



**PELABELAN TOTAL SUPER (*a, d*) SISI ANTIMAGIC  
PADA GRAF SIPUT**

**SKRIPSI**

Oleh

**Novian Riskiana Dewi**

**NIM 090210101018**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER  
2013**



## **PELABELAN TOTAL SUPER ( $a, d$ ) SISI ANTIMAGIC PADA GRAF SIPUT**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh

**Novian Riskiana Dewi**

**NIM 090210101018**

Dosen Pembimbing 1 : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M. Sc.

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2013**

## **HALAMAN PERSEMPAHAN**

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalam kepada:

1. Ibunda tercinta Hartutiningsih dan Ayahanda Sunaryo, kakak-kakakkku tersayang Dedy Setiawan, Gilang Wahyudi, dan Aswin Surya Wiyana yang selalu menjadi penyemangat dalam hidupku, senantiasa memberikan kasih sayang tiada henti, dan butiran do'a kalian yang selalu menemani setiap perjuangan hidupku. Lek Su dan Lek Samsul yang selalu menjadi penasehat setiaku;
2. Teman seperjuangan, Laras, Reni, Iis dan pecinta graf lainnya yang telah bersama-sama mendapatkan ilmu dan pengalaman berharga ;
3. Sahabatku Erica, Shela, Anggun, Atiah, Rio, yang selalu ada di setiap canda tawaku;
4. Teman-teman FKIP Matematika: (mb Ony, mb Ela, mb Alfin, mb Yuni, mb Kunti, mb Devi, mz Muhklis, Ririt, Lisa, dan Teman-teman angkatan 2009) yang senantiasa membantuku dan menorehkan sebuah pengalaman indah tak terlupakan;
5. Sahabatku SMA tersayang: (Ziya, Nilam, Shofie, Ela, Putri, Ika, Fitri, Mita, Rizda, Titik) yang selalu ada dalam hatiku;
6. Keluarga Besar "Edeng-Edeng Kost": (mb mega, rara, anggi, amel, fitri, ta'ul, okta dan semuanya) yang telah menjadi keluarga baru, selalu ada cerita dan kenangan lucu dalam setiap kebersamaan kita;
7. Keluarga Jawa 2E03: (mb Ukky, mb Carol, mb Ima, mb Betty, Tyas, Chandra, Mita, Jesica) yang selalu membuat hari-hariku indah;
8. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

## **HALAMAN MOTTO**

إِنَّمَا مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا

”Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan”

(QS. Alam Nasroh:6)

”Tugas kita bukanlah untuk berhasil. Tugas kita adalah untuk mencoba, karena didalam mencoba itulah kita menemukan dan belajar membangun kesempatan untuk berhasil”

(Mario Teguh)

”Kadang-kadang orang yang tumpul otaknya tetapi tidak berputus asa lebih maju daripada seorang yang cerdas tetapi malas”

(Buya Hamka)

## **HALAMAN PERNYATAAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Novian Riskiana Dewi

NIM : 0902101018

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Pelabelan Total Super ( $a, d$ ) Sisi Antimagic Pada Graf Siput adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, Februari 2013

Yang menyatakan,

Novian Riskiana Dewi

NIM. 0902101018

# **SKRIPSI**

## **PELABELAN TOTAL SUPER $(a, d)$ – SISI ANTIMAGIC PADA GRAF SIPUT**

Oleh

**Novian Riskiana Dewi  
NIM 090210101018**

Dosen Pembimbing 1 : Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D.

Dosen Pembimbing 2 : Susi Setiawani, S.Si., M. Sc.

## **PERSETUJUAN**

### **PELABELAN TOTAL SUPER ( $a, d$ ) SISI ANTIMAGIC PADA GRAF SIPUT**

#### **SKRIPSI**

diajukan guna memenuhi syarat untuk menyelesaikan pendidikan Program Sarjana Strata Satu Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Nama Mahasiswa	:	Novian Riskiana Dewi
NIM	:	090210101018
Jurusan	:	Pendidikan MIPA
Program Studi	:	Pendidikan Matematika
Angkatan Tahun	:	2009
Daerah Asal	:	Banyuwangi
Tempat, Tanggal Lahir	:	Banyuwangi, 24 November 1990

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004

Pembimbing II,

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc  
NIP. 19700307 199512 2 001

## **PENGESAHAN**

Skripsi berjudul "Pelabelan Total Super ( $a, d$ )- Sisi Antimagic Pada Graf Siput"  
telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Jum'at

Tanggal : 22 Februari 2013

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Pengaji :

Ketua,

Sekretaris,

Dr. Susanto, M.Pd  
NIP.19630616 198802 1 001

Susi Setiawani, S.Si, M.Sc  
NIP. 19700307 199512 2 001

Anggota I,

Anggota 2,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP.19680802 199303 1 004

Drs. Toto Bara Setiawan, M.Si  
NIP.19581209 198603 1 003

Mengesahkan,  
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember

Prof. Dr. Sunardi, M.Pd  
NIP. 19540501 198303 1 005

## RINGKASAN

**Pelabelan Total Super  $(a, d)$  Sisi Antimagic Pada Graf Siput :** Novian Riskiana Dewi, 090210101018: 2013, 114 Halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember

Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedláček (1964), kemudian Stewart (1966), Kotzig dan Rosa (1970). Hingga saat ini pemanfaatan teori pelabelan graf sangat dirasakan peranannya, terutama pada sektor sistem komunikasi dan transportasi, navigasi geografis, radar, penyimpanan data komputer, dan pemancar frekuensi radio. Terdapat berbagai jenis tipe pelabelan dalam graf, salah satunya adalah pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic (SEAT), dimana  $a$  bobot sisi terkecil dan  $d$  nilai beda. Pelabelan ini diperkenalkan oleh Simanjutak, Bertault dan Miller pada tahun 2000 (Dafik, 2007:19). Pada graf konektif telah banyak ditemukan pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic sedangkan pada graf diskonektif, hanya sedikit famili graf yang diketahui mempunyai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic.

Salah satu jenis graf yaitu Graf Siput. Graf ini merupakan salah satu contoh graf *well-defined*, yang dinotasikan dengan  $S_n$  adalah salah satu graf yang belum ditemukan pelabelannya sebelumnya. Graf Siput adalah graf yang belum memiliki famili graf. Graf ini dikembangkan dari graf roda (*wheel*). Gabungan diskonektif Graf Siput merupakan gabungan saling lepas pada Graf Siput dan dinotasikan dengan  $mS_n$  juga belum ditemukan pelabelannya. Himpunan *vertex*,  $V = \{S, N, A, I, L, E, R, Y_i, X_i; 1 \leq i \leq n\}$  dan himpunan *edge*,  $E = \{RE, EY_1, Y_iX_i, X_iY_{i+1}, X_nS, SN, NA, AL, IL, LE, LX_i; 1 \leq i \leq n\}$ . Gambar 2.21 merupakan contoh *Graf Siput* ( $S_n$ ). Garis putus-putus menunjukkan bagian yang akan diperbesar sebanyak  $n$ .

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan lemma atau teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf Siput, baik yang tunggal maupun gabungan saling lepasnya. Dalam penelitian ini, terlebih

dahulu akan ditentukan nilai beda ( $d$ ) pada Graf Siput, selanjutnya nilai  $d$  tersebut diterapkan dalam pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf Siput. Jika terdapat pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic, maka akan dirumuskan bagaimana pola pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf Siput tersebut dengan menggunakan metode pendektsian pola (*pattern recognition*) untuk menentukan pola umumnya. Hasil penelitian ini berupa lemma dan teorema baru mengenai pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf  $S_n$  dan  $mS_n$ . Teorema dan lema yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

1. **Lema 4.2.1** *Ada pelabelan titik  $(9, 1)$ -sisi antimagic pada graf Siput  $S_n$  jika  $n \geq 1$ .*
2. **Teorema 4.2.1** *Ada pelabelan total super  $(6n + 20, 0)$  dan  $(3n + 14, 2)$  -sisi antimagic pada graf Siput  $S_n$  jika  $n \geq 1$ .*
3. **Teorema 4.2.2** *Ada pelabelan total super  $(\frac{9n+34}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada graf Siput  $(S_n)$  untuk  $n \geq 1$ .*
4. **Lema 4.4.1** *Ada pelabelan titik  $(\frac{2mn+9m+3}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan Graf Siput  $mS_n$  jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3, n \geq 1$ .*
5. **Teorema 4.4.1** *Ada pelabelan total super  $(\frac{12mn+37m+3}{2}, 0)$  dan  $(\frac{6mn+23m+3}{2}, 2)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Siput  $mS_n$  jika  $m \geq 3, n \geq 1$ .*
6. **Teorema 4.4.2** *Ada pelabelan total super  $(\frac{9mn+30m+4}{2}, 1)$ -sisi antimagic pada gabungan graf Siput  $mS_n$  jika  $m \geq 3, n \geq 1$ .*

Dari kajian diatas ada beberapa batasan  $m$  dan  $n$  yang belum ditemukan sehingga dalam penelitian ini diajukan open problem.

1. **Masalah Terbuka 4.5.1** *Pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada  $S_n$ , dengan  $1 \leq i \leq n; 1 \leq k \leq m; n$  ganjil untuk  $d = 1$ .*
2. **Masalah Terbuka 4.5.2** *Pelabelan total super  $(a, d)$ -sisi antimagic pada  $mS_n$ , dengan  $1 \leq k \leq m, 1 \leq i \leq n; m \geq 3; n$  ganjil untuk  $d = 1$ .*

## KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul Pelabelan Total Super ( $a, d$ ) Sisi Antimagic Pada Graf Siput. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan S1 pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Ketua Laboratorium Komputer Program Studi Pendidikan Matematika Jurusan Pendidikan MIPA FKIP;
5. Dosen Pembimbing I dan Dosen Pembimbing II yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
6. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
7. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, Februari 2013

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL . . . . .</b>	i
<b>Halaman Persembahan . . . . .</b>	ii
<b>Halaman Motto . . . . .</b>	iii
<b>Halaman Pernyataan . . . . .</b>	iv
<b>HALAMAN PERSETUJUAN . . . . .</b>	vi
<b>Halaman Pengesahan . . . . .</b>	vii
<b>Ringkasan . . . . .</b>	viii
<b>Kata Pengantar . . . . .</b>	x
<b>DAFTAR ISI . . . . .</b>	xii
<b>DAFTAR GAMBAR . . . . .</b>	xiv
<b>DAFTAR TABEL . . . . .</b>	xv
<b>DAFTAR LAMBANG . . . . .</b>	xvi
<b>1 PENDAHULUAN . . . . .</b>	1
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	4
1.3 Batasan Masalah . . . . .	4
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	5
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	5
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA . . . . .</b>	6
2.1 Terminologi Dasar Graf . . . . .	6
2.2 Jenis-jenis Graf . . . . .	10
2.3 Aplikasi Graf . . . . .	16
2.4 Graf Khusus . . . . .	19
2.5 Graf Siput . . . . .	23
2.6 Fungsi Bijektif dan Barisan Aritmatika . . . . .	24
2.7 Aksioma, Teorema, Lema, Akibat, Dugaan dan Masalah Terbuka	26
2.8 Pelabelan Graf . . . . .	27
2.8.1 Definisi Pelabelan Graf . . . . .	27
2.8.2 Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic . . . . .	28

2.8.3	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi antimagic pada Graf Siput	31
2.9	Hasil-Hasil Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic . . . . .	32
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b> . . . . .	35
3.1	Metode Penelitian . . . . .	35
3.2	Definisi Operasional . . . . .	35
3.2.1	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -Sisi Antimagic . . . . .	36
3.2.2	Graf Siput dan Gabungan Saling Lepas Graf Siput . . . . .	36
3.3	Teknik Penelitian . . . . .	38
3.4	Observasi . . . . .	40
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b> . . . . .	42
4.1	Graf Siput $S_n$ . . . . .	42
4.1.1	Batas Atas $d$ graf siput $S_n$ . . . . .	42
4.1.2	Jumlah Titik dan Sisi pada graf siput $S_n$ . . . . .	43
4.2	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada graf siput $S_n$ . .	44
4.3	Gabungan graf siput $mS_n$ . . . . .	58
4.3.1	Jumlah Titik dan Sisi pada Gabungan graf siput $mS_n$ . . . . .	58
4.3.2	Batas Atas $d$ gabungan graf siput ( $mS_n$ ) . . . . .	59
4.4	Pelabelan Total Super $(a, d)$ -sisi Antimagic pada gabungan graf siput $mS_n$ . . . . .	60
4.5	Hasil dan Pembahasan . . . . .	85
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN</b> . . . . .	89
5.1	Kesimpulan . . . . .	89
5.2	Saran . . . . .	90
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> . . . . .		91
<b>LAMPIRAN-LAMPIRAN</b> . . . . .		93

## DAFTAR GAMBAR

1.1	Visualisasi dan Representasi Jembatan Konigsberg . . . . .	2
2.1	Graf $G_1$ dan $G_2$ . . . . .	7
2.2	Graf $G_3$ . . . . .	8
2.3	Graf $G_{4a}$ dan $G_{4b}$ . . . . .	9
2.4	Graf terpotong . . . . .	10
2.5	Graf $G_6, G_7$ dan $G_8$ . . . . .	11
2.6	Graf $G_9$ dan $G_{10}$ . . . . .	12
2.7	Graf $G_{11}$ dan $G_{12}$ . . . . .	13
2.8	Graf $G_{13}$ dan $G_{14}$ . . . . .	13
2.9	Graf $G_{15}, G_{16}$ dan $G_{17}$ . . . . .	14
2.10	Graf tak berarah . . . . .	15
2.11	Gabungan graf $G_1$ dan $G_2$ . . . . .	16
2.12	Hasil pewarnaan rute Kereta listrik . . . . .	17
2.13	Penjadwalan Kedatangan Kereta Listrik dengan Pelabelan Graf . . . . .	18
2.14	Graf wheel $W_5$ dan $W_8$ . . . . .	19
2.15	Graf Tangga $St_3$ . . . . .	20
2.16	Graf Gunung . . . . .	21
2.17	Graf E . . . . .	21
2.18	Graf Tangga Permata $Dl_4$ . . . . .	22
2.19	graf tangga tiga-siklus $TCL_2$ . . . . .	22
2.20	Graf Kelelawar $Bat_3$ . . . . .	23
2.21	Graf Siput $S_n$ . . . . .	24
2.22	Graf Siput ( $S_4$ ) . . . . .	24
2.23	(a) fungsi injektif, (b) fungsi surjektif dan (c) fungsi bijektif . . . . .	25
2.24	(i) Pelabelan titik, (ii) Pelabelan sisi, (iii) Pelabelan total . . . . .	28
2.25	Graf Siput ( $S_4$ ) . . . . .	31
2.26	Graf Siput ( $S_4$ ) . . . . .	32
3.1	Graf Siput $S_n$ . . . . .	36

3.2	Gabungan Graf Siput $3S_4$	37
3.3	Rancang Penelitian 1	39
3.4	EAVL graf Siput $S_4$	40
3.5	EAVL gabungan graf Siput $3S_4$	41
4.1	Jumlah titik dan jumlah sisi graf pada $S_3$ dan $S_4$	44
4.2	Pelabelan titik $(9,1)$ -sisi antimagic pada $S_3$	47
4.3	SEATL graf siput $S_4$ dengan $d = 0$	49
4.4	SEATL graf siput $S_4$ dengan $d = 2$	52
4.5	SEATL graf siput $S_6$ dengan $d = 1$	56
4.6	Pelabelan titik $(54,1)$ -sisi antimagic pada $5S_4$	66
4.7	SEATL graf siput $(5S_6)$ dengan $d = 0$	74
4.8	SEATL graf siput $(5S_6)$ dengan $d = 2$	78
4.9	SEATL graf siput $(5S_6)$ dengan $d = 1$	84

## DAFTAR TABEL

2.1 Ringkasan pelabelan total super $(a, d)$ -edge antimagic pada graf konektif . . . . .	32
2.2 Ringkasan pelabelan total super $(a, d)$ -edge antimagic pada graf diskonektif . . . . .	33

