



**TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGTH  
DARI GABUNGAN GENERALISASI GRAF  
PETERSEN**

**SKRIPSI**

Oleh:

ENDAH INDRIYANA

NIM: 070210101085

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**



# **TOTAL VERTEX IRREGULARITY STRENGHT DARI GABUNGAN GENERALISASI GRAF PETERSEN**

**SKRIPSI**

Diajukan Guna Melengkapi Tugas Akhir dan Memenuhi Salah Satu Syarat  
untuk Menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)  
dan Mencapai Gelar Sarjana Pendidikan

Oleh:

ENDAH INDRIYANA

NIM: 070210101085

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2011**

## PERSEMBAHAN

*Segala puji bagi Allah, Tuhan yang Maha pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat dan salam semoga terlimpah kepada makhluk-Mu yang paling mulia, Nabi Muhammad S.A.W. Kupersembahkan secuil kebahagiaan penggalan syair dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasih kepada:*

1. *Ibunda tercinta Siti Aisyah, Ayahanda Abdul Fatah, Kakakku Evi Nurhayani dan Mochamad Muzaki serta adikku Elok Indriyani yang senantiasa mengalirkan rasa kasih sayang, cinta dan do'a yang tiada henti, dalam penulisan skripsi ini;*
2. *Bapak Drs. Slamin, M.Comp.Sc, Ph.D dan Ibu Susi Setiawani, S.Si, M.Sc selaku Dosen pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsiku;*
3. *Ibu Dra. Dinawati Trapsilasiwi, M.Pd selaku Dosen Pembimbing Akademik yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan perkuliahan;*
4. *Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;*
5. *Sahabatku Ita Mahmudiyah, Lailatus Sya'adah, Devi Yuniarti, Yulia Ely Rianti, Anis Maftuha dan Afifah Nur Aini yang senantiasa membantuku, memberikan semangat dan memberikan keceriaan selama berada dalam masa perkuliahan;*
6. *Sahabatku warga kost Bapak Atim: Martha Citra Dewi, Shinta Bella Zuny D, Ulfatun Ainiyah, Frina Rahmawati, Mas'udatur Rahmawati, Nova Retnowati, Laily dan Isnaini Rahayu yang telah memmberikan keceriaan selama berada diperkuliahan;*
7. *Teman-temanku FKIP Matematika angkatan 2007, terima kasih atas dorongan semangat dan bantuannya selama masa proses penyelesaian skripsiku;*
8. *Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.*

## **MOTTO**

Rumus mencapai keberhasilan adalah:  
"Gairah + Visi + Aksi = Sukses"

Sukses adalah sebuah perjalan, bukan tujuan akhir.  
"STOP Dreaming, START action"



## **PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Endah Indriyana

NIM : 070210101085

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Generalisasi Graf Petersen adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, September 2011  
Yang menyatakan,

Endah Indriyana  
NIM. 070210101085

## **SKRIPSI**

**Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Generalisasi Graf Petersen**

Oleh:  
Endah Indriyana  
NIM. 070210101085



Dosen Pembimbing I : Drs. Slamin, M.Comp.Sc, Ph.D  
Dosen Pembimbing II : Susi Setiawani, S.Si, M.Sc

## **PENGESAHAN**

Skripsi berjudul *Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Generalisasi Graf Petersen* telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Selasa

tanggal : 20 September 2011

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Pengaji

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc  
NIP. 19670420 199201 1 001

Anggota I,

Anggota II,

Drs. Slamin, M.Comp.Sc, Ph.D  
NIP. 19670420 199201 1 001

Dr. Hobri, S.Pd, M.Pd  
NIP. 19730506 199702 1 001

Mengesahkan  
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember,

Drs. H. Imam Muchtar, S.H., M.Hum  
NIP. 19540712 198003 1 005

## RINGKASAN

**Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Generalisasi Graf Petersen;**  
Endah Indriyana, 070210101085; 2011: 93 halaman; Program Studi Pendidikan  
Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Hingga saat ini pemanfaatan teori pelabelan graf sangat dirasakan peranannya, terutama pada sektor komunikasi, transportasi, penyimpanan data komputer, dan pemancar frekuensi radio. Pada sistem pengaturan frekuensi radio, permintaan yang besar atas pelayanan wireless dan terbatasnya frekuensi yang tersedia memerlukan penggunaan yang efisien. Masalah yang muncul adalah bagaimana agar gelombang sinyal yang digunakan dapat efisien dan tidak terjadi interferensi. Topik pengoptimalan label pada graf sedemikian hingga membuat setiap bobot titiknya berbeda dipelajari melalui *Total Vertex irregularity Strength (tvs)*, pada sistem pengaturan frekuensi radio, *tvs* dapat berupa jarak terkecil yang memungkinkan dua pemancar untuk melakukan transmisi data tanpa mengalami interferensi. Salah satu graf yang dapat diaplikasikan pada sistem pengaturan frekuensi radio adalah generalisasi graf petersen, untuk itu disini akan dilakukan penelitian mengenai *tvs* dari gabungan generalisasi graf petersen. Hasil dari penelitian ini berupa teorema-teorema baru mengenai *tvs* sebagai berikut:

**Teorema 4.1.1 :** Untuk  $sP(n, m)$  sebuah gabungan Generalisasi Graf Petersen yang Isomorfis, dengan  $s \geq 1$ ,  $n \geq 3$  dan  $1 \leq m \leq \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$ , maka:

$$tvs(sP(n, m)) = \left\lceil \frac{2sn + 3}{4} \right\rceil$$

**Teorema 4.1.2 :** Untuk  $\bigcup_{i=1}^s P(n_i, m_i)$  sebuah gabungan Generalisasi Graf Petersen yang Non-Isomorfis, dengan  $s \geq 1$ ,  $n \geq 3$  dan  $1 \leq m \leq \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$ , maka:

$$tvs \bigcup_{i=1}^s P(n_i, m_i) = \left\lceil \frac{2(\sum_{i=1}^s n_i) + 3}{4} \right\rceil$$

## PRAKATA

Syukur kehadirat Allah SWT atas segala berkah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua dan Sekretaris Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I, Dosen Pembimbing II dan Dosen Pembimbing Akademik yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaiannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat, amin yaa robbal alamin.

Jember, September 2011

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN MOTO</b>	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b>	<b>iv</b>
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	<b>vi</b>
<b>RINGKASAN</b>	<b>vii</b>
<b>PRAKATA</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xi</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xiv</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR LAMBANG</b>	<b>xvi</b>
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b>	<b>xvii</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	4
1.3 Batasan Masalah . . . . .	4
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	5
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	5

<b>2</b>	<b>TINJAUAN PUSTAKA</b>	<b>6</b>
2.1	Sejarah Graf . . . . .	6
2.2	Teori Dasar Graf . . . . .	7
2.2.1	Terminologi Graf . . . . .	7
2.2.2	Keisomorfisan Graf . . . . .	13
2.2.3	Relasi Dan Fungsi . . . . .	14
2.2.4	Gabungan Graf . . . . .	15
2.2.5	Graf-graf Khusus . . . . .	16
2.3	Graf Petersen . . . . .	19
2.3.1	Graf Petersen . . . . .	19
2.3.2	Generalisasi graf Petersen . . . . .	20
2.3.3	Gabungan Generalisasi Graf Petersen . . . . .	22
2.4	Pelabelan Graf . . . . .	25
2.4.1	Pelabelan Total Sisi Irregular . . . . .	26
2.4.2	Pelabelan Total Titik Irregular . . . . .	27
2.4.3	Pelabelan Total Titik Irregular Pada Graf-Graf Khusus . . . . .	30
2.4.4	Pelabelan Total Titik Irregular Pada Generalisasi Graf Petersen . . . . .	35
2.4.5	Barisan Pada Pelabelan Graf . . . . .	38
2.5	Aplikasi Graf . . . . .	38
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b>	<b>43</b>
3.1	Objek Penelitian . . . . .	43
3.2	Metode Penelitian . . . . .	43
3.3	Definisi Operasional . . . . .	44

3.4	Rancangan Penelitian . . . . .	45
3.4.1	Penggabungan Generalisasi Graf Petersen . . . . .	45
3.4.2	Teknik Penelitian . . . . .	46
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>49</b>
4.1	Hasil . . . . .	49
4.1.1	Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Generalisasi Graf Petersen yang Isomorfis . . . . .	49
4.1.2	Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Generalisasi Graf Petersen yang Non-Isomorfis . . . . .	53
4.2	Pembahasan . . . . .	56
4.2.1	Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Generalisasi Graf Petersen yang Isomorfis . . . . .	58
4.2.2	Total Vertex Irregularity Strength dari Gabungan Generalisasi Graf Petersen yang Non-Isomorfis . . . . .	63
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>71</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	71
5.2	Saran . . . . .	71
<b>DAFTAR PUSTAKA</b>		<b>72</b>

## DAFTAR GAMBAR

1.1	Contoh gabungan dua Generalisasi graf Petersen $2P(5, 1)$ . . . . .	4
2.1	Gambaran Kota Konigsberg tahun 1736 . . . . .	6
2.2	Representasi graf pada permasalahan jembatan Konigsberg . . . . .	7
2.3	Contoh sebuah Graf . . . . .	8
2.4	Graf kosong ( <i>null graf</i> ) dengan 7 titik . . . . .	8
2.5	Graf dengan <i>loop</i> dan sisi <i>rangkap</i> . . . . .	9
2.6	Graf <i>reguler</i> dan graf <i>non-reguler</i> . . . . .	10
2.7	Graf yang mengandung <i>walk</i> , <i>lintasan</i> dan <i>siklus</i> . . . . .	10
2.8	Contoh graf $G_1$ , subgraf $G_2$ dan subgraf perentang $G_3$ . . . . .	11
2.9	Graf <i>terhubung</i> $G_1$ dan graf <i>tak terhubung</i> $G_2$ . . . . .	12
2.10	Graf <i>terpotong</i> . . . . .	13
2.11	Keisomorfisan Graf . . . . .	14
2.12	Gabungan Graf . . . . .	15
2.13	Graf <i>Siklus</i> $C_6$ dan $C_5$ . . . . .	16
2.14	Graf <i>Lengkap</i> $K_6$ dan $K_5$ . . . . .	16
2.15	Graf <i>Bipartit</i> ( $G_1$ ) dan Graf <i>Bipartit Lengkap</i> $K_{3,3}$ ( $G_2$ ) . . . . .	17
2.16	Graf <i>Bintang</i> $S_8$ . . . . .	17
2.17	Graf <i>Roda</i> $W_8$ . . . . .	18
2.18	Graf <i>friendship</i> $F_4$ . . . . .	18

2.19 Graf Matahari $M_6$ . . . . .	19
2.20 Graf Petersen $P(5, 2)$ . . . . .	20
2.21 Generalisasi graf Petersen . . . . .	21
2.22 Contoh gabungan Generalisasi graf Petersen Isomorfis . . . . .	22
2.23 Gabungan Generalisasi graf Petersen Non-Isomorfis untuk $m=1$ .	23
2.24 Gabungan Generalisasi graf Petersen Non-Isomorfis untuk $m=2$ .	24
2.25 $G_1$ pelabelan titik, $G_2$ pelabelan sisi, dan $G_3$ pelabelan total . . . . .	25
2.26 Pelabelan total sisi irreguler pada generalisasi graf petersen . . . . .	27
2.27 Pelabelan total titik irregular pada graf <i>petersen</i> $P(5, 2)$ . . . . .	29
2.28 Pelabelan total titik irregular pada graf <i>lintasan</i> $P_3$ , $P_4$ , dan $P_8$ . . . . .	30
2.29 Pelabelan total titik irregular pada graf <i>siklus</i> $C_3$ , $C_7$ , dan $C_8$ . . . . .	30
2.30 Pelabelan total titik irregular pada graf <i>kipas</i> $F_5$ . . . . .	31
2.31 Pelabelan total titik irregular pada graf <i>roda</i> $W_3$ dan $W_4$ . . . . .	31
2.32 Pelabelan total titik irregular pada graf <i>prisma</i> $D_3$ dan $D_4$ . . . . .	32
2.33 Pelabelan total titik irregular pada graf <i>bintang</i> $S_5$ , $S_6$ dan $S_7$ . . . . .	32
2.34 Pelabelan total titik irregular pada graf <i>Matahari</i> $M_7$ . . . . .	33
2.35 Pelabelan total titik irregular pada graf <i>friendship</i> $f_3$ . . . . .	33
2.36 Jaringan Komputer . . . . .	39
2.37 Contoh penerapan graf dalam lalu lintas . . . . .	40
3.1 Diagram alir penelitian . . . . .	48
4.1 Pelabelan total titik irregular pada $2P(7, 2)$ . . . . .	52
4.2 Pelabelan total titik irregular pada $P(3, 1) \cup P(4, 1) \cup P(5, 1) \cup P(6, 1)$	56

4.3	Pelabelan total titik irregular pada $5P(4, 1)$	60
4.4	Pelabelan total titik irregular pada $4P(9, 3)$	61
4.5	Pelabelan total titik irregular pada $2P(12, 3)$ dan $2P(12, 4)$	62
4.6	Pelabelan total titik irregular pada $P(7, 3) \cup P(8, 3) \cup P(9, 3) \cup P(10, 3)$	65
4.7	Pelabelan total titik irregular pada $P(7, 1) \cup P(8, 2) \cup P(9, 3) \cup P(10, 4)$	66
4.8	Pelabelan total titik irregular pada $P(12, 2) \cup P(12, 3) \cup P(12, 4) \cup P(12, 5)$	67
4.9	Pelabelan total titik irregular pada $P(10, 4) \cup P(9, 3) \cup P(8, 2) \cup P(7, 1)$	68
4.10	Pelabelan total titik irregular pada $P(18, 5) \cup P(22, 5)$	69
4.11	Pelabelan total titik irregular pada $P(18, 5) \cup P(13, 3) \cup P(15, 4)$	70

## DAFTAR TABEL

2.1 Teorema nilai  $tvs$  dari beberapa graf khusus . . . . . 34

## DAFTAR LAMBANG

$G$	=	graf ( <i>graph</i> )
$E(G)$	=	himpunan sisi pada graf $G$
$V(G)$	=	himpunan titik pada graf $G$
$P(n, m)$	=	generalisasi graf petersen
$sP(n, m)$	=	gabungan dari sebanyak $s$ generalisasi graf petersen isomorfis
$\bigcup_{i=1}^s P(n_i, m_i)$	=	gabungan dari sebanyak $s$ generalisasi graf petersen yang non-isomorfis
$n$	=	banyaknya sisi luar yang berupa siklus
$m$	=	jarak lompatan tiap titik dalam sehingga terbentuk sisi dalam
$i$	=	generalisasi graf petersen ke- $i$ pada gabungan $P(n, m)$
$u_{i,j}$	=	titik luar ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$v_{i,j}$	=	titik dalam ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$u_{i,j}u_{i,j+1}$	=	sisi luar ke- $j$ dalam konponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$u_{i,j}v_{i,j}$	=	sisi antara yang menhubungkan titik luar dan titik dalam ke- $j$ dalam konponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$v_{i,j}v_{i,j+m}$	=	sisi dalam ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$V(sP(n, m))$	=	himpunan titik dari sebanyak $s$ generalisasi graf petersen
$E(sP(n, m))$	=	himpunan sisi dari sebanyak $s$ generalisasi graf petersen
$tvs(G)$	=	<i>total vertex irregularity strength</i> dari graf $G$
$\lambda(u_{i,j})$	=	label titik luar ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$\lambda(v_{i,j})$	=	label titik dalam ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$\lambda(u_{i,j}u_{i,j+1})$	=	label sisi luar ke- $j$ dalam konponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$\lambda(u_{i,j}v_{i,j})$	=	label sisi antara yang menhubungkan titik luar dan titik dalam ke- $j$ dalam konponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$\lambda(v_{i,j}v_{i,j+m})$	=	label sisi dalam ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$wt(u_{i,j})$	=	bobot titik luar ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$wt(v_{i,j})$	=	bobot titik dalam ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari $sP(n, m)$
$\lceil x \rceil$	=	bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan $x$
$\lfloor x \rfloor$	=	bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan $x$

## **DAFTAR LAMPIRAN**

Matrik penelitian . . . . .	74
Formulir pengajuan judul dan pembimbingan skripsi . . . . .	75

