



**DESAIN MOTIF *MOZAIK* PADA *REGULER DECAGON*
BERBASIS *GOLDEN TRIANGLE***

TESIS

Oleh

**Itaniza Rosyadi
NIM 101820101002**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER
2012**



**DESAIN MOTIF MOZAIK PADA *REGULER DECAGON*
BERBASIS *GOLDEN TRIANGLE***

TESIS

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Magister Matematika (S2)
dan mencapai gelar Magister Sains

Oleh

**Itaniza Rosyadi
NIM 101820101002**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS JEMBER**

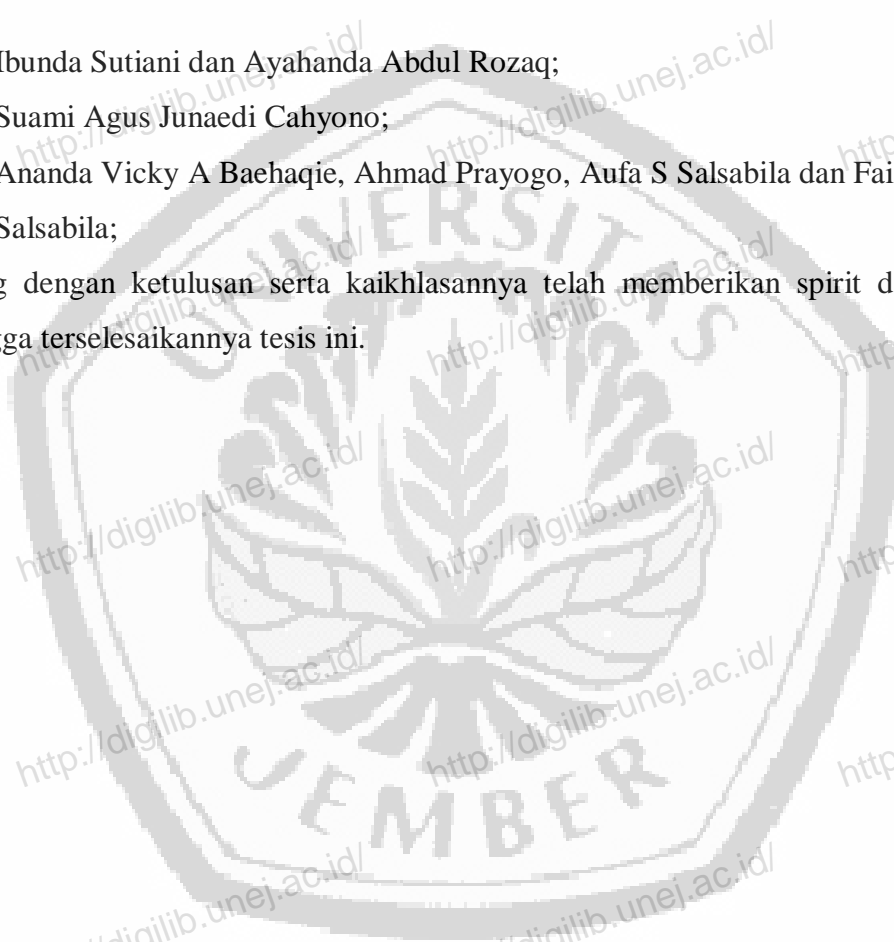
2012

PERSEMBAHAN

Tesis ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Sutiani dan Ayahanda Abdul Rozaq;
2. Suami Agus Junaedi Cahyono;
3. Ananda Vicky A Baehaqie, Ahmad Prayogo, Aufa S Salsabila dan Faiza T Salsabila;

yang dengan ketulusan serta kaikhlasannya telah memberikan spirit dan inspirasi hingga terselesaikannya tesis ini.



MOTO

Bahwa tiada yang orang dapatkan, kecuali yang ia usahakan.
(terjemahan Surat *An Najm* ayat 39)^{*)}

Ketika waktu pagi, jangan menunggu sore. Hiduplah dalam batasan hari ini.
Kerahkan seluruh semangat yang ada untuk menjadi lebih baik di hari ini.^{**)}



*) Al-Muyassar . 2006. *Al-Qur'an dan Terjemahnya*. Bandung: Sinar Baru Algesindo

***) al-Qarni, 'Aidh dalam Rahman, S. 2007. *La Tahzan, jangan bersedih (terjemahan, Judul Asli: La Tahzan)*. Jakarta: Qisthi Press.

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Itaniza Rosyadi

NIM : 101820101002

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa tesis ini yang berjudul “Desain Motif Mozaik pada *Regular Decagon* berbasis *Golden Triangle*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 09 November 2012

Yang menyatakan

Itaniza Rosyadi
NIM 101820101002

TESIS

**DESAIN MOTIF MOZAIK PADA REGULER DECAGON
BERBASIS GOLDEN TRIANGLE**

Oleh

Itaniza Rosyadi
NIM 101820101002

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Kiswara Agung Santoso, M. Kom.

PENGESAHAN

Tesis berjudul “Desain Motif Mozaik pada *Reguler Decagon* berbasis *Golden Triangle*” telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Prof. Drs. Kusno, DEA. Ph.D.
NIP. 1961010 8 198602 1 001

Kiswara Agung Santoso, M.Kom.
NIP. 19720907 199803 1 003

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc. Ph.D.
NIP. 19680802 199303 1 004

Yuliani Setia Dewi, S.Si. M.Si.
NIP. 19740716 200003 2 001

Mengesahkan
Dekan,

Prof. Drs. Kusno, DEA. Ph.D.
NIP. 19610108 198602 1 001

RINGKASAN

Desain Motif Mozaik pada *Regular Decagon* berbasis *Golden Triangle*;

Itaniza Rosyadi; 101820101002;2012: 85 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Ubin Penrose merupakan ubin aperiodik yang didapatkan antara lain melalui proses pengubinan substitusi. Pada ubin aperiodik Penrose masih mempunyai kekurangan karena pola-pola yang terbentuk masih monoton serta tidak memiliki kesimetrisan bentuk. Karena itu perlu dikembangkan pola-pola baru sehingga memiliki kesimetrisan serta keberulangan bentuk. Model mozaik Penrose merupakan desain interior yang didapatkan dengan memanfaatkan ubin Penrose serta sifat-sifat yang dimilikinya. Pada penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan langkah-langkah desain mozaik Penrose dalam *decagon*. Tegasnya, dengan menggunakan dasar ubin Penrose yang aperiodik diharapkan dapat dibentuk pengubinan baru yang hasilnya dalam interior segi sepuluh dapat dibangun beragam model pengubinan baru yang memiliki kesimetrisan serta keberulangan bentuk. Adapun tahapan penelitian yang digunakan adalah (1) pembentukan data awal berupa ubin Penrose *golden triangle* pada iterasi 5; (2) penetapan bangun-bangun dasar; (3) pembagian ubin Penrose *golden triangle* dalam zone; (4) desain motif mozaik.

Hasil penelitian didapatkan teknik desain mozaik sebagai berikut: (1) mendekomposisi segitiga sama kaki dengan bantuan algoritma konstruksi ubin Penrose *golden triangle* untuk mendapatkan data ubin Penrose pada iterasi 5; (2) melakukan seleksi bangun-bangun dasar simetris Penrose pada ubin Penrose *golden triangle* yang berbentuk bintang, perisai, mahkota, diamon, kristal, layang-layang serta daun; (3) menetapkan dan mengisi daerah 3 zone ubin Penrose *golden triangle* dengan bangun-bangun hasil perlakuan 2; (4) mewarnai daerah interior bangun-bangun dasar serta latar mozaik dengan teknik pewarnaan model 8 warna, model 4

warna atau model warna bergantian, menurut kriteria bangun dasar, zone atau daerah-daerah yang dibatasi oleh bangun-bangun dasar simetris Penrose. Dengan adanya pembagian ubin Penrose *golden triangle* dalam 3 zone, maka didapatkan hasil berupa model mozaik Penrose simetris penuh, model mozaik Penrose simetris tidak penuh, model mozaik Penrose sejenis dan model mozaik Penrose *overlap*, yang masing-masing memiliki corak alami serta berkarakter simetris. Adanya penggunaan teknik pewarnaan yang berbeda-beda dapat menambah keragaman hasil desain. Pada sebuah desain mozaik dapat diperoleh pola-pola warna yang memusat, berdistribusi homogen atau menyebar.

PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah SWT. atas segala rahmat serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan tesis dengan baik. Sholawat serta salam penulis haturkan kepada Nabi Muhammad SAW yang telah membawa umatnya ke jalan terang.

Penyusunan tesis ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh Karena itu, penulis menyampaikan banyak terima kasih kepada:

1. Prof. Drs. Kusno, DEA. Ph.D. dan Kiswara Agung Santoso, M.Kom. yang telah meluangkan waktu, pikiran dan perhatian serta membimbing, memberikan petunjuk dan dorongan semangat dalam penyelesaian penulisan tesis ini;
2. Drs. Dafik, M.Sc. Ph.D. dan Yuliani Setia Dewi, S.Si. M.Si, yang telah memberikan masukan melalui kritik serta saran-saran untuk kesempurnaan penulisan tesis ini;
3. Ibunda Sutiani, ayahanda Abdul Rozaq, suami Agus Junaedi Cahyono yang telah memberikan motivasi, inspirasi serta keikhlasan do'anya demi terselesaikannya penulisan tesis ini;
4. teman-teman Angkatan 2010 serta rekan-rekan kerjaku di SMPN 1 Sukodono Lumajang yang telah mendukung serta membantu penulis selama ini.

Penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan-kekurangan pada tulisan ini. Oleh sebab itu sangat berharap kritik serta saran-saran demi kesempurnaan penulisan. Besar harapan penulis semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pembaca.

Jember, November 2012

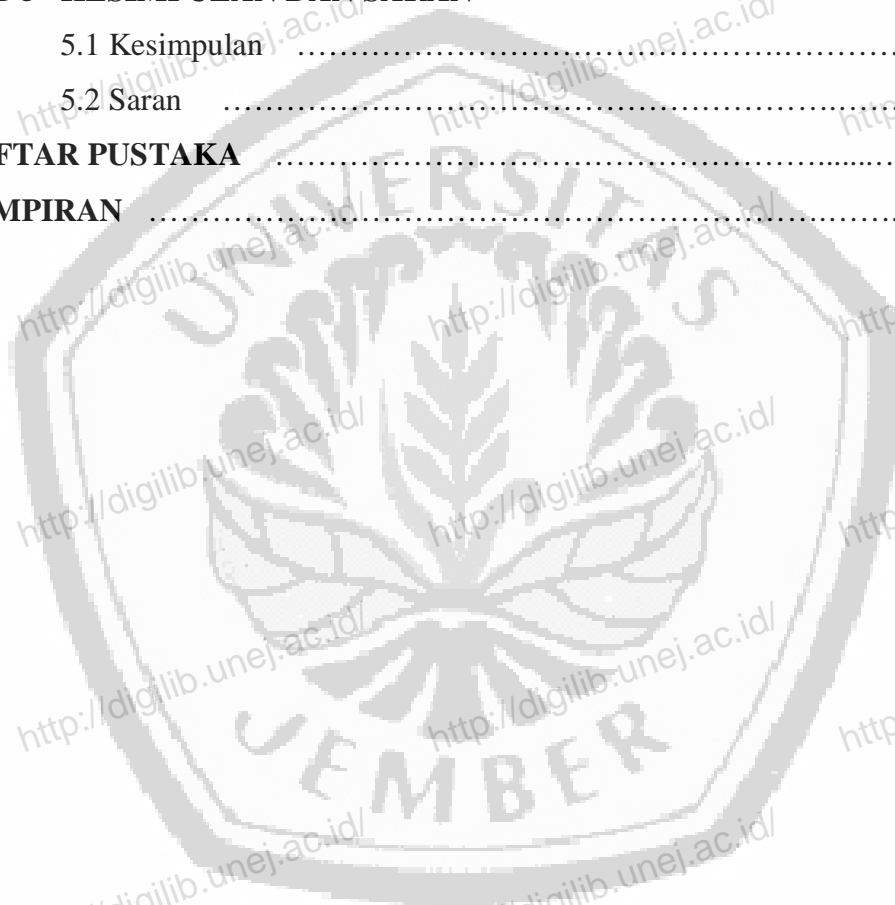
Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
HALAMAM PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
HALAMAN RINGKASAN	vii
PRAKATA	ix
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xviii
BAB 1. PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian	5
1.4 Manfaat Penelitian	5
BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Pengubinan Penrose	6
2.2 <i>Golden Triangle</i> dan <i>Golden Number</i>	9
2.2.1 <i>Golden Triangle</i>	9
2.2.2 <i>Golden Number</i>	10
2.3 Pengubinan Penrose Segitiga Robinson	11
2.4 Pengubinan Substitusi (<i>Substitusi Tiling</i>) dan <i>AR Patterns</i>	13

2.4.1	Pengubinan Substitusi (<i>Substitusi Tiling</i>)	13
2.4.2	Proses <i>Deflasi</i> dan <i>Inflasi</i> pada Pengubinan Substitusi	14
2.4.3	<i>AR (Arrowed Rhombus) Pattern</i>	15
2.5	Kesebangunan <i>Golden Triangle</i> dalam Kurva Spiral	16
2.6	Pengubinan Penrose <i>Golden Triangle</i> pada <i>Decagon</i>	17
2.7	Sistem Koordinat Cartesius dan Titik pada Segmen Garis di Bidang	18
2.8	Garis, Segmen Garis dan Sudut diantara Dua Garis	19
2.8.1	Persamaan Parametrik dan Persamaan Umum Garis	19
2.8.2	Segmen Garis dan Jarak Titik terhadap Garis	20
2.8.3	Sudut antara Dua Garis	22
2.9	Transformasi Titik di R^2	22
2.9.1	Rotasi di R^2	23
2.9.2	Refleksi Titik terhadap Garis $y = mx + k$	24
BAB 3	METODE PENELITIAN	25
BAB 4	HASIL DAN PEMBAHASAN	
4.1	Ubin Penrose <i>Golden Triangle</i> dalam Bidang <i>Decagon</i>	26
4.1.1	Jumlah Segitiga Pembangun Ubin Penrose <i>Golden Triangle</i>	27
4.1.2	Ukuran Segitiga Lancip Samakaki pada Setiap Iterasi	34
4.1.3	Konstruksi Kesebangunan <i>Golden Triangle</i> dalam Pola Kurva Spiral	42
4.1.4	Konstruksi Ubin Penrose <i>Golden Triangle</i>	45
4.2	Identifikasi Titik sudut Segitiga Pembangun Ubin Penrose <i>Golden Triangle</i>	48
4.2.1	Pelabelan Titik pada Ubin Penrose <i>Golden Triangle</i>	49
4.2.2	Hitung Posisi Titik Sudut Segitiga Ubin Penrose <i>Golden Triangle</i>	50
4.3	Identifikasi Bentuk Bangun Dasar pada Ubin Penrose <i>Golden Triangle</i>	55

4.3.1 Identifikasi Bentuk Bangun Dasar pada Ubin Penrose	
<i>Golden Triangle</i>	55
4.3.2 Identifikasi Posisi Bangun Dasar Simetris Penrose	58
4.3.3 Desain Motif Mozaik	64
4.4 Pembahasan	78
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN	
5.1 Kesimpulan	83
5.2 Saran	84
DAFTAR PUSTAKA	85
LAMPIRAN	86



DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 4.1 Jumlah segitiga pembangun pengubinan Penrose <i>golden triangle</i> ...	28
Tabel 4.2 Hasil identifikasi posisi bangun dasar simetris Bintang	59
Tabel 4.3 Hasil identifikasi posisi bangun dasar simetris Perisai (<i>Shield</i>)	60
Tabel 4.4 Hasil identifikasi posisi bangun dasar simetris Mahkota	60
Tabel 4.5 Hasil identifikasi posisi bangun dasar simetris Diamon	61
Tabel 4.6 Hasil identifikasi posisi bangun dasar simetris Kristal (<i>Crystal</i>)	62
Tabel 4.7 Hasil identifikasi posisi bangun dasar simetris Layang-layang	63
Tabel 4.8 Hasil identifikasi posisi bangun dasar aimetris Daun	64
Tabel 4.9 Hasil identifikasi bangun dasar simetris Penrose pada tiap-tiap zone	66
Tabel 4.10 Jenis bangun dasar untuk desain mozaik Penrose Bintang Berangkai	69
Tabel 4.11 Jenis bangun dasar untuk desain mozaik Penrose Kura-kura	69
Tabel 4.12 Jenis bangun dasar untuk desain mozaik Penrose Teratai	71
Tabel 4.13 Jenis bangun dasar untuk desain mozaik Penrose Kemboja	72
Tabel 4.14 Jenis bangun dasar untuk desain mozaik Penrose Sejenis	73
Tabel 4.15 Jenis bangun dasar untuk desain mozaik Payung Bunga	76
Tabel 4.16 Jenis bangun dasar untuk desain mozaik Lingkaran Cakram	77

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 1.1	Pengubinan aperiodik dan periodik 1
Gambar 1.2	Penyajian pengubinan Penrose <i>golden triangle</i> 2
Gambar 1.3	<i>Overlap</i> segi sepuluh sebagai pengubinan Penrose 3
Gambar 1.4	Pengubinan Penrose melalui <i>L-system</i> 3
Gambar 1.5	Algoritma pembentukan fractal untuk pengubinan <i>rhombus</i> Penrose 4
Gambar 1.6	Ubin Penrose sebagai dasar mozaik <i>decagon</i> 5
Gambar 2.1	Penyajian pengubinan aperiodik segilima 6
Gambar 2.2	Ubin Penrose segilima 7
Gambar 2.3	Penyajian bentuk <i>kite</i> dan <i>dart</i> sebagai hasil penyusunan potongan- potongan ubin pada pengubinan segilima 7
Gambar 2.4	Penyajian pengubinan <i>kite and dart</i> Penrose 8
Gambar 2.5	Penyajian pengubinan <i>rhombus</i> Penrose 8
Gambar 2.6	Penyajian <i>golden triangle</i> 9
Gambar 2.7	Penyajian pasangan segitiga Robinson sebagai pembangun ubin layang-layang dan ubin anak panah 11
Gambar 2.8	Bentuk ubin-ubin jenis <i>A</i> dari pasangan segitiga Robinson 11
Gambar 2.9	Bentuk ubin-ubin jenis <i>B</i> dari pasangan segitiga Robinson 12
Gambar 2.10	Pengubinan Penrose oleh (a) ubin-ubin jenis <i>A</i> dan (b) ubin-ubin jenis <i>B</i> 12
Gambar 2.11	Pengubinan Substitusi <i>Kite-Domino</i> 13
Gambar 2.12	Pengubinan substitusi <i>golden triangle</i> 14
Gambar 2.13	Pengubinan sunstitusi secara deflasi pada <i>thick rhombus tiling</i> 15
Gambar 2.14	Pengubinan substitusi secara inflasi pada <i>Kite-Dart tiling</i> 15

Gambar 2.15	<i>AR Pattern</i> pada pengubinan <i>rhombus</i>	16
Gambar 2.16	Penyajian kurva spiral sebagai pola kesebangunan <i>golden triangle</i>	17
Gambar 2.17	Pengubinan Penrose segi sepuluh	17
Gambar 2.18	Penyajian titik <i>R</i> diantara titik <i>P</i> dan <i>Q</i>	18
Gambar 2.19	Penyajian garis pada bidang	19
Gambar 2.20	Penyajian segmen garis	20
Gambar 2.21	Jarak titik terhadap garis	21
Gambar 2.22	Rotasi titik terhadap titik awal <i>O</i> menurut arah trigonometri ...	24
Gambar 2.23	Pencerminan titik ke garis $y = mx + k$	24
Gambar 4.1	Ubin Penrose	26
Gambar 4.2	Iterasi 1, 2, 3 dan 4 pada pengubinan Penrose <i>golden triangle</i>	28
Gambar 4.3	Penyajian <i>beda</i> bertingkat pada barisan bilangan	30
Gambar 4.4	Penyajian hubungan nilai suku-suku pada barisan bilangan jumlah segitiga lancip ubin Penrose dan barisan bilangan Fibonacci	31
Gambar 4.5	Penyajian barisan bilangan jumlah segitiga tumpul ubin Penrose dalam hubungannya dengan barisan Fibonacci	32
Gambar 4.6	Penyajian hubungan nilai suku-suku pada barisan jumlah segitiga pembangun ubin Penrose dan barisan Fibonacci	33
Gambar 4.7	Penyajian <i>golden triangle</i> pada bidang Cartesius	35
Gambar 4.8	Penyajian segitiga pembangun ubin Penrose <i>golden triangle</i> iterasi 1	37
Gambar 4.9	Penyajian segitiga pembangun ubin Penrose <i>golden triangle</i> iterasi 2	39
Gambar 4.10	Penyajian segitiga pembangun ubin Penrose <i>golden triangle</i> iterasi 3	40
Gambar 4.11	Penyajian segitiga pertama dalam kurva spiral	43

Gambar 4.12	Penyajian segitiga kedua dalam kurva spiral	44
Gambar 4.13	Penyajian segitiga ketiga dalam kurva spiral	44
Gambar 4.14	Penyajian kesebangunan <i>golden triangle</i> dalam kurva spiral ...	45
Gambar 4.15	Konstruksi ubin Penrose <i>golden triangle</i> itersi 1	45
Gambar 4.16	Konstruksi ubin Penrose <i>golden triangle</i> itersi 2	46
Gambar 4.17	Konstruksi ubin Penrose <i>golden triangle</i> itersi 3	47
Gambar 4.18	Ubin Penrose <i>golden triangle</i> itersi 5	47
Gambar 4.19	Penyajian ubin Penrose oleh ubin Penrose <i>golden triangle</i>	48
Gambar 4.20	Penyajian pola tingkatan pada ubin Penrose <i>golden triangle</i>	49
Gambar 4.21	Pelabelan titik ubin Penrose <i>golden triangle</i>	50
Gambar 4.22	Penyajian posisi titik pada ubin Penrose <i>golden triangle</i> pada bidang Cartesius	51
Gambar 4.23	Penyajian bangun dasar Simetris Bintang	56
Gambar 4.24	Penyajian bangun dasar simetris Perisai (<i>Shield</i>)	56
Gambar 4.25	Penyajian bangun dasar simetris Mahkota	56
Gambar 4.26	Penyajian bangun dasar simetris <i>Diamon</i>	57
Gambar 4.27	Penyajian bangun dasar simetris Kristal (<i>Crystal</i>)	57
Gambar 4.28	Penyajian bangun dasar simetris Layang-layang (<i>Kite</i>)	57
Gambar 4.29	Penyajian bangun dasar simetris Daun (<i>leaf</i>)	57
Gambar 4.30	Bangun-bangun dasar simetris Penrose	58
Gambar 4.31	Posisi Bintang pada ubin Penrose <i>golden triangle</i>	58
Gambar 4.32	Posisi Perisai (<i>Shield</i>) pada ubin Penrose <i>golden triangle</i>	59
Gambar 4.33	Posisi Mahkota pada ubin Penrose <i>golden triangle</i>	60
Gambar 4.34	Posisi Diamon pada ubin Penrose <i>golden triangle</i>	61
Gambar 4.35	Posisi Kristal (<i>Crystal</i>) pada ubin Penrose <i>golden triangle</i>	62
Gambar 4.36	Posisi Layang-layang (<i>Kite</i>) pada ubin Penrose <i>golden triangle</i>	63
Gambar 4.37	Posisi Daun (<i>Leaf</i>) pada ubin Penrose <i>golden triangle</i>	64
Gambar 4.38	Pembagian ubin Penrose dalam 3 zone	65

Gambar 4.39	Penyajian warna daerah interior bangun dasar simetris Penrose dan warna latar bidang <i>golden triangle</i>	67
Gambar 4.40	Model mozaik Penrose Bintang berangkai	69
Gambar 4.41	Model mozaik Penrose Kura-kura	70
Gambar 4.42	Model mozaik Penrose Teratai	71
Gambar 4.43	Model mozaik Penrose Kemboja	72
Gambar 4.44	Pengisian bangun dasar sejenis pada <i>golden triangle</i>	74
Gambar 4.45	Model mozaik Penrose Asoka	74
Gambar 4.46	Model mozaik Penrose Cakram	74
Gambar 4.47	Model mozaik Penrose Payung Bunga	77
Gambar 4.48	Model mozaik Penrose Lingkaran Cakram	77
Gambar 4.49	Karakter simetris pada desain mozaik Penrose	78
Gambar 4.50	Model-model mozaik bercorak alami	79
Gambar 4.51	Model-model mozaik hasil teknik pewarnaan berbeda	80
Gambar 4.52	Daerah-daerah pada bangun dasar <i>overlap</i>	81
Gambar 4.53	Pola-pola warna model mozaik dengan bangun dasar <i>overlap</i>	82

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

A. KESEBANGUNAN *GOLDEN TRIANGLE* DALAM KURVA SPIRAL DAN UBIN PENROSE *GOLDEN TRIANGLE*

A.1 Kesebangunan Golden Triangle dalam Pola Kurva Spiral 86

A.2 Ubin Penrose *Golden Triangle* iterasi 5 86

B. HITUNG POSISI TITIK-TITIK SUDUT SEGITIGA UBIN PENROSE PADA BIDANG KOORDINAT CARTESIUS

B.1 Hitung Posisi Titik Sudut- titik sudut Segitiga Ubin Penrose pada Bidang Cartesius 89

C. DESAIN MOTIF MOZAIK PENROSE DALAM *DECAGON*

C.1 Ubin Penrose pada *decagon* 92

C.2 Model Mozaik Penrose Simetris Penuh 110

C.3 Model Mozaik Penrose Bangun Dasar *Overlap* 112