



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GABUNGAN GRAF DUA
PARTISI LENGKAP**

SKRIPSI

Oleh

YUNIKA DEWI WULANINGTYAS

NIM 080210101051

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2012



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GABUNGAN GRAF DUA
PARTISI LENGKAP**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

YUNIKA DEWI WULANINGTYAS

NIM 080210101051

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2012

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga selalu tercurah kepada makhluk ciptaan-Nya yang paling mulia, Nabi Muhammad SAW. Dengan segenap kerendahan hati ku-persembahkan secuil kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

- 1. Ayahanda tersayang, Bapak Nuryani, dan Ibunda tercinta, Ibu Yuliani, serta Kakakku Fahrudin Suprpto dan Adikku Dyah Puspitasari, yang senantiasa mengalirkan rasa cinta, do'a, nasehat dan motivasi untuk kesuksesanku dalam penulisan skripsi ini;*
- 2. Bapak Drs. Slamir, M.Comp.Sc, Ph.D dan Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D selaku pembimbing skripsi (yang sangat kuhormati) yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;*
- 3. Para guru dan dosen baik yang di dalam maupun di luar institusi yang telah memberiku ilmu dan pengalaman yang berharga selama aku belajar;*
- 4. Fanka tersayang, yang selalu membuat hari-hariku bahagia dan selalu setia menemani serta memberiku motivasi selama penulisan skripsi ini;*
- 5. Sahabat-sahabat tergilaku: Restu Ary, Dian Mega, dan Nina Made yang selalu memberikan kegilaan-kegilaan disetiap kebersamaan kita dan senantiasa rela berkorban untuk membantuku dalam penyelesaian skripsi ini;*
- 6. Teman-teman seperjuangan: Kiki, Suhek, Tanti, Bagos, Rendra, Devi, Kunti, Hilal, dan grapholic lainnya yang selalu memberiku semangat dan membantuku dalam menyelesaikan setiap kesulitan yang kuhadapi dalam penulisan skripsi ini;*
- 7. Teman-teman sepermainanku: Mumu, Silvi, Dien, Erina, dan Mila yang telah banyak mengisi hari-hariku dengan menghadirkan canda dan tawa;*

8. *Teman-teman FKIP Matematika, khususnya keluarga besar angkatan 2008 Reguler yang tak dapat kusebutkan namanya satu persatu, yang senantiasa menghadirkan warna-warna indah dalam kebersamaan kita selama masa-masa kuliah;*
9. *Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*



MOTTO

‘‘Sesungguhnya sesudah kesulitan ada kemudahan.’’

(Q.S. Al-Insyirah:6)

‘‘Tidak semua yang dapat menghitung dapat dihitung, dan tidak semua yang dapat dihitung dapat menghitung.’’

(Einstein)

‘‘Waktu hanya ada dua, yaitu waktu sempit dan waktu sempit. Untuk itu kerjakanlah segala sesuatu selagi waktu sempit mau bersahabat denga Anda, jangan tunggu sampai waktu sempit menemani Anda.’’

(Galileo)

‘‘Hidup ibarat menaiki sepeda, agar tidak terjatuh dan tetap dalam keseimbangan, kita harus terus selalu bergerak dan mengayuhkan kaki.’’

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Yunika Dewi Wulaningtyas

NIM : 080210101051

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Nilai Ke-takteraturan Total Sisi Dari Gabungan Graf Dua Partisi Lengkap adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan hasil karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 30 Juli 2012

Yang menyatakan,

Yunika Dewi Wulaningtyas

NIM. 080210101051

SKRIPSI

**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GABUNGAN GRAF DUA
PARTISI LENGKAP**

Oleh

YUNIKA DEWI WULANINGTYAS

NIM 080210101051

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D

Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D

PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Dua Partisi Lengkap* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Senin

tanggal : 30 Juli 2012

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Susanto, M.Pd

Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D

NIP. 19630616 198802 1 001

NIP.19680802 199303 1 004

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Slamın, M.Comp.Sc., Ph.D

Susi Setiawani, S.Si.,M.Sc.

NIP. 19670420 199201 1 001

NIP. 19700307 199512 2 001

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum

NIP. 19540712 198003 1 005

RINGKASAN

Nilai Ketakteraturan Total Sisi Dari Gabungan Graf Dua Partisi Lengkap; Yunika Dewi Wulaningtyas, 080210101051; 2012: 78 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pelabelan total sisi irregular didefinisikan sebagai pemberian nilai bilangan bulat positif (nilai yang dipakai boleh berulang) pada himpunan titik dan sisi dari suatu graf dengan bobot setiap sisinya berbeda (Bača et al., 2007). Graf dua partisi lengkap dengan m dan n titik, dinotasikan $K_{m,n}$, adalah graf sederhana dimana himpunan titiknya dapat dibagi menjadi dua partisi yakni himpunan V_1 dengan m titik dan V_2 dengan n titik, dan setiap titik di V_1 bertetangga dengan setiap titik di V_2 . Alasan peneliti melakukan penelitian karena sebelumnya penelitian tentang nilai ketakteraturan total sisi dari graf dua partisi lengkap sebenarnya sudah pernah dilakukan oleh Jendroľ *et al* pada tahun 2009, namun hanya pada graf dua partisi lengkap tunggal saja sedangkan pada gabungan graf dua partisi lengkap belum pernah dilakukan, sehingga pada penelitian ini khusus akan dibahas tentang *nilai ketakteraturan total sisi (tes) dari gabungan graf dua partisi lengkap*.

Rumusan masalah dalam penelitian ini antaralain: (1) berapakah nilai ketakteraturan total sisi (*tes*) dari pelabelan total sisi irregular pada gabungan graf dua partisi lengkap simetris yang isomorfis; (2) berapakah nilai ketakteraturan total sisi (*tes*) dari pelabelan total sisi irregular pada gabungan graf dua partisi lengkap non-simetris yang isomorfis; (3) berapakah nilai ketakteraturan total sisi (*tes*) dari pelabelan total sisi irregular pada gabungan dua komponen graf dua partisi lengkap simetris yang non-isomorfis. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui nilai ketakteraturan total sisi (*tes*) dari pelabelan total sisi irregular pada gabungan graf dua partisi lengkap simetris isomorfis, non-simetris isomorfis, dan simetris non-isomorfis dengan batasan masalah $s \geq 2$ dan $n \geq 2$ untuk permasalahan pertama, $s \geq 2$, $n > m$ dan $m \geq 2$ untuk permasalahan kedua, dan $n \geq 2$ untuk permasalahan ketiga.

Penelitian ini diawali dengan mencari batas bawah dari nilai *tes* pada gabungan graf yang akan diteliti dengan menerapkan teorema dasar pelabelan total sisi irregular yakni $\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$. Langkah berikutnya adalah melabeli dan menentukan formulasi dari pelabelan total sisi irregular yang digunakan sedemikian hingga bobot setiap sisinya berbeda. Langkah terakhir adalah menentukan batas atas dari nilai *tes* pada gabungan graf yang akan diteliti dengan menggunakan formulasi label yang telah diperoleh, yakni dengan mencari nilai label terbesar yang digunakan dalam pelabelan gabungan graf tersebut. Berdasarkan rentang nilai *tes* pada teorema dasar dan formulasi label tersebut, maka diperoleh suatu teorema yang berlaku pada graf yang telah diteliti.

Penelitian ini menghasilkan beberapa teorema sebagai berikut:

1. nilai *tes* ($sK_{n,n}$) = $\left\lceil \frac{sn^2+2}{3} \right\rceil$, untuk $s \geq 2$ dan $n \geq 2$;
2. nilai *tes* ($sK_{m,n}$) = $\left\lceil \frac{smn+2}{3} \right\rceil$, untuk $s \geq 2$, $n > m$ dan $m \geq 2$;
3. nilai *tes* ($K_{n,n} \cup K_{n+1,n+1}$) = $\left\lceil \frac{2n^2+2n+3}{3} \right\rceil$, untuk $n \geq 2$.

Hasil penelitian ini berupa teorema baru yang nantinya dapat digunakan sebagai acuan oleh peneliti lain untuk meneliti nilai ketakteraturan total sisi (*tes*) dari gabungan graf-graf khusus yang lain.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala limpahan rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "*Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Dua partisi Lengkap*" dengan baik. Sholawat serta salam semoga selalu tercurah kepada nabi Muhammad SAW, keluarga, dan para sahabat.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan motivasi beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat, amin yaa robbal alamin.

Jember, 30 Juli 2012

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iv
HALAMAN PERNYATAAN	v
HALAMAN PEMBIMBINGAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR LAMBANG	xvii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	6
1.3 Batasan Masalah	6
1.4 Tujuan Penelitian	6
1.5 Manfaat Penelitian	7
2 TINJAUAN PUSTAKA	8
2.1 Himpunan dan Operasi Gabungan	8
2.2 Fungsi	9
2.3 Konsep Dasar Graf	10
2.4 Aplikasi Graf	19
2.5 Gabungan Graf	24
2.6 Keisomorfisan Graf	24
2.7 Graf-graf Khusus	25
2.8 Graf Lengkap	30
2.9 Graf Dua Partisi	31
2.10 Graf Dua Partisi Lengkap	31

2.11	Gabungan Graf Dua Partisi Lengkap	31
2.12	Pelabelan Graf	32
2.12.1	Pelabelan Total Sisi Irregular	35
2.12.2	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf-graf Khusus	37
2.12.3	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf Dua Partisi Lengkap	38
2.12.4	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Dua Partisi Lengkap	38
3	METODE PENELITIAN	40
3.1	Metode Penelitian	40
3.2	Definisi Operasional	40
3.2.1	Pelabelan Total Sisi Irregular	41
3.2.2	Nilai Ketakteraturan Total Sisi	41
3.2.3	Graf Dua Partisi Lengkap	41
3.2.4	Gabungan Graf Dua Partisi Lengkap	41
3.3	Rancangan Penelitian	41
3.3.1	Penggabungan Graf Dua Partisi Lengkap	41
3.3.2	Indikator Penelitian	42
3.3.3	Teknik Penelitian	42
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	44
4.1	Hasil Penelitian	44
4.1.1	Nilai Ketakteraturan Total Sisi (<i>tes</i>) dari Gabungan Graf Dua Partisi Lengkap Simetris yang Isomorfis	44
4.1.2	Nilai Ketakteraturan Total Sisi (<i>tes</i>) dari Gabungan Graf Dua Partisi Lengkap Non-Simetris yang Isomorfis	52
4.1.3	Nilai Ketakteraturan Total Sisi (<i>tes</i>) dari Gabungan Dua Komponen Graf Dua Partisi Lengkap Simetris yang Non-Isomorfis	63
4.2	Pembahasan	67
5	KESIMPULAN DAN SARAN	71
5.1	Kesimpulan	71
5.2	Saran	71

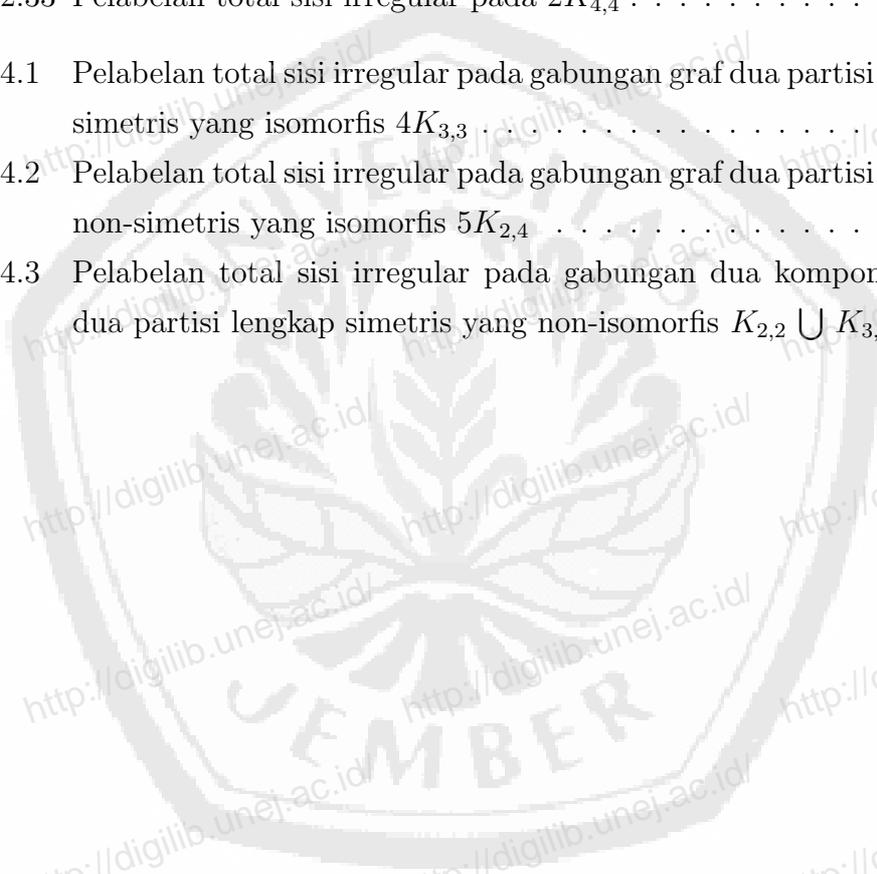
DAFTAR PUSTAKA



DAFTAR GAMBAR

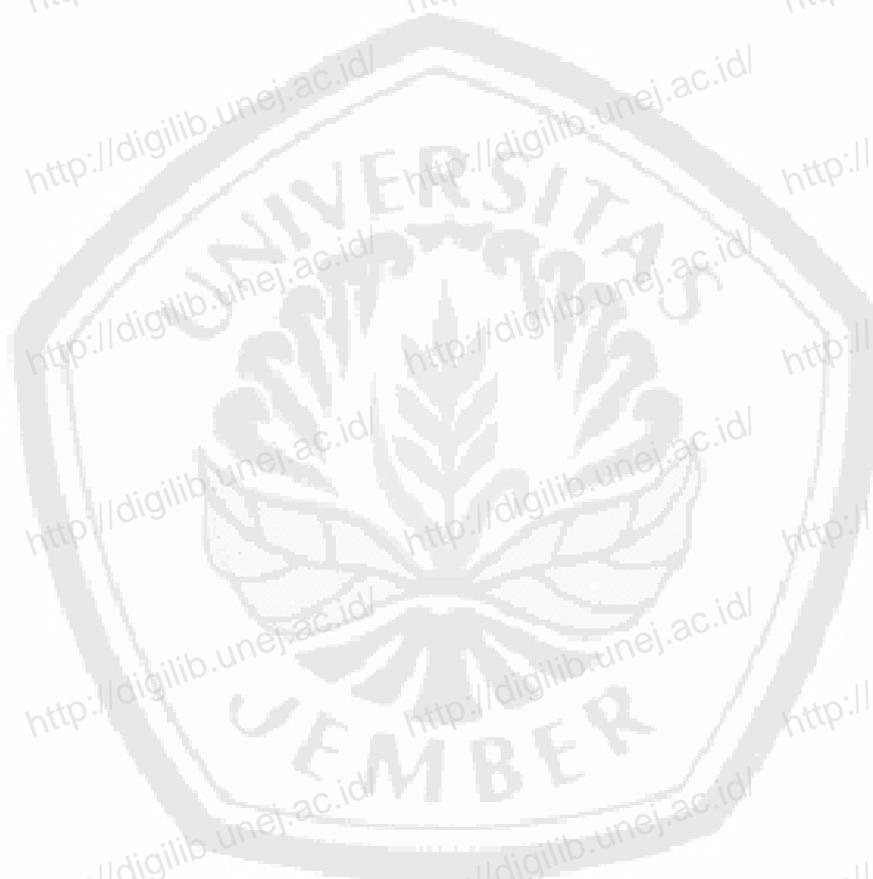
1.1	Contoh graf (pembagian kelompok)	2
1.2	Aplikasi pelabelan graf	3
2.1	Contoh graf	11
2.2	Graf kosong (<i>Null</i>) dengan 7 titik (N_7)	11
2.3	Pemahaman konsep dasar graf	12
2.4	Graf dengan enam titik	13
2.5	Contoh graf sederhana (a), graf ganda (b), dan graf semu (c)	14
2.6	Contoh graf berarah (a) dan graf tak berarah (b)	14
2.7	Graf reguler berderajat 4	16
2.8	Graf G dan subgraf G_1, G_2, G_3	17
2.9	Graf terhubung (a) dan graf tak terhubung (b)	18
2.10	Graf G , graf $G - \{e\}$, dan graf $G - \{v_{16}\}$	19
2.11	Jembatan Königsberg dan graf yang mempresentasikannya	20
2.12	Model graf struktur kimia air, karbondioksida, dan oksigen	21
2.13	Model graf jaringan lalu lintas	21
2.14	Model graf silsilah keluarga	22
2.15	Pewarnaan peta (<i>map coloring</i>)	23
2.16	Gabungan dua graf	24
2.17	Keisomorfisan dan kesamaan graf	25
2.18	Graf Sikel C_8	26
2.19	Graf Lintasan P_5	26
2.20	Graf Roda W_7	26
2.21	Graf Friendship f_3	27
2.22	Graf Kipas F_6	27
2.23	Graf Matahari M_6	28
2.24	Graf Bintang S_5	28
2.25	Graf Buku B_3	29
2.26	Graf Prisma D_4	29

2.27	Contoh graf-graf khusus	30
2.28	(a) Graf dua partisi $K_{3,4}$ dan (b) graf dua partisi lengkap $K_{3,4}$	32
2.29	(a) Gabungan graf dua partisi lengkap $2K_{3,4}$ dan (b) gabungan graf dua partisi lengkap $K_{3,4} \cup K_{2,3}$	32
2.30	Contoh pelabelan total sisi irregular pada graf G	36
2.31	Pelabelan total sisi irregular pada $2K_{2,2}$	38
2.32	Pelabelan total sisi irregular pada $2K_{3,3}$	39
2.33	Pelabelan total sisi irregular pada $2K_{4,4}$	39
4.1	Pelabelan total sisi irregular pada gabungan graf dua partisi lengkap simetris yang isomorfis $4K_{3,3}$	53
4.2	Pelabelan total sisi irregular pada gabungan graf dua partisi lengkap non-simetris yang isomorfis $5K_{2,4}$	63
4.3	Pelabelan total sisi irregular pada gabungan dua komponen graf dua partisi lengkap simetris yang non-isomorfis $K_{2,2} \cup K_{3,3}$	67



DAFTAR TABEL

2.1 Daftar rangkuman hasil penemuan pelabelan total sisi irregular pada graf-graf khusus.	37
---	----



DAFTAR LAMBANG

G	= Graf G
$V(G) = V$	= Himpunan titik pada graf G
$E(G) = E$	= Himpunan sisi pada graf G
$G(V, E)$	= Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
v	= Titik pada suatu graf
e	= Sisi pada suatu graf
v_n	= Titik ke- n pada suatu graf
e_n	= Sisi ke- n pada suatu graf
$ V $	= Banyaknya titik pada suatu graf (<i>order</i>)
$ E $	= Banyaknya sisi pada suatu graf (<i>size</i>)
Δ	= Derajat maksimum suatu graf
δ	= Derajat minimum suatu graf
\in	= Anggota himpunan
\subseteq	= Himpunan bagian (subset)
$\not\subseteq$	= Bukan himpunan bagian
\cup	= Gabungan
\equiv	= Ekuivalen
C_n	= Graf Sikel (Cycle) dengan n titik
P_n	= Graf Lintasan (Path) dengan n titik
W_n	= Graf Roda (Wheel) dengan n titik
f_n	= Graf Friendship dengan n titik
F_n	= Graf Kipas (Fan) dengan n titik
M_n	= Graf Matahari (Sun) dengan n titik
S_n	= Graf Bintang (Star) dengan n titik
B_n	= Graf Buku (Book) dengan n titik
D_n	= Graf Prisma dengan n titik
K_n	= Graf Lengkap dengan n titik
$K_{m,n}$	= Graf Dua Partisi Lengkap dengan $(m + n)$ titik
$K_{n,n}$	= Graf Dua Partisi Lengkap dengan $2n$ titik
$sK_{m,n}$	= Gabungan s komponen Graf Dua Partisi Lengkap non-simetris yang isomorfis

$sK_{n,n}$	= Gabungan s komponen Graf Dua Partisi Lengkap simetris yang isomorfis
$(K_{n,n} \cup K_{n+1,n+1})$	= Gabungan Graf Dua Partisi Lengkap simetris yang non-isomorfis
$[x]$	= Bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan x
$\lfloor x \rfloor$	= Bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan x
ω	= Bobot (<i>weight</i>)
$\omega(u_i v_k)$	= Bobot sisi yang menghubungkan titik u_i dan v_k pada suatu graf
$\omega(u_i^j v_k^j)$	= Bobot sisi yang menghubungkan titik u_i dan v_k pada gabungan graf ke- j
$\lambda(u_i)$	= Label titik u ke- i pada suatu graf
$\lambda(u_i^j)$	= Label titik u ke- i pada gabungan graf ke- j
$\lambda(v_k)$	= Label titik v ke- k pada suatu graf
$\lambda(v_k^j)$	= Label titik v ke- k pada gabungan graf ke- j
$\lambda(u_i v_k)$	= Label sisi yang menghubungkan titik u_i dan v_k pada suatu graf
$\lambda(u_i v_k)$	= Label sisi yang menghubungkan titik u_i dan v_k pada suatu graf
$\lambda(u_i^j v_k^j)$	= Label sisi yang menghubungkan titik u_i dan v_k pada gabungan graf ke- j
$tes(G)$	= Nilai ketakteraturan total sisi atau <i>total edge irregularity strength</i> dari graf G
\square	= Terbukti