



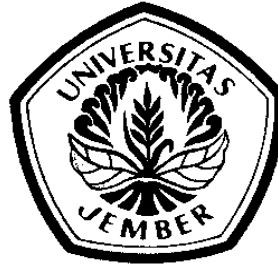
***TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH* PADA GRAF LINTASAN,  
GRAF SIKEL, GRAF STAR, GRAF PRISMA, DAN GRAF  
GABUNGAN DUA PRISMA**

**SKRIPSI**

Oleh:

**ERTA DWI RAHAYU  
NIM 011810101136**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN  
ALAM UNIVERSITAS JEMBER  
2006**



***TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH PADA GRAF LINTASAN,  
GRAF SIKEL, GRAF STAR, GRAF PRISMA DAN GRAF  
GABUNGAN DUA PRISMA***

**SKRIPSI**

Diajukan Guna Melengkapi Tugas Akhir dan Memenuhi Syarat-syarat Untuk  
Menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan Mencapai Gelar Sarjana Sains

Oleh:

**ERTA DWI RAHAYU  
NIM 011810101136**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN  
ALAM UNIVERSITAS JEMBER  
2006**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ayahanda Basiroedin (Alm.) dan Ibunda Sulamsih, yang telah mendoakan dan mencurahkan kasih sayang serta pengorbanannya selama ini;
2. Mbak Ira dan Dik Uki, yang dengan tulus memberi cinta, kasih sayang, saran, dan semangat;
3. Si Kecil “Icha”, tangis dan tawamu memberikan keceriaan dalam hidupku;
4. Almamater Universitas Jember yang kubanggakan.

## **MOTTO**

Sesungguhnya Allah tidak mengubah keadaan suatu kaum sehingga mereka mengubah keadaan yang ada pada diri mereka sendiri.

*(Terjemahan Surat Ar-Ra'd Ayat 11)*

Bukanlah suatu aib jika anda gagal dalam suatu usaha, yang merupakan aib adalah jika anda tidak berusaha bangkit dari kegagalan itu.

*(Ali bin Abi Thalib)*

Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, maka apabila kamu telah selesai dari suatu urusan, kerjakanlah dengan sungguh-sungguh urusan yang lain dan hanya kepada Allahlah hendaknya kamu berharap.

*(Terjemahan Surat Al-Insyirah Ayat 6-7)*

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Erta Dwi Rahayu

NIM : 011810101136

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya tulis ilmiah yang berjudul: **“TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH PADA GRAF LINTASAN, GRAF SIKEL, GRAF STAR, GRAF PRISMA DAN GRAF GABUNGAN DUA PRISMA”** adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika disebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Maret 2006

Yang menyatakan,

Erta Dwi Rahayu  
NIM. 011810101136

## KATA PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan karya tulis ilmiah yang berjudul “*Total Vertex Irregularity Strength* pada Graf Lintasan, Graf Sikel, Graf *Star*, Graf Prisma dan Graf Gabungan Dua Prisma”. Karya tulis ilmiah ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, oleh karena itu penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih yang tiada terhingga kepada:

1. Bapak Drs. Rusli Hidayat, M.Sc., selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
2. Ibu Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si. dan Bapak Firdaus Ubaidillah, S.Si., M.Si., selaku Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktunya dan dengan sabar memberikan motivasi, bimbingan dan pengarahan demi terselesaikannya karya tulis ilmiah ini;
3. Bapak Drs. Budi Lestari, PGD.Sc., M.Si., dan Bapak M. Fatekurohman, S.Si., M.Si., selaku Dosen Penguji yang telah memberikan saran dan kritik demi terselesaikannya karya tulis ilmiah ini;
4. Bapak/Ibu Dosen Jurusan Matematika yang telah mentransfer ilmunya sehingga mendukung pengerjaan karya tulis ilmiah ini;
5. Sahabat-sahabat PM-11 Mas Manan, Mbak Ita, Mas Anwar, Mas Angga, Mas Arif dan Ika (Alm.) yang telah memberikan nasihat, motivasi, dan pembelajaran;
6. Sahabat-sahabat “Villa Mastrip 11B” Mbak Warti, Runthun, Ana, Dyah, Syam, Ike, Wida, Dewi, Fu’ah, Ria, dan Wiri yang telah memberikan kesedihan dan keceriaan;
7. Teman-temanku Dawin, Dewi, Ifa, Lina, Titin, Dini, dan Ratna yang telah memberikan motivasi demi terselesaikannya karya tulis ilmiah ini;

8. Teman-teman seangkatan “2001” dan seluruh pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu, yang telah membantu kelancaran dalam penyelesaian karya tulis ilmiah ini.

Akhirnya penulis berharap, semoga tulisan ini dapat bermanfaat dan dapat dijadikan sebagai sumbangan pemikiran bagi penulis lain.

Jember, Maret 2006

Penulis

## RINGKASAN

***Total Vertex Irregularity Strength Pada Graf Lintasan, Graf Sikel, Graf Star, Graf Prisma dan Graf Gabungan Dua Prisma, Erta Dwi Rahayu, 011810101136, 2006, 31 hlm.***

Pelabelan total pada suatu graf  $G$  merupakan pemberian nilai (biasanya bilangan bulat positif) pada himpunan titik dan sisi. Salah satu jenis dari pelabelan total adalah pelabelan total titik *irregular*. Pelabelan total titik *irregular* merupakan pemberian nilai bilangan bulat positif (nilai yang dipakai boleh berulang) pada himpunan titik dan sisi dari suatu graf  $G$ , dengan bobot setiap titiknya berbeda. Untuk sebuah graf  $G$  terdapat beberapa variasi pelabelan total titik *irregular*. Dalam pelabelan graf, asalkan bobot setiap titiknya berbeda maka pelabelan tersebut dinamakan dengan pelabelan total titik *irregular*. Dalam karya tulis ilmiah ini penulis membahas tentang minimum label terbesar yang dipakai untuk melabeli suatu graf  $G$  dengan pelabelan total titik *irregular* yang disebut dengan *total vertex irregularity strength* suatu graf  $G$ ,  $tv_s(G)$ .

Tujuan dari penulisan karya tulis ilmiah ini adalah mendapatkan *total vertex irregularity strength* pada graf lintasan, graf sikel, graf *star*, graf prisma, dan graf gabungan dua prisma. Beberapa langkah yang diperlukan untuk mendapatkan  $tv_s(G)$  adalah melabeli graf  $G$  dengan pelabelan total titik *irregular*. Dalam melabeli graf tersebut kita selalu dapat menentukan bobot minimumnya yaitu pada titik yang berderajat paling kecil. Dengan demikian kemungkinan terkecil bobot maksimumnya juga dapat ditentukan dengan mengurutkan bobot mulai dari bobot minimum sampai ditemukan kemungkinan bobot maksimumnya. Bobot maksimum ini terletak pada titik yang berderajat paling besar, guna memperkecil label yang digunakan. Jika graf tersebut mempunyai derajat terbesar  $\Delta$ , maka bobot maksimum yang diperoleh merupakan penjumlahan dari  $\Delta + 1$  label. Selanjutnya minimum label terbesarnya dapat ditentukan, yaitu dengan membagi bobot maksimum dengan  $\Delta + 1$ . Tetapi tidak semua minimum label terbesar dari suatu graf kita dapatkan dari bobot titik yang



maksimum, seperti pada graf *star*  $S_n$ . Misal diperoleh minimum label terbesarnya adalah  $k$ , kita dapat melabeli graf  $G$  secara total titik *irregular* dengan label  $\{1, 2, \dots, k\}$ . Jika graf  $G$  dapat dilabeli, maka  $k$  merupakan  $tv_s(G)$ . Jika graf  $G$  tidak dapat dilabeli, nilai  $k$  diubah dengan menambahkan nilai 1 kemudian graf  $G$  dilabeli kembali.

Kesimpulan yang diperoleh dari penelitian ini adalah untuk  $n = 2$  graf lintasan  $P_n$  mempunyai  $tv_s(P_n) = 2$  sedangkan untuk  $n \geq 3$  graf lintasan  $P_n$

mempunyai  $tv_s(P_n) = \left\lceil \frac{n+1}{3} \right\rceil$ . Untuk  $n \geq 3$  graf sikel  $C_n$  mempunyai

$tv_s(C_n) = \left\lceil \frac{n+2}{3} \right\rceil$  dan untuk  $n \geq 3$  graf *star*  $S_n$  mempunyai  $tv_s(S_n) = \left\lceil \frac{n+1}{2} \right\rceil$ .

Sedangkan untuk  $n \geq 3$  graf prisma  $D_n$  mempunyai  $tv_s(D_n) = \left\lceil \frac{2n+3}{4} \right\rceil$  dan graf

gabungan dua prisma ( $2D_n$ ) mempunyai  $tv_s(2D_n) = \left\lceil \frac{4n+3}{4} \right\rceil$ .

Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Jember.

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	v
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vi
<b>RINGKASAN</b> .....	viii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xii
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	1
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Permasalahan</b> .....	2
<b>1.3 Tujuan</b> .....	2
<b>1.4 Manfaat</b> .....	2
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	3
<b>2.1 Terminologi Dasar Graf</b> .....	3
<b>2.2 Graf-graf Khusus</b> .....	7
<b>2.3 Gabungan Dua Graf</b> .....	10
<b>2.4 Pelabelan Graf</b> .....	11
2.4.1 Pelabelan Total Titik <i>Irregular</i> .....	11
2.4.2 Langkah-langkah mendapatkan $tv_s(G)$ .....	13
<b>BAB 3. PEMBAHASAN</b> .....	15
<b>3.1 Total Vertex Irregularity Strength Pada Graf Lintasan</b> .....	15
<b>3.2 Total Vertex Irregularity Strength Pada Graf Sikel</b> .....	18
<b>3.3 Total Vertex Irregularity Strength Pada Graf Star</b> .....	21
<b>3.4 Total Vertex Irregularity Strength Pada Graf Prisma</b> .....	23
<b>3.5 Total Vertex Irregularity Strength Pada Graf Gabungan         Dua Prisma</b> .....	26

**BAB 4. KESIMPULAN** ..... 30  
**DAFTAR PUSTAKA**..... 31

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Contoh-contoh graf .....	3
2.2 Graf untuk mengilustrasikan tetangga dan bersisian .....	4
2.3 (a) Graf regular dan (b) Bukan graf regular.....	4
2.4 Contoh graf untuk mengilustrasikan jalan, lintasan, dan sikel .....	5
2.5 Graf terhubung dan graf tidak terhubung .....	5
2.6 Contoh subgraf.....	6
2.7 Graf dan komplemennya .....	6
2.8 Keisomorfisan graf.....	7
2.9 Graf lintasan $P_5$ dan $P_7$ .....	7
2.10 Graf sikel $C_3, C_4, C_5$ .....	8
2.11 Graf lengkap $K_4, K_5, K_6$ .....	8
2.12 (a) Graf pohon dan (b) Graf bukan pohon.....	8
2.13 Graf <i>star</i> $S_5, S_6, S_7$ .....	9
2.14 (a) Graf bipartit $G(V_1, V_2)$ dan (b) Graf bipartit lengkap $K_{2,4}$ .....	9
2.15 Graf prisma $D_3, D_4, D_5$ .....	10
2.16 Graf Gabungan.....	10
2.17 Pelabelan Total Titik <i>Irregular</i> pada Graf.....	13
3.1 Pelabelan total titik <i>irregular</i> pada graf lintasan $P_2$ .....	15
3.2 Pelabelan total titik <i>irregular</i> pada graf lintasan $P_3, P_4, P_7$ , dan $P_{16}$ .....	18
3.3 Pelabelan total titik <i>irregular</i> pada graf sikel $C_3, C_7, C_8$ , dan $C_{10}$ .....	20
3.4 Pelabelan total titik <i>irregular</i> pada graf <i>star</i> $S_5, S_7$ , dan $S_{10}$ .....	22
3.5 Pelabelan total titik <i>irregular</i> pada graf prisma $D_3, D_4$ , dan $D_5$ .....	25
3.6 Pelabelan total titik <i>irregular</i> pada graf gabungan dua prisma $2D_3$ dan $2D_4$ .....	29