



## **SIMULASI SISTEM PEGAS MASSA**

### **TESIS**

Diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Magister Matematika dan mencapai gelar Magister Sains

oleh

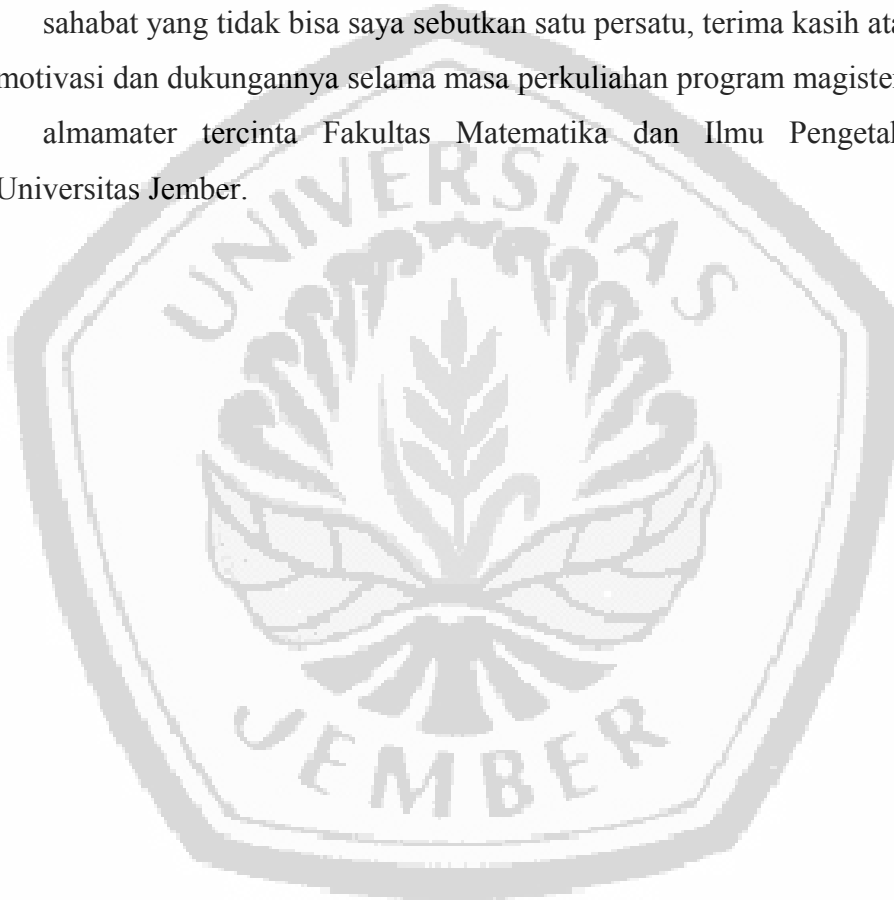
**DWI CANDRA VITALOKA ARUMSARI**  
**NIM 091820101023**

**PROGRAM MAGISTER MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS JEMBER**

**2012**  
**PERSEMBAHAN**

Tesis ini saya persembahkan untuk:

1. ayah, ibu, suami dan anak tercinta, yang telah mendoakan dan memberi kasih sayang serta pengorbanan selama ini;
2. sahabat yang tidak bisa saya sebutkan satu persatu, terima kasih atas kebaikan, motivasi dan dukungannya selama masa perkuliahan program magister;
3. almamater tercinta Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.



## MOTO

*“ Sesungguhnya Sesudah Kesulitan itu Ada Kemudahan. Maka Apabila Kamu Telah Selesai (Dari Urusan) Kerjakanlah Dengan Sungguh-Sungguh (Urusan Yang Lain) Dan Hanya Kepada Tuhanlah Hendaknya Kamu Berharap”.*

*(Terjemahan QS Alam Nasyrah: 6-8)\**

*Don't say “ Oh, God I have a big problem, but you must to say “ Hai problem, I have a big God” so you must enjoy your life*

*(Agnes Monica)\*\**

---

\*) Departemen Agama Republik Indonesia. 2008. *Al Qur'an dan Terjemahannya*. Bandung: CV Penerbit Diponegoro.

\*\*\*) Album Agnes Monica. 2003. *And the Story Goes*. Bandung: Aquarius Musikindo.

### PERNYATAAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

nama : Dwi Candra Vitaloka Arum Sari

NIM : 091820101023

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa karya tulis ilmiah yang berjudul “*Simulasi Sistem Pegas Massa*” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika disebutkan sumbernya dan belum pernah diajukan pada institusi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggungjawab terhadap keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapatkan sanksi akademik jika ternyata dikemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Desember 2012

Yang menyatakan,

Dwi Candra Vitaloka Arum Sari  
NIM. 020210102239

**HALAMAN PEMBIMBINGAN**

**TESIS**

**SIMULASI SISTEM PEGAS MASSA**

Oleh

Dwi Candra Vitaloka Arum Sari  
NIM 091820101023

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Moh. Hasan, M.Sc, PhD

Dosen Pembimbing Anggota : Drs. Rusli Hidayat, M.Sc

## PENGESAHAN

Tesis berjudul *Simulasi Sistem Pegas Massa* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember pada

hari, tanggal :

tempat : Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua

Sekretaris

Drs. Moh. Hasan, M.Sc, Ph.D  
NIP. 196404041988021001

Drs. Rusli Hidayat, M.Sc  
NIP. 196610121993031001

Dosen Penguji I

Dosen Penguji II

Kosala Dwidja Purnomo, SSi, MSi  
NIP. 196908281998021001

Dr. Alfian Futuhul Hadi, SSi, MSi  
NIP. 197407192000121001

Mengesahkan  
Dekan FMIPA Universitas Jember

Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D  
NIP. 1969101081986021001

## RINGKASAN

**Simulasi Sistem Pegas Massa**; Dwi Candra Vitaloka Arum Sari, 091820101023; 2012; halaman: 82; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Sistem pegas massa merupakan suatu sistem yang tersusun dari benda yang memiliki massa dan terhubung dengan pegas. Rangkaian pegas dapat disusun dari beberapa buah pegas yang dipasang secara seri ataupun paralel sesuai dengan kebutuhan. Pegas-pegas yang dipasang secara seri akan menurunkan nilai konstanta pegas, sedangkan pemasangan pegas secara paralel akan menaikkan nilai konstanta pegas.

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji kelakuan sistem pegas, baik tanpa gaya gesek maupun dengan gaya gesek yang dibuat dengan variasi massa, konstanta pegas dan formasi sistem pegas yang berbeda. Formasi sistem pegas adalah formasi sistem pegas sederhana yang disusun secara seri atau paralel.

Tahapan penelitian yang dilakukan meliputi penentuan persamaan matematika untuk gerakan massa ditentukan dari posisi setimbang pada formasi sistem pegas antara lain sistem pegas sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri, sistem pegas sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun paralel dan sistem pegas dua buah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri, kemudian membuat program simulasi sistem pegas.

Variasi massa dan konstanta pegas yang digunakan antara lain, untuk sistem pegas sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri: nilai konstanta pegas kesatu  $k_1$  dan konstanta pegas kedua  $k_2$  tetap, sedangkan massa bertambah besar dua kali; nilai perkalian konstanta pegas kesatu dan konstanta pegas kedua lebih besar dari nilai pertambahan konstanta pegas kesatu dan konstanta pegas kedua, dengan syarat nilai konstanta pegas kesatu dan konstanta pegas kedua tidak

sama dengan satu, sedangkan massa tetap dan massa bertambah besar dua kali; nilai perkalian konstanta pegas kesatu dan konstanta pegas kedua lebih kecil dari atau sama dengan nilai pertambahan konstanta pegas kesatu dan konstanta pegas kedua, sedangkan massa tetap dan massa bertambah besar dua kali. Untuk Sistem pegas sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun paralel: nilai konstanta pegas kesatu  $k_1$  dan konstanta pegas kedua  $k_2$  tetap, sedangkan massa bertambah besar dua kali, nilai hasil pertambahan konstanta pegas kesatu dan konstanta pegas kedua bertambah satu, sedangkan massa tetap dan bertambah besar dua kali. Untuk Sistem pegas dua buah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri, nilai konstanta pegas kesatu dan konstanta pegas kedua tetap, sedangkan nilai massa benda kesatu  $m_1$  dan massa benda kedua  $m_2$  sama, nilai konstanta pegas kesatu dan konstanta pegas kedua tetap, sedangkan nilai massa benda kesatu dan massa benda kedua berbeda

Hasil penelitian menunjukkan bahwa perilaku sistem pegas adalah sebagai berikut: pada sistem pegas massa tanpa gaya gesekan untuk konstanta pegas yang tetap dan massa bertambah, maka jumlah osilasi dalam satu satuan waktu semakin rendah. Sedangkan pada massa  $m$  yang sama, jika konstanta pegas bertambah maka jumlah osilasi dalam satu satuan waktu semakin tinggi; pada sistem pegas massa dengan gaya gesekan untuk konstanta pegas yang tetap, dan massa bertambah, maka amplitudo getaran bertambah besar dan periode getaran semakin lama menuju titik keseimbangan. Sedangkan pada massa yang sama dan konstanta pegas berbeda, maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat dua kali menuju titik keseimbangan.



## PRAKATA

Syukur Alhamdulillah penulis panjatkan ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan karya tulis ilmiah yang berjudul “Simulasi Sistem Pegas Massa”. Karya tulis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat dalam menyelesaikan pendidikan Strata dua (S2) pada Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan tesis ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu penulis ingin menyampaikan ucapan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Prof. Drs. Kusno, DEA, Ph.D, selaku Dekan FMIPA Universitas Jember;
2. Drs. Rusli Hidayat, M.Sc., selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember;
3. Drs. Moh. Hasan, M.Sc, Ph.D, selaku Dosen Pembimbing Akademik dan Pembimbing I, Drs. Rusli Hidayat, M.Sc, selaku Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu dan pikiran serta perhatiannya guna memberikan bimbingan dan pengarahan demi terselesaikannya tesis ini;
4. teman - teman angkatan 2009, 2010 dan keluarga besar SMAN 3 Jember;
5. semua pihak yang telah membantu demi terselesaikannya tesis ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan tesis ini. Akhirnya penulis berharap, semoga tulisan ini dapat bermanfaat.

Jember, Desember 2012

Penulis

## DAFTAR ISI

	halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	<b>ii</b>
<b>HALAMAN MOTTO</b> .....	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> .....	<b>v</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	<b>vi</b>
<b>RINGKASAN</b> .....	<b>vii</b>
<b>PRAKATA</b> .....	<b>ix</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>x</b>
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	<b>xviii</b>
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b> .....	<b>5</b>
2.1 Sistem Pegas Massa.....	5
2.1.1 Susunan Pegas Seri.....	5
2.1.2 Susunan Pegas Paralel.....	6
2.2 Hubungan antara Gaya Pegas, Konstanta Pegas dan Pertambahan Panjang Pegas.....	8
2.3 Getaran Sistem Pegas Massa.....	9
2.3.1 Getaran Harmonik.....	10
2.3.2 Getaran Tereadam.....	12

2.4	Periode dan Frekuensi.....	13
<b>BAB 3.</b>	<b>METODOLOGI PENELITIAN.....</b>	<b>15</b>
3.1	Tahapan Penelitian.....	15
3.2	Batasan Penelitian.....	17
<b>BAB 4.</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN.....</b>	<b>18</b>
4.1	Penurunan Persamaan Model Sistem Pegas.....	18
4.1.1	Sistem Pegas Massa Gerak Bebas Tanpa Gaya Gesek	18
a.	Sistem Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri.....	18
b.	Sistem Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Paralel.....	21
c.	Sistem Dua Buah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri.....	23
4.1.2	Sistem Pegas Massa Gerak Bebas dengan Gaya Gesek.....	26
a.	Sistem Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri.....	27
b.	Sistem Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Paralel.....	27
c.	Sistem Dua Buah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri.....	28
4.2	Menentukan Nilai Konstanta Pegas.....	29
4.3	Analisis Profil Getaran Sistem Pegas Massa dan Selesaian.....	30
4.4.1	Analisis Profil Getaran.....	30
a.	Sistem Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri.....	30
b.	Sistem Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Paralel.....	38
c.	Sistem Dua Buah Massa dihubungkan dengan Dua	

Buah Pegas Tersusun Seri.....	44
4.3.2 Analisis Hasil.....	50
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>52</b>
5.1 Kesimpulan.....	52
5.2 Saran.....	52
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>54</b>



## DAFTAR TABEL

	halaman
4.1. Nilai Konstanta Pegas Hasil Eksperimen untuk Penambahan Beban Pada Pegas.....	30



## DAFTAR GAMBAR

	halaman
2.1 a. Susunan Seri Dua Pegas .....	5
b. Susunan Pegas Pengganti Seri.....	5
2.2 a. b. Susunan Paralel Dua Pegas .....	7
c. Susunan Pegas Pengganti Paralel .....	7
2.3 Pertambahan Antara Gaya Pegas, Konstanta Pegas dan Pertambahan.....	
Panjang Pegas .....	8
2.4 Grafik Getaran Harmonik Sederhana Tanpa Redaman.....	10
2.5 Grafik Getaran Tereadam .....	11
2.6 Grafik Getaran untuk Tiga Kasus Redaman yang Berbeda .....	13
a. Redaman Subkritis .....	13
c. Redaman Kritis .....	13
d. Redaman Superkritis .....	13
3.1 Sistem Pegas Massa .....	15
a. Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri .....	15
b. Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Paralel .....	15
c. Sistem Pegas Dua Buah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri .....	15
3.2 Bagan Tahapan Penelitian .....	17
4.1 Sistem Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri .....	19
a. Posisi Massa saat Keadaan Setimbang/Diam .....	19
b. Posisi Gerakan Massa Saat $t$ .....	19
4.2 Sistem Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Paralel .....	21
a. Posisi Massa saat Keadaan Setimbang/Diam .....	21
b. Posisi Gerakan Massa Saat $t$ .....	21

4.3 Sistem Dua buah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri .....	23
a. Posisi Massa saat Keadaan Setimbang/Diam .....	23
b. Posisi Gerakan Massa Saat $t$ .....	23
4.4 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Seri, jika Massa bertambah Besar Dua Kali sedangkan Nilai $k_1, k_2$ Tetap.....	31
a. Harmonik .....	31
b. <i>Underdamped</i> dengan redaman $c = 0,5$ .....	31
c. <i>Critically damped</i> dengan redaman $c = \sqrt{4k_s m}$ .....	32
d. <i>Overdamped</i> dengan redaman $c = 5$ .....	32
4.5 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Seri, jika $k_1 k_2 = k_1 \cdot k_2$ sedangkan Massa Tetap, Dengan syarat $k_1, k_2 \gg 1$ .....	33
a. Harmonik .....	33
b. <i>Underdamped</i> dengan redaman $c = 0,5$ .....	33
c. <i>Critically damped</i> dengan redaman $c = \sqrt{4k_s m}$ .....	33
d. <i>Overdamped</i> dengan redaman $c = 5$ .....	33
4.6 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Seri, jika $k_1 k_2 = k_1 \cdot k_2$ sedangkan Massa Bertambah Besar Dua Kali, Dengan syarat $k_1, k_2 \gg 1$ .....	34
a. Harmonik .....	34
b. <i>Underdamped</i> dengan redaman $c = 0,5$ .....	34
c. <i>Critically damped</i> dengan redaman $c = \sqrt{4k_s m}$ .....	35
d. <i>Overdamped</i> dengan redaman $c = 5$ .....	35
4.7 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Seri, jika $k_1 k_2 = k_1 \cdot k_2$ sedangkan Massa Tetap.....	36

a. Harmonik .....	36
b. <i>Underdamped</i> dengan redaman $c = 0,5$ .....	36
c. <i>Critically damped</i> dengan redaman $c \leq \sqrt{4k_s m}$ .....	36
d. <i>Overdamped</i> dengan redaman $c = 5$ .....	36
4.8 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Seri, jika $k_1, k_2$ , $k_1 \cdot k_2$ sedangkan Massa Bertambah Besar Dua Kali.....	37
a. Harmonik .....	37
b. <i>Underdamped</i> dengan redaman $c = 0,5$ .....	37
c. <i>Critically damped</i> dengan redaman $c \leq \sqrt{4k_s m}$ .....	38
d. <i>Overdamped</i> dengan redaman $c = 5$ .....	38
4.9 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Paralel, jika $k_1, k_2$ Tetap sedangkan Massa Bertambah Besar Dua Kali.....	40
a. Harmonik .....	40
b. <i>Underdamped</i> dengan redaman $c = 0,5$ .....	40
c. <i>Critically damped</i> dengan redaman $c \leq \sqrt{4k_s m}$ .....	40
d. <i>Overdamped</i> dengan redaman $c = 5$ .....	40
4.10 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Paralel, jika $k_1 + k_2$ bertambah Besar Satu sedangkan Massa Tetap.....	41
a. Harmonik .....	41
b. <i>Underdamped</i> dengan redaman $c = 0,5$ .....	41
c. <i>Critically damped</i> dengan redaman $c \leq \sqrt{4k_s m}$ .....	42
d. <i>Overdamped</i> dengan redaman $c = 5$ .....	42
4.11 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Paralel, jika $k_1 + k_2$ bertambah Besar Satu sedangkan	



Massa bertambah Besar Dua Kali.....	43
a. Harmonik .....	43
b. <i>Underdamped</i> dengan redaman $c = 0,5$ .....	43
c. <i>Critically damped</i> dengan redaman $c \leq \sqrt{4k_s m}$ .....	43
d. <i>Overdamped</i> dengan redaman $c = 5$ .....	43
4.12 Profil Getaran Pegas dengan Dua Beban Massa dan Dua Konstanta	
Tersusun Seri jika Nilai $k_1, k_2$ Tetap dan Berbeda sedangkan Nilai $m_1, m_2$	
Sama.....	45
a. Harmonik .....	45
b. <i>Underdamped</i> dengan redaman $c = 0,5$ .....	46
c. <i>Critically damped</i> dengan redaman $c \leq \sqrt{4k_s m}$ .....	46
d. <i>Overdamped</i> dengan redaman $c = 5$ .....	47
4.13 Profil Getaran Pegas dengan Dua Beban Massa dan Dua Konstanta	
Tersusun Seri jika Nilai $k_1, k_2$ Tetap dan Sama sedangkan Nilai $m_1, m_2$	
Berbeda.....	48
a. Harmonik .....	48
b. <i>Underdamped</i> dengan redaman $c = 0,5$ .....	48
c. <i>Critically damped</i> dengan redaman $c \leq \sqrt{4k_s m}$ .....	49
d. <i>Overdamped</i> dengan redaman $c = 5$ .....	49

## DAFTAR LAMPIRAN

	halaman
A. Prosedur Penghitungan Nilai Tetapan Pegas.....	56
B. Program Maple .....	57
C. Program untuk Profil Sistem Dua buah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri ditentukan dari Posisi Setimbang dengan Gaya Gesek .....	80

