



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI  
GRAF GUNUNG BERAPI**

**SKRIPSI**

Oleh

**Rukmana Sholehah  
NIM 090210101099**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2013**



# **NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GRAF GUNUNG BERAPI**

## **SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

**Rukmana Sholehah**

**NIM 090210101099**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2013**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk:

1. Ibunda Tumi dan Ayahanda M. Sholeh yang tercinta;
2. Keluarga besarku yang tersayang;
3. Guru-guru dan teman-temanku sejak taman kanak-kanak sampai dengan perguruan tinggi;
4. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

## MOTO

"Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman di antara kamu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat."

(terjemahan Surat *Al-Mujaadilah* ayat 11)

"Menuntut ilmu adalah takwa. Menyampaikan ilmu adalah ibadah. Mengulang-ulang ilmu adalah zikir. Mencari ilmu adalah jihad."

(Imam Al-Ghazali)

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rukmana Sholehah

NIM : 090210101099

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Nilai Ke-takteraturan Total Sisi dari Graf Gunung Berapi adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 17 Oktober 2013

Yang menyatakan,

Rukmana Sholehah

NIM 090210101099

**PENGAJUAN**  
**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI**  
**DARI GRAF GUNUNG BERAPI**

**SKRIPSI**

diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Rukmana Sholehah  
NIM : 090210101099  
Tempat dan Tanggal Lahir : Jember, 10 April 1991  
Jurusan / Program Studi : Pend. MIPA / Pend. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Prof. Drs. Slamun, M.Comp.Sc., Ph.D  
NIP. 19670420 199201 1 001

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

**SKRIPSI**

**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI  
DARI GRAF GUNUNG BERAPI**

Oleh

Rukmana Sholehah

NIM 090210101099

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Prof. Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D

Dosen Pembimbing Anggota : Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Gunung Berapi" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Rabu

Tanggal : 30 Oktober 2013

Tempat : Gedung 3 FKIP Universitas Jember

Tim Penguji:

Ketua,

Sekretaris,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc  
NIP. 19700307 199512 2 001

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Drs. Slamini, M.Comp.Sc., Ph.D  
NIP. 19670420 199201 1 001

Arif Fatahillah, S.Pd., M.Si  
NIP. 19820529 200912 1 003

Mengetahui,  
Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd  
NIP. 19540501 198303 1 005



## RINGKASAN

**Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Gunung Berapi;** Rukmana Sholehah, 090210101099; 2013: 71 Halaman; Program studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Teori graf dapat diaplikasikan dalam memecahkan berbagai masalah diantaranya, konstruksi jaringan komputer, pencarian lintasan terpendek, penjadwalan suatu kegiatan, pengaturan frekuensi radio, dan masih banyak kegunaan teori graf lainnya. Seiring dengan perkembangan zaman, teori graf juga mengalami perkembangan yang sangat pesat. Salah satu kajian dalam teori graf yang mendapat perhatian khusus adalah pelabelan graf. Banyak jenis pelabelan graf, salah satunya pelabelan total sisi irreguler. Pelabelan total sisi irreguler pada graf  $G$  adalah pemberian label berupa bilangan bulat positif (nilai yang dipakai boleh berulang) pada himpunan titik  $V(G)$  dan himpunan sisi  $E(G)$  sedemikian hingga bobot setiap sisinya berbeda.

Akhir-akhir ini banyak sekali penelitian yang menghasilkan graf baru yang belum dipublikasikan, salah satunya graf Gunung Berapi atau *Volcano graph*. Graf Gunung Berapi  $Gb_{m,n}$  dengan  $1 \leq i \leq m$  dan  $1 \leq j \leq n$  mempunyai himpunan titik  $V(Gb_{m,n}) = \{x_i, y_j ; 1 \leq i \leq m ; 1 \leq j \leq n ; m, n \in N\}$  dan himpunan sisi  $E(Gb_{m,n}) = \{x_m x_1 \cup x_i x_{i+1} \cup x_{m-1} x_m \cup x_m y_j ; 1 \leq i \leq m ; 1 \leq j \leq n ; m, n \in N\}$  (Dewi, 2012). Secara intuitif, graf Gunung Berapi merupakan unifikasi dari graf Siklus dan graf Bintang. Oleh karena itu, graf Gunung Berapi sangat menarik untuk dikaji lebih mendalam, terutama dalam hal pelabelan total sisi irregulernya.

Pada tahun 2012, telah dilakukan penelitian dengan judul "Pelabelan Total Super  $(a, d)$ -Sisi *Antimagic* pada Graf Gunung Berapi" oleh Dewi. Perbedaan antara penelitian tersebut dengan penelitian kali ini ialah pada pelabelan total sisi irreguler, permasalahannya lebih ditekankan pada bagaimana menentukan pelabelan suatu graf dengan menggunakan bilangan bulat positif terbesar yang seminimal mungkin. Bilangan bulat positif terbesar inilah yang disebut dengan nilai ketakteraturan total sisi atau *total edge irregularity strength* yang dinotasikan dengan  $tes(G)$ . Sedangkan pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi *antimagic* (SEATL)

pada sebuah graf  $G = (V, E)$  adalah pelabelan titik dengan bilangan bulat  $f(V) = \{1, 2, 3, \dots, p\}$  dan pelabelan sisi dengan bilangan bulat  $f(E) = \{p + 1, p + 2, p + 3, \dots, p + q\}$  dari sebuah graf  $G$  dimana  $p$  adalah banyaknya titik dan  $q$  adalah banyaknya sisi pada graf  $G$ .

Cara menentukan  $tes(Gb_{m,n})$  ialah dengan menentukan batas bawah dari  $tes(Gb_{m,n})$  menggunakan teorema berikut ini (Bača, Jendrol, Miller, dan Ryan, 2007):

1. Misalkan  $G = (V, E)$  adalah sebuah graf dengan himpunan titik  $V$  dan himpunan sisi tak kosong  $E$  maka  $\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$ .
2. Misalkan  $G = (V, E)$  adalah sebuah graf dengan derajat terbesar  $\Delta = \Delta(G)$  maka  $\left\lceil \frac{\Delta+1}{2} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E| - \Delta$  jika  $\Delta \leq \frac{|E|-1}{2}$ .

Selanjutnya, kita cari batas atas dari  $tes(Gb_{m,n})$  sehingga bobot setiap sisinya berbeda. Kemudian kita terapkan pada pelabelan total sisi irreguler untuk mengetahui  $tes(Gb_{m,n})$  dan  $tes(sGb_{m,n})$ .

Dari hasil penelitian yang sudah dilakukan, diperoleh beberapa teorema sesuai dengan tujuan untuk mengetahui nilai ketakaturan total sisi pada graf Gunung Berapi. Beberapa teorema tersebut antara lain:

1.  $tes(Gb_{m,n}) = \text{Max} \left\{ \left\lceil \frac{m+n+2}{3} \right\rceil, \left\lceil \frac{n+3}{2} \right\rceil \right\}$ , untuk  $m \geq 3$  dan  $n \geq 1$ ;
2.  $tes(sGb_{m,n}) = \left\lceil \frac{s(m+n)+2}{3} \right\rceil$ , untuk  $s \geq 2$ ,  $m \geq 3$ ,  $n \geq 1$ ,  $(\left\lceil \frac{m+n+2}{3} \right\rceil > \left\lceil \frac{n+3}{2} \right\rceil)$ , dan  $(m+n) \equiv 0 \pmod{3}$ .

## PRAKATA

Puji syukur kehadirat Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Gunung Berapi". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen Pembimbing Akademik yang selama ini telah banyak membantu dalam mengatasi permasalahan studi selama di Universitas Jember;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan skripsi ini.

Semoga bantuan dan bimbingan beliau dicatat sebagai amal baik dan mendapat balasan yang sesuai dari Allah SWT. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran yang membangun dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat untuk semua pihak yang nantinya akan membaca skripsi ini.

Jember, 17 Oktober 2013

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
HALAMAN PERSEMBAHAN . . . . .	ii
HALAMAN MOTO . . . . .	iii
HALAMAN PERNYATAAN . . . . .	iv
HALAMAN PENGAJUAN . . . . .	v
HALAMAN PEMBIMBINGAN . . . . .	vi
HALAMAN PENGESAHAN . . . . .	vii
RINGKASAN . . . . .	viii
PRAKATA . . . . .	x
DAFTAR ISI . . . . .	xii
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xiv
DAFTAR TABEL . . . . .	xv
DAFTAR LAMPIRAN . . . . .	xvi
DAFTAR LAMBANG . . . . .	xvii
<b>1 PENDAHULUAN . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	4
1.3 Batasan Masalah . . . . .	4
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	5
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	5
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA . . . . .</b>	<b>6</b>
<b>2.1 Teori Dasar Matematika . . . . .</b>	<b>6</b>
2.1.1 Himpunan . . . . .	6
2.1.2 Fungsi . . . . .	7
2.1.3 Barisan Aritmatika . . . . .	9
2.1.4 Notasi Lantai ( <i>Floor</i> ) dan Notasi Atap ( <i>Ceiling</i> ) . . . . .	10
<b>2.2 Teori Dasar Graf . . . . .</b>	<b>10</b>
2.2.1 Graf . . . . .	10
2.2.2 Subgraf . . . . .	15

2.2.3	Jalan, Jejak, Lintasan, dan Siklus . . . . .	16
2.2.4	Keisomorfisan Graf . . . . .	17
2.2.5	Gabungan Graf . . . . .	19
2.3	<b>Graf Khusus</b> . . . . .	19
2.3.1	Graf Khusus Populer . . . . .	20
2.3.2	Graf Khusus belum Populer . . . . .	25
2.4	<b>Graf Gunung Berapi</b> . . . . .	28
2.4.1	Graf Gunung Berapi Tunggal . . . . .	28
2.4.2	Gabungan Graf Gunung Berapi . . . . .	29
2.5	<b>Pelabelan Graf</b> . . . . .	30
2.5.1	Pelabelan Total Titik Irreguler . . . . .	31
2.5.2	Pelabelan Total Sisi Irreguler . . . . .	32
2.6	<b>Aplikasi Teori Graf</b> . . . . .	38
3	<b>METODE PENELITIAN</b> . . . . .	43
3.1	<b>Metode Penelitian</b> . . . . .	43
3.2	<b>Definisi Operasional</b> . . . . .	43
3.3	<b>Teknik Penelitian</b> . . . . .	44
3.4	<b>Observasi</b> . . . . .	46
4	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b> . . . . .	51
4.1	<b>Hasil Penelitian</b> . . . . .	51
4.1.1	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Gunung Berapi Tunggal . . . . .	52
4.1.2	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Gunung Berapi Isomorfis . . . . .	61
4.2	<b>Pembahasan</b> . . . . .	68
5	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b> . . . . .	71
5.1	<b>Kesimpulan</b> . . . . .	71
5.2	<b>Saran</b> . . . . .	71
	<b>DAFTAR PUSTAKA</b> . . . . .	72
	<b>LAMPIRAN</b> . . . . .	76

## DAFTAR GAMBAR

1.1	Peta kota Königsberg (sekarang Kaliningrad) dan representasinya dalam graf . . . . .	2
1.2	Graf Gunung Berapi $Gb_{m,n}$ . . . . .	4
2.1	Contoh fungsi surjektif . . . . .	8
2.2	Contoh fungsi injektif . . . . .	8
2.3	Contoh fungsi bijektif . . . . .	9
2.4	Graf dengan <i>order</i> 7 dan <i>size</i> 10 atau $G(7, 10)$ . . . . .	11
2.5	(a) Graf trivial dan (b) Graf kosong $N_9$ . . . . .	11
2.6	Contoh (a) Graf berhingga dan (b) Graf tak-berhingga . . . . .	12
2.7	Contoh (a) Graf sederhana, (b) Graf ganda, dan (c) Graf semu . . . . .	12
2.8	Contoh (a) Graf tak-berarah dan (b) Graf berarah . . . . .	13
2.9	Contoh graf $G$ . . . . .	14
2.10	Contoh graf dan komplemennya . . . . .	14
2.11	Graf terpotong . . . . .	15
2.12	$G$ graf, $G_1$ subgraf perentang $G$ , dan $G_2$ subgraf $G$ . . . . .	16
2.13	Contoh tiga graf yang isomorfis . . . . .	18
2.14	Contoh gabungan dua graf . . . . .	19
2.15	Beberapa contoh graf Siklus . . . . .	20
2.16	Graf Lintasan $P_4$ dan $P_7$ . . . . .	20
2.17	Beberapa contoh graf Lengkap . . . . .	21
2.18	(a) Graf Bipartisi dan (b) Graf Bipartisi Lengkap $K_{3,3}$ . . . . .	21
2.19	Graf Roda $W_4$ dan $W_6$ . . . . .	22
2.20	Graf Bintang $K_{1,8}$ . . . . .	22
2.21	Beberapa contoh generalisasi graf Petersen . . . . .	23
2.22	Graf <i>Friendship</i> $F_4$ . . . . .	23
2.23	Graf Matahari $M_{12}$ . . . . .	24
2.24	Graf Buku Segitiga $Bt_n$ . . . . .	24
2.25	Graf Tangga $L_3$ . . . . .	25

2.26	Graf Tangga Permata $Dl_4$ . . . . .	25
2.27	Graf Tangga Tiga-Siklus $TCL_n$ . . . . .	26
2.28	Graf Gunung $M_{2n}$ dengan $n = 2, M_4$ . . . . .	26
2.29	Graf Segitiga Bermuda $Btr_{2,4}$ . . . . .	27
2.30	Graf Roket $R_{5,3}$ . . . . .	28
2.31	Graf Gunung Berapi tunggal $Gb_{m,n}$ . . . . .	28
2.32	Gabungan isomorfis $2Gb_{6,7}$ . . . . .	29
2.33	Gabungan non-isomorfis $Gb_{8,6} \cup Gb_{7,7}$ . . . . .	30
2.34	Contoh pelabelan (a) titik, (b) sisi, dan (c) total . . . . .	30
2.35	Graf berbobot $W$ . . . . .	39
2.36	MST dari graf berbobot $W$ . . . . .	42
3.1	Diagram alir penelitian . . . . .	47
3.2	Pelabelan total sisi irreguler pada $Gb_{7,7}$ . . . . .	48
3.3	Pelabelan total sisi irreguler pada $4Gb_{5,1}$ . . . . .	50
4.1	Pelabelan total sisi irreguler pada $Gb_{9,7}$ . . . . .	58
4.2	Pelabelan total sisi irreguler pada $Gb_{6,9}$ . . . . .	61
4.3	Pelabelan total sisi irreguler pada $5Gb_{9,6}$ . . . . .	69

## DAFTAR TABEL

2.1	Beberapa Nilai <i>tes</i> Graf Khusus yang telah Dipublikasikan . . . .	35
2.2	Beberapa Nilai <i>tes</i> Graf Khusus yang belum Dipublikasikan . . . .	36



## DAFTAR LAMPIRAN

Matriks Penelitian . . . . .	76
Formulir Pengajuan Judul dan Pembimbingan Skripsi . . . . .	77
Lembar Konsultasi Penyusunan Skripsi . . . . .	78

## DAFTAR LAMBANG

$G$	=	graf $G$
$G(V, E)$	=	sebarang graf tak berarah dengan $V$ adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan $E$ adalah himpunan sisi
$V(G)$	=	himpunan titik pada graf $G$
$E(G)$	=	himpunan sisi pada graf $G$
$v_i$	=	titik ke- $i$ pada suatu graf
$e_i$	=	sisi ke- $i$ pada suatu graf
$ V $	=	banyaknya titik pada suatu graf
$ E $	=	banyaknya sisi pada suatu graf
$deg(v)$	=	derajat titik $v$ pada suatu graf, biasa juga dinotasikan dengan $d(v)$
$\Delta$	=	derajat maksimum suatu titik pada graf
$\delta$	=	derajat minimum suatu titik pada graf
$tvs(G)$	=	nilai ketakteraturan total titik dari graf $G$
$tes(G)$	=	nilai ketakteraturan total sisi dari graf $G$
$\lambda(x)$	=	label titik $x$
$\lambda(xy)$	=	label sisi yang menghubungkan titik $x$ dan $y$
$\omega(x)$	=	bobot titik $x$
$\omega(xy)$	=	bobot sisi yang menghubungkan titik $x$ dan $y$
$Gb_{m,n}$	=	graf Gunung Berapi dengan gunung berorder $m$ dan semburan berorder $n$
$sGb_{m,n}$	=	gabungan dari sebanyak $s$ graf Gunung Berapi isomorfis
$x_i$	=	titik ke- $i$ pada bagian gunung ( <i>cycle</i> ) graf Gunung Berapi
$y_j$	=	titik ke- $j$ pada bagian semburan ( <i>star</i> ) graf Gunung Berapi
$\lceil x \rceil$	=	bilangan bulat terkecil yang lebih dari atau sama dengan $x$
$\lfloor x \rfloor$	=	bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan $x$
$\cup$	=	gabungan dari suatu himpunan maupun graf