



**NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI  
GABUNGAN GRAF HELM**

**SKRIPSI**

Oleh:

**RENDRATAMA ONKY FARISANDRI**

**NIM: 080210191021**

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2012**



# **NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GABUNGAN GRAF HELM**

## **SKRIPSI**

diajukan guna melengkapi tugas akhir dan memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Studi Pendidikan Matematika (S1) dan mencapai gelar Sarjana Pendidikan

Oleh:

**RENDRATAMA ONKY FARISANDRI**

NIM: 080210191021

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA  
FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN  
UNIVERSITAS JEMBER**

**2012**

## HALAMAN PERSEMBAHAN

Dengan menyebut nama Allah yang maha pengasih lagi maha penyayang, serta sholawat atas Nabi Muhammad S.A.W, kupersembahkan sebuah kebahagiaan dalam perjalanan hidupku teriring rasa terima kasihku yang terdalem kepada:

1. Ibunda tercinta Astutik, Ayahanda Sugianto Endry Wiyanto, Adikku Melisa Sindy Astika, Adikku Aditya Tama Onky Arifandri yang senantiasa mengalirkan rasa kasih sayang, cinta dan doa yang tiada henti, dalam penulisan skripsi ini;
2. Bapak Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D dan Bapak Drs. Slamin, M.Comp, Ph.D selaku pembimbing skripsi yang dengan sabar telah memberikan ilmu dan bimbingan selama menyelesaikan skripsi ini;
3. Para guru dan dosen, yang telah memberikan ilmu dan membimbing dengan penuh kesabaran;
4. Kakakku tersayang Intan Kusuma Pratiwi, yang selama ini dengan setia mendampingiku disetiap keluh kesahku didalam penyusunan skripsi ini;
5. Teman-teman angkatan 2008 NR (Night Rider) FKIP Matematika yang senantiasa membantuku dan kebersamaan kita adalah kenangan yang tak terlupakan,
6. Teman - teman KKPPPL SMAN 2 Bondowoso: (Nanang Rasyid, Ro'sil Qohhar, Muznah, Pid lophy, Noval dan semuanya), terima kasih atas dorongan semangat dan bantuannya selama masa proses penyelesaian skripsiku;
7. Almamater Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

**MOTTO**

"NEVER PROMISE MORE THAN YOU CAN PERFORM"

"AND THE ESSENTIAL INGREDIENT OF PROMISES IS TIMING"

"I'M STILL LEARNING ABOUT THAT"

## PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Rendratama Onky Farisandri

NIM : 080210191021

Menyatakan dengan sesungguhnya bahwa skripsi yang berjudul: Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Helm adalah benar-benar hasil karya sendiri, kecuali jika dalam pengutipan substansi disebutkan sumbernya, dan belum diajukan pada instansi manapun, serta bukan karya jiplakan. Saya bertanggung jawab atas keabsahan dan kebenaran isinya sesuai dengan sikap ilmiah yang harus dijunjung tinggi.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan sebenarnya, tanpa adanya tekanan dan paksaan dari pihak manapun serta bersedia mendapat sanksi akademik jika ternyata di kemudian hari pernyataan ini tidak benar.

Jember, 1 Agustus 2012

Yang menyatakan,

Rendratama Onky Farisandri

NIM. 080210191021

# SKRIPSI

## NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GABUNGAN GRAF HELM

Oleh:  
Rendratama Onky Farisandri  
NIM. 080210191021

Dosen Pembimbing I : Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D.  
Dosen Pembimbing II : Drs Slamin M.CompSc.Ph.D

## PENGAJUAN

### NILAI KETAKTERATURAN TOTAL SISI DARI GABUNGAN GRAF HELM

### SKRIPSI

Diajukan untuk dipertahankan di depan Tim Penguji sebagai salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Pendidikan Sarjana Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dengan Program Studi Pendidikan Matematika pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember

Oleh:

Nama : Rendratama Onky Farisandri  
NIM : 080210191021  
Tempat dan Tanggal Lahir : Bondowoso, 25 Oktober 1989  
Jurusan / Program : Pendidikan MIPA / P. Matematika

Disetujui oleh:

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D  
NIP. 19680802 199303 1 004s

Drs. Slamim, M.CompSc, Ph.D  
NIP. 19670420 199201 1 001

## PENGESAHAN

Skripsi berjudul Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari Gabungan Graf Helm telah diuji dan disahkan oleh Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan pada:

Hari : Senin

Tanggal :13 Agustus 2012

Tempat : Gedung 3 FKIP UNEJ

Tim Penguji :

Ketua,

Sekretaris,

Drs. Hobri, SPd, M.Pd  
NIP.19730506 199702 1 001

Drs. Slamir, M.CompSc, Ph.D  
NIP.19670420 199201 1 001

Anggota:

1. Drs. Dafik, M.Sc, Ph.D ( ..... )  
NIP.19680802 199303 1 004
2. Drs. Toto' Bara Setiawan, M.Si ( ..... )  
NIP. 19581209 198603 1 003

Mengetahui,  
Dekan Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan  
Universitas Jember

Drs. H. Imam Muchtar, SH, M.Hum  
NIP. 19540712 198003 1 005



## RINGKASAN

**Nilai Ketakteraturan Total Sisi dari gabungan Graf Helm;** Rendratama Onky Farisandri, 080210191021; 2012: ... halaman; Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember.

Teori graf merupakan salah satu teori lama yang hingga saat ini semakin gencar diaplikasinya oleh para ilmuwan, baik dalam bidang ilmu matematika sendiri maupun dalam bidang ilmu lainnya. Salah satu topik yang mendapat perhatian dalam teori graf adalah pelabelan graf atau *graph labelling*. Pelabelan graf ini dapat berupa pelabelan total titik irregular ataupun pelabelan total sisi irregular. Dan kini peneliti hendak melakukan penelitian yang berkenaan dengan pelabelan total sisi irregular pada gabungan Graf Helm. Graf Helm itu sendiri ialah graf yang dinotasikan dengan  $H_n$  merupakan bentuk graf yang terbentuk dari sebuah Graf Roda  $W_n$  dengan penambahan sisi *pendant* atau bandul pada setiap titik dari sikel ke- $n$ . Sedemikian hingga jika  $v_j$  adalah titik ke- $j$  dari  $W_n$  dan  $u_j$  adalah titik pada bandul ke- $j$ , maka  $u_j v_j$  adalah sisi bandul ke- $j$  untuk setiap  $j = 1, 2, \dots, n$ . Graf Helm  $H_n$  mempunyai  $2n + 1$  titik dan  $3n$  sisi. Permasalahannya adalah bagaimana melabeli Graf Helm dan gabungannya sedemikian hingga bilangan bulat positif terbesar yang dijadikan label pada beberapa variasi pelabelan total sisi irregular adalah seminimum mungkin. Bilangan bulat positif terbesar yang minimum tersebut dinamakan dengan *total irregularity edge strength* dari graf  $G$  yang dinotasikan dengan  $tes(G)$ . Tujuan dari penelitian ini tak lain adalah untuk mengetahui berapa nilai ( $tes$ ) dari gabungan Graf Helm, baik gabungan Isomorfis maupun Non-Isomorfis.

Penelitian ini diawali dengan menentukan nilai batas bawah dari  $tes$  gabungan Graf Helm dengan menerapkan teorema Bača, Jendrol, Miller, Ryan (2002) yakni  $\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$ , selanjutnya menentukan nilai batas atas dari  $tes$  gabungan Graf Helm dengan mencari formulasi dari pelabelan total sisi irregularnya sedemikian hingga bobot setiap sisi berbeda. Metode yang digunakan

dalam penelitian ini adalah deduktif aksiomatik, yaitu dengan menurunkan teorema yang telah ada, kemudian diterapkan dalam pelabelan total sisi irregular dari *total edge irregularity strength* (*tes*) pada gabungan Graf Helm, baik gabungan Isomorfis maupun Non-Isomorfis.

Sesuai dengan tujuan dan hasil dalam penelitian ini, ditemukan beberapa teorema baru mengenai nilai *tes* dari pelabelan total sisi irregular pada gabungan Graf Helm yaitu:

**Teorema 4.1.1** *Nilai Total Edge Irregularity Strength dari Gabungan Graf Helm Isomorfis*  $tes(\bigcup_s H_n)$  untuk  $s \geq 2$  dan  $n \geq 3$  adalah

$$tes(\bigcup_s H_n) = \left\lceil \frac{3sn+2}{3} \right\rceil$$

**Teorema 4.2.1** *Nilai Total Edge Irregularity Strength dari Gabungan Graf Helm Non – isomorfis*  $(\bigcup_{i=1}^s H_{n_i})$  untuk  $s \geq 2$  dan  $n \geq 3$  adalah

$$tes(\bigcup_{i=1}^s H_{n_i}) = \left\lceil \frac{(3(\sum_{i=1}^s n_i)+2)}{3} \right\rceil$$

## KATA PENGANTAR

Puji syukur ke hadirat Allah Swt atas segala rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan pendidikan strata satu (S1) pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan Dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember.

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih sebesar-besarnya atas bantuan dan bimbingan dalam penyusunan skripsi ini, terutama kepada yang terhormat:

1. Dekan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
2. Ketua Jurusan Pendidikan MIPA Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
3. Ketua Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
4. Dosen Pembimbing I, Dosen Pembimbing II dan DPA yang telah meluangkan waktu, pikiran, dan perhatian dalam penulisan skripsi ini;
5. Dosen dan Karyawan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Jember;
6. Semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga bantuan, bimbingan, dan dorongan beliau dicatat sebagai amal baik oleh Allah SWT dan mendapat balasan yang sesuai dari-Nya. Selain itu, penulis juga menerima segala kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan skripsi ini. Akhirnya penulis berharap, semoga skripsi ini dapat bermanfaat.

Jember, 1 Agustus 2012

Penulis

# DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL . . . . .	i
HALAMAN PERSEMBAHAN . . . . .	ii
MOTTO . . . . .	iii
HALAMAN PERNYATAAN . . . . .	iv
HALAMAN PEMBIMBING . . . . .	v
HALAMAN PENGAJUAN . . . . .	vi
HALAMAN PENGESAHAN . . . . .	vii
RINGKASAN . . . . .	viii
KATA PENGANTAR . . . . .	x
DAFTAR ISI . . . . .	xii
DAFTAR GAMBAR . . . . .	xv
DAFTAR TABEL . . . . .	xvi
DAFTAR LAMBANG . . . . .	xvii
<b>1 PENDAHULUAN . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	5
1.3 Batasan Masalah . . . . .	5
1.4 Tujuan Penelitian . . . . .	5
1.5 Manfaat Penelitian . . . . .	5
<b>2 TINJAUAN PUSTAKA . . . . .</b>	<b>7</b>
2.1 Teori Dasar Graf . . . . .	7
2.1.1 Terminologi Dasar Graf . . . . .	7
2.1.2 Keisomorfisan Graf . . . . .	13
2.1.3 Gabungan Graf . . . . .	15
2.1.4 Graf - Graf Khusus . . . . .	16
2.2 Gabungan Graf Helm . . . . .	23
2.2.1 Gabungan Graf Helm . . . . .	23
2.3 Pelabelan Graf . . . . .	26
2.3.1 Pelabelan Total Titik Irregular . . . . .	27

# DAFTAR ISI

xii

2.3.2	Pelabelan Total Sisi Irregular . . . . .	29
2.3.3	Pelabelan Total Sisi Irregular Pada Graf Helm . . . . .	33
2.4	Nilai Ketakteraturan Total Sisi ( <i>tes</i> ) . . . . .	41
2.5	Himpunan dan Operasi Antar Himpunan . . . . .	43
2.6	Fungsi . . . . .	44
2.7	Notasi Lantai dan Notasi Atap ( <i>Floor and Ceiling Notation</i> ) . . . . .	44
2.8	Aplikasi Graf . . . . .	45
2.8.1	Frekuensi pada Gelombang Radio . . . . .	46
2.8.2	Penggunaan Graf dalam Sistem Drainase Perkotaan un- tuk Meminimalisasi Masalah Banjir . . . . .	51
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN . . . . .</b>	<b>56</b>
3.1	Metode Penelitian . . . . .	56
3.2	Definisi Operasional . . . . .	56
3.3	Rancangan Penelitian . . . . .	58
3.3.1	Penggabungan Graf Helm . . . . .	58
3.3.2	Teknik Penelitian . . . . .	59
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN . . . . .</b>	<b>62</b>
4.1	Pelabelan Total Sisi Irregular dari Gabungan Graf Helm Isomorfis . . . . .	62
4.2	Pelabelan Total Sisi Irregular dari Gabungan Graf Helm Non- Isomorfis . . . . .	67
4.3	Pembahasan . . . . .	72
<b>5</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN . . . . .</b>	<b>75</b>
5.1	Kesimpulan . . . . .	75
5.2	Saran . . . . .	75
	<b>DAFTAR PUSTAKA . . . . .</b>	<b>76</b>
	<b>LAMPIRAN . . . . .</b>	<b>78</b>

## DAFTAR GAMBAR

1.1	Gabungan Graf Helm $2H_6$ . . . . .	4
2.1	Null Graf $H_6$ . . . . .	8
2.2	Contoh graf . . . . .	8
2.3	Graf yang mempunyai <i>loop</i> dan <i>multiple edge</i> . . . . .	9
2.4	Graf Regular dan Graf Irregular . . . . .	9
2.5	Contoh graf yang mengilustrasikan jalan, lintasan dan siklus . . .	10
2.6	Graf terhubung dan graf tidak terhubung . . . . .	11
2.7	Contoh graf terpotong . . . . .	11
2.8	Contoh Graf $G$ , $G_1$ sub graf perentang graf dari $G$ , dan $G_2$ sub graf dari $G$ . . . . .	12
2.9	Keisomorfisan graf dan matriks ketetanggaannya . . . . .	15
2.10	Contoh gabungan dari dua graf . . . . .	15
2.11	Graf Siklus $C_3$ , $C_4$ dan $C_5$ . . . . .	16
2.12	Graf Lintasan $p_4$ dan $p_6$ . . . . .	16
2.13	Graf Matahari $M_5$ dan $M_6$ . . . . .	17
2.14	Graf Roda $W_6$ dan $W_8$ . . . . .	17
2.15	Graf Bintang $S_6$ dan $S_8$ . . . . .	18
2.16	Generalisasi Graf Petersen $P(6, 2)$ dan $P(6, 1)$ atau $D_6$ . . . . .	19
2.17	Graf Lengkap $K_6$ dan $K_7$ . . . . .	19
2.18	Graf Friendship $f_6$ dan $f_7$ . . . . .	20

# DAFTAR GAMBAR

xiv

2.19	Graf Bipartit $K_{4,4}$ dan $K_{4,6}$ . . . . .	21
2.20	Graf Prisma $D_5$ dan $D_6$ . . . . .	21
2.21	Graf Helm $H_n$ . . . . .	22
2.22	Gabungan Graf Helm $2H_8$ . . . . .	23
2.23	Gabungan isomorfis Graf Helm $\cup_s H_n$ . . . . .	24
2.24	Gabungan non-isomorfis Graf Helm $H_3, H_4$ dan $H_5$ . . . . .	25
2.25	Gabungan non-isomorfis Graf Helm $H_9$ dan $H_5$ . . . . .	26
2.26	Pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total . . . . .	26
2.27	Ilustrasi Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf $G$ . . . . .	31
2.28	Ilustrasi Pelabelan Total Sisi Irregular pada Graf $G$ . . . . .	32
2.29	Pelabelan Total Sisi Irregular pada gabungan $2H_3$ . . . . .	36
2.30	Pelabelan Total Sisi Irregular pada gabungan $2H_4$ . . . . .	36
2.31	Pelabelan Total Sisi Irregular pada gabungan $3H_3$ . . . . .	37
2.32	Pelabelan Total Sisi Irregular pada gabungan non-isomorfis $H_3$ dan $H_4$ . . . . .	38
2.33	Pelabelan Total Sisi Irregular pada gabungan non-isomorfis $H_4$ dan $H_5$ . . . . .	38
2.34	Pelabelan Total Sisi Irregular pada gabungan non-isomorfis $H_3, H_4$ dan $H_5$ . . . . .	39
2.35	Pelabelan Total Sisi Irregular pada gabungan non-isomorfis $H_{12}$ dan $H_{11}$ . . . . .	40
2.36	Terjadi interfensi frekuensi . . . . .	46
2.37	Tidak terjadi interfensi frekuensi . . . . .	47
2.38	Algoritma Powell-Welch pada pewarnaan simpul . . . . .	48

# DAFTAR GAMBAR

xv

2.39	Ilustrasi tanpa pewarnaan simpul . . . . .	48
2.40	Ilustrasi Algoritma Powell-Welch pada pewarnaan Simpul B . . .	49
2.41	Ilustrasi Algoritma Powell-Welch pada pewarnaan Simpul D A E	49
2.42	Ilustrasi Algoritma Powell-Welch pada pewarnaan simpul . . . .	49
2.43	Ilustrasi Sistem Graf Drainase . . . . .	51
2.44	Contoh kasus kerja Graf Drainase . . . . .	53
2.45	Pemotongan lintasa A-C . . . . .	54
2.46	Pemotongan lintasan B-A dan B-D . . . . .	54
2.47	Penanganan lintasan D-E dan D-F . . . . .	55
3.1	Diagram alir penelitian . . . . .	61
4.1	Contoh Hasil Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Helm $2H_9$ . . . . .	65
4.2	Contoh Hasil Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Helm $6H_8$ . . . . .	66
4.3	Contoh Hasil Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Dua Graf Helm non-isomorfis $H_9 \cup H_5$ . . . . .	70
4.4	Contoh Hasil Pelabelan Total Titik Irregular pada Gabungan Dua Graf Helm non-isomorfis $H_{18} \cup H_{20}$ . . . . .	71
4.5	Pelabelan Total Sisi Irregular pada Gabungan Graf Helm $2H_9$ . .	73



## DAFTAR TABEL

2.1	Nilai <i>tes</i> beberapa graf khusus . . . . .	42
-----	---	----

## DAFTAR LAMBANG

$G$	=	Graf ( <i>graph</i> )
$E(G)$	=	Himpunan sisi pada graf $G$
$V(G)$	=	Himpunan titik pada graf $G$
$\Delta$	=	Derajat maksimum suatu graf
$\delta$	=	Derajat minimum suatu graf
$tvs(G)$	=	<i>Total vertex irregularity strength</i> dari graf $G$
$tes(G)$	=	<i>Total edge irregularity strength</i> dari graf $G$
$\lambda(v)$	=	Label sebuah titik pada suatu graf
$\lambda(e)$	=	Label sebuah sisi pada suatu graf
$w(v)$	=	Bobot titik
$w(e)$	=	Bobot sisi
$H_n$	=	Graf helm
$(\bigcup_s H_n)$	=	Gabungan sebanyak $s$ graf helm isomorfis
$(\bigcup_{i=1}^s H_{n_i})$	=	Gabungan sebanyak $s$ graf helm non-isomorfis
$c_i$	=	Titik pusat dalam komponen ke- $i$ dari gabungan graf helm
$u_{i,j}$	=	Titik bandul ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari gabungan graf helm
$v_{i,j}$	=	Titik ke- $j$ pada siklus dalam komponen ke- $i$ dari gabungan graf helm
$v_{i,j}v_{i+1,j}$	=	Sisi pada siklus ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari gabungan graf helm
$u_{i,j}v_{i,j}$	=	Sisi bandul ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari gabungan graf helm
$v_{i,j}c_j$	=	Jari-jari ke- $j$ dalam komponen ke- $i$ dari gabungan graf helm
$\lceil x \rceil$	=	Bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan $x$
$\lfloor x \rfloor$	=	Bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan $x$