



**EFEKTIVITAS METODE RUNGE-KUTTA ORDE  
TUJUH TERHADAP METODE MULTISTEP  
ADAMS ORDE ENAM PADA MODEL  
PENYEBARAN PENYAKIT  
TUBERKULOSIS  
(TB)**

**SKRIPSI**

Oleh  
**LUKMAN JAKFAR SHODIQ**  
NIM 080210101050

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2012**



**EFEKTIVITAS METODE RUNGE-KUTTA ORDE  
TUJUH TERHADAP METODE MULTISTEP  
ADAMS ORDE ENAM PADA MODEL  
PENYEBARAN PENYAKIT  
TUBERKULOSIS  
(TB)**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh  
**LUKMAN JAKFAR SHODIQ**  
**NIM 080210101050**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2012**

## PERSEMBAHAN

*Puji syukur ke hadirat Allah SWT yang senantiasa melimpahkan rahmat dan kasih sayang-Nya serta solawat dan salam kepada Baginda Nabi Muhammad SAW yang telah menerangi dunia dengan ilmu dan cahaya akhlakunya. Skripsi ini saya dedikasikan untuk:*

- 1. Kedua orang tuaku tercinta, Ibunda Satik dan Ayahanda Muhamad Anshori yang telah dengan tulus ikhlas memberikan do'a, pengorbanan dan motivasi tiada henti;*
- 2. Kakak-kakakku "M. Saifullah, Chusnul Hotimah dan Faridatus Sholihah" terimakasih atas kasih sayang dan dukungannya sehingga saya dapat menyelesaikan perkuliahan dengan lancar, keponakan-keponakanku "Rosidah, Uvi, Afifah dan Riqi" yang telah menjadi sahabat kecilku serta Kakek dan Nenek yang senantiasa memberikan do'a terbaiknya;*
- 3. Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D, Ibu Susi Setiawani, S.Si, M.Sc. dan Dr. Hobri, S.Pd., M.Pd., selaku pembimbing skripsi dan dosen pembimbing akademik yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi dan masa kuliahku;*
- 4. Bapak dan Ibu Guru yang telah mendidik saya sejak duduk di bangku Sekolah Dasar hingga Sekolah Menengah Atas serta Bapak dan Ibu Dosen yang telah memberikan ilmu, bimbingan dan nasehat dengan penuh kesabaran;*
- 5. Teman-temanku di Pend. Math, khususnya angkatan 2008 (Hilal, Devi, Kunti, "Charly's Angle & Ari", Dian, Bentina dan lainnya) serta sahabat-sahabatku di Kalimantan VIII (Mz Anang, Mz Iqbal, Mz Fian, Mz Yoga, Annas dan Darwin) yang telah memberi banyak ilmu, canda, tawa dan warna dalam hidupku;*
- 6. Agama, Bangsa dan Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan tercinta.*

## MOTTO

*"...Barang siapa yang bertaqwa kepada Allah, nisaya Dia akan mengadakan baginya jalan keluar. Dan memberinya rezeki dari arah yang tiada disangka-sangkanya. Dan barang siapa yang bertawakal kepada Allah, niscaya Allah akan mencukupkan (keperluan)nya..."*  
(QS. Ath-Thalaaq : 2-3)

*"Semua butuh ilmu, ilmu butuh taufiq."*  
(K.H. Abd. Alim bin Abd. Jalil, PP. Sidogiri)

"Keberhasilan dan ketenangan akan mudah diraih jika kita selalu berusaha, beramal, berdo'a dan tawakal kepada-Nya."  
(Lukman Jakfar S.)

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

nama : Lukman Jakfar Shodiq

NIM : 080210101050

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul "Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Tujuh Terhadap Metode Multistep Adams Orde Enam Pada Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis (TB)" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juli 2012

Yang menyatakan,

Lukman Jakfar Shodiq

NIM 080210101050

**SKRIPSI**

**EFEKTIVITAS METODE RUNGE-KUTTA ORDE  
TUJUH TERHADAP METODE MULTISTEP  
ADAMS ORDE ENAM PADA MODEL  
PENYEBARAN PENYAKIT  
TUBERKULOSIS  
(TB)**

Oleh

Lukman Jakfar Shodiq

NIM 080210101050

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing Anggota : Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Tujuh Terhadap Metode Multistep Adams Orde Enam Pada Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis (TB)" telah diuji dan disahkan pada:

hari, tanggal : Sabtu, 21 Juli 2012

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Suharto, M.Kes.

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

NIP 19540627 198303 1 002

NIP 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Arika Indah K, S.Si., M.Pd.

NIP 19680802 199303 1 004

NIP 19760502 200604 2 001

Mengetahui,

Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum.

NIP 19540712 198003 1 005

# Effectiveness of Seventh Order Runge-Kutta Method to Sixth Order Adams Multistep Method in Spread Model of Disease Tuberculosis (TB)

Lukman Jakfar Shodiq

Mathematics Education Department, Faculty of Teacher Training and Education, Jember University

## ABSTRACT

Seventh Order Runge-Kutta method can be used to find the solution of first order non-linear system of ordinary differential equation (ODE). In this report, the ODE that solved using seventh order of Runge-Kutta method is the spread model of Tuberculosis disease. Its effectiveness and efficiency will be compared by Sixth Order Multi-step Adams method. The effectiveness and efficiency views from result of MATLAB programming, they are error, time and FLOPS (Floating Point Operations). The aims of this report are to find the formula of seventh order Runge-Kutta method and proofing its convergence, made the listing programming of effectiveness and efficiency using MATLAB and analyzing the solutions. The methodology of this research are experimental research, using deductive axiomatic and experiment to developing data, and using descriptive method to analyze the listing programming solution. The result of this research are lemma (4.1), corollary (4.1), (4.2), (4.3) and (4.4), the theoretical proofing of seventh order Runge-Kutta method convergence in theorem (4.1), the listing programming can be made (sub chapter 4.3.4) and resulting that seventh order Runge-Kutta method more effective and efficient than Sixth Order Adams Bashforth-Moulton method to solve the spread model of re-exogenous tuberculosis disease.

*Keywords:* Seventh Order Runge-Kutta method, effectiveness and efficiency.



## RINGKASAN

**Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Tujuh Terhadap Metode Multi-step Adams Orde Enam Pada Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis (TB);** Lukman Jakfar Shodiq, 080210101050; 2012: 99 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pembimbing: (1) Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.  
(2) Susi Setiawani, S.Si., M.Sc.

Metode Runge-Kutta merupakan metode numerik yang memiliki tingkat keakuratan tinggi. Namun untuk mengetahui tingkat efektivitas dan efisiensi dari metode tersebut diperlukan suatu metode pembandingan dalam menyelesaikan suatu masalah matematika. Dalam penelitian ini, metode Runge-Kutta yang dimaksud adalah metode Runge-Kutta Orde Tujuh (RK7) dengan metode pembandingan Adams Basforth-Moulton Orde Enam (ABM6). Masalah matematika yang dianalisis ialah model penyebaran penyakit Tuberkulosis (TB) Reinfeksi Eksogen yang berupa sistem persamaan diferensial biasa orde satu non linier yang dikembangkan oleh C.C.Chavez pada tahun 2000. Tujuan penelitian ini ialah untuk mengembangkan formula metode RK7, membuktikan konvergensinya, membuat "*listing programming*" dari metode RK7 dan ABM6 dalam menyelesaikan model penyebaran penyakit TB serta mendeskripsikan efektivitas dan efisiensinya.

Formulasi RK7 masih belum dikembangkan sehingga peneliti mengembangkan sendiri formulasi dari RK7 tersebut dan menghasilkan empat formula yaitu pada "*lemma (4.1), corollary (4.1), (4.2), (4.3) dan (4.4)*" serta pembuktian konvergensi secara teoritis dari RK7 yang disajikan pada teorema (4.1). Efektivitas ditentukan berdasarkan tingkat keakuratan solusi yang diberikan oleh *listing programming* atau dengan kata lain semakin kecil *error* yang dihasilkan, maka metode tersebut semakin efektif. Sehingga dengan menetapkan suatu iterasi tertentu, maka tingkat efektivitas suatu metode dapat dibandingkan. Efisiensi ditentukan berdasarkan cepat atau lambatnya suatu program dalam menyelesaikan suatu masalah matematika dan dibandingkan dengan toleransi (*error*) yang telah

ditetapkan. Data yang dihasilkan antara lain FLOPS, waktu, galat, grafik hubungan populasi dengan waktu dan grafik konvergensi iterasi dengan *error* yang dihasilkan.

Pada iterasi 100, 500, 1000 dan 10.000, metode RK7, khususnya metode RK7B1 merupakan metode yang lebih efektif dibanding metode ABM6 karena menghasilkan kesalahan (*error*) yang lebih kecil pada iterasi yang sama. Berdasarkan analisis terhadap formula, RK7B1 merupakan metode RK dengan koefisien matrik yang padat sehingga menghasilkan jumlah operasi aritmatik yang sangat banyak, dengan demikian FLOPS yang dihasilkan berbanding lurus dan menghasilkan solusi yang paling akurat.

Pada toleransi  $10^{-1}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  dan  $10^{-5}$  metode RK7, khususnya metode RK7A2 merupakan metode yang lebih efisien dibanding metode ABM6 karena memerlukan waktu yang lebih sedikit pada toleransi yang sama. Berdasarkan analisis terhadap formulasi RK7A2, formula tersebut memiliki koefisien matrik yang paling minimum sehingga jumlah operasi aritmatik yang diperlukan *programming* juga sedikit, akibatnya FLOPS yang dihasilkan sangat minimum dan mengakibatkan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial penyebaran penyakit Tuberkulosis menjadi cepat. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa pada iterasi dan toleransi yang telah ditentukan di atas, metode Runge-Kutta Orde Tujuh merupakan metode yang lebih efektif dan efisien dibanding metode Adams Bashforth Moulton Orde Enam pada model penyebaran penyakit TB kasus reinfeksi eksogen.

## PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Tujuh Terhadap Metode Multistep Adams Orde Enam Pada Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis (TB)". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah memberikan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Juli 2012

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
HALAMAN PERSEMBAHAN . . . . .	ii
HALAMAN MOTTO . . . . .	iii
HALAMAN PERNYATAAN . . . . .	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN . . . . .	v
HALAMAN PENGESAHAN . . . . .	vi
<i>ABSTRACT</i> . . . . .	vii
RINGKASAN . . . . .	viii
PRAKATA . . . . .	x
DAFTAR ISI . . . . .	xiii
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xiv
DAFTAR TABEL . . . . .	xv
DAFTAR LAMPIRAN . . . . .	xvi
DAFTAR LAMBANG . . . . .	xvii
<b>1 PENDAHULUAN . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Batasan Masalah . . . . .	3
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	3
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	3
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA . . . . .</b>	<b>4</b>
2.1 Tuberkulosis . . . . .	4
2.2 Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis (TB) . . . . .	6
2.3 Persamaan Diferensial (PD) . . . . .	7
2.3.1 Sistem PDB . . . . .	9
2.3.2 Solusi dan metode Penyelesaian Sistem PDB . . . . .	10
2.4 Aturan Matematis yang Digunakan dalam Penelitian . . . . .	12
2.5 Konsep Dasar Metode Numerik . . . . .	14
2.6 Metode Runge-Kutta . . . . .	17

2.6.1	Konvergensi Metode Runge-Kutta . . . . .	20
2.6.2	Penurunan Formula Metode Runge-Kutta . . . . .	21
2.6.3	Metode Runge-Kutta Orde Tujuh . . . . .	24
2.7	<b>Metode Multistep Linier (MML) Adams Bashforth-Moulton Orde Enam . . . . .</b>	27
2.8	<b>Efisiensi dan Efektivitas . . . . .</b>	28
2.9	<b>Iterasi, Flops dan Kriteria Penghentian Iterasi . . . . .</b>	29
2.10	<b>Algoritma dan Pemrograman . . . . .</b>	31
2.11	<b>MATLAB (<i>Matrix Laboratory</i>) . . . . .</b>	33
<b>3</b>	<b>METODOLOGI PENELITIAN . . . . .</b>	<b>37</b>
3.1	Desain Penelitian . . . . .	37
3.2	Metode Penelitian . . . . .	39
3.3	Definisi Operasional . . . . .	39
3.4	Tempat Penelitian . . . . .	40
3.5	Metode Pengumpulan Data . . . . .	40
3.6	Analisis Data . . . . .	41
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN . . . . .</b>	<b>43</b>
4.1	<b>Metode Runge-Kutta Orde Tujuh . . . . .</b>	<b>43</b>
4.1.1	Formula Metode Runge-Kutta Orde Tujuh (RK7A1) . . . . .	49
4.1.2	Formula Metode Runge-Kutta Orde Tujuh (RK7A2) . . . . .	54
4.1.3	Formula Metode Runge-Kutta Orde Tujuh (RK7B1) . . . . .	54
4.1.4	Formula Metode Runge-Kutta Orde Tujuh (RK7B2) . . . . .	56
4.2	<b>Konvergensi Metode Runge-Kutta Orde Tujuh . . . . .</b>	<b>57</b>
4.3	<b>Pemrograman MATLAB . . . . .</b>	<b>62</b>
4.3.1	Tahap Pemodelan . . . . .	62
4.3.2	Tahap Formulasi Numerik . . . . .	63
4.3.3	Pola Algoritma Metode Runge-Kutta Orde Tujuh . . . . .	64
4.3.4	Format Pemrograman Metode Runge-Kutta Orde Tujuh . . . . .	66
4.4	<b>Efisiensi dan Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Tujuh . . . . .</b>	<b>77</b>
4.4.1	Simulasi Pemodelan . . . . .	78

4.4.2	Hasil Komputasi Metode Runge-Kutta Orde Tujuh dan Metode Multistep Adams (Adams Basforth-Moulton) Orde Enam dengan MATLAB . . . . .	79
4.4.3	Hasil Komputasi Model Penyebaran TB Reinfeksi Eksogen dengan Maple . . . . .	85
4.4.4	Analisis Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Tujuh . . . . .	88
4.4.5	Analisis Efisiensi Metode Runge-Kutta Orde Tujuh . . . . .	92
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN . . . . .</b>	<b>96</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	96
5.2	Saran . . . . .	97
	<b>DAFTAR PUSTAKA . . . . .</b>	<b>98</b>
	<b>LAMPIRAN . . . . .</b>	<b>100</b>

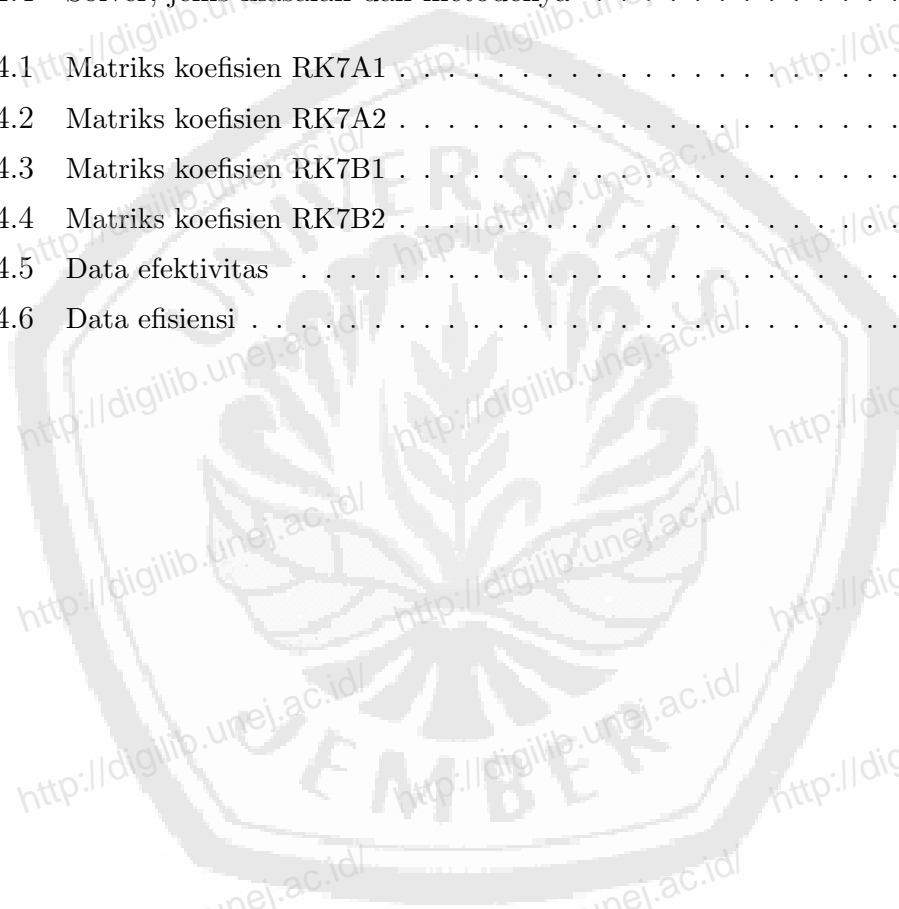


## DAFTAR GAMBAR

2.1	Penyebaran penyakit TB dalam sebuah populasi manusia . . . . .	5
2.2	Diagram Aproksimasi . . . . .	17
2.3	Tampilan awal MATLAB . . . . .	34
3.1	Prosedur Penelitian . . . . .	38
4.1	Grafik eksekusi RK7B1 dengan toleransi $10^{-1}$ . . . . .	80
4.2	Grafik eksekusi RK7B1 dengan iterasi 100 . . . . .	80
4.3	Grafik eksekusi RK7B1 dengan toleransi $10^{-5}$ . . . . .	81
4.4	Grafik eksekusi RK7B1 dengan iterasi 500 . . . . .	81
4.5	Grafik eksekusi ABM 6 dengan toleransi $10^{-1}$ . . . . .	82
4.6	Grafik eksekusi ABM 6 dengan iterasi 100 . . . . .	82
4.7	Grafik eksekusi ABM 6 dengan toleransi $10^{-5}$ . . . . .	83
4.8	Grafik eksekusi ABM 6 dengan iterasi 500 . . . . .	83
4.9	Kontur hubungan populasi <i>susceptible</i> dengan waktu . . . . .	86
4.10	Kontur hubungan populasi <i>exposed</i> dengan waktu . . . . .	86
4.11	Kontur hubungan populasi <i>infectious</i> dengan waktu . . . . .	87
4.12	Kontur hubungan populasi <i>treated</i> dengan waktu . . . . .	87
4.13	Grafik konvergensi RK7B1 dengan iterasi 100 . . . . .	90
4.14	Grafik konvergensi ABM6 dengan iterasi 100 . . . . .	91

## DAFTAR TABEL

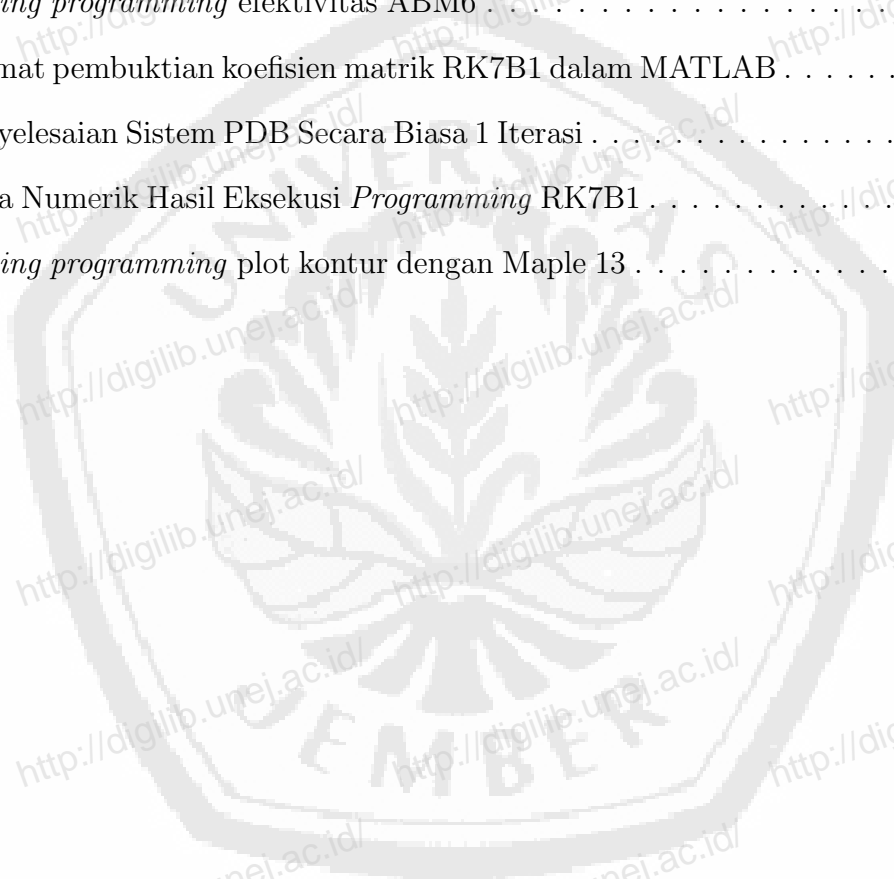
2.1	Simbol-simbol dan definisi dari sub-sub populasi . . . . .	7
2.2	Simbol-simbol dan definisi dari parameter . . . . .	8
2.3	Koefisien Matrik metode Runge-Kutta . . . . .	26
2.4	Solver, jenis masalah dan metodenya . . . . .	35
4.1	Matriks koefisien RK7A1 . . . . .	50
4.2	Matriks koefisien RK7A2 . . . . .	54
4.3	Matriks koefisien RK7B1 . . . . .	55
4.4	Matriks koefisien RK7B2 . . . . .	56
4.5	Data efektivitas . . . . .	89
4.6	Data efisiensi . . . . .	92





## DAFTAR LAMPIRAN

Matrik Penelitian . . . . .	100
Formulir Pengajuan Judul dan Pembimbingan Skripsi . . . . .	101
Lembar Konsultasi Penyusunan Skripsi . . . . .	102
<i>Listing programming</i> efisiensi ABM6 . . . . .	104
<i>Listing programming</i> efektivitas ABM6 . . . . .	109
Format pembuktian koefisien matrik RK7B1 dalam MATLAB . . . . .	113
Penyelesaian Sistem PDB Secara Biasa 1 Iterasi . . . . .	116
Data Numerik Hasil Eksekusi <i>Programming</i> RK7B1 . . . . .	122
<i>Listing programming</i> plot kontur dengan Maple 13 . . . . .	127



## DAFTAR LAMBANG

- $f^{(n)}(x, y)$  = Turunan ke  $- n$  dari  $f(x, y)$   
 $f_x (\equiv f_x(x, y))$  =  $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$   
= Turunan parsial  $f(x, y)$  terhadap  $x$   
 $e_n$  = Kesalahan global  
 $y(x_n)$  = Solusi analitik atau solusi eksak pada  $n$   
 $y_n$  = Solusi numeris atau solusi aproksimasi pada  $n$   
 $I_n$  = Kesalahan pemenggalan lokal  
 $h$  = Ukuran langkah yang telah ditetapkan ( $x - x_0$ )  
 $p$  = Order  
 $a, b, c$  = Tetapan unik dalam metode Runge – Kutta  
 $k$  = Titik terpilih dalam tiap subselang  
 $RK7$  = Runge – Kutta Order Tujuh  
 $RK7A1$  = Runge – Kutta Order Tujuh formulasi ke – 1  
 $RK7A2$  = Runge – Kutta Order Tujuh formulasi ke – 2  
 $RK7B1$  = Runge – Kutta Order Tujuh formulasi ke – 3  
 $RK7B2$  = Runge – Kutta Order Tujuh formulasi ke – 4  
 $ABM6$  = Adams Bashforth – Moulton Orde Enam  
 $\|\varepsilon\|$  = Galat relatif  
 $e$  = Toleransi