



**EFEKTIVITAS METODE RUNGE-KUTTA ORDE
DELAPAN UNTUK MENYELESAIKAN MODEL
MATEMATIKA TRANSMISI PENYAKIT MALARIA**

SKRIPSI

Oleh

Reza Mega Ardhilia

NIM 090210101046

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013



**EFEKTIVITAS METODE RUNGE-KUTTA ORDE
DELAPAN UNTUK MENYELESAIKAN MODEL
MATEMATIKA TRANSMISI PENYAKIT MALARIA**

SKRIPSI

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat
untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1)
dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

Reza Mega Ardhilia

NIM 090210101046

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS JEMBER**

2013

PERSEMBAHAN

Segala puji bagi Allah SWT yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad SAW. Ku persembahkan sebuah karya kebahagiaan dan rasa terima kasih kepada:

1. Ayahanda Hadi Suyitno dan Ibunda Farida yang senantiasa memberikan kasih sayang, dukungan, dan do'a yang tiada henti, yang membuatku dewasa dalam menjalani hidup. Serta adik-adikku Adhitya Bagus S., Sukarno Hadi S., dan Ryan Adi S., yang selalu menghiburku. Tak lupa untuk seluruh keluarga besarku yang selalu mendoakan;
2. Bapak dan Ibu Dosen FKIP Pendidikan Matematika yang telah dengan sabar memberikan ilmunya kepadaku;
3. Supriyono yang memberikan warna berbeda dalam hidupku dan selalu memberiku bantuan, semangat, serta doa;
4. Keluarga keduaku, D' Kill (Mak'e (Risa), Apizh, Lee Lo, Ayum Yum, Adek Levi, Rani Moo, Nana Sya, Tika Lullaby, Tika Mwah, Pman, Faed, Dody, Sinyo, Eko, Pipit, Bimo, dan Kak Yaz), yang selalu mewarnai hidupku selama ini dengan memberiku pengalaman yang indah, sedih dan seru, memberiku motivasi dan doa. *Hopefully our friendship will be last forever*;
5. Teman-teman Pendidikan Matematika Angkatan 2009, khususnya 2009 NR, yang memberikanku doa dan kenangan yang lucu, serta teman seperjuanganku, Dewi;
6. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

MOTTO



PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Reza Mega Ardhilia

NIM : 090210101046

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: "Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Delapan untuk Menyelesaikan Model Matematika Transmisi Penyakit Malaria" adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

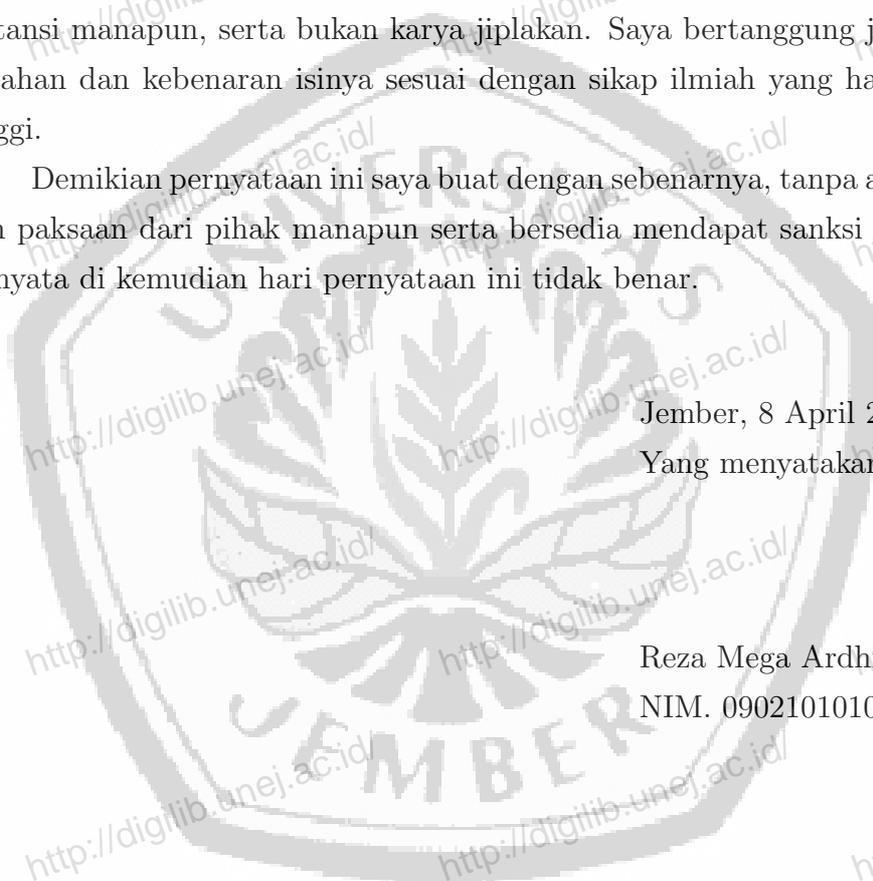
Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 8 April 2013

Yang menyatakan,

Reza Mega Ardhilia

NIM. 090210101046



SKRIPSI

**EFEKTIVITAS METODE RUNGE-KUTTA ORDE DELAPAN
UNTUK MENYELESAIKAN MODEL MATEMATIKA
TRANSMISI PENYAKIT MALARIA**



Oleh

Reza Mega Ardhilia

NIM 090210101046

Dosen Pembimbing I

: Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D

Dosen Pembimbing II

: Susi Setiawani, S.Si., M.Sc

PENGESAHAN

Skripsi berjudul "Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Delapan untuk Menyelesaikan Model Matematika Transmisi Penyakit Malaria" telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan pada:

hari : Senin

tanggal : 8 April 2013

tempat : Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Tim Penguji

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Slamir, M.Comp.Sc., Ph.D

NIP. 19670420 199201 1 001

Anggota I,

Susi Setiawani, S.Si., M.Sc

NIP. 19700307 199512 2 001

Anggota II,

Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D

NIP. 19680802 199303 1 004

Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si

NIP. 19581209 198603 1 003

Mengesahkan

Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Universitas Jember,

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd

NIP. 19540501 198303 1 005

RINGKASAN

Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Delapan untuk Menyelesaikan Model Matematika Transmisi Penyakit Malaria: Reza Mega Ardhilia, 090210101046; 2013: 141 halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Penyakit malaria masih menjadi masalah kesehatan masyarakat di seluruh dunia. Setiap tiga puluh detik, seorang anak meninggal akibat malaria di suatu tempat. Sedangkan dalam setiap tahunnya, hampir sepuluh persen dari populasi global akan menderita malaria (*Malaria Foundation International*, 2012). Model matematika transmisi penyakit malaria yang dikembangkan oleh Nakul Chitnis, J. M. Chusing, dan J. M. Hyman, berbentuk sistem Persamaan Diferensial Biasa (PDB) non linier orde satu sehingga untuk menyelesaikannya dibutuhkan metode numerik. Metode numerik yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode Runge-Kutta orde delapan. Metode tersebut memiliki tingkat ketelitian yang cukup baik. Di samping itu, pemilihan orde delapan dikarenakan penelitian tentang metode Runge-Kutta baru sampai pada orde tujuh dan orde delapan belum ada. Dalam penelitian ini, penulis melakukan analisis tingkat efektivitas dan efisiensi metode Runge-Kutta orde delapan dibandingkan dengan metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan terhadap penyelesaian sistem PDB tersebut dengan cara mengumpulkan data. Metode pengumpulan data yang digunakan yaitu metode dokumentasi dan metode eksperimen. Metode dokumentasi dalam penelitian ini yaitu menggunakan jurnal yang ditulis oleh Chitnis *et al.* tentang model matematika transmisi penyakit malaria dan nilai-nilai parameternya. Sedangkan metode eksperimen yaitu metode pengumpulan data yang dilakukan dengan melakukan pencatatan dan pengamatan selama eksekusi pemrograman di MATLAB. Hal yang diamati yaitu jumlah iterasi, nilai *error*, waktu tempuh, dan grafik.

Berdasarkan hasil analisis, diperoleh sifat dan formula metode Runge-Kutta orde delapan. Terdapat dua formula metode Runge-Kutta orde delapan yaitu RK8B1 dan RK8B2. Kedua formula memiliki nilai tetapan c yang sama ($c_1 = 0$,

$c_2 = \frac{1}{7}$, $c_3 = \frac{2}{7}$, $c_4 = \frac{3}{7}$, $c_5 = \frac{4}{7}$, $c_6 = \frac{5}{7}$, $c_7 = \frac{6}{7}$, dan $c_8 = 1$). Hal yang membedakan kedua formula yaitu RK8B1 memiliki koefisien matriks A penuh dan RK8B2 memiliki koefisien matriks A minimum. Hasil uji konvergensi secara teoritis menunjukkan bahwa formula metode tersebut merupakan metode yang konvergen. Pola algoritmanya dapat disusun sehingga dapat dibuat format *programming* dalam bahasa MATLAB. Program MATLAB yang digunakan dalam penelitian ini adalah MATLAB R2011b dengan *processor* Intel Xeon. Format *programming* yang telah disusun kemudian dieksekusi. Hasil eksekusi yaitu grafik, *error*, iterasi, dan waktu tempuh. Grafik konvergensi yang dihasilkan menunjukkan bahwa metode itu merupakan metode yang konvergen secara *programming* karena *error* yang dihasilkan semakin menurun untuk setiap iterasi. Sedangkan grafik lainnya menunjukkan hubungan antara populasi manusia yang rentan malaria (S_h), populasi manusia yang terkena malaria (E_h), populasi manusia yang terinfeksi malaria (I_h), populasi manusia yang sembuh dari malaria (R_h), populasi nyamuk yang rentan malaria (S_v), populasi nyamuk yang terkena malaria (E_v), dan populasi nyamuk yang terinfeksi malaria (I_v) terhadap waktu t dalam satuan hari.

Data berupa *error* didapatkan dengan menetapkan iterasi, ukuran langkah, parameter dan nilai awal. Semakin kecil *error* yang dihasilkan maka semakin efektif suatu metode. Iterasi yang digunakan dalam penelitian ini yaitu 100, 735, 1.000, 1.650, 5.000, 10.000, dan 100.000. Pemilihan iterasi tersebut dikarenakan sudah cukup mewakili untuk mengetahui tingkat akurasi metode yang digunakan karena memiliki rentang yang cukup jauh. Hasil eksekusi menunjukkan semakin besar iterasi maka *error* yang terjadi semakin kecil. Pada iterasi 100, metode Runge-Kutta orde delapan memiliki *error* yang lebih besar dibandingkan metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan. Sedangkan pada iterasi 735 sampai dengan iterasi 1.000, metode Runge-Kutta orde delapan memiliki *error* yang lebih kecil. Pada iterasi 1.650, 5.000, 10.000, dan 100.000, metode Runge-Kutta orde delapan kembali memiliki *error* yang lebih besar. Dengan demikian metode Runge-Kutta orde delapan tidak lebih efektif bila dibandingkan dengan metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan dalam menyelesaikan model transmisi penyakit

malaria. Hal itu dimungkinkan karena metode Adams Bashforth-Moulton memiliki orde yang setingkat lebih tinggi.

Untuk mengetahui efisiensi suatu metode maka dilakukan penetapan batas toleransi. Toleransi yang digunakan dalam penelitian ini adalah 10^{-3} , 10^{-4} dan 10^{-5} . Dari hasil eksekusi didapat bahwa semakin kecil batas toleransi maka semakin besar iterasi yang dilakukan dan semakin lama waktu tempuh untuk menyelesaikan permasalahan. Untuk setiap batas toleransi yang ditentukan tersebut, metode Runge-Kutta orde delapan selalu memiliki waktu lebih cepat. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa metode Runge-Kutta orde delapan (RK8B2) lebih efisien bila dibandingkan dengan metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan dalam menyelesaikan model transmisi penyakit malaria. Hal itu dimungkinkan karena metode Runge-Kutta orde delapan, RK8B2, memiliki koefisien matriks A yang minimum sehingga jumlah operasinya (flops) tidak sebanyak metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan. Semakin sedikit jumlah operasi suatu metode maka semakin cepat metode itu dalam menyelesaikan masalah. Penelitian ini tidak menganalisis jumlah flops untuk kedua metode dikarenakan MATLAB R2011b tidak menyediakan fungsi itu.

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah SWT atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Delapan untuk Menyelesaikan Model Matematika Transmisi Penyakit Malaria" dengan baik.

Penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan dan bimbingan berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penyusunan skripsi ini;
5. Ketua Program Studi Sistem Informasi Universitas Jember yang membantu dalam perijinan penggunaan laboratorium;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Keluarga besar HMPS Pendidikan Matematika "MSC" khususnya angkatan 2009;
8. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini masih banyak kekurangan. Untuk itu kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi pembacanya.

Jember, April 2013

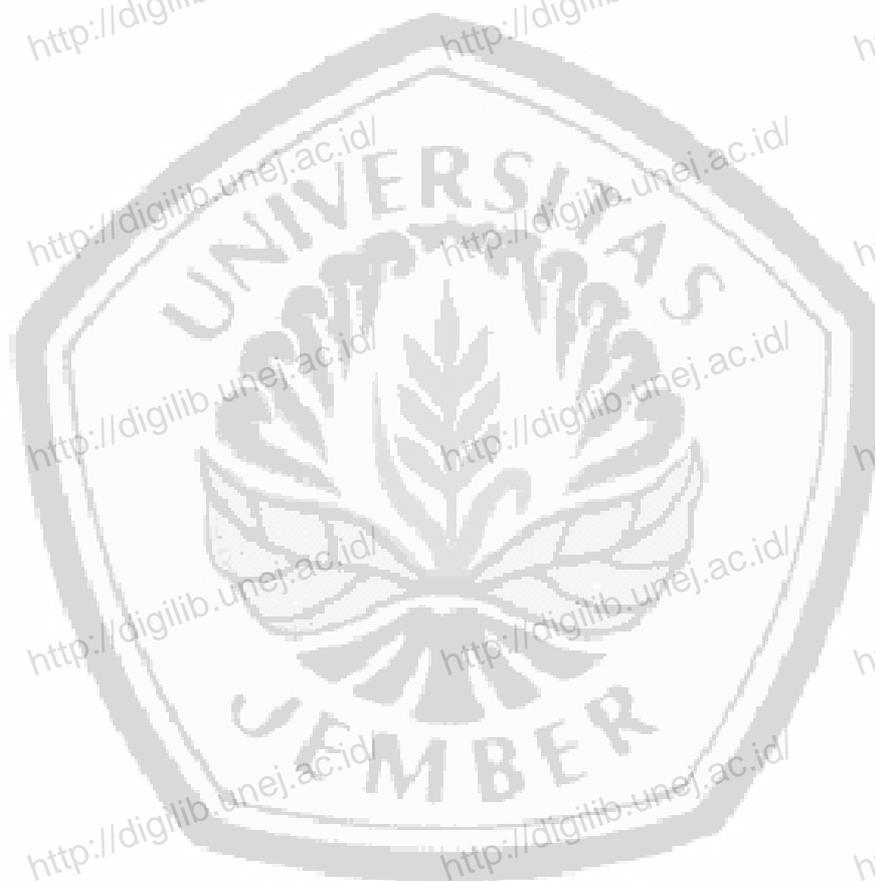
Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSEMBAHAN	ii
HALAMAN MOTTO	iii
HALAMAN PERNYATAAN	iv
HALAMAN PEMBIMBINGAN	v
HALAMAN PENGESAHAN	vi
RINGKASAN	vii
PRAKATA	x
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvi
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
DAFTAR LAMBANG	xviii
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	4
2 TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Malaria	5
2.2 Model Matematika Transmisi Penyakit Malaria	6
2.3 Persamaan Diferensial Biasa	11
2.3.1 Sistem Persamaan Diferensial Biasa (PDB)	13
2.3.2 Metode Penyelesaian Sistem PDB	14
2.4 Konsep Dasar Metode Numerik	16
2.5 Aturan Matematika yang Digunakan dalam Penelitian	19
2.6 Metode Runge-Kutta	20
2.6.1 Konsep Konvergensi Metode Runge-Kutta	23

2.6.2	Penurunan Formula Metode Runge-Kutta	24
2.6.3	Metode Runge-Kutta Orde Delapan	28
2.7	Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Sembilan	31
2.8	Efektivitas dan Efisiensi	33
2.9	Iterasi dan Kriteria Penghentian Iterasi	34
2.10	Algoritma dan Pemrograman	36
2.11	MATLAB	39
3	METODE PENELITIAN	42
3.1	Desain Penelitian	42
3.2	Definisi Operasional	43
3.3	Tempat Penelitian	45
3.4	Metode Pengumpulan Data	45
3.4.1	Metode Dokumentasi	46
3.4.2	Metode Eksperimen	46
3.5	Analisis Data	46
4	HASIL DAN PEMBAHASAN	49
4.1	Metode Runge-Kutta Orde Delapan	49
4.1.1	Formula Metode Runge-Kutta Orde Delapan (RK8B1)	58
4.1.2	Formula Metode Runge-Kutta Orde Delapan (RK8B2)	66
4.2	Uji Konvergensi Metode Runge-Kutta Orde Delapan	69
4.3	Format Pemrograman MATLAB	74
4.3.1	Tahap Pemodelan	74
4.3.2	Tahap Formulasi Numerik	74
4.3.3	Tahap Algoritma	76
4.3.4	Tahap Pemrograman Metode Runge-Kutta Orde Delapan	78
4.4	Efektivitas dan Efisiensi Metode Runge-Kutta Orde Delapan	92
4.4.1	Simulasi Pemodelan	92
4.4.2	Hasil Komputasi Metode Runge-Kutta Orde Delapan dan Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Sembilan dengan MATLAB	93
4.4.3	Analisis Efektivitas Metode Runge-Kutta Orde Delapan	104

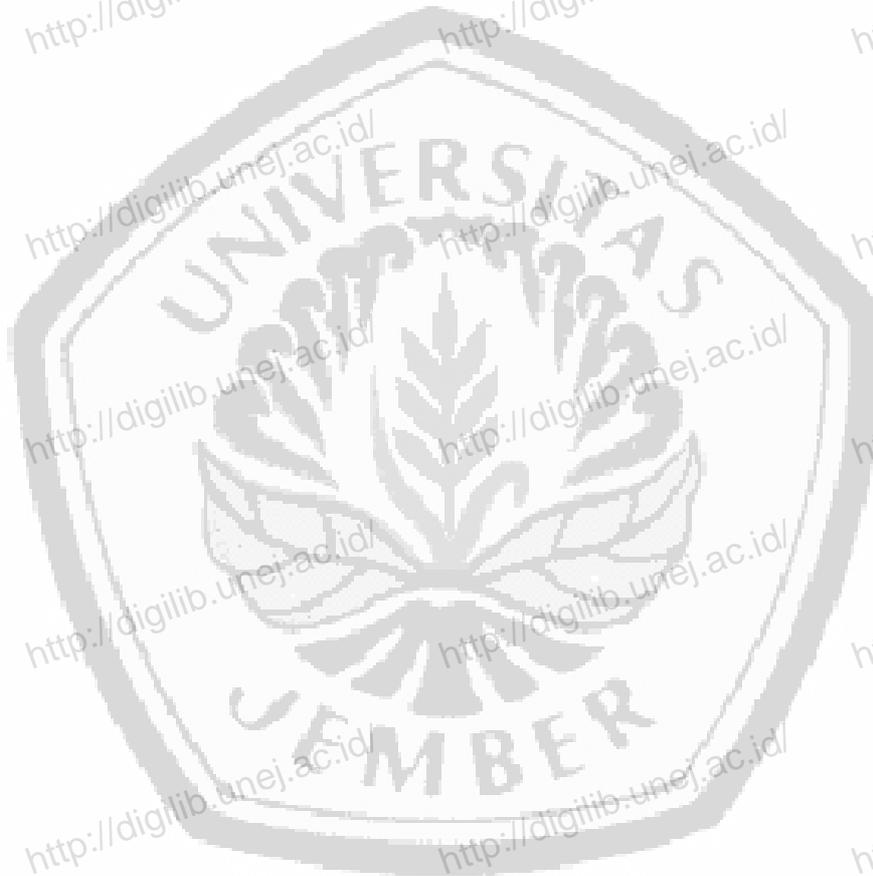
4.4.4 Analisis Efisiensi Metode Runge-Kutta Orde Delapan	109
5 KESIMPULAN DAN SARAN	111
5.1 Kesimpulan	111
5.2 Saran	112
DAFTAR PUSTAKA	113
LAMPIRAN	117



DAFTAR GAMBAR

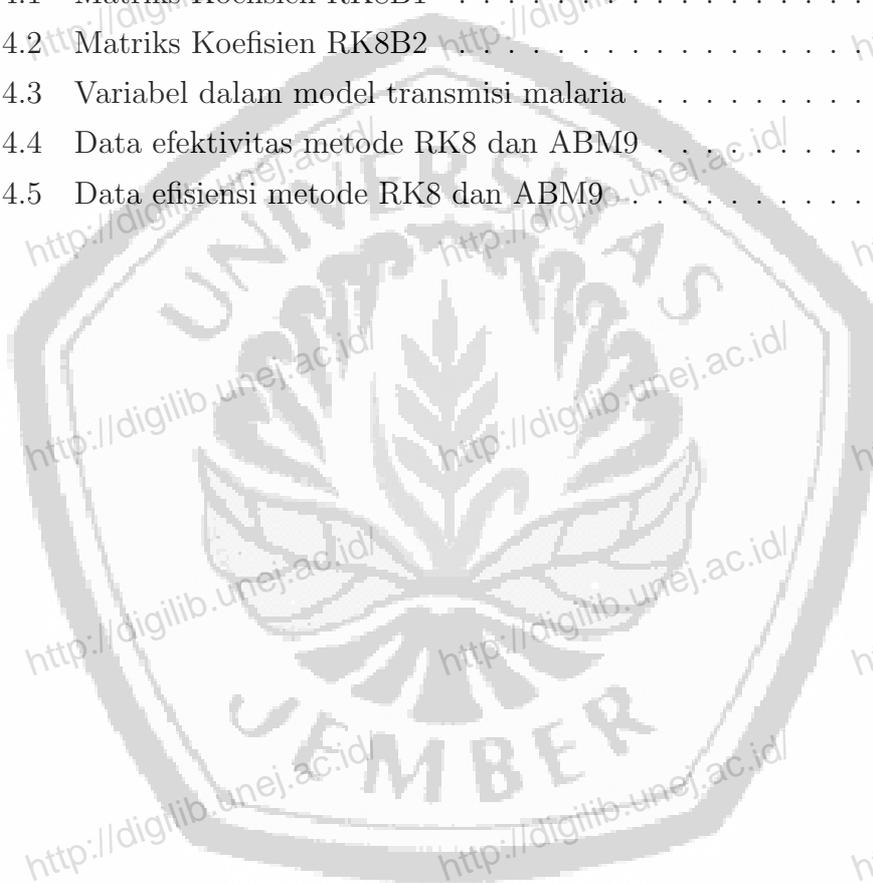
2.1	Gejala Malaria Secara Umum (Sumber: Wikipedia,2013)	6
2.2	Jumlah Kasus Malaria Tahun 2010	7
2.3	Analisis Model Matematika Penyakit Malaria	8
2.4	Diagram Aproksimasi	19
2.5	Tampilan Awal MATLAB	40
3.1	Prosedur Penelitian	44
4.1	Grafik eksekusi RK8B1 dengan iterasi 100 pada populasi manusia	94
4.2	Grafik eksekusi ABM9 dengan iterasi 100 pada populasi manusia .	95
4.3	Grafik eksekusi RK8B1 dengan iterasi 100 pada populasi vektor .	95
4.4	Grafik eksekusi ABM9 dengan iterasi 100 pada populasi vektor . .	96
4.5	Grafik eksekusi RK8B1 dengan iterasi 5.000 pada populasi manusia	97
4.6	Grafik eksekusi ABM9 dengan iterasi 5.000 pada populasi manusia	97
4.7	Grafik eksekusi RK8B1 dengan iterasi 5.000 pada populasi vektor	98
4.8	Grafik eksekusi ABM9 dengan iterasi 5.000 pada populasi vektor .	99
4.9	Grafik eksekusi RK8B1 dengan toleransi 10^{-3} pada populasi manusia	99
4.10	Grafik eksekusi ABM Orde 9 dengan toleransi 10^{-3} pada populasi manusia	100
4.11	Grafik eksekusi RK8B1 dengan toleransi 10^{-3} pada populasi vektor	101
4.12	Grafik eksekusi ABM Orde 9 dengan toleransi 10^{-3} pada populasi vektor	101
4.13	Grafik eksekusi RK8B1 dengan toleransi 10^{-4} pada populasi manusia	102
4.14	Grafik eksekusi ABM Orde 9 dengan toleransi 10^{-4} pada populasi manusia	103
4.15	Grafik eksekusi RK8B1 dengan toleransi 10^{-4} pada populasi vektor	103
4.16	Grafik eksekusi ABM Orde 9 dengan toleransi 10^{-4} pada populasi vektor	104
4.17	Grafik konvergensi metode RK8B1 dengan iterasi 100	107
4.18	Grafik konvergensi metode ABM9 dengan iterasi 100	108

4.19 Grafik konvergensi metode RK8B1 dengan iterasi 5.000	108
4.20 Grafik konvergensi metode ABM9 dengan iterasi 5.000	109



DAFTAR TABEL

2.1	Definisi Simbol Sub Populasi (Variabel Terikat)	10
2.2	Nilai Parameter	10
2.3	Hasil Penelitian Metode Runge-Kutta	28
2.4	Fungsi-fungsi MATLAB untuk menyelesaikan masalah-masalah PD	41
4.1	Matriks Koefisien RK8B1	61
4.2	Matriks Koefisien RK8B2	66
4.3	Variabel dalam model transmisi malaria	75
4.4	Data efektivitas metode RK8 dan ABM9	105
4.5	Data efisiensi metode RK8 dan ABM9	110



DAFTAR LAMPIRAN

Matrik Penelitian	118
Formulir Pengajuan Judul dan Pembimbingan Skripsi	119
Lembar Konsultasi Penyusunan Skripsi	120
Format <i>Programming</i> Efektivitas Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Sembilan	122
Format <i>Programming</i> Efisiensi Metode Adams Bashforth-Moulton Orde Sembilan	130
Format Pembuktian Koefisien Matriks RK8B1 dalam MATLAB.	138



DAFTAR LAMBANG

a, b, c	≡	Tetapan unik pada metode Runge-Kutta
$ABM9$	=	Formula metode Adams Bashforth-Moulton orde sembilan
e	=	Toleransi
e_n	=	Kesalahan global
$f^{(n)}(x, y)$	≡	Turunan ke- n dari fungsi $f(x, y)$
$f_x(\equiv f_x(x, y))$	=	Turunan parsial $f(x, y)$ terhadap x
h	=	Ukuran langkah
i	=	Iterasi
I_n	=	Kesalahan pemenggalan lokal
p	=	Orde
$RK8B1$	=	Formula kesatu metode Runge-Kutta orde delapan
$RK8B2$	=	Formula kedua metode Runge-Kutta orde delapan
$y(x_n)$	≡	Solusi eksak pada n
y_n	=	Solusi numerik pada n