



**PELABELAN TOTAL SUPER ( $a, d$ )-SISI ANTI MAGIC PADA  
GRAF E**

**SKRIPSI**

Oleh

**Riza Deviyana**  
**NIM 060210191144**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN**  
**UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**



**PELABELAN TOTAL SUPER ( $a, d$ )-SISI ANTI MAGIC PADA  
GRAF E**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

**Riza Deviyana**

**NIM 060210191144**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**

## PERSEMBAHAN

*Skripsi ini saya persembahkan untuk:*

- 1. Ibunda tercinta Beng Iriani dan Ayahanda terkasih (Alm) Bambang Setyobudi Santoso yang senantiasa memberikan dukungan dan doa dalam penulisan skripsi ini;*
- 2. masku As Agus Sriadi serta Adik-adikkuku tersayang Setyawardhana Nugraha, Nadhea Nirmala dan egha Diestyah yang telah memberikan suasana yang menyenangkan;*
- 3. temanku Sofyan dan Rara, yang telah membantuku menyelesaikan skripsi ini;*
- 4. sahabatku : Irma, Dini, dan Izha yang telah menemaniku merangkai indahny persahabatan yang tak akan pernah terlupakan;*
- 5. teman seperjuanganku, Yeni Anggraeni, Ella, Alfin dan pecinta graf lainnya yang telah membagi ilmu dan pengalaman berharga;*
- 6. warga Night Rider (NR) yang telah berjuang dalam empat tahun kebersamaan;*
- 7. temanku FKIP Matematika yang senantiasa membantu dan memberikan saran dalam penyusunan skripsi ini;*
- 8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

## MOTTO

Setiap hari dalam hidupmu adalah satu halaman dari  
sejarahmu.  
(kata-kata bijak dari Arab)

Jangan takut untuk mengambil suatu langkah besar bila  
memang itu diperlukan. Kita takkan bisa meloncati sebuah  
jurang dengan dua lompatan kecil.



## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Riza Deviyana

NIM : 060210191144

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: "Pelabelan Total Super (a, d)-Sisi Anti Magic pada Graf E" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 19 Januari 2011

Yang menyatakan,

Riza Deviyana

NIM. 060210191144

**SKRIPSI**

**PELABELAN TOTAL SUPER (a, d)-SISI ANTI MAGIC PADA  
GRAF E**



Oleh  
Riza Deviyana  
NIM 060210191144

**Pembimbing**

**Dosen Pembimbing I : Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.**

**Dosen Pembimbing II : Susi Setiawani, S.Si, M.Sc**

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul: "Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -sisi Antimagic Pada Graf E"  
telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:  
hari : Rabu  
tanggal : 26 Januari 2011  
jam : 08.30 - selesai  
tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si  
NIP. 19581209 198603 1 003

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc  
NIP. 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

Drs. Slamim, M.Comp.Sc., Ph.D  
NIP. 19670420 199201 1 001

Mengesahkan  
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum  
NIP. 19540712 198003 1 005

## RINGKASAN

**Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -sisi Antimagic Pada Graf E;** Riza Deviyana, 060-210191144; 2010: 89 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Salah satu topik yang menarik pada teori graf adalah masalah dalam pelabelan graf. Salah satu aplikasi graf dalam kehidupan sehari-hari adalah optimasi jaringan dengan pohon perentang minimum (*minimum spanning tree*). Salah satu jenis tipe pelabelan graf adalah pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic (SEATL) karena masih banyak jenis graf yang belum diketahui cara pelabelannya, termasuk pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf E. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui apakah graf E memiliki pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf E. Hasil penelitian ini berupa lemma dan teorema baru mengenai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf E ( $E_n$ ) dan gabungan graf E ( $mE_n$ ). Lemma dan teorema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Lemma 4.5.1** Ada pelabelan titik  $(\frac{5n-3}{2}, 1)$ -sisi antimagic graf E ( $E_n$ ) jika  $n \geq 3$  ganjil.
2. **Teorema 4.5.1** Ada pelabelan total super  $(\frac{25n-29}{2}, 0)$ -sisi antimagic pada graf E ( $E_n$ ) jika  $n$  ganjil dan  $n \geq 3$ .
3. **Teorema 4.5.2** Ada pelabelan total super  $(\frac{15n-13}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada graf E ( $E_n$ ) jika  $n$  ganjil dan  $n \geq 3$ .
4. **Lemma 4.5.2** Ada pelabelan titik  $(\frac{5n-4}{2}, 1)$ -sisi antimagic graf E ( $E_n$ ) jika  $n \geq 4$  genap.



5. **Teorema 4.5.3** Ada pelabelan total super  $(\frac{25n-30}{2}, 0)$ -sisi antimagic pada graf  $E$  ( $E_n$ ) jika  $n$  genap dan  $n \geq 4$ .
6. **Teorema 4.5.4** Ada pelabelan total super  $(\frac{15n-14}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada graf  $E$  ( $E_n$ ) jika  $n$  genap dan  $n \geq 4$ .
7. **Teorema 4.5.5** Suatu graf  $E_n$  mempunyai pelabelan total super  $(5n - 5, 1)$ -sisi antimagic untuk  $n$  genap dan  $n \geq 4$ .
8. **Lemma 4.6.1** Ada pelabelan titik  $(\frac{5mn-6m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf  $E$  ( $mE_n$ ) jika  $m$  dan  $n$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 3$ .
9. **Teorema 4.6.1** Ada pelabelan total super  $(\frac{25mn-32m+3}{2}, 0)$  -sisi antimagic pada gabungan graf  $E$  ( $mE_n$ ) jika  $m$  ganjil dan  $n$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 3$ .
10. **Teorema 4.6.2** Ada pelabelan total super  $(\frac{15mn-18m+5}{2}, 2)$  -sisi antimagic pada gabungan graf  $E$  ( $mE_n$ ) jika  $m$  ganjil dan  $n$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 3$ .
11. **Lemma 4.6.2** Ada pelabelan titik  $(\frac{5mn-7m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf  $E$  ( $mE_n$ ) jika  $m$  ganjil dan  $n$  genap,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 4$ .
12. **Teorema 4.6.3** Ada pelabelan total super  $(\frac{25mn-33m+3}{2}, 0)$  -sisi antimagic pada gabungan graf  $E$  ( $mE_n$ ) jika  $m$  ganjil dan  $n$  genap,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 4$ .
13. **Teorema 4.6.4** Ada pelabelan total super  $(\frac{15mn-19m+5}{2}, 2)$  -sisi antimagic pada gabungan graf  $E$  ( $mE_n$ ) jika  $m$  ganjil dan  $n$  genap,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 4$ .
14. **Teorema 4.6.5** Suatu graf  $mE_n$  mempunyai pelabelan total super  $(5mn - 6m + 1, 1)$ -sisi antimagic untuk  $n$  genap dan  $n \geq 4$ .

## PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT. atas segala berkah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul " Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -Sisi Antimagic Pada Graf E".

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat, amin yaa robbal alamin.

Jember, Januari 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN MOTTO</b>	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b>	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	<b>vi</b>
<b>RINGKASAN</b>	<b>vii</b>
<b>PRAKATA</b>	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b>	<b>xvi</b>
<b>DAFTAR LAMBANG</b>	<b>xvii</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	3
1.3 Batasan Masalah . . . . .	3
1.4 Tujuan penelitian . . . . .	3
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	4
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA</b>	<b>5</b>
2.1 Aplikasi Graf . . . . .	5
2.2 Konsep Dasar Graf . . . . .	8

## DAFTAR ISI

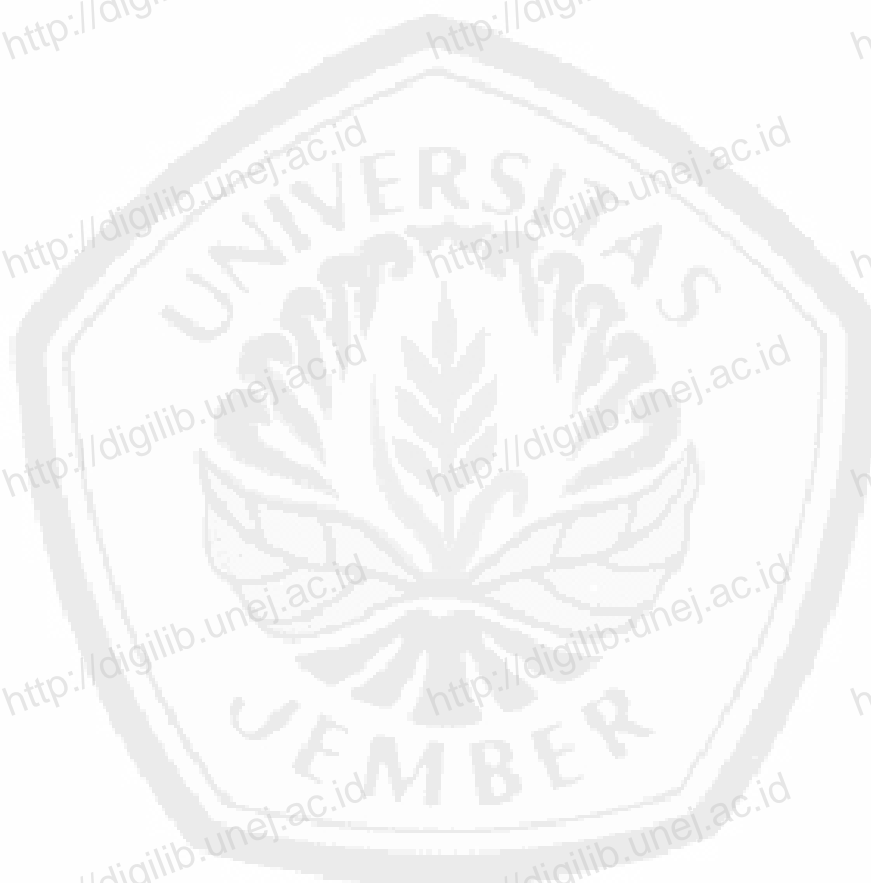
xi

2.3	Beberapa Jenis Graf Khusus . . . . .	14
2.4	Graf E . . . . .	15
2.5	Pelabelan Graf . . . . .	16
2.5.1	Fungsi Bijektif dan Barisan Aritmatika . . . . .	17
2.5.2	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic . . . . .	19
2.5.3	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic pada graf E . . . . .	20
2.6	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic pada Graf Diskonektif . . . . .	21
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b> . . . . .	<b>25</b>
3.1	Metode Penelitian . . . . .	25
3.2	Definisi Operasional . . . . .	25
3.2.1	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic . . . . .	25
3.2.2	Graf E . . . . .	26
3.3	Teknik Penelitian . . . . .	26
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b> . . . . .	<b>29</b>
4.1	Jumlah Titik dan Sisi pada Graf $E (E_n)$ . . . . .	29
4.2	Jumlah Titik dan Sisi pada Graf Gabungan Graf $E (mE_n)$ . . . . .	30
4.3	Batas Atas $d$ Graf $E (E_n)$ . . . . .	31
4.4	Batas Atas $d$ pada Gabungan Graf $E (mE_n)$ . . . . .	31
4.5	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Graf $E (E_n)$ . . . . .	32
4.5.1	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Graf $E (E_n)$ untuk $n$ Ganjil . . . . .	33
4.5.2	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Graf $E (E_n)$ untuk $n$ Genap . . . . .	41
4.6	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Gabungan Graf $E (mE_n)$ . . . . .	51
4.6.1	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Gabungan Graf $E (mE_n)$ untuk $n$ Ganjil . . . . .	51
4.6.2	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada Gabungan Graf $E (mE_n)$ untuk $n$ Genap . . . . .	65
4.7	Hasil dan Pembahasan . . . . .	84
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b> . . . . .	<b>87</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	87

**DAFTAR ISI**

5.2 **Saran** . . . . . **87**

**DAFTAR PUSTAKA**



## DAFTAR GAMBAR

1.1	Jembatan Konigsberg dan representasi dalam graf . . . . .	2
1.2	Graf E . . . . .	3
2.1	Graf yang memodelkan mesin jaja . . . . .	6
2.2	Turnament Round-Robin . . . . .	7
2.3	Representasi terowongan dalam graf . . . . .	7
2.4	Graf yang menghubungkan perpustakaan dengan jumlah terowongan dan biaya minimum . . . . .	8
2.5	(a) graf sederhana, (b) graf ganda, dan (c) graf semu . . . . .	9
2.6	Graf tak-berarah dan graf berarah . . . . .	10
2.7	Adjacent dan incident . . . . .	10
2.8	Graf reguler dan graf dengan titik terisolasi . . . . .	11
2.9	Graf Siklus . . . . .	12
2.10	Eksentrisitas . . . . .	12
2.11	$Cen(G)$ . . . . .	13
2.12	Graf Lengkap $K_4$ . . . . .	14
2.13	Graf Roda $W_5$ . . . . .	14
2.14	Graf Friendship . . . . .	15
2.15	Graf Ladder $L_5$ . . . . .	15
2.16	Graf E ( $E_n$ ) . . . . .	16
2.17	Gabungan Graf E ( $mE_n$ ) . . . . .	16
2.18	(a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif . . . . .	18
2.19	EAV $E_3$ . . . . .	20
2.20	EAV $E_3$ . . . . .	21
3.1	Diagram Alir Penelitian . . . . .	28
4.1	Jumlah titik dan jumlah sisi graf pada $E_3$ dan $E_4$ . . . . .	30
4.2	Pelabelan total super (11,1)-sisi antimagic pada $E_5$ . . . . .	35
4.3	SEATL graf E $E_5$ dengan $d = 0$ . . . . .	38

DAFTAR GAMBAR

4.4 SEATL graf  $E (E_5)$  dengan  $d = 2$  . . . . . 41

4.5 Pelabelan total super (8,1)-sisi antimagic pada  $E_4$  . . . . . 44

4.6 SEATL graf  $E (E_4)$  dengan  $d = 0$  . . . . . 46

4.7 SEATL graf  $E (E_4)$  dengan  $d = 2$  . . . . . 49

4.8 Pelabelan total super (15,1)-sisi antimagic pada  $3E_3$  . . . . . 55

4.9 SEATL graf  $E (3E_5)$  dengan  $d = 0$  . . . . . 60

4.10 SEATL graf  $E (3E_5)$  dengan  $d = 2$  . . . . . 66

4.11 Pelabelan total super (21,1)-sisi antimagic pada  $3E_4$  . . . . . 71

4.12 SEATL graf  $E (3E_4)$  dengan  $d = 0$  . . . . . 77

4.13 SEATL graf  $E (3E_4)$  dengan  $d = 2$  . . . . . 83





**DAFTAR TABEL**

2.1 Eksentrisitas . . . . . 13  
2.2 Ringkasan dari pelabelan total super  $(a, d)$ -edge-antimagic pada graf disconnected. . . . . 21





## DAFTAR LAMPIRAN

MATRIK PENELITIAN . . . . .	90
FORMULIR PENGAJUAN JUDUL DAN PEMBIMBINGAN SKRIPSI . . . . .	91
LEMBAR KONSULTASI PENYUSUNAN SKRIPSI . . . . .	92
Gambar 1. Pelabelan total super(60, 0)-sisi antimagic pada $E_6$ . . . . .	94
Gambar 2. Pelabelan total super(134, 0)-sisi antimagic pada $5E_5$ . . . . .	95
Gambar 3. Pelabelan total super(29, 1)-sisi antimagic pada $E_4$ . . . . .	97
Gambar 4. Pelabelan total super(83, 1)-sisi antimagic pada $3E_4$ . . . . .	98
Gambar 5. Pelabelan total super(70, 2)-sisi antimagic pada $5E_3$ . . . . .	99
Gambar 6. Pelabelan total super(53, 2)-sisi antimagic pada $E_8$ . . . . .	100



## DAFTAR LAMBANG

$G(V, E)$	= Sebarang graf tak berarah dengan $V$ adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan $E$ adalah himpunan sisi
$V(G)$	= Himpunan titik pada graf $G$
$E(G)$	= Himpunan sisi pada graf $G$
$EAVL$	= <i>Edge antimagic vertex labeling</i> atau pelabelan titik sisi antimagic
$SEATL$	= <i>Super edge antimagic total labeling</i> atau pelabelan total super $(a, d)$ -sisi antimagic
$d$	= Nilai beda barisan bobot sisi pada SEATL
$a$	= Bobot sisi terkecil yang merupakan suku pertama barisan bobot sisi pada SEATL
$E_n$	= Graf $E$ dengan jumlah $n$ titik arah horizontal
$mE_n$	= Gabungan $m$ graf $E$ dengan jumlah $n$ titik arah horizontal
$i$	= Titik pada graf $E$
$j$	= Titik pada cabang graf $E$
$x_i$	= Titik ke- $i$ pada graf $E$
$x_{i,j}$	= Titik ke- $i$ pada graf $E$ dan $j$ cabang dari titik ke- $i$
$\alpha(x_i)$	= Fungsi bijektif pelabelan titik ke- $i$ pada graf $E$
$\alpha(x_{i,j})$	= Fungsi bijektif pelabelan titik ke- $i$ dan $j$ cabang dari titik ke- $i$ pada graf $E$
$w_\alpha$	= Fungsi bijektif bobot sisi dari pelabelan titik $\alpha$
$\alpha(x_i x_{i+1})$	= Fungsi bijektif label sisi pada $(x_i x_{i+1})$
$\alpha(x_{i,j} x_{i,j+1})$	= Fungsi bijektif label sisi cabang $(x_{i,j} x_{i,j+1})$
$W_\alpha$	= Fungsi bijektif bobot sisi total dari pelabelan total $\alpha$