



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI
GRAF GUNUNG BERAPI**

SKRIPSI

Oleh

**Rukmana Sholehah
NIM 090210101099**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013



NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF GUNUNG BERAPI

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Rukmana Sholehah

NIM 090210101099

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013

PERSEMBAHAN

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Tumi dan Ayahanda M. Sholeh yang tercinta;
2. Keluarga besarku yang tersayang;
3. Guru-guru dan teman-temanku sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi;
4. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

MOTO

"Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antara kamu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat."

(terjemahan Surat *Al-Mujaadilah* ayat 11)

"Menuntut ilmu adalah takwa. Menyampaikan ilmu adalah ibadah. Mengulang-ulang ilmu adalah zikir. Mencari ilmu adalah jihad."

(Imam Al-Ghazali)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rukmana Sholehah

NIM : 090210101099

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Nilai Ke-takteraturan Total Sisi dari Graf Gunung Berapi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 17 Oktober 2013

Yang menyatakan,

Rukmana Sholehah

NIM 090210101099

PENGAJUAN
NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF GUNUNG BERAPI

SKRIPSI

diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Rukmana Sholehah
NIM : 090210101099
Tempat dan Tanggal Lahir : Jember, 10 April 1991
Jurusan / Program Studi : Pend. MIPA / Pend. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D
NIP. 19670420 199201 1 001

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

SKRIPSI

**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF GUNUNG BERAPI**

Oleh

Rukmana Sholehah

NIM 090210101099

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D

Dosen Pembimbing Anggota : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Gunung Berapi" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Rabu

Tanggal : 30 Oktober 2013

Tempat : Gedung 3 FKIP Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc
NIP. 19700307 199512 2 001

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. Slamini, M.Comp.Sc., Ph.D
NIP. 19670420 199201 1 001

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si
NIP. 19820529 200912 1 003

Mengetahui,
Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd
NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Gunung Berapi; Rukmana Sholehah, 090210101099; 2013: 71 Halaman; Program studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Teori graf dapat diaplikasikan dalam memecahkan berbagai masalah diantaranya, konstruksi jaringan komputer, pencarian lintasan terpendek, penjadwalan suatu kegiatan, pengaturan frekuensi radio, dan masih banyak kegunaan teori graf lainnya. Seiring dengan perkembangan zaman, teori graf juga mengalami perkembangan yang sangat pesat. Salah satu kajian dalam teori graf yang mendapat perhatian khusus adalah pelabelan graf. Banyak jenis pelabelan graf, salah satunya pelabelan total sisi irreguler. Pelabelan total sisi irreguler pada graf G adalah pemberian label berupa bilangan bulat positif (nilai yang dipakai boleh berulang) pada himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ sedemikian hingga bobot setiap sisinya berbeda.

Akhir-akhir ini banyak sekali penelitian yang menghasilkan graf baru yang belum dipublikasikan, salah satunya graf Gunung Berapi atau *Volcano graph*. Graf Gunung Berapi $Gb_{m,n}$ dengan $1 \leq i \leq m$ dan $1 \leq j \leq n$ mempunyai himpunan titik $V(Gb_{m,n}) = \{x_i, y_j ; 1 \leq i \leq m ; 1 \leq j \leq n ; m, n \in N\}$ dan himpunan sisi $E(Gb_{m,n}) = \{x_m x_1 \cup x_i x_{i+1} \cup x_{m-1} x_m \cup x_m y_j ; 1 \leq i \leq m ; 1 \leq j \leq n ; m, n \in N\}$ (Dewi, 2012). Secara intuitif, graf Gunung Berapi merupakan unifikasi dari graf Siklus dan graf Bintang. Oleh karena itu, graf Gunung Berapi sangat menarik untuk dikaji lebih mendalam, terutama dalam hal pelabelan total sisi irregulernya.

Pada tahun 2012, telah dilakukan penelitian dengan judul "Pelabelan Total Super (a, d) -Sisi *Antimagic* pada Graf Gunung Berapi" oleh Dewi. Perbedaan antara penelitian tersebut dengan penelitian kali ini ialah pada pelabelan total sisi irreguler, permasalahannya lebih ditekankan pada bagaimana menentukan pelabelan suatu graf dengan menggunakan bilangan bulat positif terbesar yang seminimal mungkin. Bilangan bulat positif terbesar inilah yang disebut dengan nilai ketakteraturan total sisi atau *total edge irregularity strength* yang dinotasikan dengan $tes(G)$. Sedangkan pelabelan total super (a, d) -sisi *antimagic* (SEATL)

pada sebuah graf $G = (V, E)$ adalah pelabelan titik dengan bilangan bulat $f(V) = \{1, 2, 3, \dots, p\}$ dan pelabelan sisi dengan bilangan bulat $f(E) = \{p + 1, p + 2, p + 3, \dots, p + q\}$ dari sebuah graf G dimana p adalah banyaknya titik dan q adalah banyaknya sisi pada graf G .

Cara menentukan $tes(Gb_{m,n})$ ialah dengan menentukan batas bawah dari $tes(Gb_{m,n})$ menggunakan teorema berikut ini (Bača, Jendrol, Miller, dan Ryan, 2007):

1. Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf dengan himpunan titik V dan himpunan sisi tak kosong E maka $\lceil \frac{|E|+2}{3} \rceil \leq tes(G) \leq |E|$.
2. Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf dengan derajat terbesar $\Delta = \Delta(G)$ maka $\lceil \frac{\Delta+1}{2} \rceil \leq tes(G) \leq |E| - \Delta$ jika $\Delta \leq \frac{|E|-1}{2}$.

Selanjutnya, kita cari batas atas dari $tes(Gb_{m,n})$ sehingga bobot setiap sisinya berbeda. Kemudian kita terapkan pada pelabelan total sisi irreguler untuk mengetahui $tes(Gb_{m,n})$ dan $tes(sGb_{m,n})$.

Dari hasil penelitian yang sudah dilakukan, diperoleh beberapa teorema sesuai dengan tujuan untuk mengetahui nilai ketakaturan total sisi pada graf Gunung Berapi. Beberapa teorema tersebut antara lain:

1. $tes(Gb_{m,n}) = \text{Max} \left\{ \lceil \frac{m+n+2}{3} \rceil, \lceil \frac{n+3}{2} \rceil \right\}$, untuk $m \geq 3$ dan $n \geq 1$;
2. $tes(sGb_{m,n}) = \lceil \frac{s(m+n)+2}{3} \rceil$, untuk $s \geq 2$, $m \geq 3$, $n \geq 1$, ($\lceil \frac{m+n+2}{3} \rceil > \lceil \frac{n+3}{2} \rceil$), dan $(m+n) \equiv 0 \pmod{3}$.

PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Gunung Berapi". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen Pembimbing Akademik yang selama ini telah banyak membantu dalam mengatasi permasalahan studi selama di Universitas Jember;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Semoga bantuan dan bimbingan beliau dicatat sebagai amal baik dan mendapat balasan yang sesuai dari Allah SWT. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran yang membangun dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat untuk semua pihak yang nantinya akan membaca skripsi ini.

Jember, 17 Oktober 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PENGAJUAN	v
HALAMAN PEMBIMBINGAN	vi
HALAMAN PENGESAHAN	vii
RINGKASAN	viii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI	xii
DAFTAR GAMBAR	xiv
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
DAFTAR LAMBANG	xvii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	4
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
2 TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Teori Dasar Matematika	6
2.1.1 Himpunan	6
2.1.2 Fungsi	7
2.1.3 Barisan Aritmatika	9
2.1.4 Notasi Lantai (<i>Floor</i>) dan Notasi Atap (<i>Ceiling</i>)	10
2.2 Teori Dasar Graf	10
2.2.1 Graf	10
2.2.2 Subgraf	15

2.2.3	Jalan, Jejak, Lintasan, dan Siklus	16
2.2.4	Keisomorfisan Graf	17
2.2.5	Gabungan Graf	19
2.3	Graf Khusus	19
2.3.1	Graf Khusus Populer	20
2.3.2	Graf Khusus belum Populer	25
2.4	Graf Gunung Berapi	28
2.4.1	Graf Gunung Berapi Tunggal	28
2.4.2	Gabungan Graf Gunung Berapi	29
2.5	Pelabelan Graf	30
2.5.1	Pelabelan Total Titik Irreguler	31
2.5.2	Pelabelan Total Sisi Irreguler	32
2.6	Aplikasi Teori Graf	38
3	METODE PENELITIAN	43
3.1	Metode Penelitian	43
3.2	Definisi Operasional	43
3.3	Teknik Penelitian	44
3.4	Observasi	46
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	51
4.1	Hasil Penelitian	51
4.1.1	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Gunung Berapi Tunggal	52
4.1.2	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Gunung Berapi Isomorfis	61
4.2	Pembahasan	68
5	KESIMPULAN DAN SARAN	71
5.1	Kesimpulan	71
5.2	Saran	71
	DAFTAR PUSTAKA	72
	LAMPIRAN	76

DAFTAR GAMBAR

1.1	Peta kota Königsberg (sekarang Kaliningrad) dan representasinya dalam graf	2
1.2	Graf Gunung Berapi $Gb_{m,n}$	4
2.1	Contoh fungsi surjektif	8
2.2	Contoh fungsi injektif	8
2.3	Contoh fungsi bijektif	9
2.4	Graf dengan <i>order</i> 7 dan <i>size</i> 10 atau $G(7, 10)$	11
2.5	(a) Graf trivial dan (b) Graf kosong N_9	11
2.6	Contoh (a) Graf berhingga dan (b) Graf tak-berhingga	12
2.7	Contoh (a) Graf sederhana, (b) Graf ganda, dan (c) Graf semu	12
2.8	Contoh (a) Graf tak-berarah dan (b) Graf berarah	13
2.9	Contoh graf G	14
2.10	Contoh graf dan komplementnya	14
2.11	Graf terpotong	15
2.12	G graf, G_1 subgraf perentang G , dan G_2 subgraf G	16
2.13	Contoh tiga graf yang isomorfis	18
2.14	Contoh gabungan dua graf	19
2.15	Beberapa contoh graf Siklus	20
2.16	Graf Lintasan P_4 dan P_7	20
2.17	Beberapa contoh graf Lengkap	21
2.18	(a) Graf Bipartisi dan (b) Graf Bipartisi Lengkap $K_{3,3}$	21
2.19	Graf Roda W_4 dan W_6	22
2.20	Graf Bintang $K_{1,8}$	22
2.21	Beberapa contoh generalisasi graf Petersen	23
2.22	Graf <i>Friendship</i> F_4	23
2.23	Graf Matahari M_{12}	24
2.24	Graf Buku Segitiga Bt_n	24
2.25	Graf Tangga L_3	25

2.26	Graf Tangga Permata Dl_4	25
2.27	Graf Tangga Tiga-Siklus TCL_n	26
2.28	Graf Gunung M_{2n} dengan $n = 2, M_4$	26
2.29	Graf Segitiga Bermuda $Btr_{2,4}$	27
2.30	Graf Roket $R_{5,3}$	28
2.31	Graf Gunung Berapi tunggal $Gb_{m,n}$	28
2.32	Gabungan isomorfis $2Gb_{6,7}$	29
2.33	Gabungan non-isomorfis $Gb_{8,6} \cup Gb_{7,7}$	30
2.34	Contoh pelabelan (a) titik, (b) sisi, dan (c) total	30
2.35	Graf berbobot W	39
2.36	MST dari graf berbobot W	42
3.1	Diagram alir penelitian	47
3.2	Pelabelan total sisi irreguler pada $Gb_{7,7}$	48
3.3	Pelabelan total sisi irreguler pada $4Gb_{5,1}$	50
4.1	Pelabelan total sisi irreguler pada $Gb_{9,7}$	58
4.2	Pelabelan total sisi irreguler pada $Gb_{6,9}$	61
4.3	Pelabelan total sisi irreguler pada $5Gb_{9,6}$	69

DAFTAR TABEL

2.1	Beberapa Nilai <i>tes</i> Graf Khusus yang telah Dipublikasikan	35
2.2	Beberapa Nilai <i>tes</i> Graf Khusus yang belum Dipublikasikan	36

DAFTAR LAMPIRAN

Matriks Penelitian	76
Formulir Pengajuan Judul dan Pembimbingan Skripsi	77
Lembar Konsultasi Penyusunan Skripsi	78

DAFTAR LAMBANG

G	=	graf G
$G(V, E)$	=	sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
$V(G)$	=	himpunan titik pada graf G
$E(G)$	=	himpunan sisi pada graf G
v_i	=	titik ke- i pada suatu graf
e_i	=	sisi ke- i pada suatu graf
$ V $	=	banyaknya titik pada suatu graf
$ E $	=	banyaknya sisi pada suatu graf
$deg(v)$	=	derajat titik v pada suatu graf, biasa juga dinotasikan dengan $d(v)$
Δ	=	derajat maksimum suatu titik pada graf
δ	=	derajat minimum suatu titik pada graf
$tvs(G)$	=	nilai ketakteraturan total titik dari graf G
$tes(G)$	=	nilai ketakteraturan total sisi dari graf G
$\lambda(x)$	=	label titik x
$\lambda(xy)$	=	label sisi yang menghubungkan titik x dan y
$\omega(x)$	=	bobot titik x
$\omega(xy)$	=	bobot sisi yang menghubungkan titik x dan y
$Gb_{m,n}$	=	graf Gunung Berapi dengan gunung berorder m dan semburan berorder n
$sGb_{m,n}$	=	gabungan dari sebanyak s graf Gunung Berapi isomorfis
x_i	=	titik ke- i pada bagian gunung (<i>cycle</i>) graf Gunung Berapi
y_j	=	titik ke- j pada bagian semburan (<i>star</i>) graf Gunung Berapi
$\lceil x \rceil$	=	bilangan bulat terkecil yang lebih dari atau sama dengan x
$\lfloor x \rfloor$	=	bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan x
\cup	=	gabungan dari suatu himpunan maupun graf