



**DIMENSI METRIK PADA GRAF  $K_1 + mC_n$   
DAN GRAF  $K_1 + mP_n$**

**SKRIPSI**

Oleh

**Elvin Trisnaningtyas  
NIM 061810101077**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS JEMBER  
2012**



**DIMENSI METRIK PADA GRAF  $K_1 + mC_n$   
DAN GRAF  $K_1 + mP_n$**

**SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat  
untuk menyelesaikan Program Studi Matematika (S1)  
dan mencapai gelar Sarjana Sains

oleh

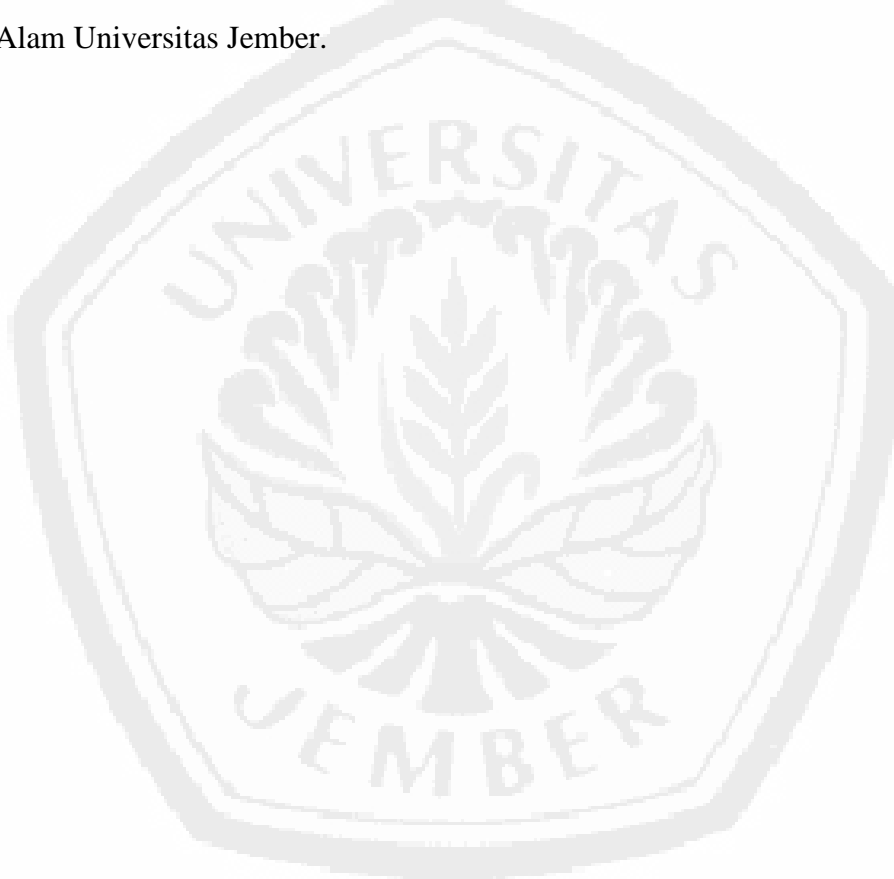
**Elvin Trisnaningtyas**  
**NIM 061810101077**

**JURUSAN MATEMATIKA**  
**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**  
**UNIVERSITAS JEMBER**  
**2012**

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini saya persembahkan untuk :

1. ibunda dan ayahanda tercinta, yang telah mendoakan dan memberi kasih sayang dengan penuh ketulusan;
2. Almamater Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.



## MOTTO

“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan.  
Maka apabila kamu telah selesai (dari suatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain, dan hanya kepada Tuhanlah hendaknya kamu berharap.”  
(QS. Alam Nasrah : 6-8)



## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Elvin Trisnaningtyas

NIM : 061810101077

menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul “ *Dimensi Metrik pada Graf  $K_1 + mC_n$  dan Graf  $K_1 + mP_n$*  ” adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali kutipan yang sudah saya sebutkan sumbernya, belum pernah diajukan pada institusi mana pun, dan bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa ada tekanan dan paksaan dari pihak mana pun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Juni 2012

Yang menyatakan,

Elvin Trisnaningtyas  
NIM 061810101077

**SKRIPSI**

**DIMENSI METRIK PADA GRAF  $K_1 + mC_n$   
DAN GRAF  $K_1 + mP_n$**

Oleh

Elvin Trisnaningtyas  
NIM 061810101077

Pembimbing

Dosen Pembimbing Utama : Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si.

Dosen Pembimbing Anggota : Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul *Dimensi Metrik pada Graf  $K_1 + mC_n$  dan Graf  $K_1 + mP_n$*  telah diuji dan disahkan pada:

hari :

tanggal :

tempat : Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Jember.

### Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si.  
NIP.197408132000032004

Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si.  
NIP.196908281998021001

Anggota I,

Anggota II,

Drs.Rusli Hidayat, M.Sc.  
NIP.196610121993031001

Kusbudiono, S.Si., M.Si.  
NIP.197704302005011001

Mengesahkan  
Dekan FMIPA,

Prof. Drs. Kusno, DEA., Ph.D.  
NIP.196101081986021001

## RINGKASAN

**Dimensi Metrik pada Graf  $K_1 + mC_n$  dan Graf  $K_1 + mP_n$** ; Elvin Trisnaningtyas, 061810101077; 2012; 79 halaman; Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

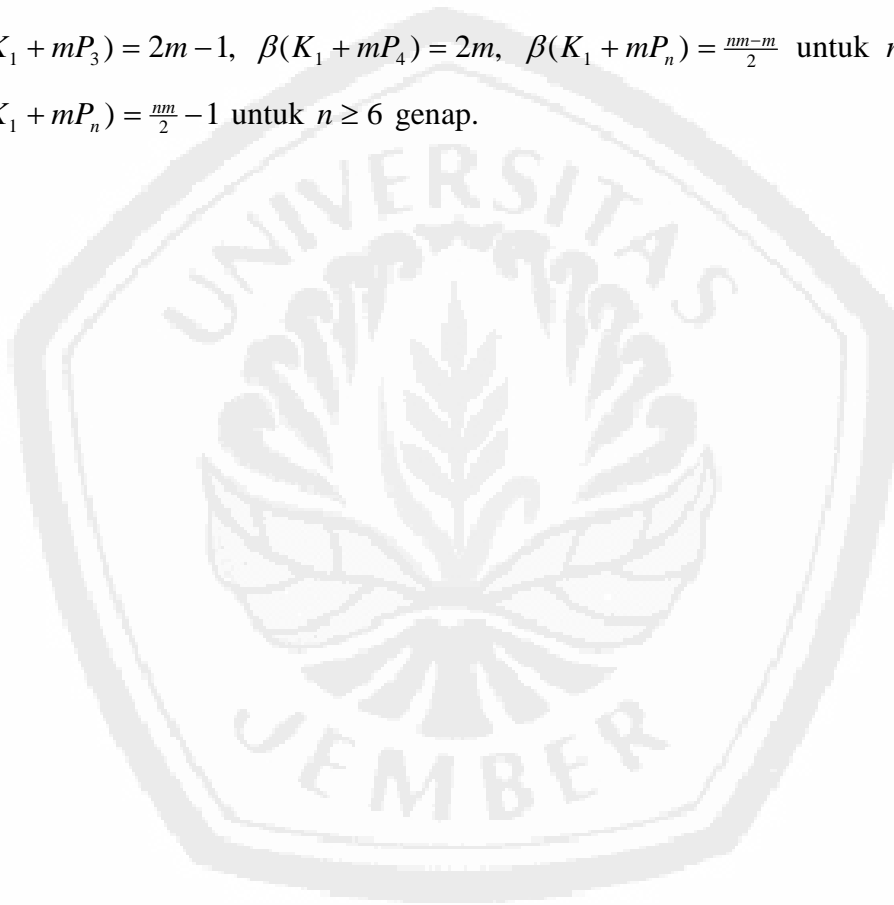
Sebarang himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan suatu urutan disebut himpunan terurut. Himpunan terurut  $W = (w_1, w_2, \dots, w_k)$  dari titik-titik pada graf terhubung  $G$  dengan titik  $r$  pada  $G$ , adalah vektor- $k$  (pasangan  $k$ -tuple),  $r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$  menunjukkan representasi dari titik  $v$  pada  $G$  terhadap  $W$ . Himpunan  $W$  dinamakan himpunan pembeda (*resolving set*)  $G$  jika titik-titik  $G$  mempunyai representasi berbeda. Himpunan pembeda dengan kardinalitas minimum disebut himpunan pembeda minimum (*minimum resolving set*), dan kardinalitas tersebut menyatakan dimensi metrik dari  $G$  dan dinotasikan dengan  $\beta(G)$ .

Permasalahan yang dibahas adalah menentukan dimensi metrik pada graf  $K_1 + mC_n$  dan graf  $K_1 + mP_n$ , dengan langkah - langkah penyelesaian meliputi: pertama adalah menentukan pemilihan titik yang memungkinkan sebagai anggota  $W$  *resolving set*, untuk mempermudah penentuan, dilakukan penotasian di setiap titik di  $G$ ; langkah kedua adalah mencari  $W$  *resolving set* dari kemungkinan titik yang ada pada  $G$ ; selanjutnya langkah ketiga yaitu mencari  $W$  *resolving set* dengan kardinalitas minimum. Jika ya maka kardinalitas tersebut adalah dimensi metrik dari  $G$ , tetapi jika tidak maka kembali ke langkah kedua.

Hasil dari penelitian ini adalah dimensi metrik graf  $K_1 + mC_n$ ,  $n \geq 3$ ,  $m \geq 2$  dan dimensi metrik graf  $K_1 + mP_n$ ,  $n \geq 2$ ,  $m \in \mathbb{N}$ .



Dimensi metrik pada graf  $K_1 + mC_n$ ,  $n \geq 3$ ,  $m \geq 2$ ,  $n, m$  bilangan asli yaitu  $\beta(K_1 + mC_n) = 2m$ . Dimensi metrik pada graf  $K_1 + mP_n$ ,  $n \geq 2, m \in \mathbb{N}$ , yaitu sebagai berikut: untuk  $m = 1$ ; dimensi metrik dari graf  $K_1 + mP_n$  adalah  $\beta(K_1 + P_n) = 2$  untuk  $2 \leq n \leq 5$ ,  $\beta(K_1 + P_6) = 3$ ,  $\beta(K_1 + P_n) = \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$  untuk  $n \geq 7$ , dan untuk  $m \geq 2$ ; dimensi metrik dari graf  $K_1 + mP_n$  adalah  $\beta(K_1 + mP_2) = m$ ,  $\beta(K_1 + mP_3) = 2m - 1$ ,  $\beta(K_1 + mP_4) = 2m$ ,  $\beta(K_1 + mP_n) = \frac{nm-m}{2}$  untuk  $n \geq 5$  ganjil,  $\beta(K_1 + mP_n) = \frac{nm}{2} - 1$  untuk  $n \geq 6$  genap.



## PRAKATA

Puji syukur kehadiran Allah Swt. karena atas segala rahmat, hidayah dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul “*Dimensi Metrik pada Graf  $K_1 + mC_n$  dan Graf  $K_1 + mP_n$* ”. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember.

Penyusunan Skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Prof. Drs. Kusno. DEA., Ph.D. selaku Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Jember;
2. Ibu Kristiana Wijaya, S.Si., M.Si dan Bapak Kosala Dwidja Purnomo, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
3. Bapak Drs. Rusli Hidayat, M.Sc. dan Bapak Kusbudiono, S.Si., M.Si. selaku Dosen Penguji yang telah memberikan masukan guna menyempurnakan skripsi ini;
4. Bapak Kusbudiono, S.Si., M.Si. selaku Dosen Pembimbing Akademik yang telah membimbing selama penulis menjadi mahasiswa;
5. keluarga tercinta yang telah memberikan dorongan dan doanya demi terselesaikannya skripsi ini;
6. teman-teman mahasiswa jurusan matematika yang telah banyak memberikan masukan, saran, serta kritik dalam hal penyusunan skripsi ini.

Penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Juni 2012

Penulis

## DAFTAR ISI

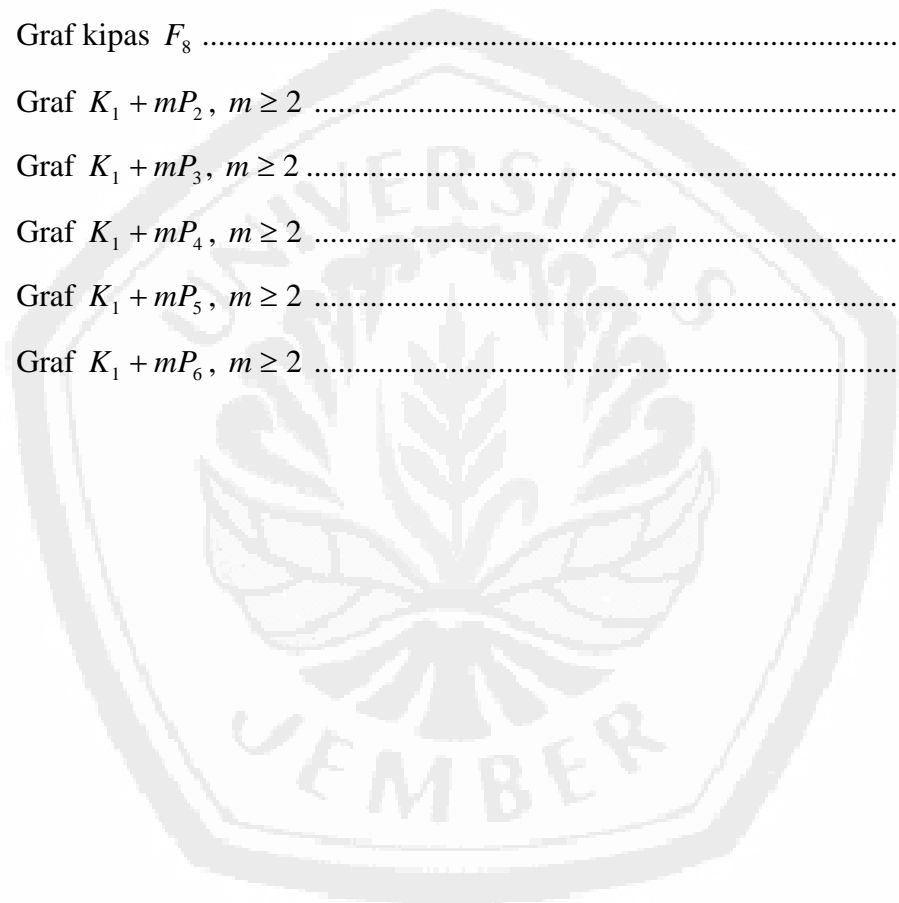
	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN MOTO</b> .....	iii
<b>HALAMAN PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>HALAMAN PEMBIMBINGAN</b> .....	v
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	vi
<b>RINGKASAN</b> .....	vii
<b>PRAKATA</b> .....	ix
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiv
<b>BAB 1. PENDAHULUAN</b>	
<b>1.1 Latar Belakang</b> .....	1
<b>1.2 Rumusan Masalah</b> .....	2
<b>1.3 Batasan Masalah</b> .....	2
<b>1.4 Tujuan</b> .....	3
<b>1.5 Manfaat</b> .....	3
<b>BAB 2. TINJAUAN PUSTAKA</b>	
<b>2.1 Terminologi Dasar Graf</b> .....	4
<b>2.2 Graf Terhubung dan Graf Tak Terhubung</b> .....	5
<b>2.3 Operasi Jumlahan pada Graf</b> .....	7
<b>2.4 Kelas-kelas Graf</b> .....	7
2.4.1 Graf Lintasan ( <i>Path Graph</i> ).....	7
2.4.2 Graf Sikel ( <i>Cycle</i> ) .....	8
2.4.3 Graf Lengkap ( <i>Complete Graph</i> ).....	8
2.4.4 Graf Kincir ( <i>Windmill Graph</i> ) .....	9

2.4.5 Graf $K_1 + mC_n$ .....	9
2.4.6 Graf $K_1 + mP_n$ .....	10
<b>2.5 Jarak (<i>distance</i>) pada Graf</b> .....	11
<b>2.6 Dimensi Metrik</b> .....	12
<b>2.7 Beberapa Penelitian Tentang Dimensi Metrik yang Sudah Dilakukan</b> .....	18
<b>2.8 Beberapa Contoh Pengaplikasian Dimensi Metrik</b> .....	19
<b>BAB 3. METODE PENELITIAN</b>	
<b>3.1 Metodologi</b> .....	20
<b>3.2 Diagram Alur Metodologi Penelitian</b> .....	22
<b>BAB 4. HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	
<b>4.1 Dimensi Metrik pada Graf <math>K_1 + mC_n, n \geq 3, m \in \mathbb{N}</math></b> .....	25
<b>4.2 Dimensi Metrik pada Graf <math>K_1 + mP_n, n \geq 2, m \in \mathbb{N}</math></b> .....	42
4.2.1 Dimensi Metrik pada Graf $K_1 + P_n, n \geq 2$ .....	43
4.2.2 Dimensi Metrik pada Graf $K_1 + mP_n, n \geq 2, m \geq 2$ .....	55
<b>BAB 5. KESIMPULAN DAN SARAN</b>	
<b>5.1 Kesimpulan</b> .....	79
<b>5.2 Saran</b> .....	80
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	81
<b>LAMPIRAN-LAMPIRAN</b>	
<b>A.1 DIMENSI METRIK GRAF <math>K_1 + mC_n</math></b> .....	82
<b>A.2 DIMENSI METRIK GRAF <math>K_1 + P_n</math></b> .....	83
<b>A.3 DIMENSI METRIK GRAF <math>K_1 + mP_n</math></b> .....	84

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
2.1 Graf $G(5,6)$ .....	4
2.2 (a) graf terhubung dan (b) graf tak terhubung.....	6
2.3 Graf $G = G_1 + G_2$ .....	7
2.4 Graf lintasan $P_4$ dan $P_6$ .....	7
2.5 Graf sikel $C_5$ dan $C_6$ .....	8
2.6 Graf lengkap $K_5$ dan $K_6$ .....	8
2.7 Graf kincir $K_5^3$ dengan 3 salinan graf lengkap $K_5$ .....	9
2.8 Graf $K_1 + 4C_4$ .....	10
2.9 Graf roda $W_4$ .....	10
2.10 Graf $K_1 + 6P_3$ .....	11
2.11 Graf kipas $F_5$ .....	11
2.12 Graf dengan 8 titik dan 10 sisi .....	12
2.13 Graf $G(12,27)$ .....	13
3.1 <i>Flowchart</i> penelitian .....	22
4.1 Graf $K_1 + 2C_3$ .....	23
4.2 Graf $K_1 + 2P_3$ .....	24
4.3 Graf $K_1 + mC_3, m \geq 2$ .....	28
4.4 Graf $K_1 + mC_4, m \geq 2$ .....	30
4.5 Graf $K_1 + mC_5, m \geq 2$ .....	33
4.6 Graf $K_1 + mC_6, m \geq 2$ .....	35
4.7 Graf kipas $F_2$ .....	44
4.8 Graf kipas $F_3$ .....	45

4.9 Graf kipas $F_4$ .....	46
4.10 Graf kipas $F_5$ .....	47
4.11 Graf kipas $F_6$ .....	48
4.12 Graf kipas $F_7$ .....	50
4.13 Graf kipas $F_8$ .....	51
4.14 Graf $K_1 + mP_2, m \geq 2$ .....	56
4.15 Graf $K_1 + mP_3, m \geq 2$ .....	58
4.16 Graf $K_1 + mP_4, m \geq 2$ .....	61
4.17 Graf $K_1 + mP_5, m \geq 2$ .....	64
4.18 Graf $K_1 + mP_6, m \geq 2$ .....	66



## DAFTAR TABEL

	Halaman
2.1 Dimensi metrik pada beberapa kelas graf .....	18
4.1 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mC_3$ , $m \geq 2$ , terhadap $W$ dengan $ W  = 2m$ .....	29
4.2 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mC_4$ , $m \geq 2$ , terhadap $W$ dengan $ W  = 2m$ .....	31
4.3 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mC_5$ , $m \geq 2$ , terhadap $W$ dengan $ W  = 2m$ .....	34
4.4 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mC_6$ , $m \geq 2$ , terhadap $W$ dengan $ W  = 2m$ .....	36
4.5 Hasil representasi titik-titik di graf kipas $F_3$ terhadap $W$ .....	45
4.6 Hasil representasi titik-titik di graf kipas $F_4$ terhadap $W$ .....	46
4.7 Hasil representasi titik-titik di graf kipas $F_5$ terhadap $W$ .....	47
4.8 Hasil representasi titik-titik di graf kipas $F_6$ terhadap $W$ dengan $ W  = 3$ .....	49
4.9 Hasil representasi titik-titik di graf kipas $F_7$ terhadap $W$ dengan $ W  = 3$ .....	50
4.10 Hasil representasi titik-titik di graf kipas $F_8$ terhadap $W$ dengan $ W  = 3$ .....	52
4.11 Hasil representasi titik-titik di graf kipas $F_n$ terhadap $W$ dengan $ W  = \frac{n-1}{2}$ .....	54
4.12 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mP_2$ , $m \geq 2$ , terhadap	

$W$ dengan $ W  = m$ .....	57
4.13 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mP_3$ , $m \geq 2$ , terhadap	
$W$ dengan $ W  = 2m$ .....	59
4.14 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mP_3$ , $m \geq 2$ , terhadap	
$W$ dengan $ W  = 2m - 1$ .....	60
4.15 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mP_4$ , $m \geq 2$ , terhadap	
$W$ dengan $ W  = 2m$ .....	62
4.16 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mP_5$ , $m \geq 2$ , terhadap	
$W$ dengan $ W  = 2m$ .....	65
4.17 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mP_6$ , $m \geq 2$ , terhadap	
$W$ dengan $ W  = 3m$ .....	68
4.18 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mP_6$ , $m \geq 2$ , terhadap	
$W$ dengan $ W  = 3m - 1$ .....	70
4.19 Hasil representasi titik-titik di $K_1 + mP_7$ , $m \geq 2$ , terhadap	
$W$ dengan $ W  = 3m$ .....	72