



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF TANGGA PERMATA**

SKRIPSI

Oleh

HILMIYAH HANANI

NIM 090210101035

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI
DARI GRAF TANGGA PERMATA**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

HILMIYAH HANANI

NIM 090210101035

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah S.W.T, Tuhan yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpah kepada makhluk ciptaan-Mu yang paling mulia, Nabi Muhammad S.A.W. Kupersembahkan secuil kebahagiaan penggalan syair dalam setiap detik perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:

- 1. Orang tuaku tercinta dan terkasih : Ayahanda Imam Sukanto dan Ibunda tercinta Himyatul Amanah, yang senantiasa mengalirkan rasa kasih sayang, cinta, motivasi dan do'a yang tiada henti, dalam penulisan skripsi ini;*
- 2. Saudara-saudaraku : Fahimah Ulfa, Haidar Muttaqin, A. Zakin Daqiq Al Afkar dan Ali Musyaffa, terima kasih atas canda tawa, teguran, dan semangat-semangatnya, serta untuk segala doa-doanya.;*
- 3. Bapak Prof. Slamini, M.Comp Sc Ph.D dan Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;*
- 4. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;*
- 5. Sahabat-sahabat tersayangku : Elok, Wulan dan Pipink, terima kasih atas kebersamaan, perjuangan, canda tawa, ide-ide gila, bantuan, semangat dan kebersamaan kita setiap hari adalah kenangan yang termanis;*
- 6. Teman seperjuanganku : Ana, Ayu, Wulan, Zaenal dan pecinta graf lainnya yang telah membagi ilmu dan pengalaman berharga;*
- 7. Warga Matematika Reguler dan Non Reguler '09 yang berjuang dalam 4 tahun kebersamaan;*
- 8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

MOTO

"If destiny is a point and effort is a line, then life is a graph.
So, learn graph theory to have wonderful life... (Slamin)"

"Imagination is more important than knowledge.
Knowledge is limited. Imagination encircles the world"
(Albert Einstein)

"Patience is the companion of wisdom"
(Saint Augustine)

PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Hilmiyah Hanani

NIM : 090210101035

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul "Nilai Ke-takteraturan Total Sisi Dari Graf Tangga Permata" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 28 Juni 2013

Yang menyatakan,

Hilmiyah Hanani

NIM. 090210101035

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Tangga Permata" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Jum'at

Tanggal : 28 Juni 2013

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc
NIP. 19700307 199512 2 001

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D
NIP. 19680802 199303 1 004

Anggota I,

Anggota II,

Prof. Slamini, M.Comp.Sc, Ph.D
NIP. 19670420 199201 1 001

Dr. Susanto, M.Pd
NIP. 19630616 198802 1 001

Mengetahui,
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan
Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd
NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Tangga Permata; Hilmiyah Hanani, 090210101035; 2013: 71 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Dalam kehidupan sehari - hari, matematika berperan untuk menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan perhitungan dan komputasi. Matematika terbagi dalam beberapa cabang ilmu, diantaranya adalah matematika analisis, matematika aplikasi, matematika diskrit, matematika ekonomi, matematika komputerisasi, matematika statistik dan lain - lain. Teori graf merupakan salah satu kajian dalam matematika diskrit yang sangat terkenal. Hal ini dikarenakan aplikasi yang dapat dikembangkan dari kajian ini cukup banyak dan juga merupakan dasar dari perkembangan teknologi dan ilmu pengetahuan. Salah satu topik yang menarik dalam teori graf yaitu pelabelan graf dan salah satu jenis pelabelan dari suatu graf adalah pelabelan total sisi irregular pada graf. Pelabelan total sisi irregular didefinisikan sebagai pemberian nilai bilangan bulat positif (nilai yang dipakai boleh berulang) pada himpunan titik dan sisi dari suatu graf G dengan bobot setiap sisinya berbeda (Bača et al., 2007). Bilangan bulat positif terbesar yang dimaksud haruslah memiliki nilai yang minimum dan biasanya disebut dengan nilai ketakteraturan total sisi (*total edge irregularity strength*) dari graf G yang dinotasikan dengan $tes(G)$. Pada penelitian ini, graf yang digunakan adalah graf tangga permata. Graf tangga permata yang dinotasikan dengan Dl merupakan suatu graf yang merupakan famili dari graf tangga L_n dengan L sebanyak n titik. Graf tangga permata Dl_n merupakan graf yang terdiri dari sejumlah n buah permata ($n \geq 2$). Peneliti akan meneliti pelabelan graf tangga permata tunggal dan gabungan isomorfisnya dengan cara melabeli graf tangga permata dengan bilangan bulat positif terbesar yang akan dijadikan label pada titik dan sisi dari graf tangga permata serta bilangan tersebut memiliki nilai yang semini-mum mungkin. Untuk setiap bobot sisinya harus berbeda. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui nilai ketakteraturan total sisi (tes) dari graf tangga

permata tunggal dan gabungan isomorfisnya.

Penelitian ini menerapkan teorema Bača, Jedroľ, Miller dan Ryan (2002) yakni $\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$, teorema ini digunakan untuk menentukan batas bawah (tes) dari graf tangga permata. Setelah itu menentukan batas atas Selanjutnya menentukan batas atas dari graf tangga permata tunggal dan gabungan dengan cara mencari formula dari pelabelan total sisi irregular dari graf tangga permata sehingga bobot sisi dari setiap sisinya berbeda. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deduksi aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema nilai ketakteraturan total sisi, kemudian diterapkan dalam pelabelan total sisi irregular dari graf tangga permata tunggal dan gabungan isomorfisnya.

Sesuai dengan tujuan, hasil dalam penelitian ini ditemukan beberapa teorema baru mengenai nilai ketakteraturan total sisi (tes) dari pelabelan total sisi irregular pada graf tangga permata tunggal dan gabungan isomorfis graf tangga permata yaitu:

- nilai ketakteraturan total sisi dari graf tangga permata tunggal, $tes(Dl_n) = \left\lceil \frac{8n-1}{3} \right\rceil$, untuk $n \geq 2$;
- nilai ketakteraturan total sisi dari gabungan isomorfis graf tangga permata, $tes(mDl_n) = \left\lceil \frac{m(8n-3)+2}{3} \right\rceil$, untuk $m \geq 2$, dan $n \geq 2$.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah Swt. atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Tangga Permata". Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Juni 2013

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PENGESAHAN	v
RINGKASAN	vi
PRAKATA	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMBANG	xiv
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Batasan Masalah	5
1.4 Tujuan Penelitian	5
1.5 Manfaat Penelitian	5
2 TINJAUAN PUSTAKA	6
2.1 Terminologi Dasar Graf	6
2.2 Keisomorfisan Graf	17
2.3 Gabungan Graf	18
2.4 Graf Khusus	19
2.5 Graf Tangga Permata	23
2.6 Gabungan Graf Tangga Permata	24
2.7 Aplikasi Graf	25
2.8 Himpunan, Himpunan Bagian dan Operasi Penggabungan	34
2.9 Fungsi	35
2.10 Pelabelan Graf	36
2.10.1 Pelabelan Total Sisi Irregular	39

2.10.2	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf Tangga Permata .	40
2.10.3	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf-graf Khusus . . .	43
3	METODE PENELITIAN	46
3.1	Metode Penelitian	46
3.2	Definisi Operasional	46
3.2.1	Pelabelan Total Sisi Irregular	47
3.2.2	Total edge irregularity strength (<i>tes</i>)	47
3.2.3	Graf Tangga Permata	47
3.2.4	Gabungan Graf Tangga Permata	48
3.3	Teknik Penelitian	49
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	51
4.1	Hasil Penelitian	51
4.1.1	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Graf Tangga Permata Tunggal	51
4.1.2	Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Tangga Permata Isomorfis	56
4.2	Pembahasan	66
5	KESIMPULAN DAN SARAN	68
5.1	Kesimpulan	68
5.2	Saran	68
	DAFTAR PUSTAKA	69

DAFTAR GAMBAR

1.1	Contoh Penggambaran Jembatan Königsberg	2
1.2	Graf Tangga Permata Dl_4	4
2.1	(a) Graf secara umum dan (b) Graf Kosong	7
2.2	(a) Graf Berhingga dan (b) Graf Tak Berhingga	8
2.3	Graf W_4	9
2.4	(a) Graf titik Terasing dan (b) Graf titik akhir	9
2.5	(a) Graf Regular dan (b) Graf Non Regular	10
2.6	(a) Graf Sederhana dan (b) Graf Tak Sederhana	11
2.7	(a) Graf Ganda (Multigraph) dan (b) Graf Semu (Pseudograph) .	11
2.8	Contoh Graf dengan jarak dari titik v_1 ke v_10 adalah 3	12
2.9	Contoh Graf dengan panjang walk dari titik v_1 ke titik v_4 adalah 5	13
2.10	Graf Terhubung dan Graf Tak Terhubung	13
2.11	(a)Graf $G - e_5$ dan (b) Graf $G - v_4$	14
2.12	Contoh Graf dan subgrafnya	15
2.13	(a) Graf Tak Berarah dan (b) Graf Berarah	16
2.14	(a) K_4 adalah Graf Planar dan (b) K_5 adalah Graf Tak Planar . .	16
2.15	G_1 isomorfis dengan G_2 , tetapi tidak isomorfis dengan G_3	18
2.16	Contoh Gabungan Graf	19
2.17	Graf lengkap K_9	20
2.18	Graf Bintang S_{10} (<i>Star</i>)	20
2.19	Graf Siklus C_8	21
2.20	Graf Roda	21
2.21	Graf Bipartit lengkap $K_{4,4}$	22
2.22	Generalisasi Graf Petersen $P_{(6,2)}$	22
2.23	Graf Tangga Tiga Siklus	23
2.24	Graf Buku Segitiga	23
2.25	Graf Tangga Permata Dl_n	24
2.26	Gabungan Graf Tangga Permata $3Dl_2$	25

2.27	Gabungan Graf Tangga Permata $Dl_2 \cup Dl_3 \cup Dl_4$	26
2.28	Penggambaran Jalan Raya dengan Graf berbobot	27
2.29	Graf yang menggambarkan jaringan basis data terbesar	28
2.30	Penggambaran rantai makanan menggunakan graf	29
2.31	Lampu lalu lintas perempatan jalan	30
2.32	Lampu lalu lintas perempatan jalan	31
2.33	Titik - titik dari jalur jalan	32
2.34	Penggambaran jalur jalan dalam graf	32
2.35	Pewarnaan titik pada graf	33
2.36	Graf Tangga Permata Dl_2	41
2.37	Graf Tangga Permata Dl_3	42
2.38	Graf Tangga Permata Dl_4	42
2.39	Graf Tangga Permata Dl_5	42
3.1	Graf Tangga Permata Dl_4	47
3.2	Gabungan Graf Tangga Permata $2Dl_2$	48
3.3	Diagram alir penelitian	50
4.1	Pelabelan <i>tes</i> pada Dl_4	56
4.2	Pelabelan gabungan isomorfis graf tangga permata $3Dl_3$	65

DAFTAR TABEL

2.1	Kondisi lampu lalu lintas 1	33
2.2	Kondisi lampu lalu lintas 2	33
2.3	Daftar rangkuman hasil penemuan pelabelan total sisi irregular pada graf-graf khusus.	43

DAFTAR LAMBANG

G	= Graf G
$G(V, E)$	= Sebarang graf tak berarah dengan V adalah himpunan tak kosong dari semua titik dan E adalah himpunan sisi
$V(G)$	= Himpunan titik pada graf G dan disebut sebagai <i>order</i>
$E(G)$	= Himpunan sisi pada graf G dan disebut sebagai <i>size</i>
V_n	= Titik ke- n pada suatu graf
E_n	= Sisi ke- n pada suatu graf
Δ	= Derajat maksimum suatu graf
δ	= Derajat minimum suatu graf
<i>diam</i> G	= Jarak maksimum antar dua sebarang titik
<i>deg</i> (x)	= Banyaknya sisi yang bersisian dengan titik x
<i>tes</i> (G)	= <i>Total edge irregularity strength</i> atau nilai ketakteraturan total sisi-dari graf G
ω_i	= Bobot (<i>weight</i>)
$\lambda(u)$	= Label sebuah titik u pada suatu graf
$\lambda(v)$	= Label sebuah titik v pada suatu graf
$\lambda(uv)$	= Label sebuah sisi uv pada suatu graf
Dl_n	= Graf tangga permata
mDl_n	= Gabungan sebanyak n graf tangga permata
x_i	= Titik ke- i pada bagian atas graf Dl_n
z_j	= Titik ke- j pada bagian tengah graf Dl_n
y_i	= Titik ke- i pada bagian bawah graf Dl_n
$x_i y_i$	= Sisi yang menghubungkan titik x_i dengan titik y_i dari Dl_n
$\lceil x \rceil$	= Bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan- dengan x
$\lfloor x \rfloor$	= Bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan- dengan x