- k pada bagian puncak segitiga dari gabungan $sBtr_{n,4}$
 $y_{i,j}^k$ = Titik ke- i dan ke- j dalam komponen ke- k pada bagian kiri alas segitiga dari gabungan $sBtr_{n,4}$
 $z_{i,j}^k$ = Titik ke- i dan ke- j dalam komponen ke- k pada bagian kanan alas segitiga dari gabungan $sBtr_{n,4}$
 $[x]$ = Bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan x
 $\lfloor x \rfloor$ = Bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan x